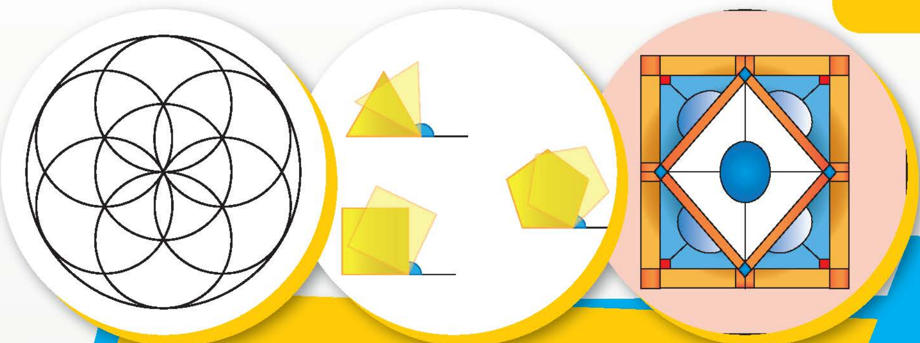
الوحدة السابعة

التحويلات الهندسية
Geometry Transformations

ابتكارات
Innovations



مشروع الوحدة :
(ابداعات هندسية)

يعتبر الابتكار إحدى الحالات العقلية البشرية التي تسعى إلى إيجاد أفكار ووسائل مختلفة لحلّ المشاكل ، ويشكّل الابتكار إضافة حقيقية لمجموع الإنتاج الإنسانيّ ، كما أنّه يحقق فائدة حقيقية على أرض الواقع ، لا سيما إذا ارتبط بالمواضيع التطبيقية . وفي هذا المشروع ، سنتحدث عن كيفية خلق الأفكار الابتكارية والمبدعة من دراسة التحويلات الهندسية .

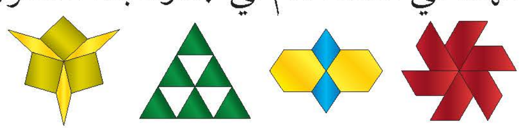
خطة العمل :

- رسم أشكال منوعة على النظام الإحداثي وعمل عدة تحويلات هندسية لها بحيث يصل إلى ابتكار شكل معين .

خطوات تنفيذ المشروع :

- اختر شكلًا هندسيًا من الأشكال التالية (مثلث ، مربع ، ...) مرسومًا على النظام الإحداثي بحيث يقع أحد رؤوس الشكل المختار على نقطة الأصل.
- حدّد التحويل الهندسي الذي ستوظفه لابتكار شكل محدّد .
- طبق التحويل الهندسي عدة مرات للشكل وصوره .
- حدّد إحداثيات نقاط الشكل الأصلي.
- حدّد إحداثيات الصور الناتجة.
- حدّد قاعدة التحويل الهندسي المستخدم في جدول بدء المشروع .

الشكل	نوع التحويل	عدد مرات التحويل



علاقات وتواصل :

- التواصل بين المجموعات لإعطاء تقييم على الابتكار الأجمل وتحديد صحة القاعدة المستخدمة .

عرض العمل :

- تعرض الابتكارات أمام المتعلمين لإعطاء تقدير لكل ابتكار .

١-٧ الانعكاس في نقطة – التناظر حول نقطة
Reflection of a Point – Symmetry at the Point

سوف تتعلّم : الانعكاس في نقطة في (المستوى – المستوى الإحداثي) – التناظر حول نقطة

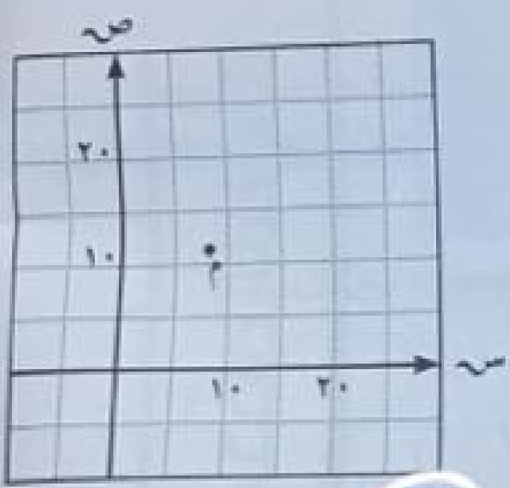
في كثير من الأحيان ، يلجأ الفنانون التشكيليون وكذلك مصممو برامج الحاسوب إلى استعمال الانعكاس بجميع أنواعه لابتكار لوحات وتصميمات جميلة.

نشاط (١) :

مما سبق دراسته في الصف السابع :

١ أنسب زوج مرتب يمكن أن يمثل إحداثيي النقطة م هو :

أ (١٥ ، ٨)	ب (٨ ، ٨)
جـ (١٢ ، ٨)	د (١٦ ، ٩)

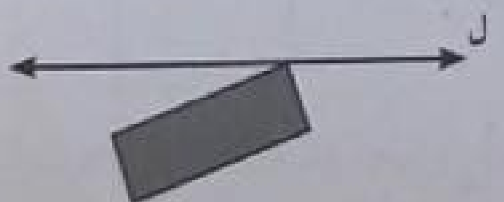


٢ بالنظر إلى الشكل التالي : بالانعكاس في المستقيم ل فإنَّ صورة الشكل المرسوم هي :

أ


ب


جـ


د


العبارات والمفردات :

- المستوى الإحداثي Coordinate Plane
- محاور الإحداثيات Coordinate Axes
- المحور السيني س X-Axis
- المحور الصادي ص Y-Axis
- نقطة الأصل Origin Point
- الزوج المرتب Ordered Pair
- الإحداثي السيني X Coordinate
- الإحداثي الصادي Y Coordinate
- التحويل الهندسي Transformation
- الانعكاس في نقطة Reflection of a Point
- التناظر حول نقطة Symmetry at the Point

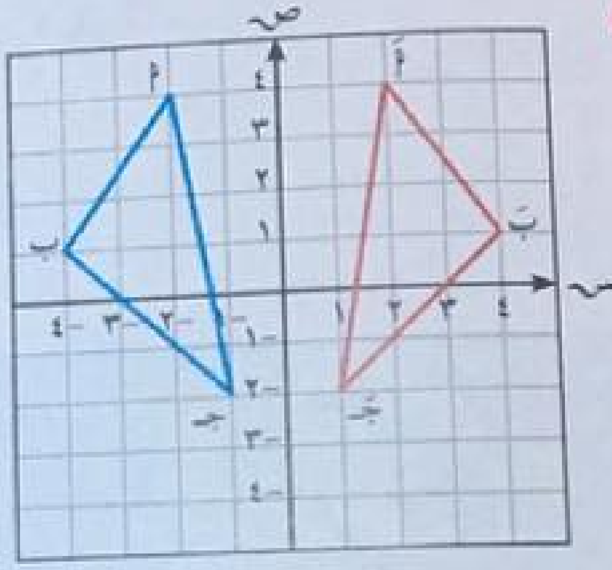
تذكر أنَّ :

(س ، ص) زوج مرتب
س: الإحداثي السيني لأي نقطة يدل على مقدار بعد النقطة يمينًا أو يسارًا عن محور الصادات.
ص: الإحداثي الصادي لأي نقطة يدل على مقدار بعد النقطة لأعلى أو لأسفل عن محور السينات.

تدرّب (١) :

حدّد نوع الانعكاس في كل من الأشكال التالية ، ثم اكتب إحداثي كل نقطة وصورتها :

Ⓐ



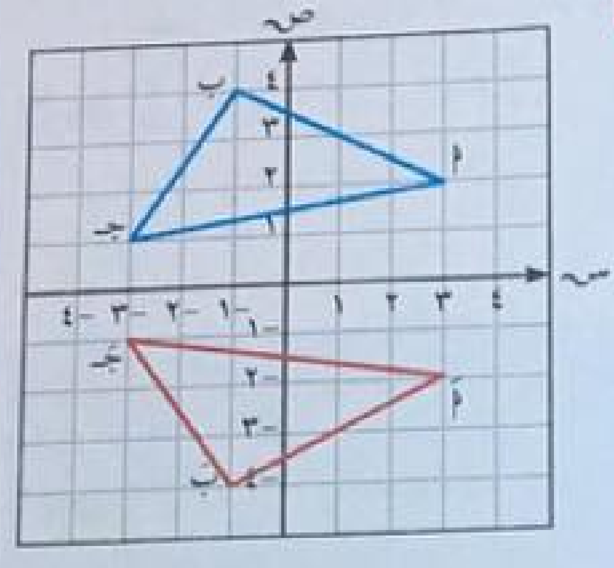
انعكاس في المحور الصادى

أ (−٢ ، ٤) ⟵ أَ (٢ ، ٤)

ب (−٤ ، ١) ⟵ بَ (٤ ، ١)

جـ (−١ ، −٢) ⟵ جـَ (١ ، −٢)

Ⓑ



انعكاس في المحور السينى

أ (٣ ، ٢) ⟵ أَ (٣ ، −٢)

ب (−١ ، ٤) ⟵ بَ (−١ ، −٤)

جـ (−٣ ، ١) ⟵ جـَ (−٣ ، −١)

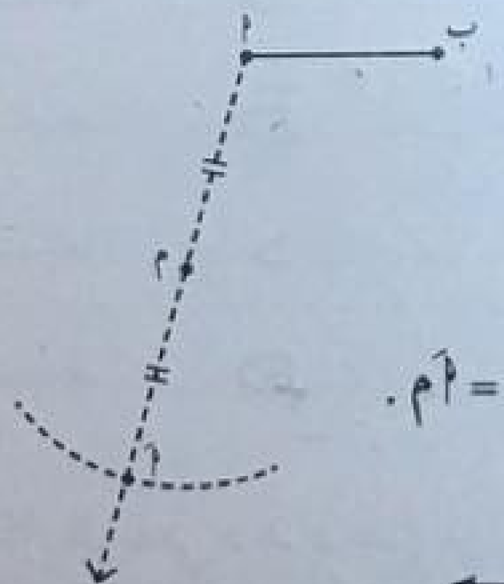
عمومًا : (١) د (س ، ص) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ دَ (−س ، ص)

(٢) د (س ، ص) $\xrightarrow{ع_{س}}$ دَ (س ، −ص)

الانعكاس في نقطة في المستوى

نشاط (٢) :

في الشكل المقابل : رسمت كلًّا من $\overline{أب}$ والنقطة م في المستوى ،



م ∌ $\overline{أب}$ ، رسمنا $\overleftarrow{أم}$ ونأخذ عليه أَ بحيث : أم = أَم .

نسمي أَ صورة النقطة أ بالانعكاس في النقطة م .

- باستخدام المسطرة ارسم $\overleftarrow{ب م}$ كما تم رسم $\overleftarrow{أم}$.
- باستخدام الفرجار قس طول $\overline{ب م}$.
- بنفس فتحة الفرجار ثبت السن عند م ، ثم ارسم قوسًا يقطع $\overleftarrow{ب م}$ في نقطة ولتكن بَ .

تذكر أنّ :
(١) يُغيّر الانعكاس في المحور السيني الإحداثي الصادي إلى معكوسه الجمعي .
(٢) يُغيّر الانعكاس في المحور الصادي الإحداثي السيني إلى معكوسه الجمعي .

اللوازم :
- فرجار
- مسطرة

• صل $\overset{\frown}{أ}$ ، $\overset{\frown}{ب}$ لتحصل على $\overline{أَبَ}$.

نسمي $أَ$ ، $بَ$ صورتي النقطتين أ ، ب بالانعكاس في النقطة م .

وأيضًا $\overline{أَبَ}$ صورة $\overline{أب}$ بالانعكاس في النقطة م .

لاحظ أنَّ : (١) $\overline{أَبَ}$ // $\overline{أب}$

(٢) أَبَ = أب

مما سبق نستنتج أنَّ :

الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى صورة أَ ∈ $\overleftarrow{أم}$ بحيث تكون أم = أَم . والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة م التي تسمى مركز الانعكاس ، حيث م نقطة صامدة .

تذكر أنَّ :
عندما تغيّر موضع أو أبعاد شكل ما في المستوى فإنَّك بذلك تجري تحويلًا هندسيًا .

