محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

الفيزياء

الفيزياء

- الجزء الأول
- الجزء الثانى

- الجزء الأول :-

الجزء الأول

- الوحدة الأولى :- الحركة

- الوحدة الأولى :- الحركة :-

الوحدة الأولى :- الحركة

- الفصل الأول :- حركة المقذوفات
- الفصل الثانى :- الحركة الدائرية
- الفصل الثالث :- مركز الثقل
- الفصل الرابع :- حركة الأقمار الصناعية

- الفصل الأول :- حركة المقذوفات :-

الفصل الأول :- حركة المقذوفات

- الدرس الأول :- الكميات العددية والكميات المتجهة
- الدرس الثانى :- تحليل المتجهات
- الدرس الثالث :- حركة القذيفة

- الدرس الأول :- الكميات العددية والكميات المتجهة :-

الدرس الأول :- الكميات العددية والكميات المتجهة

- الكميات العددية
- الكميات المتجهة

- الكميات العددية :-

الكميات العددية

- مفهوم الكميات العددية
- أمثلة على الكميات العددية

- مفهوم الكميات العددية :-

- هي الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار وتسمى بالكميات القياسية .

- أمثلة على الكميات العددية :-

- مثل المسافة (d) والسرعة العددية (v) والسرعة المتوسطة ($\bar{v}$) والسرعة اللحظية (v_t) والزمن (t) وغيرها .

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

- الكميات المتجهة :-

الكميات المتجهة

- مفهوم الكميات المتجهة
- أمثلة على الكميات المتجهة
- خصائص المتجهات

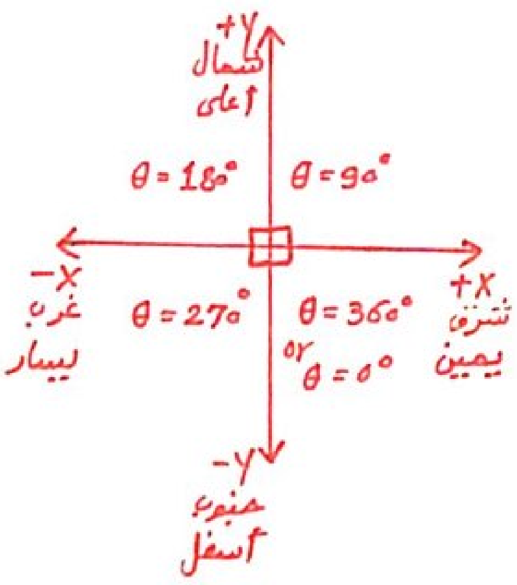
- مفهوم الكميات المتجهة :-

- هي الكميات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها ويُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$$\vec{R} \text{ or } R = (R \text{ or } |\vec{R}| \, , \theta)$$

الكمية المتجهة ، مقدار الكمية المتجهة ، اتجاه الكمية المتجهة

ويُعبر عنها بيانياً كالآتي :-



مثال :-

- قوة تؤثر على صندوق خشبي مقدارها 5 N تدفعه إلى الغرب مثل هذه القوة رياضياً وبيانياً .

