تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية
ملفات الكويت التعليمية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا com.kwedufiles.www//:https

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف التاسع اضغط هنا

https://kwedufiles.com/9

* للحصول على جميع أوراق الصف التاسع في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://kwedufiles.com/9math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف التاسع في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/9math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف التاسع اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/grade9

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا bot_kwlinks/me.t//:https

الروابط التالية هي روابط الصف التاسع على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

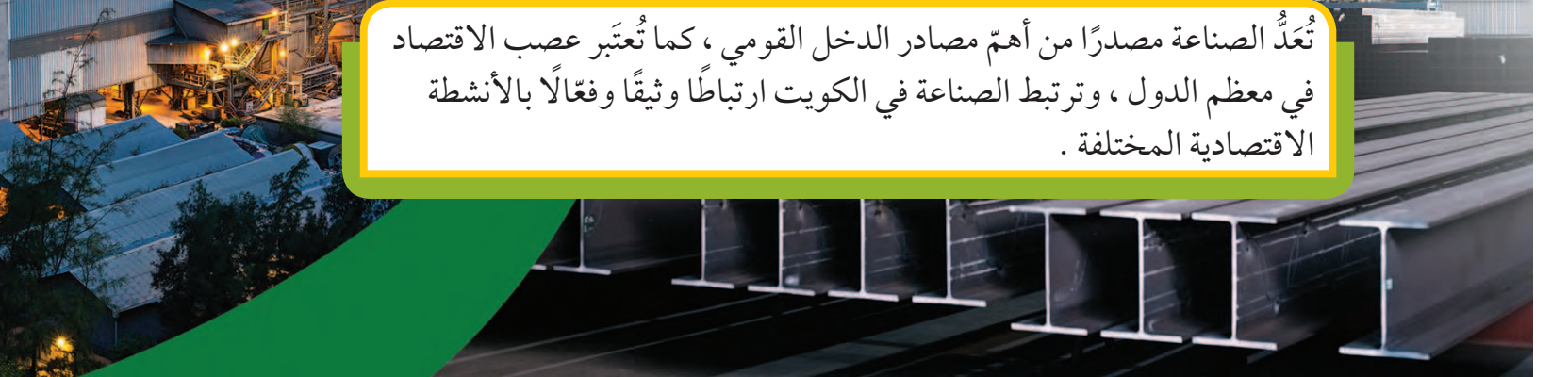
رياضيات على التلغرام

الوحدة الثانية

التحليل والمعادلات
Analysis & Equations

عالم الصناعة
Industrial World

تُعَدُّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل القومي ، كما تُعتَبر عصب الاقتصاد في معظم الدول ، وترتبط الصناعة في الكويت ارتباطًا وثيقًا وفعّالًا بالأنشطة الاقتصادية المختلفة .



مشروع الوحدة : (زيارة إلى مصنع الحديد والصلب)

يُعتَبر الحديد مكوِّنًا رئيسيًّا في المباني والمعدّات والسيّارات ، والأجهزة المنزلية الرئيسية . وتُعَدّ صناعة الحديد من أهمّ الصناعات الإستراتيجية ، وتقوم بدور رئيسي في التنمية الصناعية والاقتصادية ، وهي عماد معظم الصناعات الأخرى .

خطّة العمل :

- رحلة إلى مصنع الحديد والصلب .

خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسِّم المعلّم المتعلّمين إلى مجموعات .
- يقوم أفراد المجموعة بزيارة ميدانية إلى أحد مصانع الحديد في الكويت أو البحث على شبكة الإنترنت.
- يتعرّف أفراد المجموعة على خطوط إنتاج المصنع والمخازن التابعة له .
- لنفترض أنّ المصنع ينتج مكعّبات من الحديد تُستخدَم كقاعدة لنُصب تذكارية تختلف أحجامها ، يعتمد المصنع البعد (س + ٣) كطول لحرف المكعّب ، يُحفَر بداخل هذا المكعّب لتثبيت قاعدة النصب التذكاري بحيث تكون الحفرة على شكل مكعّب طول حرفه (س + ١) ، يحسب أفراد المجموعة حجم الحديد المستخدَم .
- إذا أنتج المصنع أبوابًا من الحديد مساحة سطحها ($س^{٢}$ – ١٨ س – ٤٠) وحدة مربعة ، فأوجِد بعدي سطح الباب .