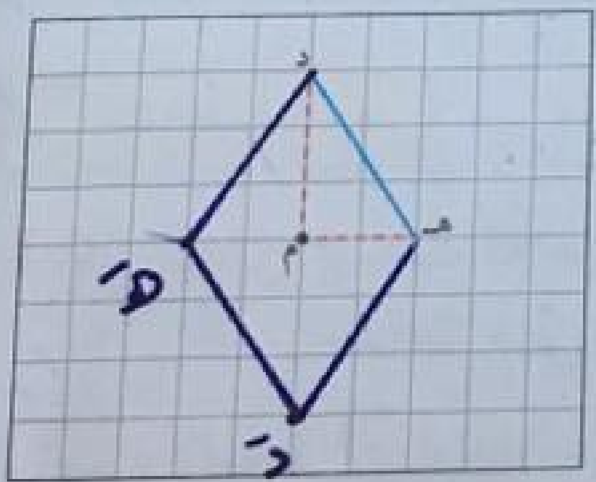
تذكر أنَّ :
النقطة الصامدة هي نقطة تقع على محور الانعكاس .

التناظر حول نقطة في المستوى

نشاط (٣) :

من الشكل المقابل ، أكمل رسم الشكل الرباعي د هـ دَ هـَ ، بحيث دَ صورة د بالانعكاس في النقطة م ، هـَ صورة هـ بالانعكاس في النقطة م .

أكمل ما يلي :



د ⟵ دَ ....

هـ ⟵ هَ ....

دَ ⟵ د ....

هـَ ⟵ هـ ....

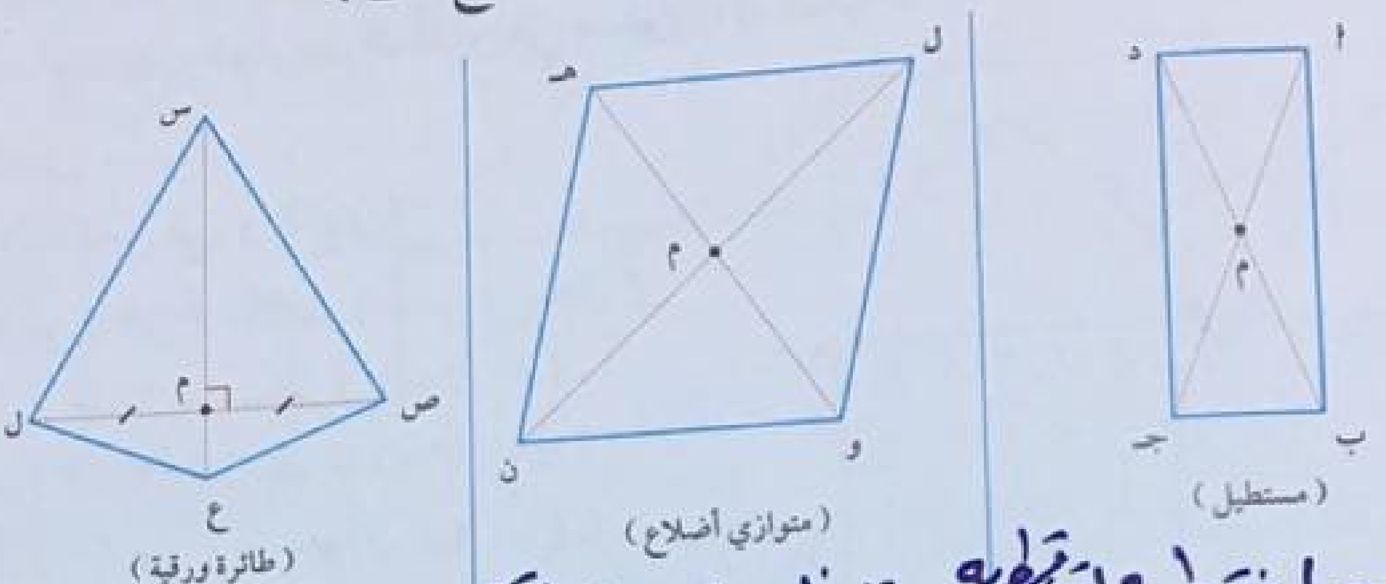
∴ الشكل الرباعي د هـ دَ هـَ ⟵ الشكل الرباعي .... بالانعكاس في النقطة م .

مما سبق نجد أنَّ الشكل الرباعي د هـ دَ هـَ متناظر حول النقطة م (نقطة تقاطع قطريه) .

يقال لشكل هندسي إنَّه متناظر حول نقطة إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه .

تدرّب (٢) :

أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضّح ذلك .



متناظر حول نقطة ملتقى قطريه لأن القطران ينصف كلا منهما الاخر

متناظر حول نقطة ملتقى قطريه لأن القطران ينصف كلا منهما الاخر

غير متناظر حول نقطة ملتقى قطريه لأن القطران لا ينصف كلا منهما الاخر

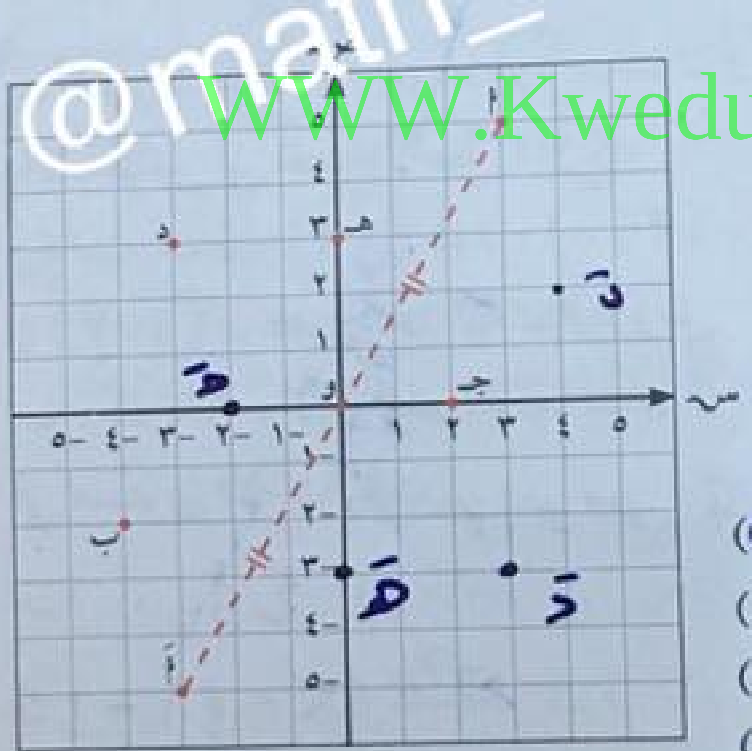
تذكر أنّ :
- من خواص المستطيل القطران ينصف كلّ منهما الآخر وهما متطابقان.
- في متوازي الأضلاع القطران ينصف كلّ منهما الآخر.

معلومات مفيدة :
في الطائرة الورقية القطران متعامدان فقط.

الانعكاس في نقطة الأصل في مستوى الإحداثيات

نشاط (٤) :

استعن بالمستوى الإحداثي المقابل و باستخدام المسطرة و الفرجار كما في نشاط (٢) السابق ، أوجد صور النقاط التالية بالانعكاس في النقطة و (نقطة الأصل) :



أ (٣ ، ٥) ⟵ أَ (-٣ ، -٥)

ب (-٤ ، -٢) ⟵ بَ (٤ ، ٢)

جـ (٢ ، ٠) ⟵ جـَ (-٢ ، ٠)

د (-٣ ، ٣) ⟵ دَ (٣ ، -٣)

هـ (٠ ، ٣) ⟵ هـَ (٠ ، -٣)

ماذا تلاحظ ؟

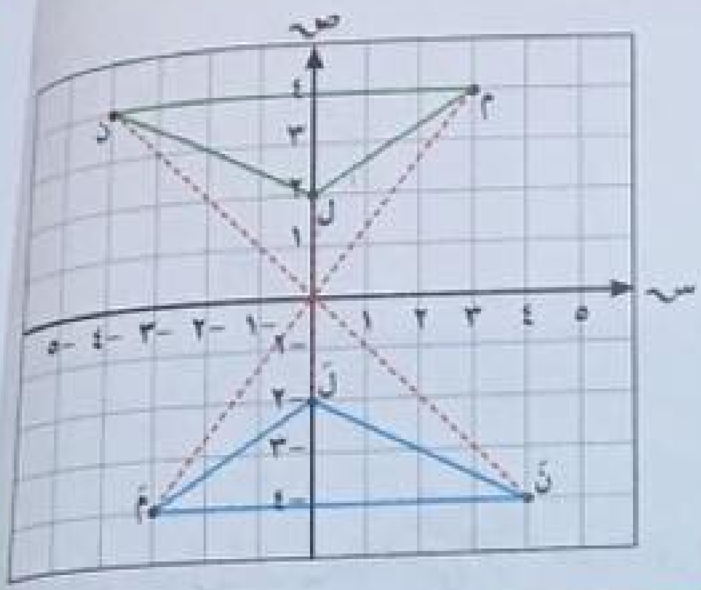
حصلنا على المعكوس الجمعي لكلا من الاحداثي السيني والصادي

اللوازم :
- مسطرة
- فرجار

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة في المستوى صورة إحداثيها السيني وإحداثيها الصادي هما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة .

عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : أ (س ، ص) $\xrightarrow{ع_و}$ أَ (-س ، -ص)

مثال : إذا كان ∆ لَ مَ نَ هو صورة ∆ ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت ل (٠ ، ٢) ، م (٣ ، ٤) ، ن (-٤ ، ٤) ، فعين إحداثيات الرؤوس لَ ، مَ ، نَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .



الحل :

بالانعكاس في و (ع و) :

(س ، ص) $\xrightarrow{ع_و}$ (- س ، - ص)

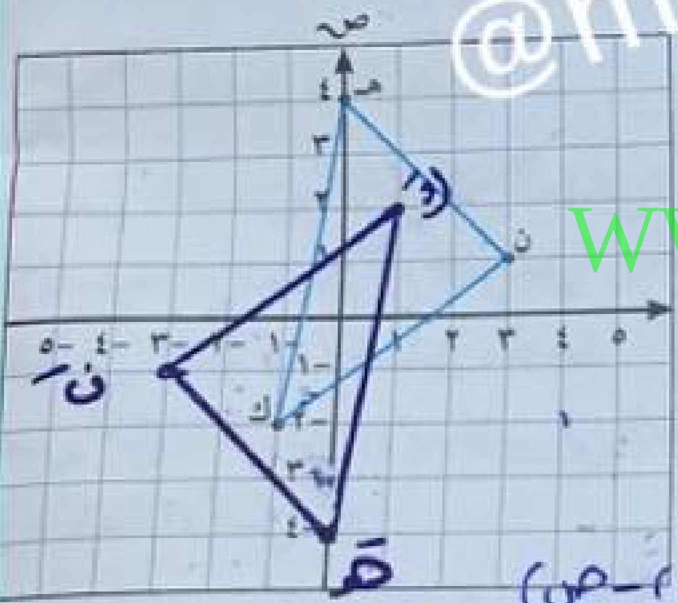
ل (٠ ، ٢) ⟵ لَ (٠ ، -٢)

م (٣ ، ٤) ⟵ مَ (-٣ ، -٤)

ن (-٤ ، ٤) ⟵ نَ (٤ ، -٤)

لاحظ أنّ الشكل الهندسي وصورته بالإنعكاس في نقطة متطابقان .

تدرّب (٣) :



إذا كان ∆ هـَ كَ نَ هو صورة ∆ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت هـ (٠ ، ٤) ، ك (-١ ، -٢) ، ن (٣ ، ١) ، فعين إحداثيات الرؤوس هـَ ، كَ ، نَ ، ثم ارسم ∆ هـَ كَ نَ في مستوى الإحداثيات .