الحل :-

رياضياً كالآتي :-

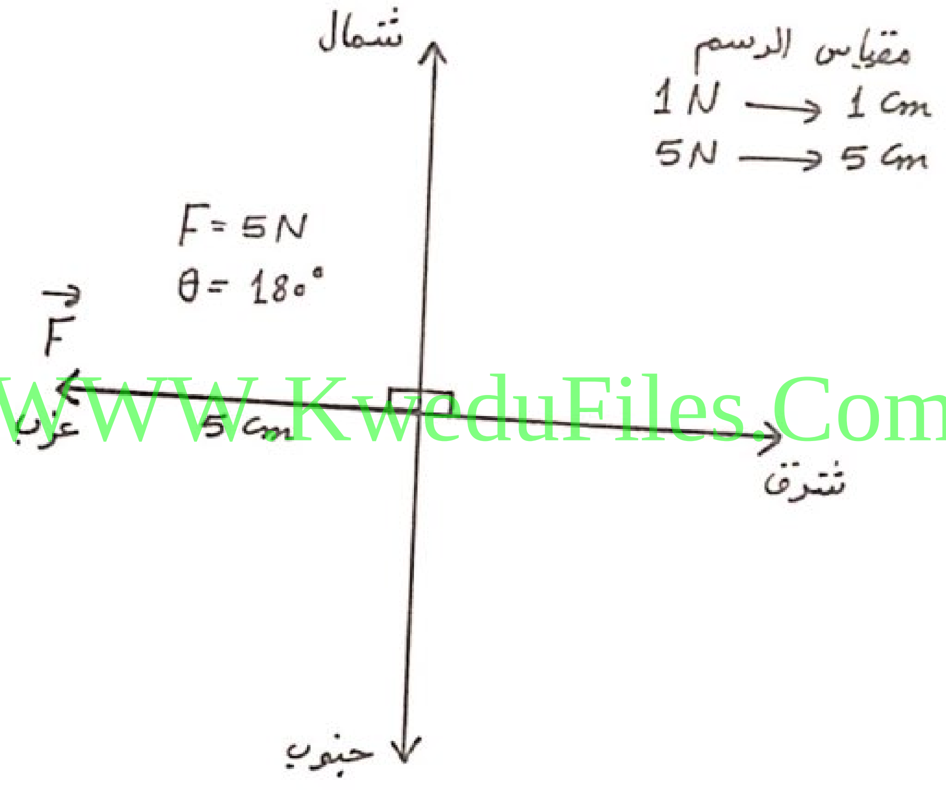
$F = 5N$

$\theta = 180°$

$\vec{F} = ?$

$\vec{F} = (F , \theta) = (5N , 180°)$

وبيانياً كالآتي :-



مثال :-

- ورد في نشرة الأرصاد الجوية أنّ سرعة الرياح الشمالية المتوقعة لنهار غد قد تصل إلى 60 km/hr مثل هذه السرعة رياضياً وبيانياً .

الحل :-

رياضياً كالآتي :-

$V = 60 \ km/hr$

$\theta = 90°$

$\vec{V} = ?$

$\vec{V} = (V , \theta) = (60 \ km/hr , 90°)$

Scanned with CamScanner

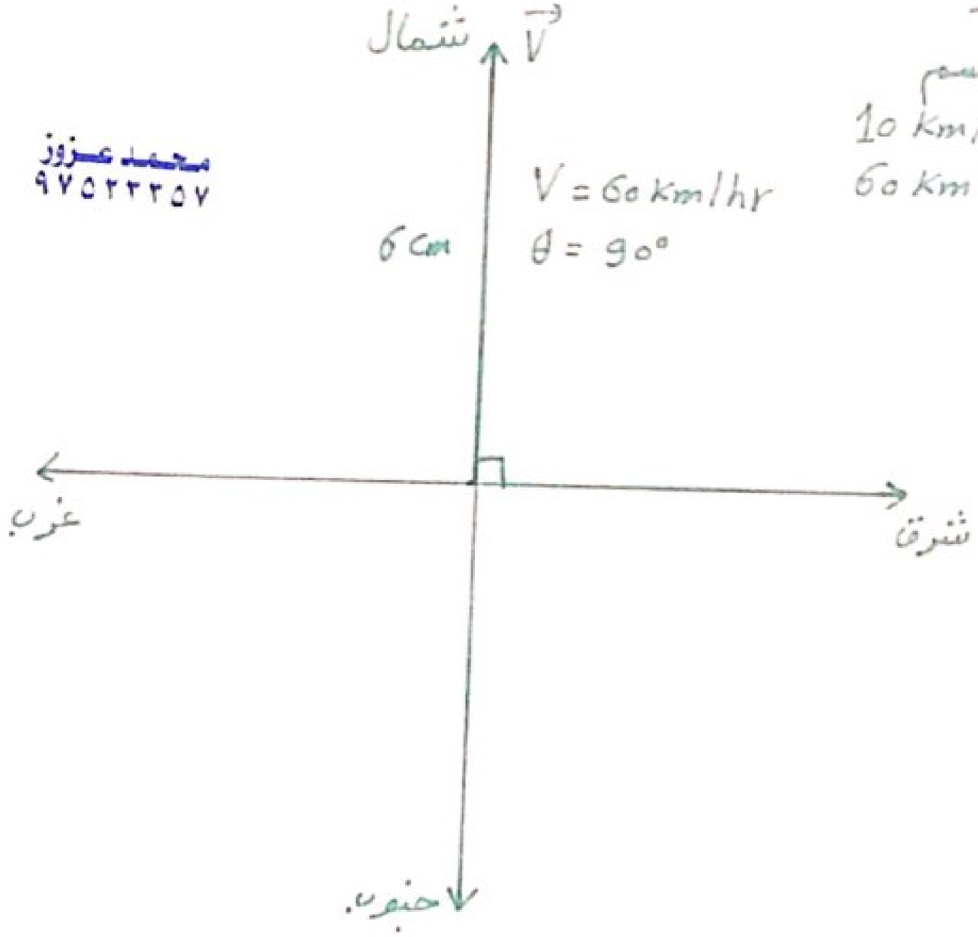
وبيانياً كالآتي :-

مقياس الرسم

$10\ km/hr \longrightarrow 1\ cm$

$60\ km/hr \longrightarrow 6\ cm$

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧



مثال :-

- استخدم القانون الثاني لنيوتن لإيجاد متجه العجلة لجسم كتلته 2.5 kg أثرت فيه قوة $\vec{F} = (10\,N, 45^\circ)$ مع التمثيل رياضياً وبيانياً في اتجاه شمال شرق .