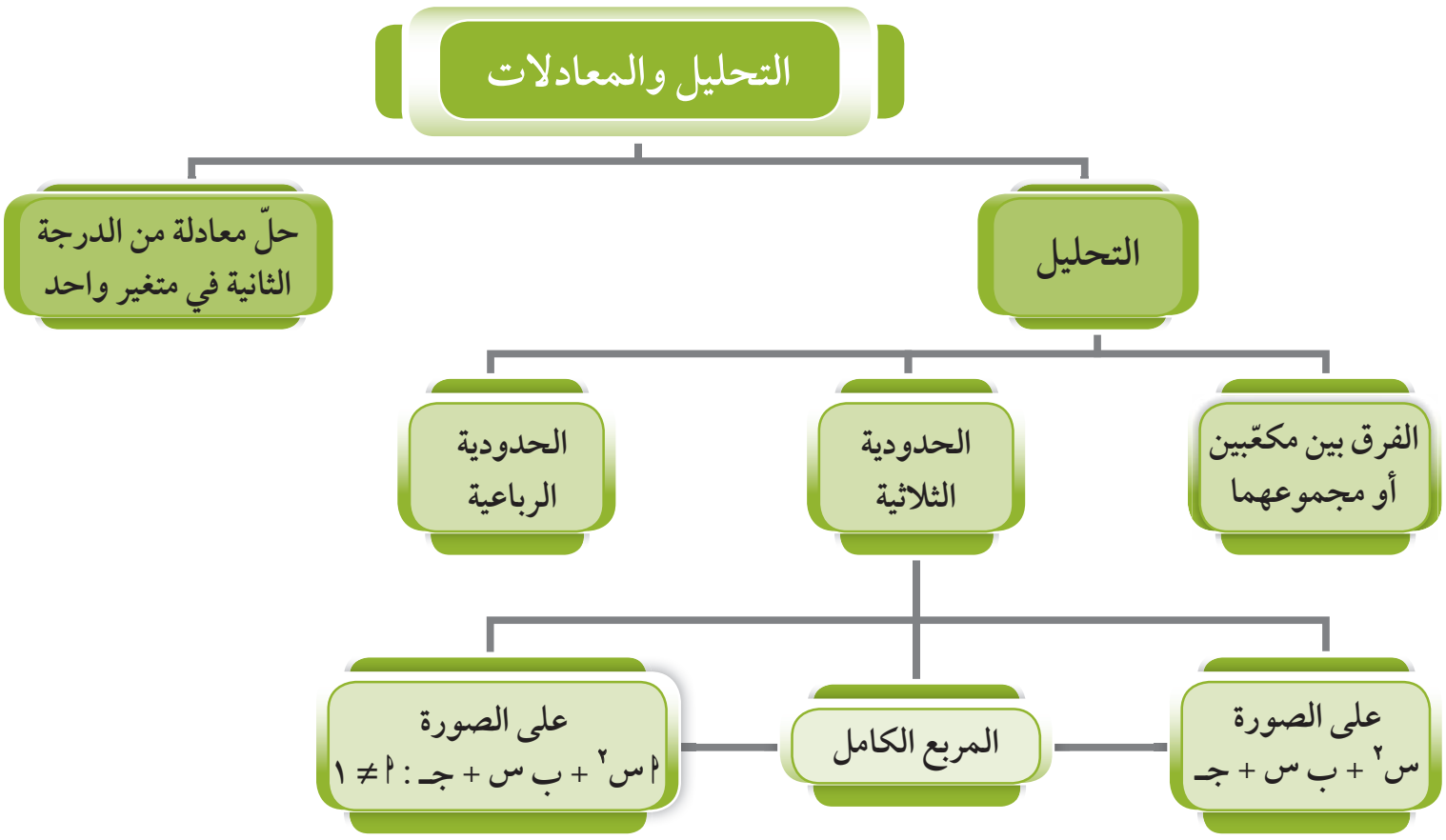
علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات الحلول وتتأكّد من صحّة الحلّ .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية



اِستعِدّ للوحدة الثانية

١ أوجِد العامل المشترَك الأكبر (ع . م . أ) لكلّ ممّا يلي :

أ ١٤ ، ٧

ع . م . أ = ...

ب ٦ س^{٢} ، ٨ س^{٣}

ع . م . أ = ...

٢ حلِّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ ٢ س^{٢} – ٨ س

.....

ب ص^{٢} – ٤

.....

٣ أوجِد ناتج كلٍّ ممّا يلي :

أ $\sqrt[٣]{\frac{-٨}{٢٧}}$

.....

ب $\sqrt[٣]{٠,٠٦٤}$

.....

٤ أوجِد ناتج كلٍّ ممّا يلي :

أ س (س + ٣)

.....

ب ٣ (٢ س^{٢} – ٧ س + ٥)

.....

جـ (٣ س – ١) × (س + ٤)

.....

د (٢ ص – ١) × (٢ ص – ١)

.....

هـ $(س + ٥)^{٢}$

و $(س - ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})$

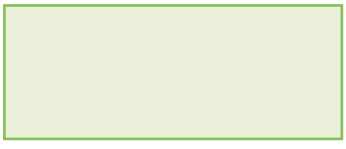
٥ أوجِد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية في ح :

أ $٦ س + ٥ = ٨$

ب $س^{٢} - ١٦ = ٠$

٦ أوجِد مساحة منطقة مربعة طول ضلعها (س – ٣) سم .

٧ منطقة مستطيلة أبعادها موضَّحة في الشكل المقابل. أوجِد مساحتها .



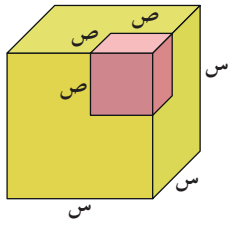
١-٢ تحليل الفرق بين مكعّبين أو مجموعهما
Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

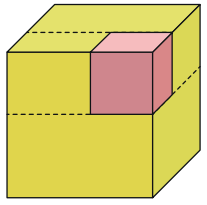
سوف تتعلّم : تحليل الفرق بين مكعّبين وتحليل مجموع مكعّبين .

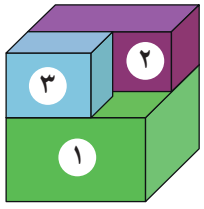
العبارات والمفردات :
- تحليل **Factorising**
- الفرق بين مكعّبين **Difference Between Two Cubes**
- مجموع مكعّبين **Sum of Two Cubes**

نشاط :

أنتج مصنع للإسفنج قطعة مكعّبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، ومن أحد رؤوسها تمّ قطع مكعّب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول كما في الشكل (أ) .

أ) 

ب) 

جـ) 

أُحسب كلًّا من : حجم المكعّب الكبير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

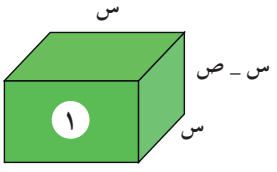
حجم المكعّب الصغير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

حجم الجزء المتبقّي = س^{٣} – ص^{٣} وحدة مكعّبة

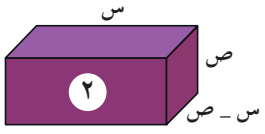
معلومات مفيدة :

الإسفنج الطبيعي يتمّ استخراجه من حيوان الإسفنج البحري ، ولكن الإسفنج المستخدم في منازلنا هو عبارة عن مادّة صناعية يتمّ تصنيعها من سيلّيلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية ، وكثيرًا ما يُستخدَم الإسفنج في تنظيف الأواني والأسطح المختلفة ، كما يُستخدَم أيضًا في تصنيع بعض قطع الأثاث .