P (س ، ص) $\xrightarrow{ع_و}$ Pَ (-س ، -ص)

هـ (٠ ، ٤) $\xrightarrow{ع_و}$ هـَ (٠ ، -٤)

ك (-١ ، -٢) $\xrightarrow{ع_و}$ كَ (١ ، ٢)

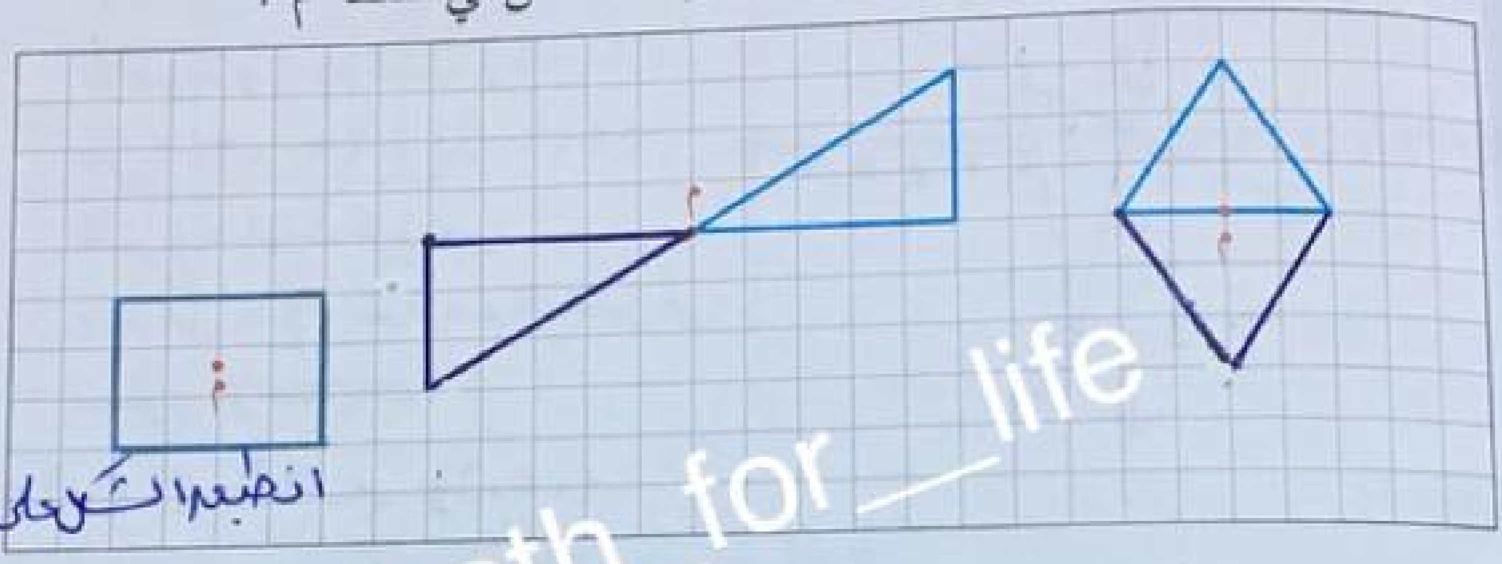
ن (٣ ، ١) $\xrightarrow{ع_و}$ نَ (-٣ ، -١)

فكر وناقش

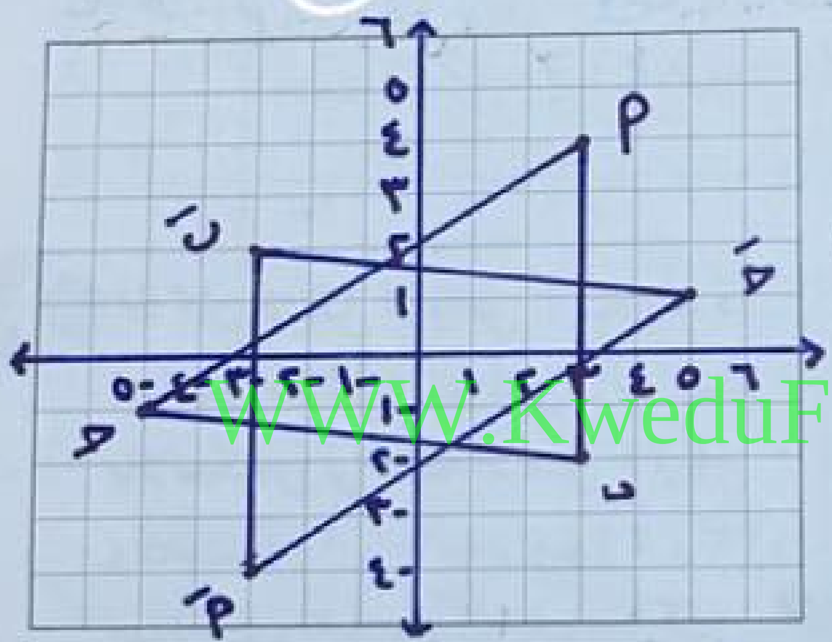
يرى خالد أنَّ الانعكاس في نقطة الأصل يكافئ انعكاسًا في المحور السيني يليه انعكاس في المحور الصادي أو العكس . فهل رأي خالد صحيح ؟ فسّر ذلك .

تمـرّن :

١ ارسم صورة كل شكل من الأشكال التالية بالانعكاس في النقطة م .



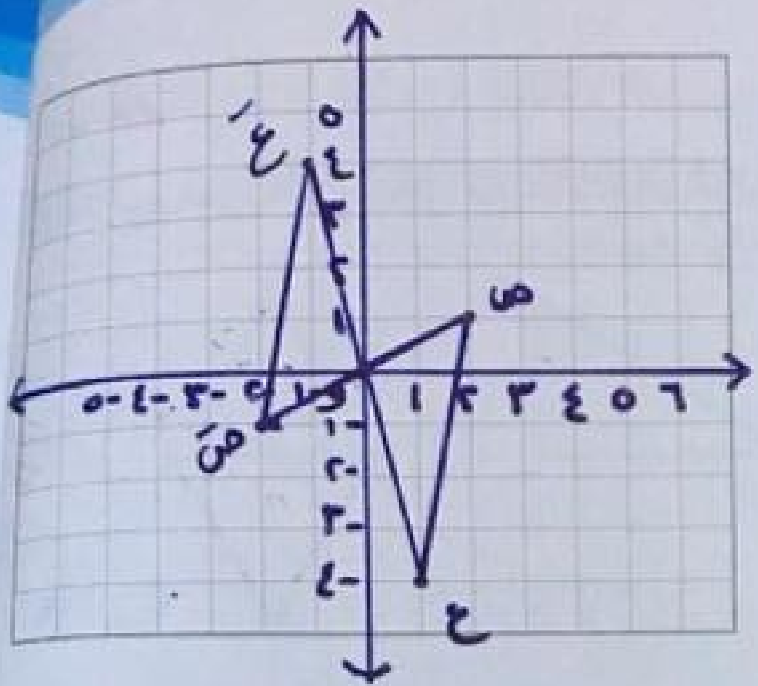
٢ إذا كان Δ أَ بَ جَ هو صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، −٢) ، جـ (−٥ ، −١) ، فعيّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .



أ (٣ ، ٤) $\xrightarrow{ع_و}$ أَ (−٣ ، −٤)

ب (٣ ، −٢) $\xrightarrow{ع_و}$ بَ (−٣ ، ٢)

جـ (−٥ ، −١) $\xrightarrow{ع_و}$ جَ (٥ ، ١)

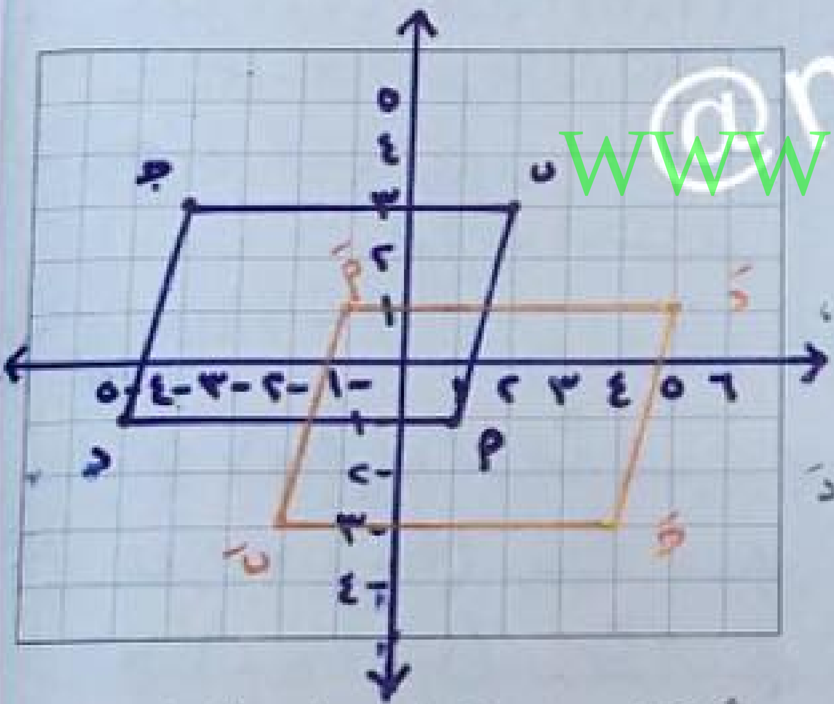


٣ إذا كان Δ و صَ عَ هو صورة Δ و ص ع بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت و (٠ ، ٠) ، صَ (-٢ ، -١) ، عَ (-١ ، ٤) ، فعيّن إحداثيات الرؤوس و ، ص ، ع ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .

و (٠ ، ٠) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ و (٠ ، ٠)

ص (٢ ، ١) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ صَ (-٢ ، -١)

ع (١ ، -٤) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ عَ (-١ ، ٤)



٤ إذا كان الشكل الرباعي أَ بَ جـَ دَ هو صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت أ (١ ، -١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (-٤ ، ٣) ، د (-٥ ، -١) .

فعين إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جـَ ، دَ ثم ارسم الشكلين الرباعيين في مستوى الإحداثيات .

قد يساعدك هذا التصميم الهندسي في تصميم أشكال هندسية على برامج الحاسوب (مثلًا الفوتوشوب) الخاصة بك .

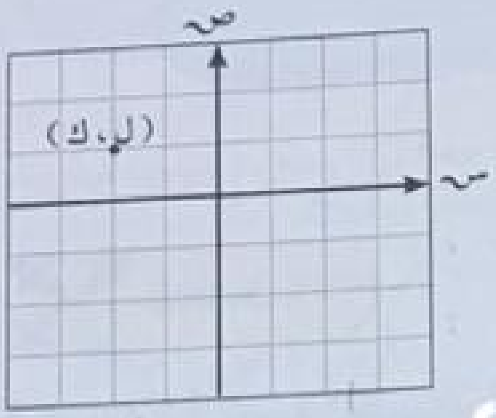
أ (١ ، -١) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ أَ (-١ ، ١)

ب (٢ ، ٣) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ بَ (-٢ ، -٣)

جـ (-٤ ، ٣) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ جـَ (٤ ، -٣)

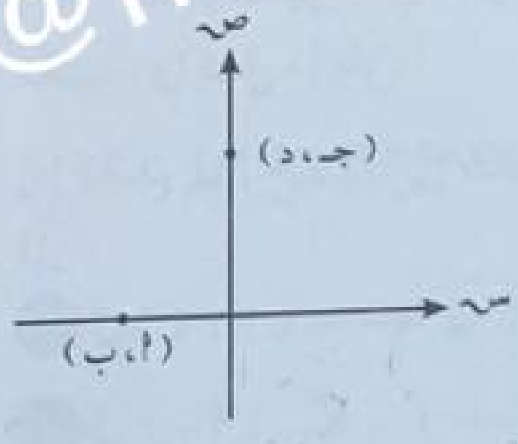
د (-٥ ، -١) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ دَ (٥ ، ١)

٥ في المستوى الإحداثي المرسوم عينت النقطة (ل ، ك) فيه .
أي العبارات التالية ليست صحيحة ؟



(أ) ل × ك < ٠
(ب) ل < ك
(ج) ل + ك = ٠
(د) ك عدد موجب

٦ بالنظر إلى الشكل المرسوم ناتج كلّ مما يلي مساوٍ للصفر ما عدا



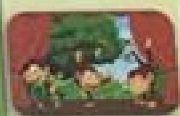
(أ) أ × ب
(ب) أ × جـ
(ج) أ × د
(د) ب × جـ

٧-٢ الإزاحة في المستوى الإحداثي
Translation in a Coordinate Plane

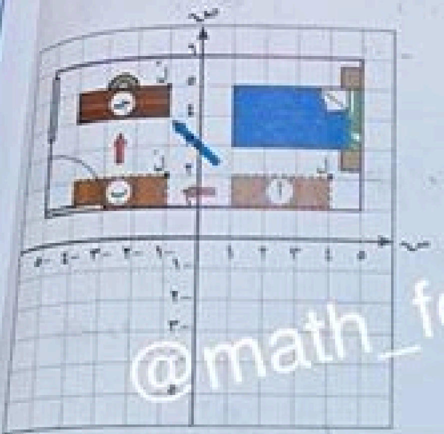
سوف تتعلّم : رسم الإزاحة في المستوى - كتابة قاعدة الإزاحة .