الحل :-

$F = 10\,N$

$\theta = 45^\circ$

$m = 2.5\,kg$

$\vec{a} = ?$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2.5} = 4\,m/s^2$$

$$\vec{a} = (a, \theta) = (4\,m/s^2, 45^\circ)$$

رياضياً كالآتي :-

$$\vec{a} = (a, \theta) = (4\,m/s^2, 45^\circ)$$

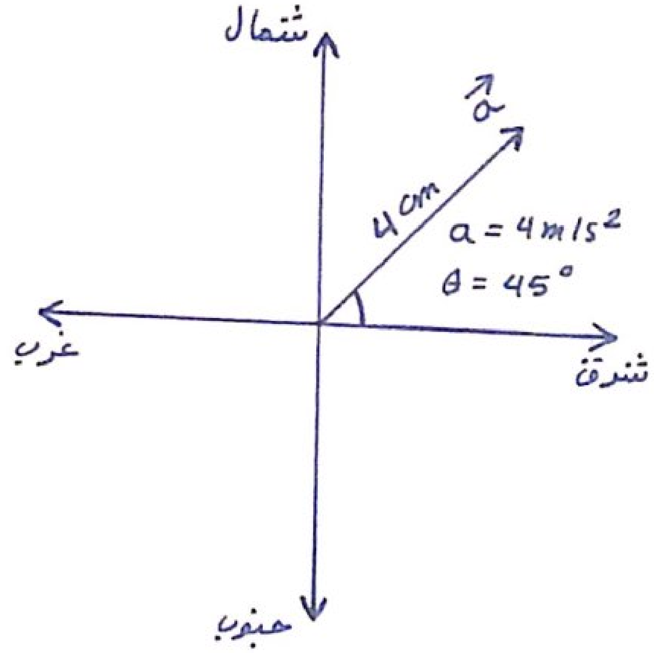
محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

وبيانياً كالآتي :-

مقياس الرسم

$1\ m/s^2 \longrightarrow 1\ cm$

$4\ m/s^2 \longrightarrow 4\ cm$



- أمثلة على الكميات المتجهة :-

أمثلة على الكميات المتجهة

↓ الإزاحة ↓ السرعة المتجهة

- الإزاحة :-

الإزاحة

↓

مفهوم الإزاحة

- مفهوم الإزاحة :-

- هي المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهايتها وباتجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية ويرمز لها بالرمز ($\vec{d}$) وتقاس بوحدة المتر (m) .

مثال :-

- مثل الإزاحة من النقطة A إلى النقطة B والتي مقدارها 20 Km باتجاه 45° إلى شرق الشمال رياضياً وبيانياً .

الحل :-

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

رياضياً كالآتي :-

$AB = 20\ km$

$\theta = 45°$

$\vec{AB} = ?$

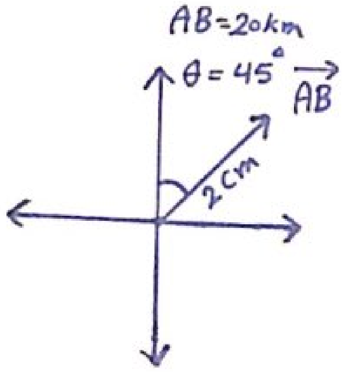
$\vec{AB} = (AB , \theta) = (20\ km , 45°)$

وبيانياً كالآتي :-

مقياس الرسم

$10\ km \longrightarrow 1\ cm$

$20\ km \longrightarrow 2\ cm$



- السرعة المتجهة :-

السرعة المتجهة

↓

مفهوم السرعة المتجهة

- مفهوم السرعة المتجهة :-

- هى السرعة العددية ولكن فى اتجاه محدد ويُرمز لها بالرمز ($\vec{V}$) وتُقاس بوحدة المتر/ الثانية (m/s) ويُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$$\underbrace{\vec{V}}_{\substack{\text{السرعة المتجهة} \\ m/s \\ or\ m.s^{-1}}} = \frac{\overbrace{\Delta \vec{d}}^{\substack{\text{التغير فى الإزاحة} \\ m}}}{\underbrace{\Delta t}_{\substack{\text{التغير فى الزمن} \\ s}}} = \frac{\vec{d_2} - \vec{d_1}}{t_2 - t_1}$$

مثال :-

- مَثل سرعة $60\ km/hr$ باتجاه اليمين رياضياً وبيانياً .