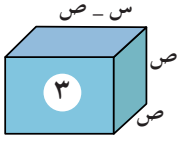
- يمكن التوصّل إلى حجم الجزء المتبقّي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسَّمات ① ، ② ، ③ كلّ منها على شكل شبه مكعّب معلومة أبعاده كما يلي :



الحجم = ... × ..... × (س – ص)



الحجم = ... × ..... × (س – ص)



الحجم = ... × ..... × (س – ص)

حجم الجزء المتبقّي = حجم الجزء ① + حجم الجزء ② + حجم الجزء ③

س^{٣} – ص^{٣} = ... (س – ص) + ... (س – ص) + ... (س – ص)

= (س – ص) (س^{٢} + س ..... + ...)

تحقق من ذلك بإجراء عملية الضرب.

مما سبق نستنتج أنه لتحليل **الفرق بين مكعبين** $س^{٣}$ ، $ص^{٣}$ نتبع القاعدة التالية :

$$س^{٣} - ص^{٣} = (س - ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})$$

يمكن استبدال (ص) بـ (– ص) في القاعدة السابقة لنصل إلى الصورة :

$$س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} - س ص + ص^{٢})$$

وهو ما يمثل **مجموع مكعبين** .

مثال :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٣} - ٢٧$

الحل :

$س^{٣} - ٢٧$

$= (س - ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩)$

ب $٦٤ أ^{٣} + ب^{٣}$

الحل :

$٦٤ أ^{٣} + ب^{٣}$

$= (٤ أ + ب) (١٦ أ^{٢} - ٤ أ ب + ب^{٢})$

تدرّب (١) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٣} - ٦٤ = (..... - ٤) (..... + ... + ١٦)$

ب $١ - ٨ ص^{٣} = (..... - ٢ ص) (..... + ... + ...)$

جـ $٨ ل^{٣} + ٢٧ م^{٣} = (.....) (.....)$

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $٣ ع^{٣} - ٨١ = ٣ (ع^{٣} - .....)$

$= ٣ (ع - .....) (..... + ٣ ع + ...)$

ب $٢ س^{٤} + ١٦ س = ... (..... + ٨)$

$= ..... (..... + ٢) (..... - ..... + ...)$

جـ $٥ - ٤٠ م^{٣} = ... (١ - ..... م^{٣})$

$= ..... (١ - ..... م) (.....)$

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $\frac{٢٧}{٦٤}$ + ن^{٦} = (..... + ن^{٢}) (..... − ..... + ن^{٤})

ب) $\frac{١}{١٢٥}$ ا^{٣} − $\frac{٨}{٢٧}$ ب^{٣} = (..... ا − ..... ب) (..... + ... + ... ب^{٢})

جـ) س^{٣} − ٠,١٢٥ = ٠ = (س − .....) (..... + ... س + ٠,٢٥)

ملاحظة :

م^{٦} = (م^{٢})^{٣}

= (م^{٣})^{٢}

فكِّر وناقِش

هل يمكن تحليل (م^{٦} − ن^{٦}) بطريقتين مختلفتين ؟ وضِّح ذلك ؟ وقارن بين ما حصلت عليه .

تدرّب (٤) :

صندوق على شكل شبه مكعّب حجمه (ا^{٣} + ٢٧) متر مكعب وارتفاعه (ا + ٣) متر ، وظِّف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة قاعدته .

تذكَّرْ أنّ :

حجم شبه المكعب =

مساحة القاعدة × الارتفاع

.....

.....

.....

تمـــرَّنْ :

١) حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) ا^{٣} + ١ = ...

ب) ب^{٣} − ٨ = ...

جـ) ٨ ل^{٣} + ١٢٥ = ...

د) ١ − ٢٧ هـ^{٣} = ...

هـ) ل^{٣} م^{٦} + ن^{٣} = ...

و) ١٢٥ س^{٣} − ٦٤ ص^{٣} ع^{٣} = ...

٢ حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ ٠,٠٢٧ – ص^{٣} = ...

.....

ب $\frac{٨}{٢٧}$ أ^{٣} + $\frac{١}{٦٤}$ ب^{٣} = ...

.....

جـ ٥٤ ب^{٤} – ٢ ب = ...

.....

د ٨١ ك^{٣} + ٣ هـ^{٣} = ...

.....

هـ ٣ س^{٥} – ٢٤ س^{٢} = ...

.....

و ١٦ س^{٤} + ٥٤ س ص^{٣} = ...

.....

٣ مكعّب طول ضلعه (س + ٣) سم ، حُفِر بداخله مكعّب طول ضلعه (س + ١) سم ، فما حجم الجزء المتبقي من المكعّب بعد الحفر .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢-٢ تحليل المربّع الكامل
Factorising Perfect Square

العبارات والمفردات :
مربّع كامل
Perfect Square

سوف تتعلّم : تحليل المربّع الكامل .

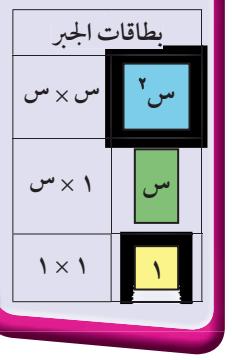
نشاط :

حلِّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$س^{٢} + ٤ س + ٤$$

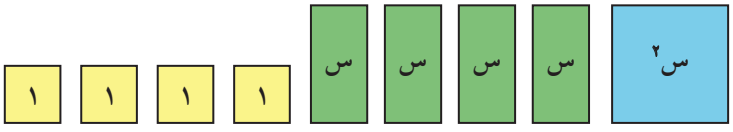
أوّلًا: الطريقة العملية :

اللوازم :



الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٤$ ببطاقات الجبر كما يلي :

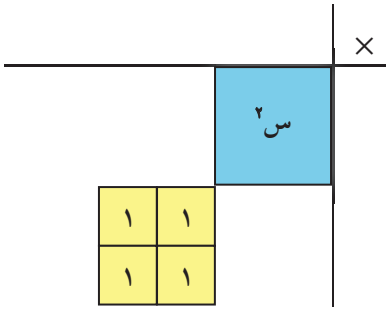


الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقة

،
كذلك ضع بطاقات

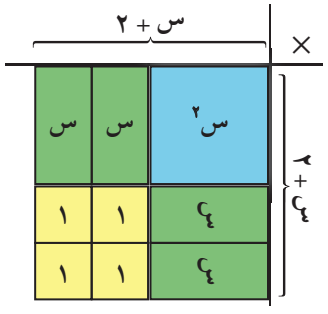
على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربّع على رقعة الضرب ببطاقات

،
فنلاحظ أنّ طول ضلع المربّع = س + ٢



∴ مساحة المربّع = (س + ٢) (س + ٢)

$= (س + ٢)^{٢}$

∴ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)$

$= (س + ٢)^{٢}$

ثانيًا: الطريقة الجبرية :

درست في ما سبق :

للضرب : $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢}$

= مربّع الحدّ الأوّل + ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني ،

$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أب + ب^{٢}$

= مربّع الحدّ الأوّل − ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني .

وللتحليل : $أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢} = (أ + ب)^{٢}$

= (الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل + الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث)^{٢}

$أ^{٢} - ٢ أب + ب^{٢} = (أ - ب)^{٢}$

= (الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل − الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث)^{٢}

∴ **لتحليل الحدودية** $س^{٢} + ٤ س + ٤$:

- الجذر التربيعي الموجب للحد الأول = س
- الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث = ٢

∴ $س^{٢} + ٤س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

وهذا المقدار ($س^{٢} + ٤س + ٤$) يسمى مربّعًا كاملًا

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

مثال (١) :

حدِّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية التالية مربّعًا كاملًا أم لا ؟ ثم حلّل الحدودية إذا كانت مربعًا كاملًا .

$س^{٢} + ١٠ س + ٢٥$

الحل :

- هل $س^{٢}$ مربّع كامل ؟ الإجابة : نعم
- هل ٢٥ مربّع كامل ؟ الإجابة : نعم
- هل الحدّ الأوسط ضعف حاصل ضرب س × ٥

الإجابة : نعم حيث ٢ × س × ٥ = ١٠ س (الحدّ الأوسط)

∴ **الحدودية الثلاثية** $س^{٢} + ١٠ س + ٢٥$ **مربّع كامل**

∴ $س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ = (س + ٥)^{٢}$

تدرّب (١) :

أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملًا :

أ) $س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

ب) $ص^{٢} + ٣ ص + ٩$

جـ) $٩ س^{٢} - ٦ س - ١$

د) $٤ س^{٢} + ٣٦ س + ٩$

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $ص^{٢} + ٨ ص + ١٦$

$= (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^{٢}$

ب) $١٦ ب^{٢} - ٢٤ ب + ٩$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^{٢}$

جـ) $ص^{٢} + ١٦ ص + ٦٤$

د) $١ - ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

الحل :

$٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

$= ٥ (٤ س^{٢} - ٤ س + ١)$ (بأخذ العامل المشترك)

$= ٥ (٢ س - ١)^{٢}$

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) ٩ س^{٣} – ٦ س^{٢} ص + س ص^{٢}

.....

.....

ب) ٤ ب^{٣} جـ + ٨ ب^{٢} جـ^{٢} + ٤ ب جـ^{٣}

.....

.....

مثال (٣) :

أوجِد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية التالية مربعًّا كاملًا :

٩ س^{٢} + جـ س ص + ٤٩ ص^{٢}

الحل :

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

الحدّ الأوسط = ± ٢ × ٣ س × ٧ ص

جـ س ص = ± ٤٢ س ص

∴ جـ = ٤٢ أو جـ = –٤٢

تدرّب (٤) :

وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة ما يلي :

(١٠١)^{٢} = (١٠٠ + ...)^{٢}

= (١٠٠)^{٢} + ٢ × ١٠٠ × ..... + (.....)^{٢}

= ١٠٠٠٠ + ... + ... = ...

تمـــرَّنْ :

١ أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملًا ؟

أ $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

ب $ع^{٢} - ٤ ع - ٤$

جـ $١ + ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

د $٩ ب^{٢} + ١٢ ب + ١٦$

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^{٢} - ٢ ص + ١$

ب $١ + ٦ ب + ٩ ب^{٢}$

جـ $س - ٤ س^{٢} + ٤ س^{٣}$

د $س^{٢} + ٢٢ س + ١٢١$

هـ $س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٩ س$

و $١٢ س^{٢} + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^{٢}$

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

أ $(١٠٣)^{٢}$

ب $(٥٩)^{٢}$

٤ أوجِد قيمة جـ التي تجعل كلًّا من الحدوديات الثلاثية التالية مربعًا كاملًا :

أ $س^{٢} + جـ س + ٨١$

ب $٤ س^{٢} - جـ س ص + ٩ ص^{٢}$

٥ يُراد بناء مصنع على قطعة أرض مربّعة الشكل مساحتها :

$(س^{٢} + ٢٠ س + ١٠٠)$ وحدة مربعة . فما طول ضلعها بدلالة س ؟

٢-٣ تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ
Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^{٢} + ب س + جـ .

العبارات والمفردات :
حدودية ثلاثية
Trinomial

نشاط :

حلل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

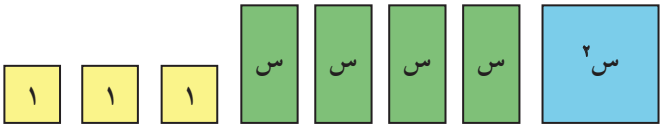
س^{٢} + ٤ س + ٣

أوّلًا : الطريقة العملية :

اللوازم :

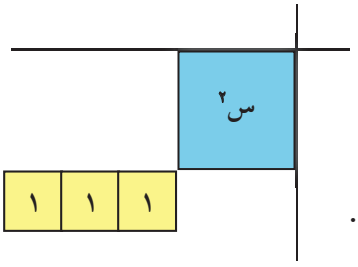
الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

ضَع البطاقة س^{٢} في زاوية رقعة الضرب ، ورتِّب بطاقات ١ . بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣ كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

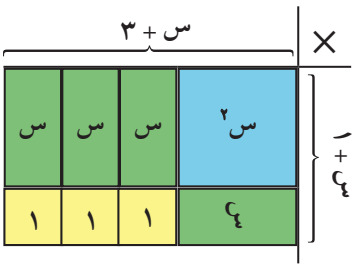
أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س