العبارات والمفردات :
الإزاحة
Translation

معلومات مفيدة :
يستخدم مخرجو أفلام الرسوم المتحرّكة بالحاسوب الإزاحات لتحريك الأشكال على الشاشة.



نشاط ١



أراد راشد أن يعيد تنظيم غرفته (كما في الشكل) فحرك مكتبه من الوضع (أ) إلى الوضع (ب) وانتهى به إلى الوضع (ج) . صف التغير الذي أجراه راشد على مكتبه ، وأكمل ما يلي :

إذا كانت ل (٤ ، ٢) إحدى نقاط المكتب فإنَّ :

١ ل (٤ ، ٢) ⟵ لَ (-١ ، ٢)

٢ لَ (-١ ، ٢) ⟵ لً (-١ ، ٥)

ل (٤ ، ٢) ⟵ لً (-١ ، ٥)

لاحظ التغيير في كل من الإحداثي السيني والإحداثي الصادي لكل نقطة مع صورتها .

٣ ل (٤ ، ٢) ⟵ لَ (٤ + -٥ ، ٢ + ٣)

٤ هل يمكنك أن تعين صورة أي نقطة من نقاط المكتب وفق القاعدة :
(س ، ص) ⟵ (س + -٥ ، ص + ٣) ؟

٥ هل تغيرت أبعاد المكتب خلال إزاحته من الوضع (أ) إلى (ب) ثم إلى (ج) ؟
لا

الإزاحة هي : تحويل هندسي يسمح لنا بالحصول على صورة أي شكل من خلال نقل كل نقطة فيه مسافة ثابتة على خط مستقيم (في اتجاه محدد) ، ولا تغير الإزاحة من الشكل وقياساته .

وتكون الإزاحة في اتجاه محوري الإحداثيات وفق الجدول التالي :

النقطة	صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	
(س ، ص)	الإزاحة جهة **اليمين** بمقدار (أ) وحدة (س + أ ، ص)	الإزاحة **إلى أعلى** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص + ب)
	الإزاحة جهة **اليسار** بمقدار (أ) وحدة (س − أ ، ص)	الإزاحة **إلى أسفل** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص − ب)

عمومًا :

(س ، ص) ⟵ (س ± أ ، ص ± ب)

تدرّب (١) :

أوجد صورة النقطة أ (−٣ ، ٥) تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ، ثم وحدتين ونصف إلى الأسفل .

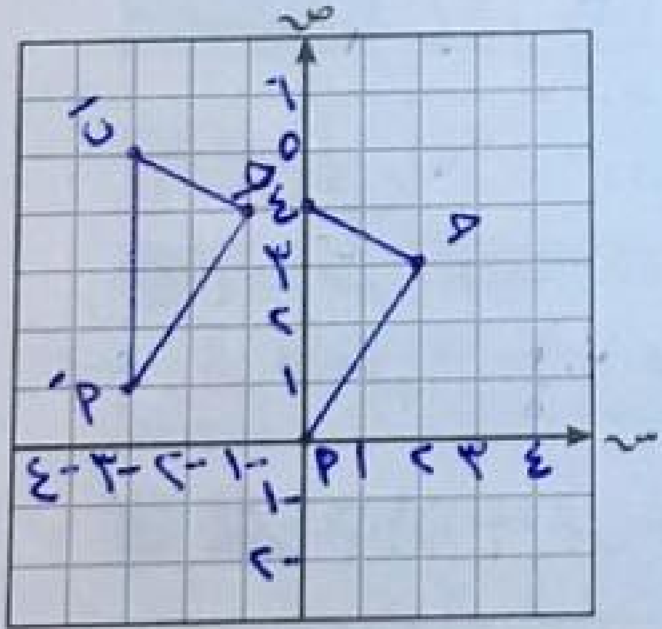
القاعدة : (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص − $2\frac{1}{2}$)

أ(−٣ ، ٥) ⟵ أَ(−٣ + ٤ ، ٥ − $2\frac{1}{2}$)

أ(−٣ ، ٥) ⟵ أَ(١ ، $2\frac{1}{2}$)

تدرّب (٢) :

في المستوى الإحداثي ، ارسم المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه هي أ (٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤) ، جـ (٢ ، ٣) ثم ارسم صورة المثلث أ ب جـ تحت تأثير إزاحة قاعدتها :



(س ، ص) ⟵ (س − ٣ ، ص + ١)

أ(٠ ، ٠) ⟵ أَ(−٣ ، ١)

ب(٠ ، ٤) ⟵ بَ(−٣ ، ٥)

جـ(٢ ، ٣) ⟵ جَ(−١ ، ٤)

مثال :

إذا كانت مَ (−٣ ، ٥) هي صورة النقطة م (٢ ، ١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، أوجد قاعدة الإزاحة ثم تحقق من صحتها :

(س ، ص) ⟵ (س + أ ، ص + ب)

الحل : نعلم أنَّ قاعدة الإزاحة هي : م (٢ ، ١) ⟵ مَ (٢ + أ ، ١ + ب)

∵ م (٢ ، ١) ⟵ مَ (−٣ ، ٥)

(الإحداثي السيني)	(الإحداثي الصادي)
٢ + أ = −٣	١ + ب = ٥
أ = −٣ − ٢	ب = ٥ − ١
أ = −٥	ب = +٤
(٥ وحدات لليسار)	(٤ وحدات للأعلى)

(س ، ص) ⟵ (س − ٥ ، ص + ٤)

التحقق : (٢ ، ١) ⟵ (٢ − ٥ ، ١ + ٤)

∴ (٢ ، ١) ⟵ مَ (−٣ ، ٥)

تدرّب (٣) : أكمل الجدول التالي :

القاعدة	(س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص − ٢)			
النقطة	(−١ ، ٥)	(−٣ ، −٤)	(٠ ، −٣)	(−٤ ، ٣)
الصورة	(٢ ، ٣)	(٠ ، −٦)	(٣ ، −٥)	(−١ ، ١)

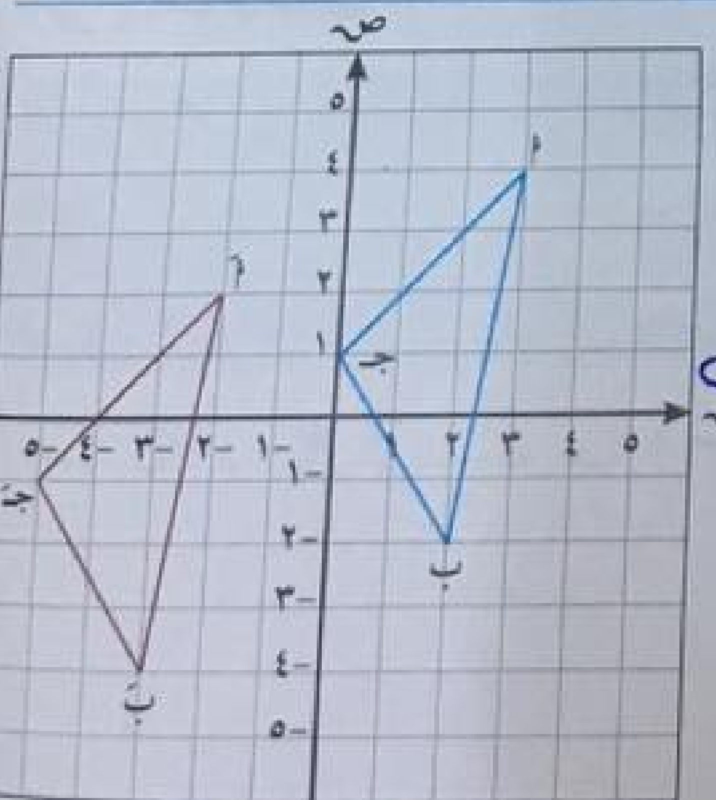
تمرّن :

١ أوجد صورة النقطة (٤ ، −٣) تحت تأثير إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأعلى . (٧ ، −١)

٢ أ صف الإزاحة التي تنقل المثلث أ ب جـ إلى المثلث أَ بَ جـَ ، ثم اكتب القاعدة بصورة رمزية .

انتقلت النقاط تحت تأثير إزاحة ٥ وحدات إلى اليسار و ٢ وحدة إلى أسفل .

(س ، ص) ⟵ (س − ٥ ، ص − ٢)



ب في التمرين السابق ، اكتب إحداثيي رؤوس Δ أ ب جـ ، ثم أوجد صورة كل منها تحت تأثير إزاحة قاعدتها : (س ، ص) ⟵ (س + ١ ، ص − ٢)

أ (٣ ، ٤) ⟵ أَ (٤ ، ٢)

ب (٢ ، −٢) ⟵ بَ (٣ ، −٤)

جـ (٠ ، ١) ⟵ جـَ (١ ، −١)

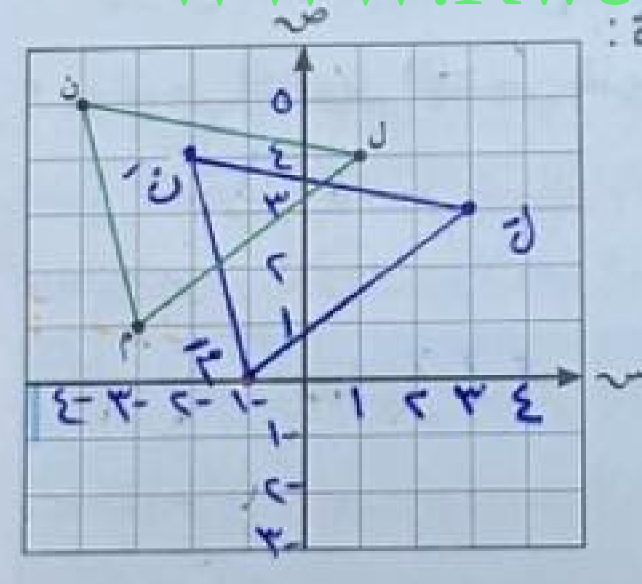
٣ إذا كانت مَ (−٣ ، ٢) هي صورة م (٢ ، −١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، فاكتب القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ثم تحقق من صحتها .

(س ، ص) ⟵ (س − ٥ ، ص + ٣)

م (٢ ، −١) ⟵ (٢ − ٥ ، −١ + ٣) = (−٣ ، ٢)

٤ ارسم صورة المثلث ل م ن بإزاحة حسب القاعدة :

(س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص − ١)



ل (١ ، ٤) ⟵ لَ (٣ ، ٣)

م (−٣ ، ١) ⟵ مَ (−١ ، ٠)

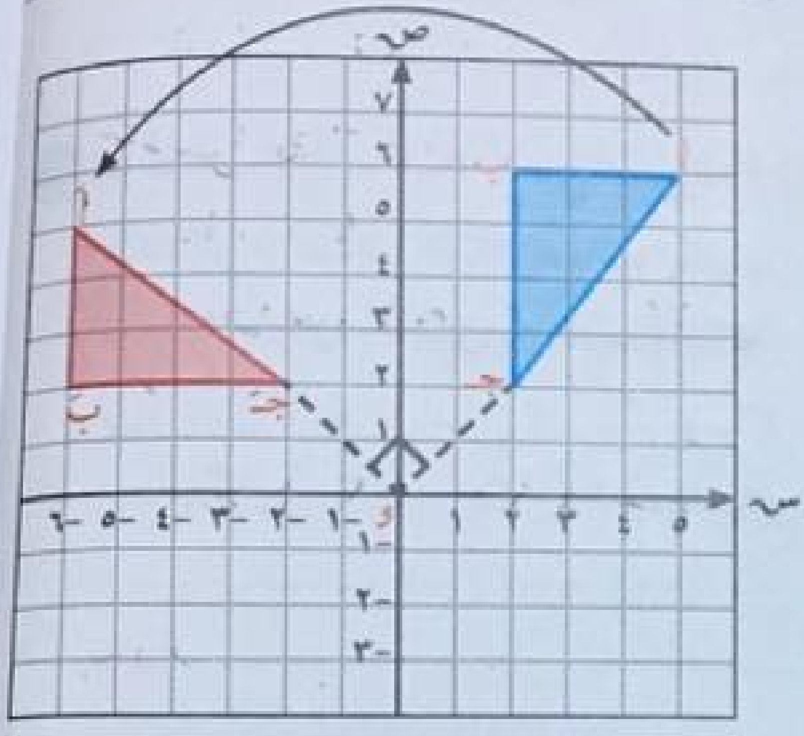
ن (−٤ ، ٥) ⟵ نَ (−٢ ، ٤)

٧-٣ الدوران في المستوى الإحداثي
Rotation in a Coordinate Plane

سوف تتعلّم : الدوران في المستوى وقواعده ، كيفية إيجاد صورة شكل هندسي بالدوران

العبارات والمفردات :
الدوران
Rotation

نشاط (١) :



تم رسم Δ أ ب جـ على شبكة المستوى الإحداثي .