7

الحل :-

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

رياضياً كالآتى :-

$V = 60\ km/hr$

$\theta = 0°$

$\vec{V} = ?$

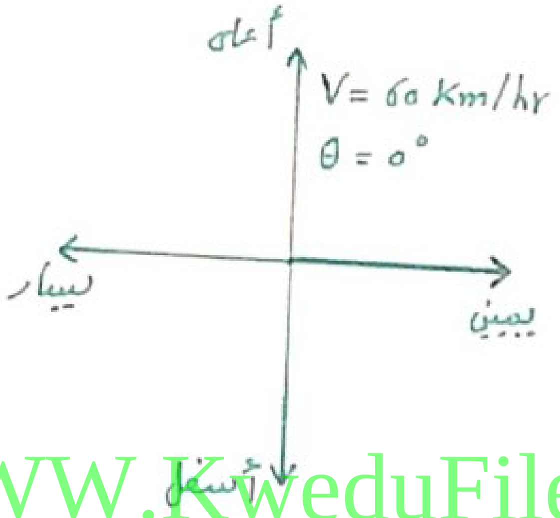
$\vec{V} = (V , \theta) = (60\ km/hr , 0°)$

وبيانياً كالآتى :-

مقياس الرسم

$20\ km/hr \longrightarrow 1\ cm$

$60\ km/hr \longrightarrow 3\ cm$



س :- أكتب المصطلح العلمى الذى تدل عليه العبارات الآتية :-

١- الكميات التى يكفى لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار. (الكميات العددية .)

٢- الكميات التى تحتاج فى تحديدها إلى الاتجاه الذى تأخذه بالإضافة إلى العدد الذى يحدد مقدارها ووحدة القياس التى تميزها. (الكميات المتجهة .)

٣- المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهايتها وباتجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية . (الإزاحة .)

س :- علل لكل من العبارات الآتية :-

١- المسافة كمية عددية وليست كمية متجهة .

٢- الإزاحة كمية متجهة وليست كمية عددية .

ج :-

١- لأنّ المسافة كمية يكفى لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار .

٢- لأنّ الإزاحة كمية تحتاج فى تحديدها إلى الاتجاه الذى تأخذه بالإضافة إلى العدد الذى يحدد مقدارها ووحدة القياس التى تميزها .

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

- خصائص المتجهات :-

خصائص المتجهات

تساوي المتجهات | نقل المتجهات | جمع المتجهات | ضرب المتجهات

- تساوي المتجهات :-

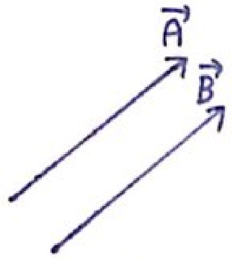
تساوي المتجهات

↓

مفهوم تساوي المتجهات

- مفهوم تساوي المتجهات :-

- يُقال إنّ المتجهين متساويان إذا كان لهما المقدار والاتجاه نفسهما كالآتي :-



$\vec{A} = \vec{B}$

- نقل المتجهات :-

نقل المتجهات

المتجهات الحرة | المتجهات المقيدة

- المتجهات الحرة :-

المتجهات الحرة

مفهوم المتجهات الحرة | أمثلة على المتجهات الحرة

- مفهوم المتجهات الحرة :-

- هي المتجهات التي يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنّها غير مقيّدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير.

- أمثلة على المتجهات الحرة :-

- مثل متجه الإزاحة و السرعة المتجهة .

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

- المتجهات المقيّدة :-

المتجهات المقيّدة

مفهوم المتجهات المقيّدة

أمثلة على المتجهات المقيّدة

- مفهوم المتجهات المقيّدة :-

- هي المتجهات التي لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنّها مقيّدة أو مرتبطة بنقطة تأثير.

- أمثلة على المتجهات المقيّدة :-

- مثل متجه القوة.

س :- أكتب المصطلح العلمي الذي تدل عليه العبارات الآتية :-

١- المتجهات التي يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنّها غير مقيّدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير. (المتجهات الحرة)

٢- المتجهات التي لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنّها مقيّدة أو مرتبطة بنقطة تأثير (المتجهات المقيّدة)

س :- علل لكل من العبارات الآتية :-

- يمكن نقل متجه الإزاحة ولا يمكن نقل متجه القوة .

ج :- لأنّ متجه الإزاحة من المتجهات الحرة التي يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنّها غير مقيّدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير أما متجه القوة من المتجهات المقيّدة التي لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنّها مقيّدة أو مرتبطة بنقطة تأثير .

س :- فسر ما يلي تفسيراً علمياً دقيقاً :-

١- المتجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متساويان .