فيكون بذلك طول المستطيل (س + ٣)

وعرض المستطيل (س + ١)

∴ مساحة المستطيل = (س + ٣) (س + ١)

∴ س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)



ثانيًا : الطريقة الجبرية :

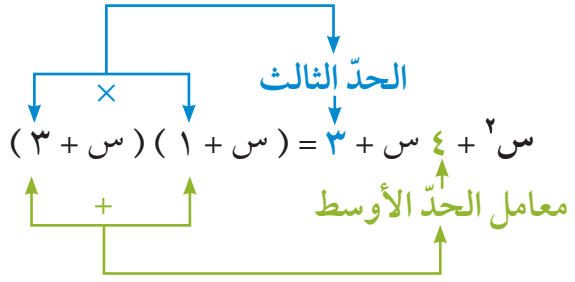
لتحليل الحدودية الثلاثية $س^{٢} + ٤ س + ٣$ إلى حاصل ضرب عاملين

نبحث عن عددين يكون :

حاصل ضربهما ٣ الحدّ الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحدّ الأوسط

كما في الشكل التالي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$ إلى عواملها ،
إبحث عن عددين م ، ن حيث ب = م + ن ، جـ = م ن
فيكون $س^{٢} + ب س + جـ = (س + م) (س + ن)$

مثال (١) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $س^{٢} + ٦ س + ٥$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٥ وناتج جمعهما ٦

الحل :

$س^{٢} + ٦ س + ٥ = (س + ٥) (س + ١)$

تدرّب (١) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^{٢} + ٨ ص + ٧$

= (..... + ...) (..... + ...)

ب $س^{٢} - ٩ س + ١٨$

= (..... – .....) (..... – .....)

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $م^{٢} + م - ٢$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما (-٢) وناتج جمعهما (+١)

الحل :

$م^{٢} + م - ٢ = (م + ٢) (م - ١)$

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $س^{٢} + ٢ س - ٣$

= (.....) (.....)

ب) $س^{٢} - ٥ س ص - ١٤ ص^{٢}$

= (.....) (.....)

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $٥ ص^{٢} + ١٥ ص - ٢٠$

= ٥ (..... + ... – .....)

= ٥ (..... – .....) (..... + ...)

ب) $- س^{٢} + ٧ س - ١٢$

= – (.....)

= .....

فكّر وناقِش

أعطِ ثلاث قيم مختلفة لـِ جـ في الحدودية :

$س^{٢} + ٣ س -$ جـ بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين .

تدرّب (٤) :

حلِّل الحدوديات الثلاثية التالية تحليلًا تامًّا :

أ) $ص^{٢} - ٦ ص - ٧$

.....

.....

ب) $س^{٣} + ١٢ س^{٢} + ٣٢ س$

.....

.....

جـ) $س^{٢} - ٢٠ س + ١٠٠$

.....

.....

د) $س^{٢} + ٧ س ف - ١٨ ف^{٢}$

.....

.....

فكّر وناقِش

تقول منار: إنّ تحليل الحدودية $س^{٢} + ٤ س - ٢١$ هو (س – ٣) (س + ٧)

بينما تقول سلمى: إنّ تحليلها هو (س + ٣) (س – ٧) .

أيهّما على صواب ؟ فسّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ أكمِل بوضع (+) أو (–) في كلّ ممّا يلي :

أ $س^{٢} + ٥ س + ٦ = (س \ldots\ldots ٢) (س \ldots\ldots ٣)$

ب $س^{٢} – س – ١٢ = (س \ldots\ldots ٣) (س \ldots\ldots ٤)$

---

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} + ٣ س + ٢$

.....

ب $س^{٢} – ٧ س + ١٠$

.....

جـ $ص^{٢} + ص – ٢٠$

.....

د $س^{٢} – ٥ س – ٦$

.....

هـ $س^{٢} – س – ٥٦$

.....

و $س^{٢} + ٧ س – ٤٤$

.....

ز $ب^{٢} – ١٠ ب ك + ١٦ ك^{٢}$

.....

ح $م^{٢} + ١٥ م ن + ٥٤ ن^{٢}$

.....

ط $ص^{٤} – ١٧ ص^{٣} + ٣٠ ص^{٢}$

.....

.....

ي $-٢ س^{٢} + ٢ س + ٤$

.....

.....

---

٣ ينتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ، إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي ($س^{٢} + ٩ س + ٢٠$) وحدة مربعة . أوجِد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

.....

.....

.....

٢-٤ تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ
Factorising Trinomials : a x^2 + bx + c

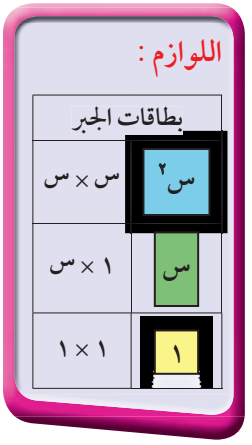
سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ١ .

نشاط :

حلِّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

٢ س^{٢} + ٥ س + ٣

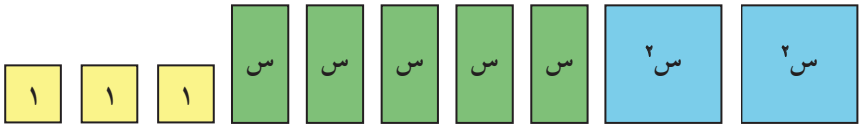
اللوازم :



أوّلًا : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

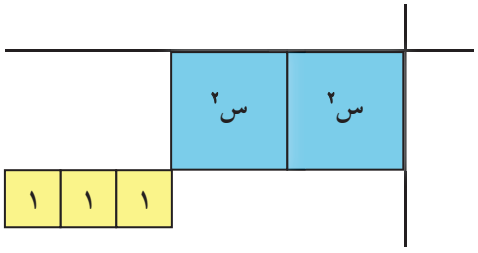
في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقات س^{٢} ،