١ ثبت ورقة شفافة على المستوى وقم برسم المحاور و Δ أ ب جـ على الورقة الشفافة .

٢ ثبت سن دبوس عند النقطة (و) وقم بتدوير الورقة الشفافة في اتجاه ضد حركة عقارب الساعة حتى ينطبق محور السينات في الورقة الشفافة على محور الصادات في المستوى الأصلي لتحصل على موضع جديد للمثلث أ ب جـ وليكن Δ أَ بَ جـَ .

معلومات مفيدة :
يستخدمُ النجّارون المخاريط الدورانيّة لخلق تصميماتٍ متناظرةٍ (متماثلةٍ) .

• بم نسمي التحويل الهندسي الذي ينقل Δ أ ب جـ إلى Δ أَ بَ جـَ ؟

نسمي التحويل الهندسي السابق بالدوران ، والذي ينتج عنه تدوير شكل ما حول نقطة نسميها مركز الدوران ، ولا يغير الدوران من الشكل أو قياساته .

الدوران هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة في المستوى نقطة أخرى أَ بحيث أ ⟵ أَ ، و أ = و أَ (و تسمى مركز الدوران) و ⟵ و (نقطة صامدة) ، (أ و̂ أَ) هي زاوية الدوران وقياسها هـ° .

نرمز إلى الدوران الذي مركزه نقطة الأصل (و) وقياس زاويته (هـ°) بالرمز د (و ، هـ°)

• يتعين الدوران بثلاثة عناصر :

(١) مركز الدوران (٢) قياس زاوية الدوران (٣) اتجاه الدوران

وستقتصر دراستنا على الدوران حول نقطة الأصل في الاتجاه ضد حركة عقارب الساعة

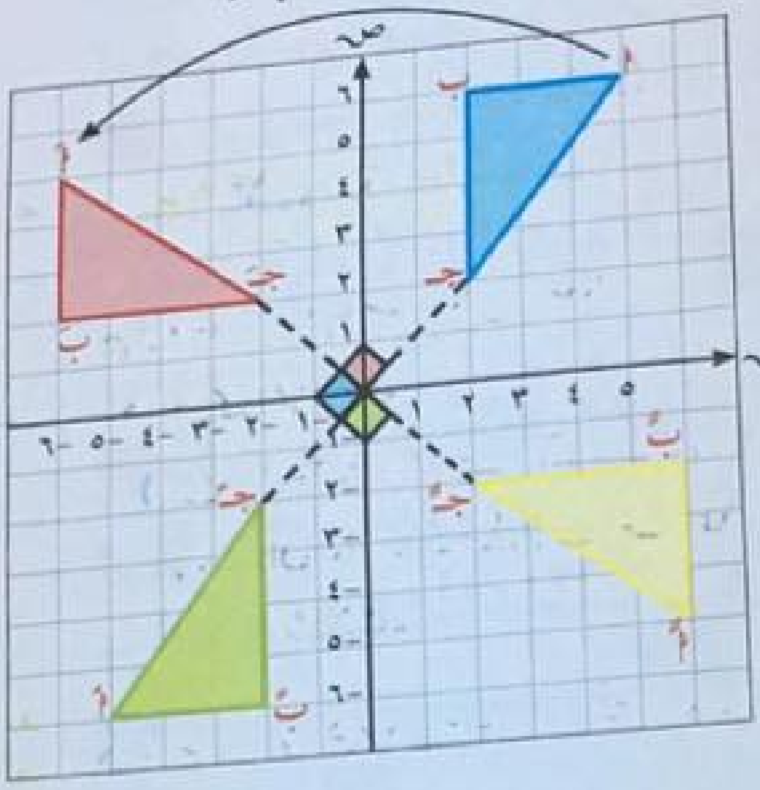
نشاط (٢) :

أكمل من النشاط السابق وباستخدام الورقة الشفافة دوّر وارسم صورة Δ أ ب جـ :

(أ) حول نقطة الأصل (و) بزاوية قياسها ٩٠° ضد اتجاه حركة عقارب الساعة د (و، ٩٠°) .

(ب) حول نقطة الأصل (و) بزاوية قياسها ١٨٠° ضد اتجاه حركة عقارب الساعة د (و، ١٨٠°) .

(جـ) حول نقطة الأصل (و) بزاوية قياسها ٢٧٠° ضد اتجاه حركة عقارب الساعة د (و، ٢٧٠°) .



(د) أكمل الجدول التالي مستعينًا بالرسم :

الدوران \ الرؤوس	أ (٥، ٦)	ب (٢، ٦)	جـ (٢، ٢)
د (و، ٩٠°)	أَ (-٦، ٥)	بَ (-٦، ٢)	جـَ (-٢، ٢)
د (و، ١٨٠°)	أً (-٥، -٦)	بً (-٢، -٦)	جـً (-٢، -٢)
د (و، ٢٧٠°)	أً (٦، -٥)	بً (٦، -٢)	جـً (٢، -٢)

تذكر أنَّ : الدورة الكاملة يكون قياس زاويتها ٣٦٠° .

مما سبق نستنتج أنَّ :

(أ) (س، ص) $\xrightarrow{د(و، ٩٠°)}$ (-ص، س) يسمى دوران ربع دورة ($\frac{١}{٤}$ دورة) .

(ب) (س، ص) $\xrightarrow{د(و، ١٨٠°)}$ (-س، -ص) يسمى دوران نصف دورة ($\frac{١}{٢}$ دورة) .

(جـ) (س، ص) $\xrightarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ (ص، -س) يسمى دوران ثلاثة أرباع دورة ($\frac{٣}{٤}$ دورة) .

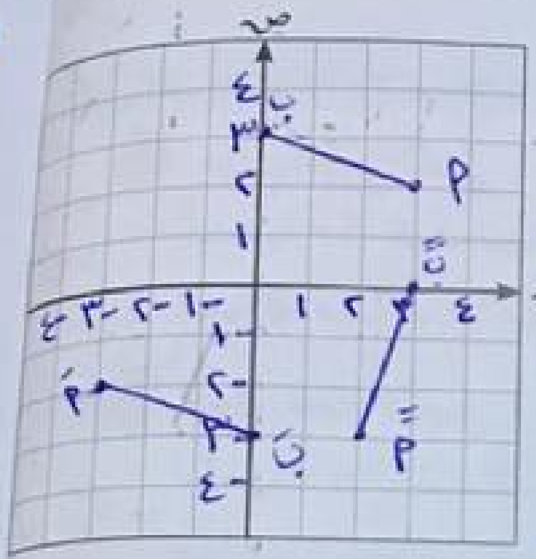
ملاحظة :

الدوران نصف دورة باتجاه ضد عقارب الساعة يكافئ دوران نصف دورة باتجاه مع عقارب الساعة .

تدرّب (١) :

ارسم $\overline{أب}$ التي فيها أ(٣، ٢) ، ب(٠، ٣)

ثم عيّن وارسم صورتها تحت تأثير كلٍّ من :



(أ) د(و، ١٨٠°) (س، ص) ⟵ (-س، -ص)

أ(٣، ٢) $\xrightarrow{\text{د(و، ١٨٠°)}}$ أَ(-٣، -٢)

ب(٠، ٣) $\xrightarrow{\text{د(و، ١٨٠°)}}$ بَ(٠، -٣)

(ب) د(و، ٢٧٠°) (س، ص) ⟵ (ص، -س)

أ(٣، ٢) $\xrightarrow{\text{د(و، ٢٧٠°)}}$ أَ(٢، -٣)

ب(٠، ٣) $\xrightarrow{\text{د(و، ٢٧٠°)}}$ بَ(٣، ٠)

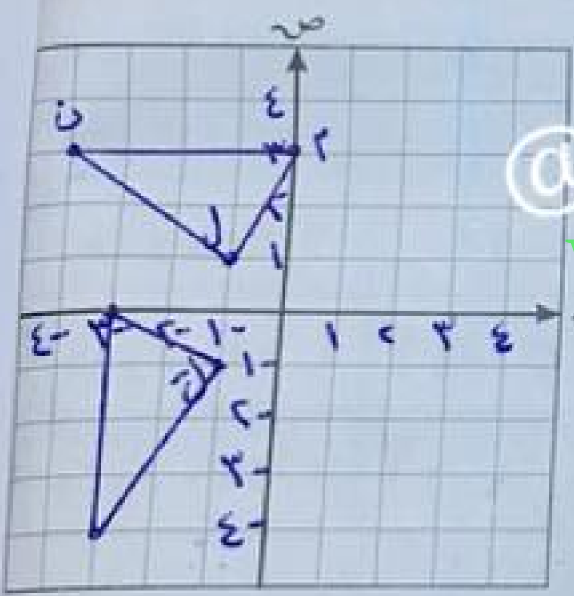
تدرّب (٢) :

في المستوى الإحداثي ارسم المثلث ل م ن

بحيث ل(-١، ١) ، م(٠، ٣) ، ن(-٤، ٣) ،

ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل

وزاويته ٩٠° . (س، ص) ⟵ (-ص، س)



ل(-١، ١) $\xrightarrow{\text{د(و، ٩٠°)}}$ لَ(-١، -١)

م(٠، ٣) ⟵ مَ(-٣، ٠)

ن(-٤، ٣) ⟵ نَ(-٣، -٤)

فكر وناقش

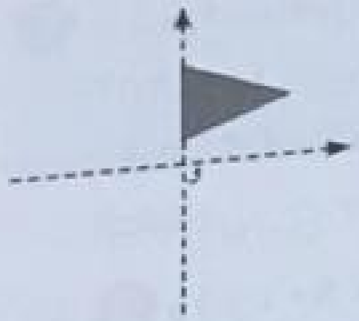
يقول عبدالله :

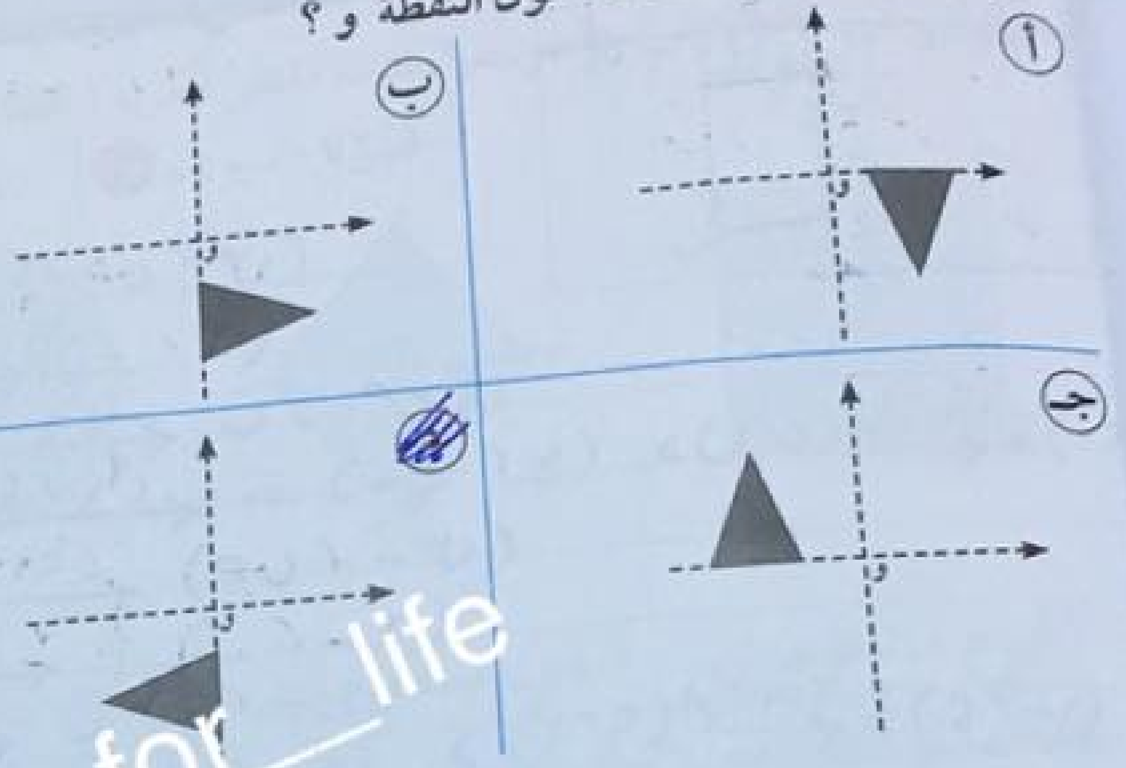
إنَّ الدوران د(و، ١٨٠°) يكافئ الانعكاس في نقطة الأصل .