٢- المتجه $\vec{A}$ يمكن نقله .

ج :-

١- لأنّهما لهما المقدار والاتجاه نفسهما .

٢- لأنّه يحافظ على المقدار والاتجاه وغير مقيّد أو غير مرتبط بنقطة تأثير أي من المتجهات الحرة .

س :- قارن بين كل مما يلي :-

وجه المقارنة	المتجهات الحرة	المتجهات المقيدة
المفهوم	هي المتجهات التي يمكن نقلها من مكان إلى آخر بدون أن تتغير قيمتها واتجاهها لأنها غير مقيدة أو غير مرتبطة بنقطة تأثير.	هي المتجهات التي لا يمكن نقلها من مكان إلى آخر لأنها مقيدة أو مرتبطة بنقطة تأثير.
مثال	مثل متجه الإزاحة والسرعة المتجهة	مثل متجه القوة

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

- جمع المتجهات :-

جمع المتجهات
- مفهوم جمع المتجهات
- أنواع جمع المتجهات

- مفهوم جمع المتجهات :-

- تسمى عملية تركيب حيث تتم الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد.

س :- ما المقصود بالآتي ؟
- جمع المتجهات.

ج :- تسمى عملية تركيب حيث تتم الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد.

- أنواع جمع المتجهات :-

أنواع جمع المتجهات
- جمع المتجهات المتوازية
- جمع المتجهات المتعامدة
- جمع المتجهات غير المتوازية وغير المتعامدة
- جمع متجهات عدة

- جمع المتجهات المتوازية :-

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

جمع المتجهات المتوازية

جمع المتجهات المتوازية لها نفس الاتجاه | جمع المتجهات المتوازية متعاكسة الاتجاه

- جمع المتجهات المتوازية لها نفس الاتجاه :-

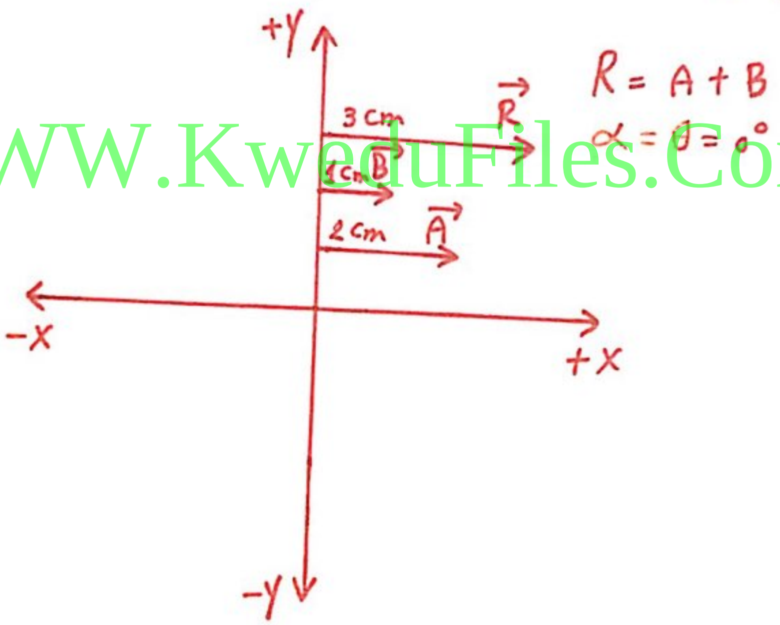
- الزاوية بين المتجهين تساوي صفر ($\theta = 0°$) ويستخدم الجبر البسيط في حساب المحصلة ويُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$$R = A + B$$

$$\alpha = \theta = 0°$$

$$\vec{R} = (R , \alpha) = (A + B , 0°)$$

ويُعبر عنها بيانياً كالآتي :-



- مثال :-

- طائرة تطير بالنسبة إلى الهواء المحيط بها بسرعة 100 km/hr شمالاً ورياح تهب بسرعة 20 km/hr من جهة الذيل أحسب محصلة السرعة بالنسبة إلى الأرض رياضياً وبيانياً.