كذلك ضع بطاقات ١ على شكل مصفوفة

بما أن ٣ عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

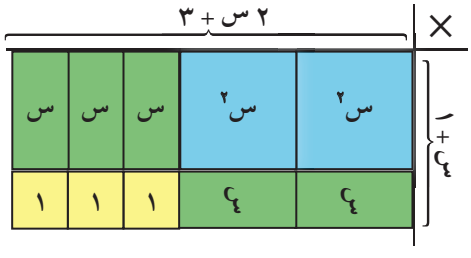
أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س ،

فنلاحظ أنّ : طول المستطيل = ٢ س + ٣

وعرض المستطيل = س + ١

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٣) (س + ١)

∴ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)



ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية $٢ س^{٢} + ٥ س + ٣$ إلى حاصل ضرب عاملين نتبع ما يلي :

الحدّ الأوّل : $٢ س^{٢}$

الحدّ الأوسط : $٥ س$ (موجب)

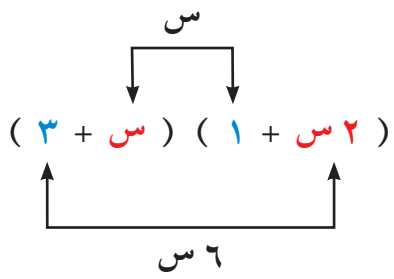
الحدّ الثالث : ٣ (موجب)

بما أنّ الحدّ الثالث موجَب والحدّ الأوسط موجَب ، نستبعد العوامل السالبة .

∴ عوامل الحدّ الأوّل $٢ س^{٢}$ هي $٢ س$ ، $س$

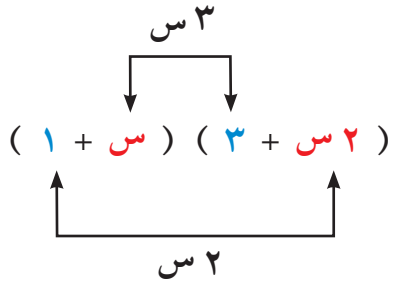
عوامل الحدّ الثالث ٣ هي ١ ، ٣

المحاولة الأولى :



الحدّ الأوسط $\neq ٧ س = ٦ س + س$

المحاولة الثانية : (تبديل أماكن عوامل الحدّ الثالث)



الحدّ الأوسط $= ٥ س = ٢ س + ٣ س$

∴ $٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)$

مثال :

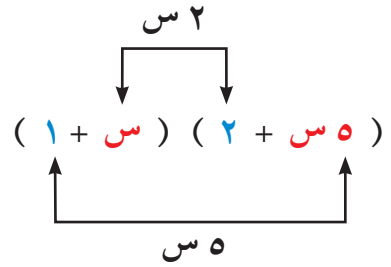
حلِّل تحليلًا تامًّا : ٥ س^{٢} + ٧ س + ٢

الحل :

الحدّ الأوّل : ٥ س^{٢} عوامل الحد الأول هي ٥ س ، س

الحدّ الأوسط : ٧ س (موجب)

الحدّ الثالث : ٢ (موجب) عوامل الحد الثالث هي ٢ ، ١



٢ س + ٥ س = ٧ س = الحدّ الأوسط

∴ ٥ س^{٢} + ٧ س + ٢ = (٥ س + ٢) (س + ١)

تدرّب (١) :

بعد إجراء التحليل
تحقق من صحته .

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

أ ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣ = (..... + ...) (..... + ...)

ب ٤ س^{٢} – ٤ س – ٣ = (..... + ...) (..... – .....)

جـ ٣ س^{٢} + ٧ س – ٦ = (..... – .....) (..... + ...)

د ٦ س^{٢} – ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢} = (.....) (.....)

فكِّر وناقِش

أوجِد قيمتين للمعامل ك تسمحان بتحليل الحدودية :

٤ س^{٢} + ك س + ١٠

تدرّب (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

أ ٢ هـ^{٢} + ٣ هـ − ٥ = ...

ب ٧ ك^{٢} − ١١ ل ك − ٦ ل^{٢} = ...

جـ ٤٢ ص^{٢} + ٣٢ ص + ٦ = ٢ (.....)

= ٢ (.....) (.....)

د ١٣ ع^{٣} + ٥ ع^{٢} − ٨ ع = ...

= .....

تمـــرَّنْ :

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

١ ٢ ن^{٢} + ١٥ ن + ٧

.....

.....

٢ ١١ ل^{٢} − ١٢ ل + ١

.....

.....

٣ ٢ ك^{٢} − ١١ ك − ٢١

.....

.....

٤ ٨ ص^{٢} + ١٠ ص ل − ٣ ل^{٢}

.....

.....

٥ ٢٥ س^{٢} + ١٠ س − ١٥

.....

.....

٦ ٤ س^{٢} − س ص − ٥ ص^{٢}

.....

.....

٧ ٢١ ف^{٣} − ٧٠ ف^{٢} + ٤٩ ف

.....

.....

٨ ٤ هـ^{٣} + ١٢ هـ^{٢} + ٩ هـ

.....

.....

٢-٥ تحليل الحدودية الرباعية
Factorising Quartic Polynomial

العبارات والمفردات :
حدودية رباعية
Quatric Polynomial

سوف تتعلّم : تحليل الحدودية الرباعية .

نشاط :

أوجد ناتج :

(أ + ب) (س + ص) = ...

= .....

تُسمّى الحدودية الناتجة حدودية رباعية .

قامت كلّ من سارة وشهد بتحليل الحدودية بطريقتين مختلفتين :

طريقة سارة	طريقة شهد
أ س + أ ص + ب س + ب ص	أ س + أ ص + ب س + ب ص
= (أ س + أ ص) + (ب س + ب ص)	= (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)
= أ (س + ص) + ب (س + ص)	= س (أ + ب) + ص (أ + ب)
= (س + ص) (أ + ب)	= (أ + ب) (س + ص)

في كلتا الطريقتين حصلنا على الناتج نفسه .

مثال (١) :

حلِّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

الحل :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

= (هـ جـ + هـ د) + (ب جـ + ب د) (جزىء)

= هـ (جـ + د) + ب (جـ + د) (بأخذ العامل المشترَك)

= (جـ + د) (هـ + ب) (بأخذ العامل المشترَك)

تدرّب (١) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} هـ - س^{٢} د + ص^{٢} هـ - ص^{٢} د$

$= (س^{٢} هـ - س^{٢} د) + (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$= س^{٢} (\ldots\ldots - \ldots\ldots) + ص^{٢} (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots) (س^{٢} + ص^{٢})$

ب $٢ س + جـ س + ٢ جـ + جـ^{٢}$

.....