هل توافقه الرأي ؟ فسر إجابتك .

تدرَّب (٣) :

أي الأشكال التالية يظهر نتيجة دوران الشكل نصف دورة باتجاه عقارب الساعة حول النقطة و ؟





تمرَّنْ :

١ ارسم صورة المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه أ (٤ ، ٠) ، ب (٠ ، ٥) ، جـ (-٢ ، -٤) بدوران نصف دورة حول نقطة الأصل .

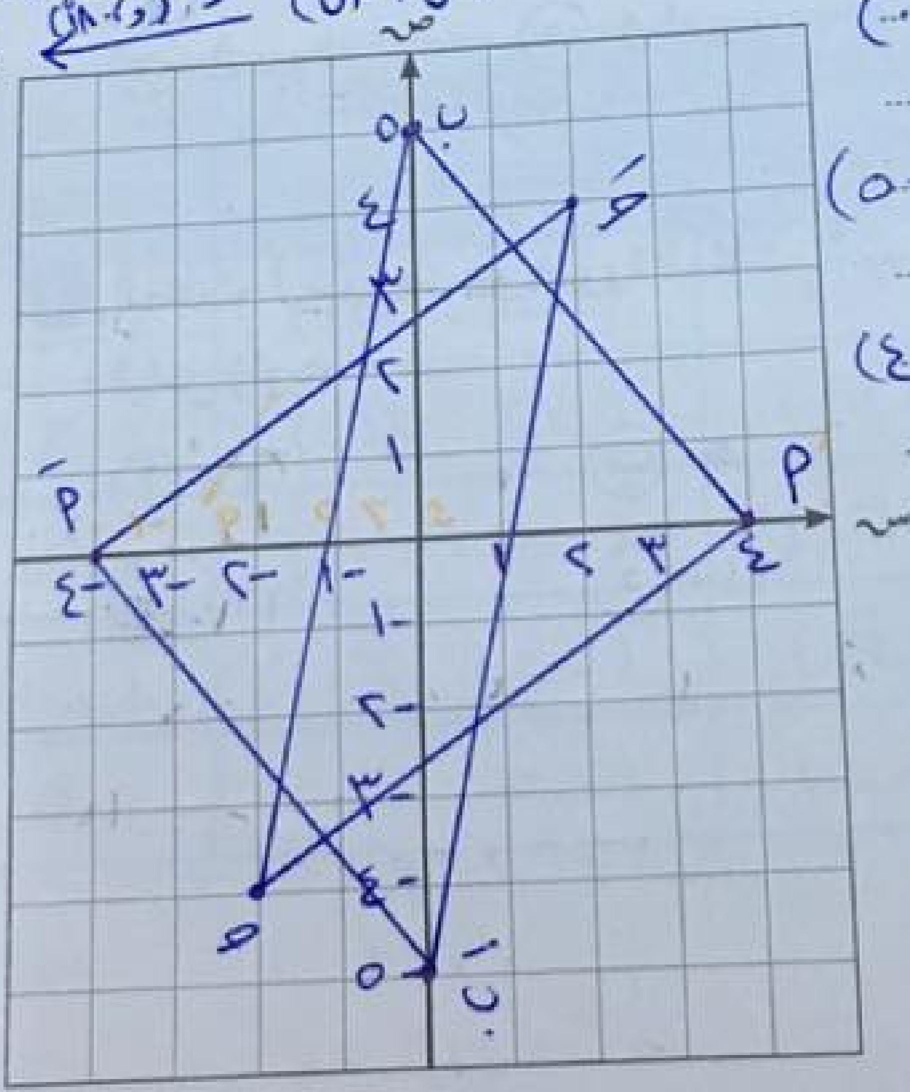
نصف دورة يعني دوران بزاوية ١٨٠

(س ، ص) $\xrightarrow{د(و، ١٨٠)}$ (-س ، -ص)

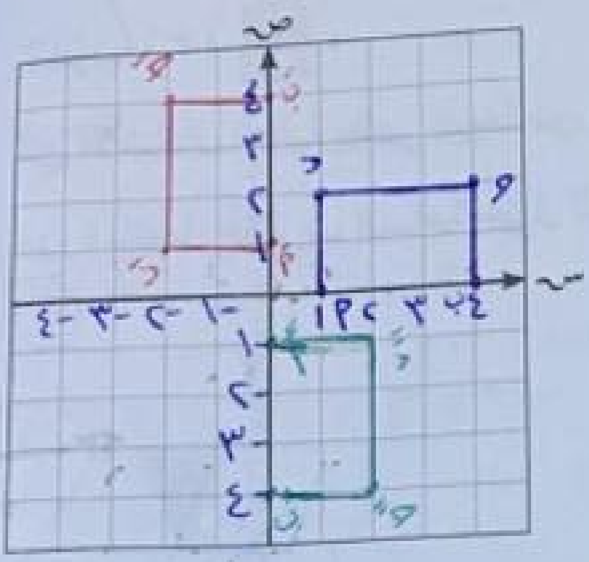
أ (٤ ، ٠) $\xrightarrow{د(و، ١٨٠)}$ أَ (-٤ ، ٠)

ب (٠ ، ٥) $\xrightarrow{د(و، ١٨٠)}$ بَ (٠ ، -٥)

جـ (-٢ ، -٤) $\xrightarrow{د(و، ١٨٠)}$ جَ (٢ ، ٤)



٢ ارسم المستطيل أ ب جـ د الذي رؤوسه أ (١ ، ٠) ، ب (٤ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٢) ، د (١ ، ٢) ، ثم ارسم صورته في الحالات التالية :



(أ) د (و ، ٩٠°) | (ب) د (و ، ٢٧٠°)

أ) (س ، ص) $\xrightarrow{د(و، ٩٠°)}$ (−ص ، س)

أ (١ ، ٠) $\xrightarrow{د(و، ٩٠°)}$ أَ (٠ ، ١)

ب (٤ ، ٠) $\xrightarrow{د(و، ٩٠°)}$ بَ (٠ ، ٤)

جـ (٤ ، ٢) $\xrightarrow{د(و، ٩٠°)}$ جَ (−٢ ، ٤)

د (١ ، ٢) $\xrightarrow{د(و، ٩٠°)}$ دَ (−٢ ، ١)

ب) (س ، ص) $\xrightarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ (ص ، −س)

أ (١ ، ٠) $\xrightarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ أَ (٠ ، −١)

ب (٤ ، ٠) $\xrightarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ بَ (٠ ، −٤)

جـ (٤ ، ٢) $\xrightarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ جَ (٢ ، −٤)

د (١ ، ٢) $\xrightarrow{د(و، ٢٧٠°)}$ دَ (٢ ، −١)

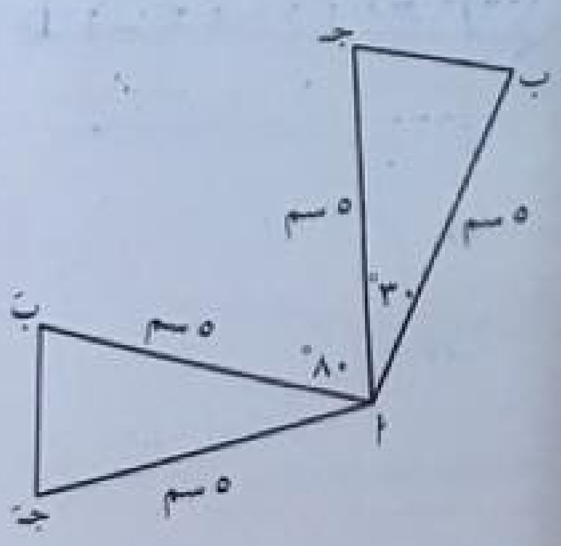
في التمارين (٣ – ٤) اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يلي :

٣ في الشكل المقابل صورة Δ أ م ب تحت تأثير د (م ، ٢٧٠°) هي ....

(أ) Δ د م جـ (ب) Δ ب م جـ

(جـ) Δ د م أ (د) Δ أ ب د

٤ المثلث أ بَ جَ هو صورة المثلث أ ب جـ بدوران حول أ ، قياس زاويته = ...



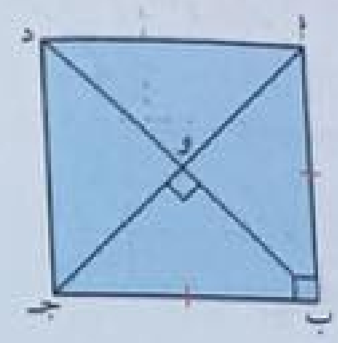
(أ) ٣٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

٧-٤ مراجعة الوحدة السابعة
Revision Unit Seven

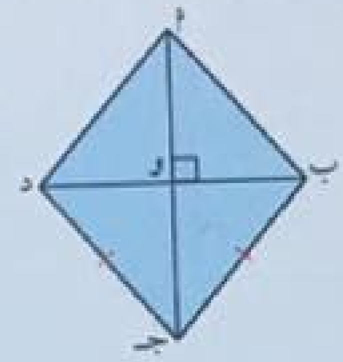
١ أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة مُلتقى قُطريه (أقطاره)؟ ولماذا ؟

(مربع)



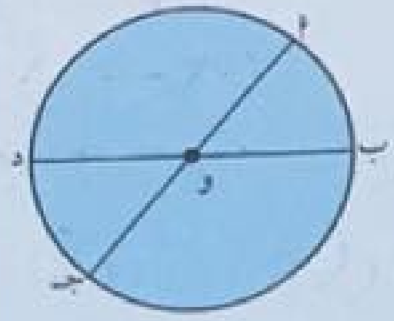
المربع متناظر حول نقطة ملتقى قطريه لان القطران ينصف كلا منهما الاخر ومتطابقان

(معين)



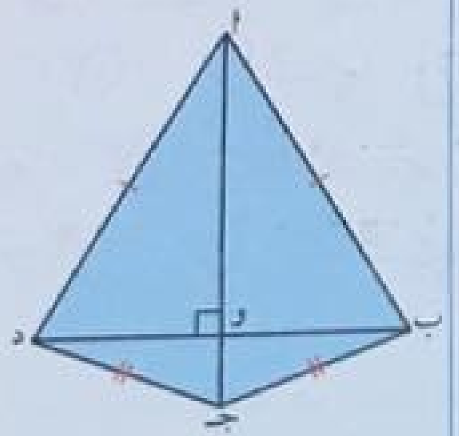
المعين متناظر حول نقطة ملتقى قطريه لان القطران ينصف كلا منهما الاخر

(دائرة)



الدائرة متناظرة حول نقطة ملتقى قطريها لان الاقطار متناصفة ومتطابقة

(طائرة ورقية)

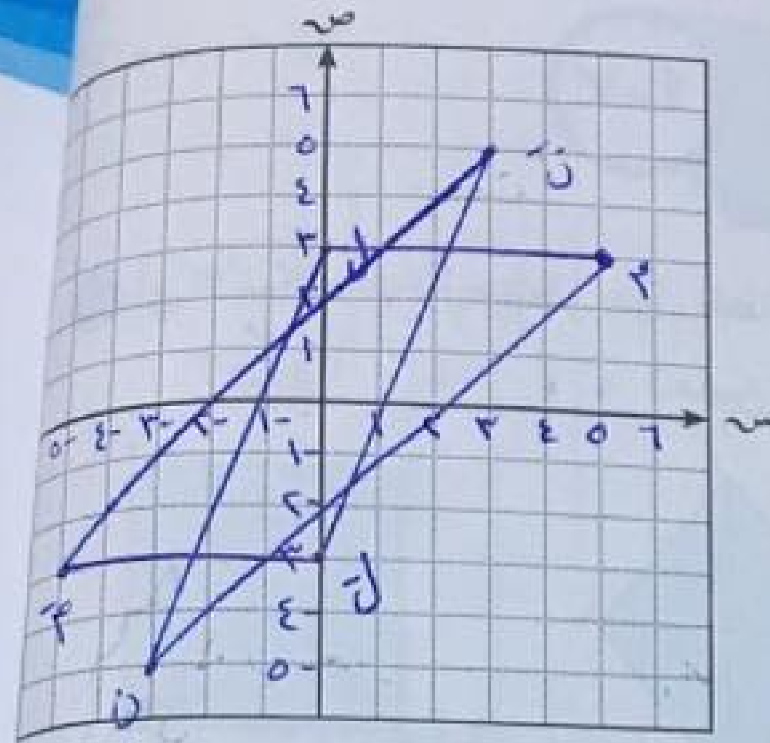


الطائرة الورقية ليست متناظرة حول نقطة ملتقى قطريها لان القطران لا ينصف كلا منهما الاخر