الحل :-

رياضياً كالآتي :-

$\vec{V_p} = 100\ km/hr$

$\vec{V_a} = 20\ km/hr$

$\alpha = \theta = 0°$

$\vec{V_r} = ?$

$V_r = V_p + V_a = 100 + 20 = 120\ km/hr$

$\vec{V_r} = (V_r , \alpha) = (120\ km/hr , 0°)$

وبيانياً كالآتي :-

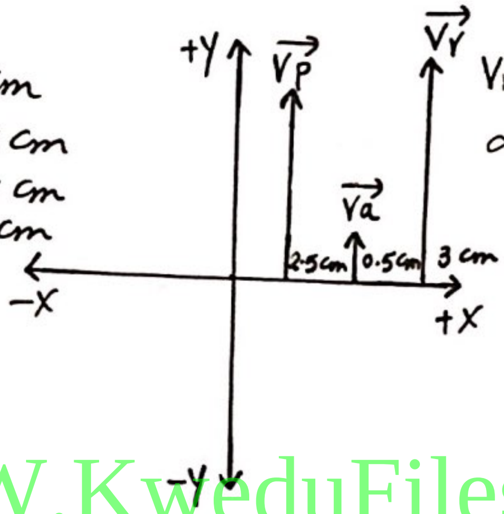
مقياس الرسم

$40\ km/hr \longrightarrow 1\ cm$

$100\ km/hr \longrightarrow 2.5\ cm$

$20\ km/hr \longrightarrow 0.5\ cm$

$120\ km/hr \longrightarrow 3\ cm$



$V_r = V_p + V_a = 100 + 20 = 120\ km/hr$

$\alpha = \theta = 0°$

- جمع المتجهات المتوازية متعاكسة الاتجاه :-

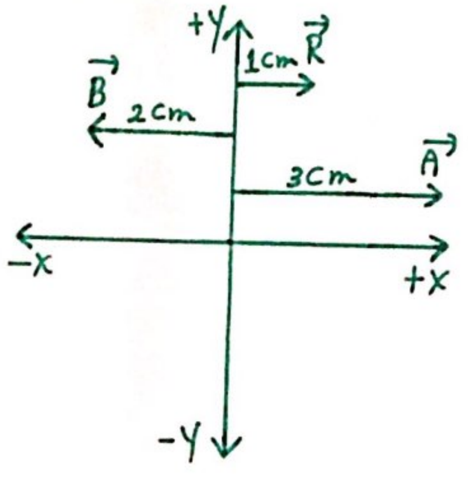
- الزاوية بين المتجهين تساوي 180° ($\theta = 180°$) ويُستخدم الجبر البسيط في حساب المحصلة ويُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$R = A - B$

$\alpha = \theta = 180°$

$\vec{R} = (R , \alpha) = (A - B , 180°)$

ويُعبر عنها بيانياً كالآتي :-



$R = A - B$

$\alpha = \theta = 180°$

مثال :-

- طائرة تطير بالنسبة إلى الهواء المحيط بها بسرعة $100\ km/hr$ شمالاً ورياح تهب بسرعة $20\ km/hr$ من جهة الأمام أحسب محصلة السرعة بالنسبة إلى الأرض رياضياً وبيانياً .

الحل :-

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

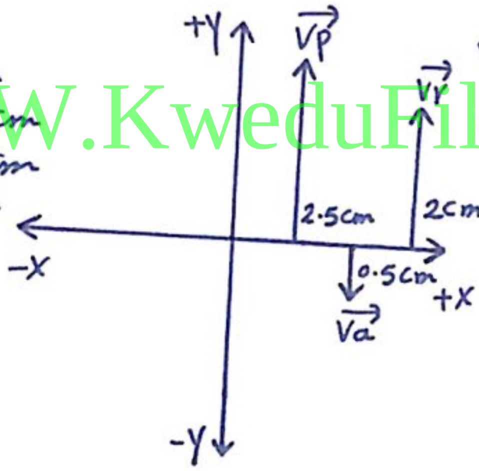
رياضياً كالآتي :-

$$\vec{V_p} = 100\ km/hr$$
$$\vec{V_a} = 20\ km/hr$$
$$\alpha = \theta = 180^\circ$$
$$\vec{V_r} = ?$$
$$V_r = V_p - V_a = 100 - 20 = 80\ km/hr$$
$$\vec{V_r} = (V_r , \alpha) = (80\ km/hr , 180^\circ)$$

وبيانياً كالآتي :-

مقياس الرسم

$40\ km/hr \longrightarrow 1\ cm$
$100\ km/hr \longrightarrow 2.5\ cm$
$20\ km/hr \longrightarrow 0.5\ cm$
$80\ km/hr \longrightarrow 3\ cm$



$\vec{V_r} = V_p - V_a = 100 - 20 = 80\ km/hr$
$\alpha = \theta = 180^\circ$

- جمع المتجهات المتعامدة :-

- الزاوية بين المتجهين متعامدة أي تساوي 90° $(\theta = 90^\circ)$ ويُستخدم جبر المتجهات في حساب المحصلة ويُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\alpha = \text{shift sin } (\sin^{-1}) \frac{B \sin 90^\circ}{R} = \text{shift sin } (\sin^{-1}) \frac{B}{R}$$