.....

.....

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢ س + ٦$

الحل :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢ س + ٦ = (س^{٣} - ٣ س^{٢}) + (- ٢ س + ٦)$

$= س^{٢} (س - ٣) - ٢ (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س^{٢} - ٢)$

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} - ٣ س - س ص + ٣ ص$

.....

.....

.....

تذكَّرْ أنّ :

(س - ص)

= - (ص - س)

ب ٢٠ س^{٢} ص + ١٠ ب س^{٢} – ٤ أ ص – ٢ أ ب

= ٢ (.....)

.....

.....

.....

تذكَّرْ أنّ :

أ^{٢} – ب^{٢} =

(أ – ب) (أ + ب)

مثال (٣) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

س^{٣} – ٢ س^{٢} – س + ٢

الحل :

س^{٣} – ٢ س^{٢} – س + ٢ = (س^{٣} – ٢ س^{٢}) + (– س + ٢)

= س^{٢} (س – ٢) – (س – ٢)

= (س – ٢) (س^{٢} – ١)

= (س – ٢) (س – ١) (س + ١)

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ س^{٣} – ٣ س^{٢} – ٤ س + ١٢

.....

.....

.....

.....

ب ص^{٣} + ٤ ص^{٢} – ٩ ص – ٣٦

.....

.....

.....

.....

تمـــرَّنْ :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

١ س ل – م س + ل ص – م ص

٢ ٢ أ س + ٢ س ب + أ ص + ب ص

٣ ٤ س^{٢} + ٢ أ س + ٨ ب س + ٤ أ ب

٤ ٦ س^{٢} – ٨ س ص – ٣ س ب + ٤ ب ص

٥ س^{٣} – ٢ س^{٢} – ٩ س + ١٨

٦ س^{٣} + ٢ س^{٢} – ٢٥ س – ٥٠

٦-٢ حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد
Solving Second Degree Equation in One Variable

سوف تتعلّم : حلّ المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على الصورة العامة :

$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$.

العبارات والمفردات :

معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد
Second Degree Equation with One Variable

حلّ معادلة
Solving an Equation

نشاط :

صُمِّم مصنع لموادّ البناء مرفق له مخزنان ، أحدهما أرضيته مربّعة الشكل والآخر أرضيته مستطيلة الشكل .

١ أُكتب مساحة أرضية المخزن (١) بدلالة س : .....

٢ أُكتب مساحة أرضية المخزن (٢) بدلالة س : .....

٣ أوجِد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين يساوي ١٢٠٠ وحدة مربعة ؟

لإيجاد قيم س :

- نكتب المعادلة : ..... + ... = ١٢٠٠
- نضع المعادلة في صورة $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

  ..... + ... − ..... = ٠
- نحلل بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س :

  (..... + ...) (..... − .....) = ٠
- نوجد قيم س .....

ملاحظة :

المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد تُسمّى المعادلة التربيعية .

تذكَّرْ أنّ :

حلّ المعادلة يعني إيجاد قيم المتغيّر التي تحقّق المعادلة .

خاصّية الضرب الصفري

لكلّ أ ، ب عددان حقيقيان ، إذا كان أ × ب = ٠ فإنّ أ = ٠ أو ب = ٠

مثال :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة : (س + ٥) (س − ٦) = ٠ ، حيث س ∈ ح

ثمّ تحقَّقْ من صحّة الحلّ .

الحل :

(س + ٥) (س − ٦) = ٠

س + ٥ = ٠ أو س − ٦ = ٠ (إستخدِم خاصّية الضرب الصفري)

س = − ٥ أو س = ٦

∴ مجموعة الحل = { − ٥ ، ٦ }

تحقَّقْ :

عوِّض عن س بالعدد – ٥

(–٥ + ٥) (–٥ – ٦) $\stackrel{؟}{=}$ ٠

٠ × –١١ $\stackrel{؟}{=}$ ٠

٠ = ٠ ✓

عوِّض عن س بالعدد ٦

(٦ + ٥) (٦ – ٦) $\stackrel{؟}{=}$ ٠

١١ × ٠ $\stackrel{؟}{=}$ ٠

٠ = ٠ ✓

عند حل المعادلة التربيعية سنعتبر قيم المتغير تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يذكر غير ذلك.

تدرّب (١) :

أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ ص^{٢} – ٥ ص = ٠

ص (..... – .....) = ٠

..... = ٠ أو ..... = ٠

.....

∴ مجموعة الحلّ = { ..... ، ..... }

ب س^{٢} = ٩

س^{٢} – ..... = ...

(..... – .....) (..... + ...) = ٠

..... أو .....

....

∴ مجموعة الحلّ = { ..... ، ..... }

تذكَّرْ أنّ :

لحلّ معادلة تربيعية :

(١) ضَع المعادلة في الصورة العامة .

(٢) حلِّل .

(٣) استخدِم خاصّية الضرب الصفري .

تدرّب (٢) :

أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ ص^{٢} – ٦ ص + ٥ = ٠

ب س^{٢} = ٢ س + ٣٥

تدرّب (٣) :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة : ٦ ص^{٢} + ٩ ص = ٢ + ص^{٢}

٦ ص^{٢} + ٩ ص – ..... – ..... = ٠

..... + ٩ ص – ..... = ٠

(.....) (.....) = ٠

تدرّب (٤) :

أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ ع (ع – ٦) = ٧

ب (س + ٢)^{٢} = ١٤٤

تدرّب (٥) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

تذكَّرْ أنّ :

بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :

ضعفه هو ٢ س

مربّعه هو س^{٢}

ثلاثة أمثاله هو ٣ س

فكِّر وناقِش

ما مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ١ = ٠$ ؟

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية :

أ $(س - ٣) (٢ س + ١) = ٠$

ب $ص^{٢} - ٣٦ = ٠$

جـ $ص^{٢} - ١٠ ص - ١١ = ٠$

د $ن^{٢} - ٦ ن + ٩ = ٠$

هـ $ك^{٢} + ٧ ك + ١٢ = ٠$

و $ل^{٢} = ٧ ل$

ز $٣ ن^{٢} + ن - ١٠ = ٠$

ح $٧ س^{٢} - ١٢ س - ٨ = ٥ س^{٢} - ٦ س$

ط) $٢ ص^{٢} = ١٥ ص - ١٨$

ي) $س (س + ١) = ٢$

ك) $(س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

ل) $٩ م^{٢} = ١٢ م - ٤$

٢) ينتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعّب أبعاده :
٤ سم ، (س + ٢) سم ، (س + ٢) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم^{٣} .
أوجِد قيمة س .