٢ أكمل الجدول التالي :

النقطة	صورتها بالانعكاس في المحور السيني	صورتها بالانعكاس في المحور الصادي	صورتها بالانعكاس في نقطة الأصل
أ(٤ ، ٥)	(٤ ، -٥)	(-٤ ، ٥)	(-٤ ، -٥)
ب(-٢ ، ٧)	(-٢ ، -٧)	(٢ ، ٧)	(٢ ، -٧)
جـ(-٥ ، -٦)	(-٥ ، ٦)	(٥ ، -٦)	(٥ ، ٦)
د(٠ ، ٩)	(٠ ، -٩)	(٠ ، ٩)	(٠ ، -٩)
هـ(-٥ ، ٠)	(-٥ ، ٠)	(٥ ، ٠)	(٥ ، ٠)

٣ إذا كان المثلث لَ مَ نَ هو صورة المثلث ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و)، وكانت ل (٠، ٣) ، م (٥، ٣) ، ن (-٣، -٥)
فعيِّن إحداثيات الرؤوس لَ ، مَ ، نَ ،
ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .

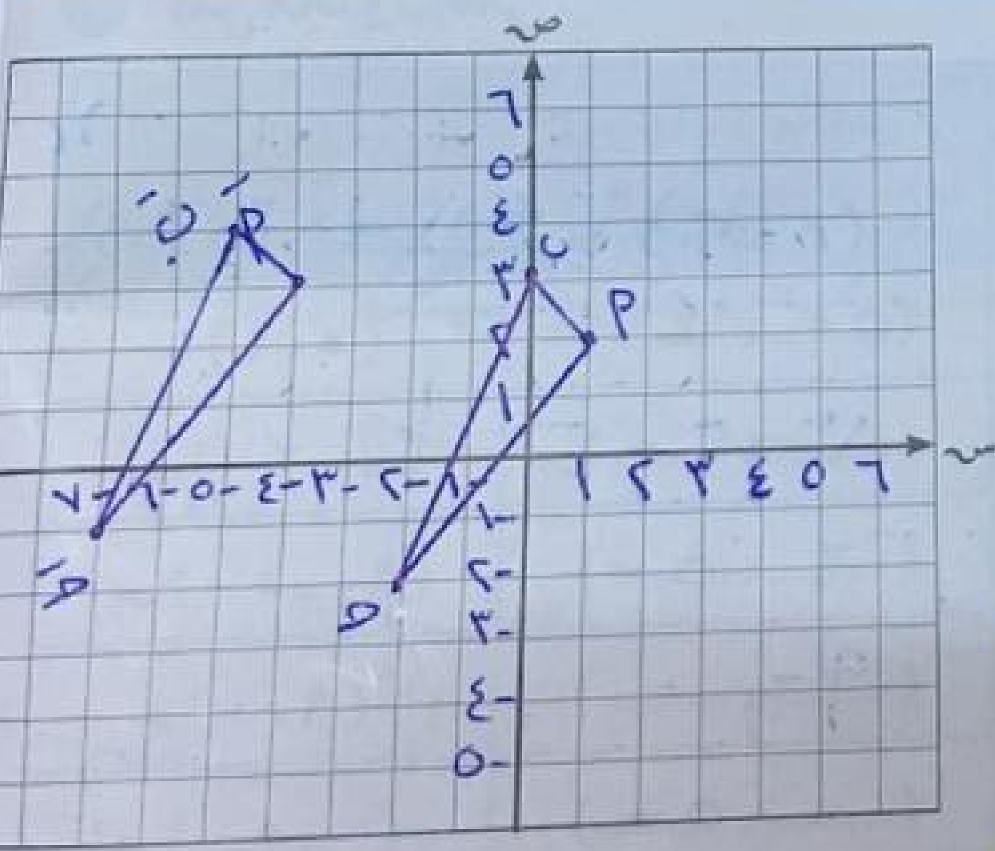


(س ، ص) ع و ← (-س ، -ص)
ل (٠، ٣) ع و ← لَ (٠، -٣)
م (٥، ٣) ع و ← مَ (-٥، -٣)
ن (-٣، -٥) ع و ← نَ (٣، ٥)

٤ أكمل الجدول التالي :

القاعدة	(س ، ص) ← (س - ٢ ، ص + ٥)				
النقطة	(٤ ، ٢)	(-٦ ، ٧)	(٣ ، ٠)	(-٩ ، -٨)	(١ ، -١)
الصورة	(٢ ، ٧)	(-٨ ، ١٢)	(١ ، ٥)	(-١١ ، -٣)	(-١ ، ٤)

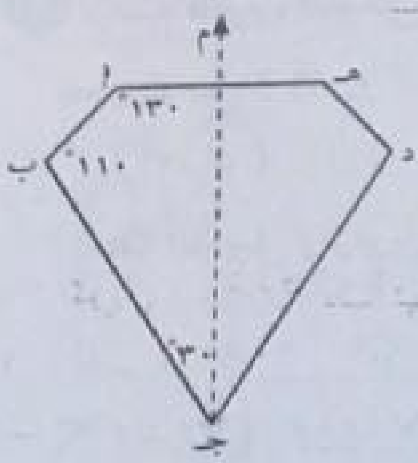
٥ مثلث أ ب جـ رؤوسه هي :
(١، ٢) ، (٠، ٣) ، (-٢، -٢) ،
أوجد صور رؤوسه بعد الإزاحة تبعًا للقاعدة :
(س ، ص) ← (س - ٥ ، ص + ١) ،
ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات.



أ (١، ٢) ← أَ (-٤ ، ٣)
ب (٠، ٣) ← بَ (-٥ ، ٤)
جـ (-٢، -٢) ← جَـ (-٧، -١)

٦ إذا كان م محور تناظر للشكل المرسوم ، فإنَّ قياس (ب جَ^ د) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٥٠° (ج) ٦٠° (د) ٧٠°



٧ تم التأثير بتحويل هندسي على المثلث أ ب جـ فكان :

للنقطة أ (٢ ، -٣) صورة هي د (٠ ، -١) ،

للنقطة ب (١ ، ٤) صورة هي هـ (-١ ، ٥)

للنقطة جـ (-٢ ، ١) صورة هي ل (-٤ ، ٢) .

(أ) هل المثلث د هـ ل هو إزاحة للمثلث أ ب جـ ؟

نعم

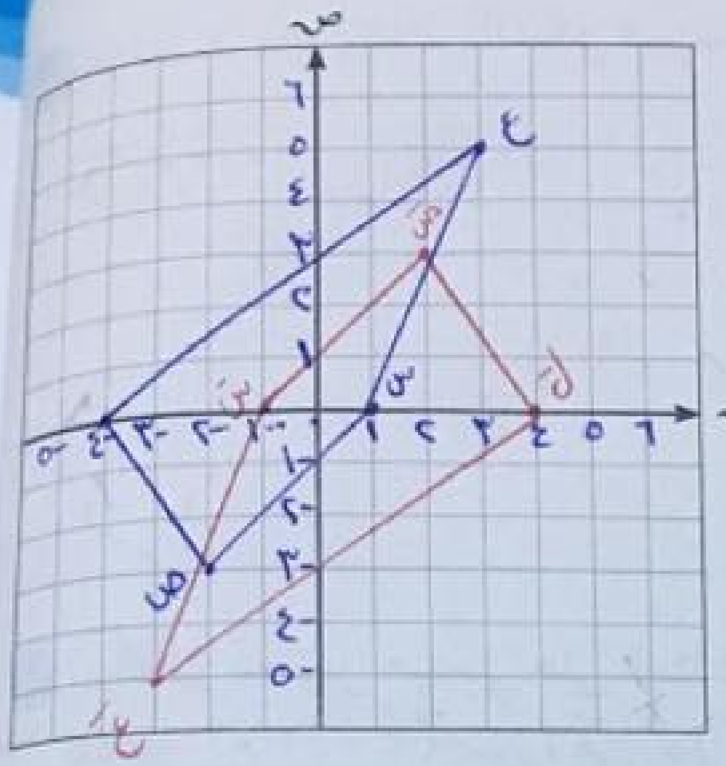
(ب) إذا كان كذلك ، فما هي قاعدة هذه الإزاحة ؟ وإذا لم يكن كذلك فبيِّن السبب .

(س ، ص) ⟵ (س - ٢ ، ص + ١)

٨ أكمل الجدول التالي : (-ص ، س) (-س ، -ص) (ص ، -س)

النقطة	د(و ، ٩٠°)	د(و ، ١٨٠°)	د(و ، ٢٧٠°)
أ(٢ ، ٥)	(-٥ ، ٢)	(-٢ ، -٥)	(٥ ، -٢)
ب(-٣ ، ٤)	(-٤ ، -٣)	(٣ ، -٤)	(٤ ، ٣)
جـ(-١ ، -٧)	(٧ ، -١)	(١ ، ٧)	(-٧ ، ١)
د(-٦ ، ٠)	(٠ ، -٦)	(٦ ، ٠)	(٠ ، ٦)

٩ ارسم صورة الشكل الرباعي س ص ع ل ، حيث س (١ ، ٠) ، ص (−٢ ، −٣) ، ع (٣ ، ٥) ، ل (−٤ ، ٠) بالدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° .



$(س ، ص) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠)} (-س ، -ص)$

$س (١ ، ٠) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠)} سَ (-١ ، ٠)$

$ص (-٢ ، -٣) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠)} صَ (٢ ، ٣)$

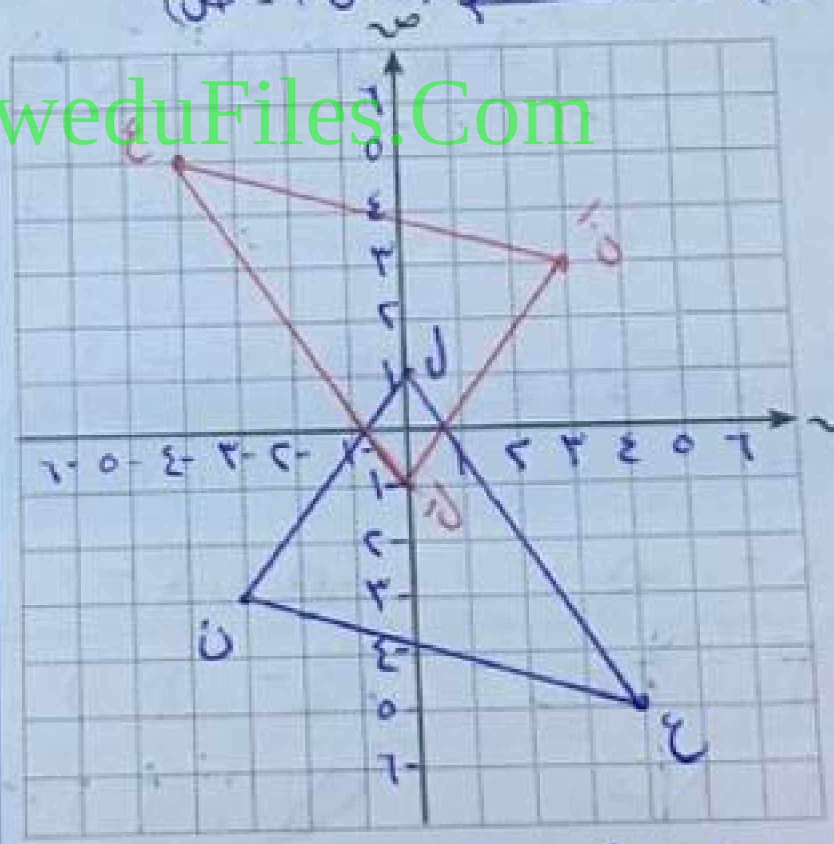
$ع (٣ ، ٥) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)} عَ (-٣ ، -٥)$