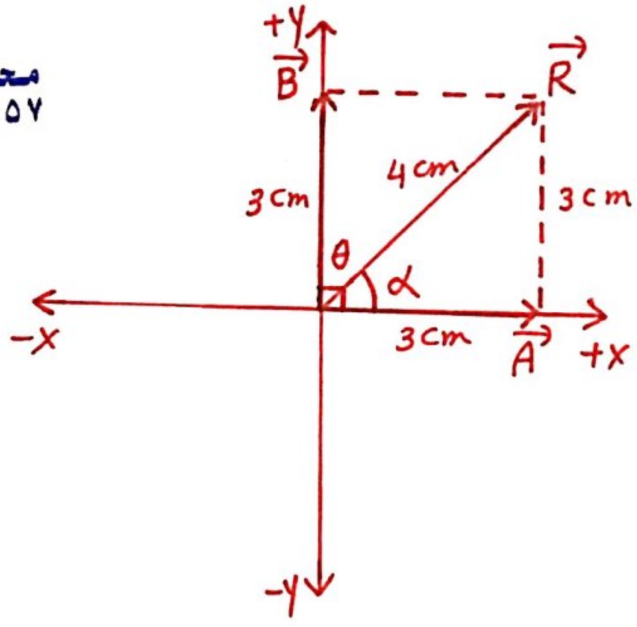
$$\text{or shift cos } (\cos^{-1}) \frac{A}{R}$$

$$\text{or shift tan } (\tan^{-1}) \frac{B}{A}$$

$$\vec{R} = (R , \alpha) = \left(\sqrt{A^2 + B^2} , \tan^{-1} \frac{B}{A}\right)$$

وتُعبر عنها بيانياً كالآتي :-

محمد عـزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧



$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{B}{A}$$

مثال :-

- طائرة تطير بالنسبة إلى الهواء المحيط بها بسرعة 80 km/hr شمالاً ورياح تهب بسرعة 60 km/hr شرقاً بشكل متعامد على سرعة الطائرة ؟ احسب محصلة السرعة بالنسبة إلى الأرض رياضياً وبيانياً .

الحل :-

رياضياً كالآتي :-

$\vec{V_p} = 80\ km/hr$

$\vec{V_a} = 60\ km/hr$

$\theta = 90°$

$\vec{V_r} = ?$

$$V_r = \sqrt{V_p^2 + V_a^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{6400 + 3600} = \sqrt{10000} = 100\ km/hr$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{V_p}{V_a} = \tan^{-1} \frac{80}{60} = 53.13°$$

$$\vec{V_r} = (V_r , \alpha) = (100\ km/hr , 53.13°)$$

وبيانياً كالآتي :-

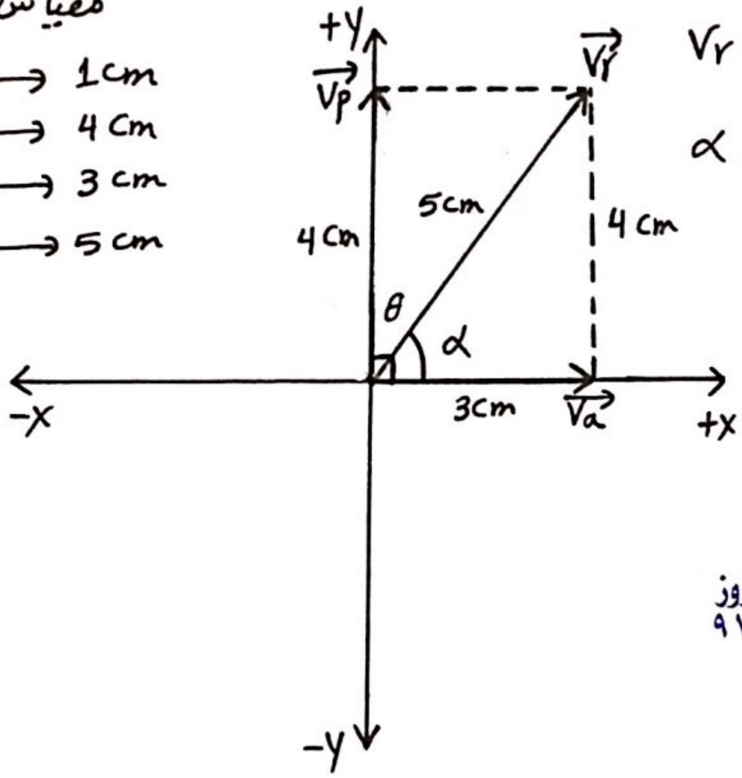
مقياس الرسم

$20\ km/hr \longrightarrow 1\ cm$

$80\ km/hr \longrightarrow 4\ cm$

$60\ km/hr \longrightarrow 3\ cm$

$100\ km/hr \longrightarrow 5\ cm$



$V_r = \sqrt{V_p^2 + V_a^2}$

$\alpha = \tan^{-1} \frac{V_p}{V_a}$

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

مثال :-

- $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ قوتان متعامدتان تؤثران على النقطة (أ) احسب مقدار واتجاه محصلة القوتين رياضياً وبيانياً علماً بأن $\vec{F_1} = 30N$ و $\vec{F_2} = 40N$.