٣ مخزن أحد المصانع أرضيته مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م^{٢} . أوجِد بعدي أرضية المخزن .

٤ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربّعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

٢-٧ مراجعة الوحدة الثانية
Revision Unit Two

أوّلًا : التمارين المقالية

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} + ١٦ س + ٦٤$

.....

.....

ب $٦٤ + س^{٣}$

.....

.....

جـ $٣٢ س^{٣} - ٤$

.....

.....

د $م^{٦} - \frac{٢٧}{١٢٥} ل^{٣}$

.....

.....

هـ $س^{٢} + ٨ س + ٧$

.....

.....

و $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

.....

.....

ز $٢ س^{٢} - ١٤ س + ٢٤$

.....

.....

ح $ص^{٤} + ١١ ص^{٣} + ٢٨ ص^{٢}$

.....

.....

ط $ب^{٢} - ٩ ب ك - ١٠ ك^{٢}$

.....

.....

ي $٢ س^{٢} - ٧ س + ٦$

.....

.....

ك $٦ س^{٢} + ٢١ س - ١٢$

.....

.....

ل $١٢ ل^{٢} + ١١ ل م - ١٥ م^{٢}$

.....

.....

م $٤ س^{٢} + ٤ س + ١$

ن $٩ س^{٢} ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص$

س $س^{٣} + ٢ س^{٢} - س - ٢$

ص $س ص^{٢} + ٢ س^{٢} - ٣ ص^{٣} - ٦ س ص$

٢ أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ $س^{٢} - ٦ س = ٠$

ب $ص^{٢} - ١١ = ١٤$

جـ $س^{٢} - ٤ س = ٢١$

د $٩ ن^{٢} + ١٢ ن + ٤ = ٠$

هـ $(س - ٢)^{٢} - ٣٦ = ٠$

و $٩ س^{٢} - ٥ س = ٦ س^{٢} - ٣ س + ٥$

ز $س (س + ٢) = ٣$

ح $(٣ س - ٢)^{٢} - س^{٢} = ٠$

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة : $(٦١)^{٢}$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $س^{٣} - \frac{١}{٨} = (س - \frac{١}{٢})(س^{٢} + \frac{١}{٢} س + \frac{١}{٤})$	(أ)	(ب)
٢ إذا كانت س – ص = ٥ ، س + ص = ١١ ، فإن $س^{٢} - ص^{٢} = ٥٥$	(أ)	(ب)
٣ $س^{٢} + س + ١ = (س + ١)^{٢}$	(أ)	(ب)
٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ٣ س = ٠$ ، س ∈ ح هي {٠ ، ٣}	(أ)	(ب)
٥ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}$	(أ)	(ب)
٦ إذا كان ٤ $ص^{٢}$ + جـ ص + ٩ مربّعًا كاملًا ، فإنّ إحدى قيم جـ هي ١٢	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٧ إذا كانت $أ^{٢} = ١٠$ ، $ب^{٢} = ٢$ فإنّ $(أ + ب)(أ - ب) =$

(أ) –٨ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٢٠

---

٨ $س(س - ٣) - ٣ س + ٩ =$

(أ) $(س - ٣)(س + ٣)$ (ب) $(س - ٣)^{٢}$

(جـ) $(س - ٣)(س + ١)$ (د) $(س + ٣)^{٢}$

---

٩ إذا كان ل + م = ٣ ، $ل^{٣} + م^{٣} = ٥١$ ، فإنّ $ل^{٢} - ل م + م^{٢} =$

(أ) ١٧ (ب) ٤٨ (جـ) ٥٤ (د) ١٥٣

---

١٠ $(س - ٣)^{٢} - ١٦ =$

(أ) $(س - ٥)(س + ١١)$ (ب) $(س + ٥)(س - ١١)$

(جـ) $(س - ١)(س + ٧)$ (د) $(س + ١)(س - ٧)$

١١ إذا كان ٢ س^{٢} + م س – ٧ = (٢ س – ١) (س + ٧) ، فإنّ م =

(أ) –١٣ (ب) ١٣ (جـ) ١٤ (د) ١٥

---

١٢ مجموعة حلّ المعادلة س (س – ٢) = ١٥ في ح هي :

(أ) { ٣ ، –٥ } (ب) { ٣ ، ٥ }

(جـ) { ٠ ، ٢ } (د) { –٣ ، ٥ }

---

١٣ ص^{٤} + ٠,٠٢٧ ص =

(أ) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} + ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

(ب) ص (ص – ٠,٣) (ص^{٢} – ٠,٣ ص – ٠,٠٩)

(جـ) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} – ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

(د) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} – ٠,٦ ص + ٠,٠٩)

---

١٤ قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية س^{٢} – ٦ س + جـ مربعًا كاملًا هي :

(أ) –٩ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ٣٦

اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)		القائمة (٢)
١٥ ٦ س^{٢} – ١١ س + ٤ =	◯	(أ) (٣ س – ١) (س + ٢)
١٦ ٦ س^{٢} – ٥ س – ٤ =	◯	(ب) ٣ (٣ س – ٢) (س + ١)
١٧ ٩ س^{٢} + ٣ س – ٦ =	◯	(جـ) (٢ س – ١) (٣ س – ٤)
١٨ س (٣ س + ٥) – ٢ =	◯	(د) (٢ س + ١) (٣ س – ٤)
		(هـ) (٢ س – ١) (٣ س + ٤)