$ل (-٤ ، ٠) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)} لَ (٤ ، ٠)$

١٠ ارسم Δ ن ل ع حيث ن (−٣ ، −٣) ، ل (٠ ، ١) ، ع (٤ ، −٥) ، ثم عيّن صورته تحت تأثير كلٍّ من :

أ د(و ، ١٨٠°)

$(س ، ص) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)} (-س ، -ص)$



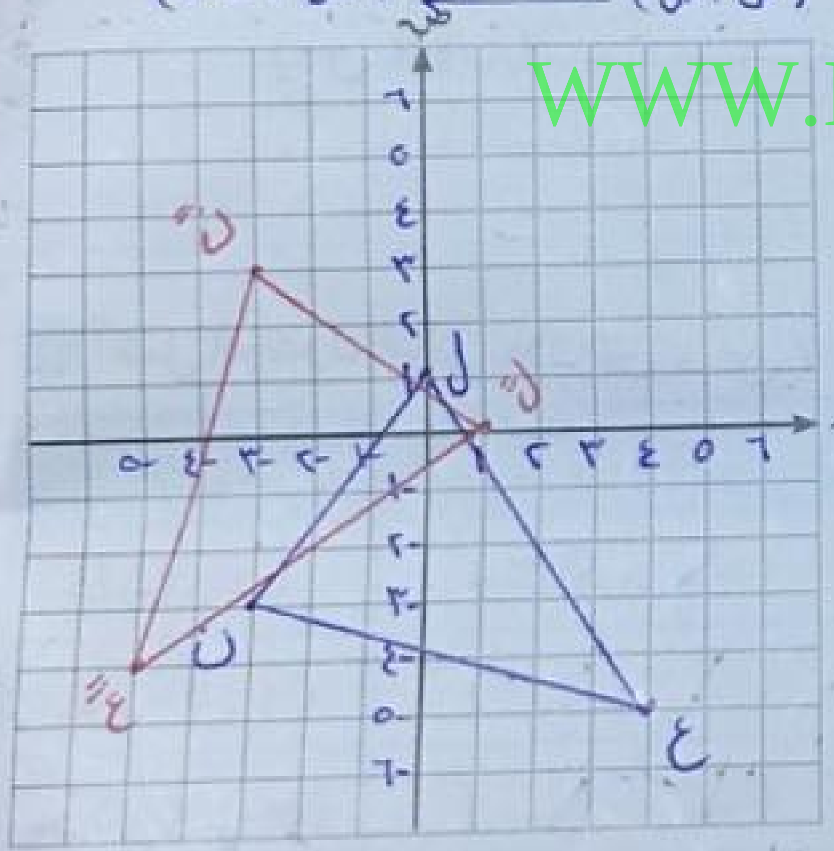
$ن (-٣ ، -٣) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)} نَ (٣ ، ٣)$

$ل (٠ ، ١) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)} لَ (٠ ، -١)$

$ع (٤ ، -٥) \xrightarrow{د(و ، ١٨٠°)} عَ (-٤ ، ٥)$

ب د(و ، ٢٧٠°) :

$(س ، ص) \xrightarrow{د(و ، ٢٧٠°)} (ص ، -س)$



$ن (-٣ ، -٣) \xrightarrow{د(و ، ٢٧٠°)} نً (-٣ ، ٣)$

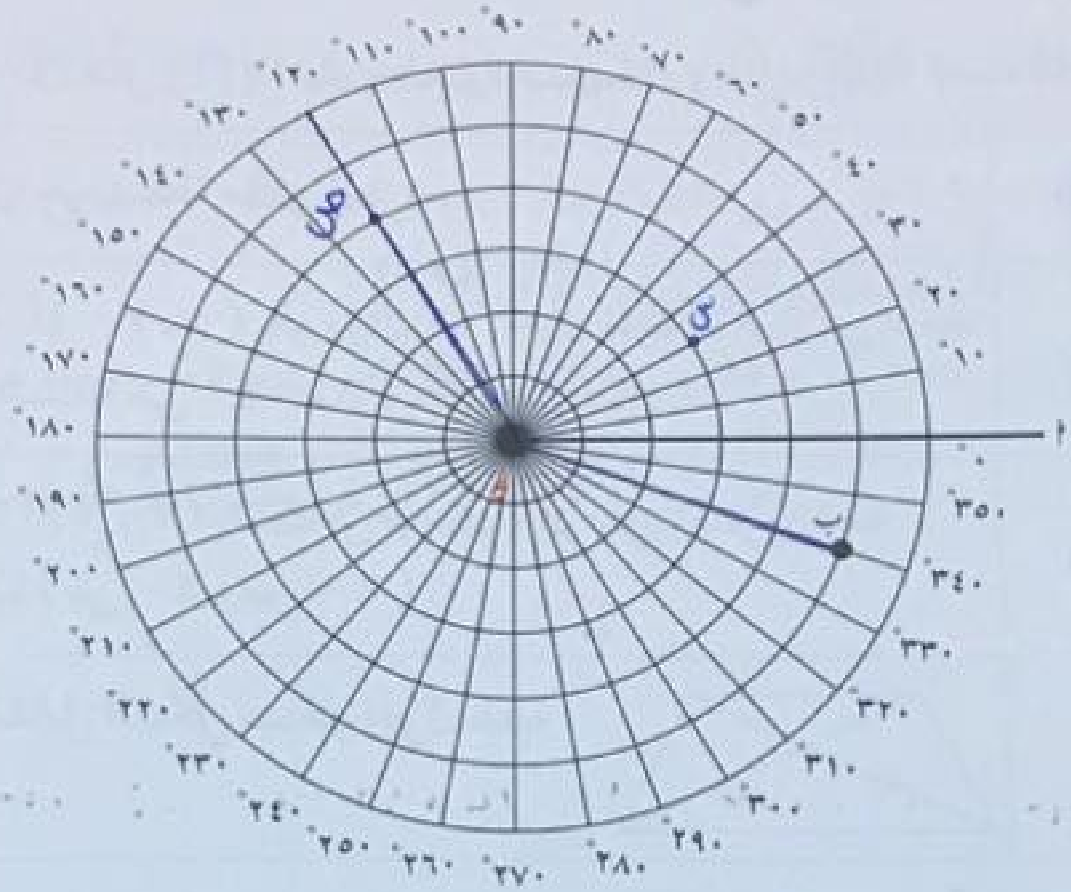
$ل (٠ ، ١) \xrightarrow{د(و ، ٢٧٠°)} لً (١ ، ٠)$

$ع (٤ ، -٥) \xrightarrow{د(و ، ٢٧٠°)} عً (-٥ ، -٤)$

معلومات مفيدة :

- الرادار هو نظام الكتروني يستخدم الموجات الكهرومغناطيسية لتحديد إحداثيات موقع الأجسام الثابتة والمتحركة في الفضاء وكذلك إتجاهها وسرعتها .
- هل تعلم أن شبكة الرادار مُقسمة إلى دوائر وكل دائرة تمثل أميال بحرية حسب وضع مفتاح الأميال على الشاشة .

١١ يبين الرسم التخطيطي نظامًا لتحديد النقاط :



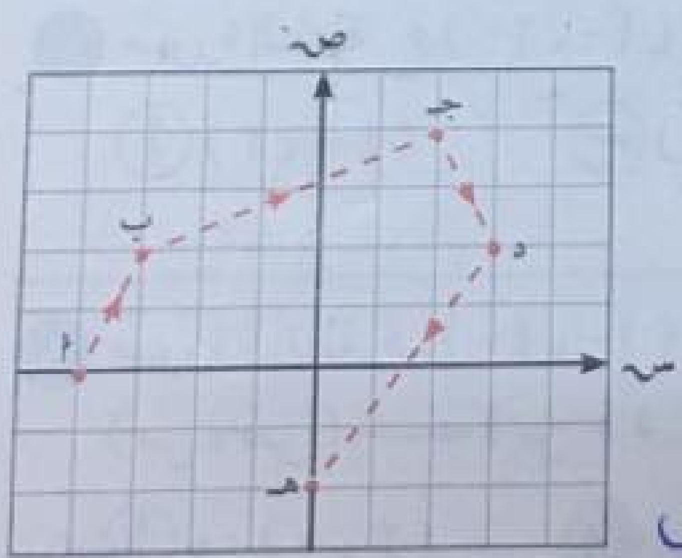
في هذا النظام يوصف النقطة (أ) بمسافة البعد عن المنشأ (و) . ومقدار اللفة عكس عقارب الساعة من خط الأساس (و أ) إلى (و ب) وبالتالي إحداثيات ب هي (٥ ، ٣٤٠°) .

أ) عين النقاط س (٣ ، ٢٠°) ، ص (٤ ، ١٢٠°) على الرسم البياني أعلاه .

ب) ارسم الزاوية ب و ص ؟ ما هو قياس الزاوية ب و ص ؟

١٤٠°

١٢ تحركت سفينة من الميناء (أ) مرورًا ببعض الموانئ إلى أن وصلت في نهاية رحلتها إلى الميناء (هـ) ، صف الإزاحة التي يمكن أن تتحركها السفينة من ميناء إلى آخر بدءًا من الميناء (أ) .



ازاحة أ إلى اليمين وحدة واحدة ثم وحدتان إلى أعلى

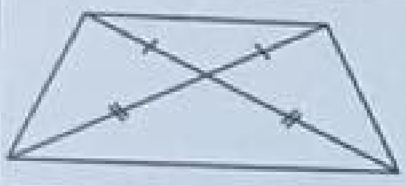
ازاحة ب ٥ وحدات إلى اليمين ثم وحدتان إلى أعلى

ازاحة جـ وحدة واحدة الى اليمين ثم وحدتان إلى أسفل

ازاحة د ٣ وحدات إلى اليسار ثم ٤ وحدات إلى أسفل

اختبار الوحدة السابعة

أوّلًا : في البنود (١ – ٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة

١ المربع متناظر حول نقطة مُلتقى قطريه .	أ	ب
(-ص، س) ٢ صورة النقطة أ (– ٣ ، ٥) بالدوران ٩٠° حول نقطة الأصل في اتجاه ضد عقارب الساعة هي أَ (٥ ، ٣) .	أ	ب
(-٢، -٣) ٣ صورة النقطة أ (٢ ، ٣) بانعكاس في نقطة الأصل يكافئ إزاحة حسب القاعدة (س – ٤ ، ص – ٦) .	أ	ب
٤ في الشكل المقابل الشكل متناظر حول نقطة تلاقي قطريه . 	أ	ب

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ نَ (٧ ، – ١) صورة ن (٢ ، – ١) تحت تأثير :

(أ) انعكاس في المحور السيني (ب) د (و ، ٢٧٠°) (جـ) انعكاس في نقطة الأصل (د) إزاحة إلى اليمين ٥ وحدات

---

٦ قياس الدرجة التي تمثل $\frac{1}{4}$ دورة كاملة ضد عقارب الساعة تساوي :

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

---

٧ صورة النقطة ع (–٢ ، –٤) بالانعكاس في نقطة الأصل (و) هي :

(أ) (٢ ، –٤) (ب) (–٢ ، ٤) (جـ) (٢ ، ٤) (د) (٤ ، ٢)

---

٨ صورة النقطة هـ (–٤ ، –١) باستخدام قاعدة الإزاحة (س ، ص) ⟵ (س + ٥ ، ص – ٤) هي :

(أ) هـَ (١ ، ٣) (ب) هـَ (١ ، –٥) (جـ) هـَ (٩ ، –٥) (د) هـَ (٩ ، ٥)

٩ الانعكاس في نقطة الأصل يكافئ :

(أ) د(و ، ٩٠°) (ب) د(و ، ١٨٠°) (جـ) د(و ، ٢٧٠°) (د) د(و ، ٣٦٠°)

---

١٠ إذا كانت مَ (−٥ ، ٩) هي صورة النقطة م (٢ ، ٥) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، فإنَّ قاعدة هذه الإزاحة هي :

(أ) (س ، ص) ⟵ (س − ٧ ، ص + ٤) (ب) (س ، ص) ⟵ (س + ٧ ، ص − ٤)

(جـ) (س ، ص) ⟵ (س − ٤ ، ص − ٧) (د) (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص + ٧)