الحل :-

رياضياً كالآتي :-

$\vec{F_1} = 30N$

$\vec{F_2} = 40N$

$\theta = 90°$

$\vec{F_r} = ?$

$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50\ N$

$\alpha = \tan^{-1} \frac{F_2}{F_1} = \tan^{-1} \frac{40}{30} = 53.13°$

$\vec{F_r} = (F_r, \alpha) = (50N, 53.13°)$

وبيانياً كالآتي :-

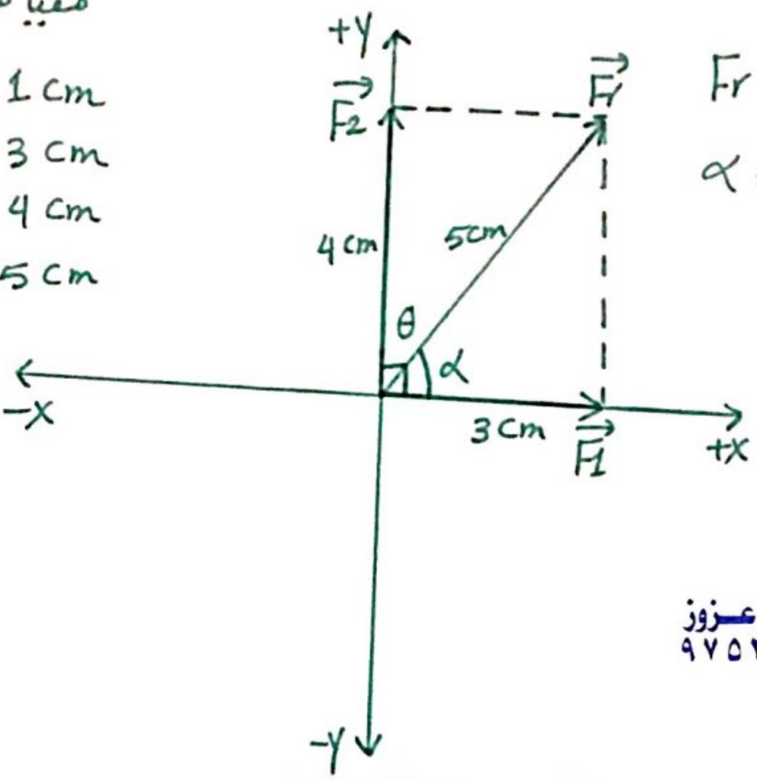
مقياس الرسم

$10N \rightarrow 1\,cm$

$30N \rightarrow 3\,cm$

$90N \rightarrow 4\,cm$

$50N \rightarrow 5\,cm$



$$Fr = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{F_2}{F_1}$$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

- جمع المتجهات غير المتوازية وغير المتعامدة :-

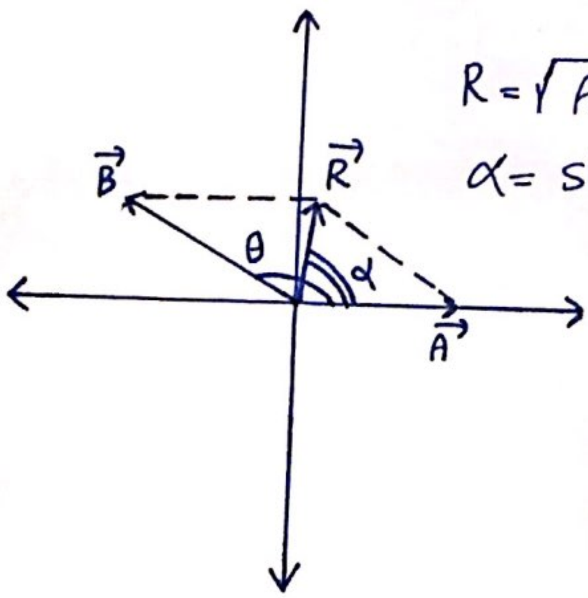
- الزاوية بين المتجهين تكون حادة $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ أو منفرجة $(90^\circ < \theta < 180^\circ)$ ويُستخدم جبر المتجهات في حساب المحصلة ويُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$\alpha = \text{Shift}\ \sin\ (\sin^{-1})\ \frac{B\sin\theta}{R}$$

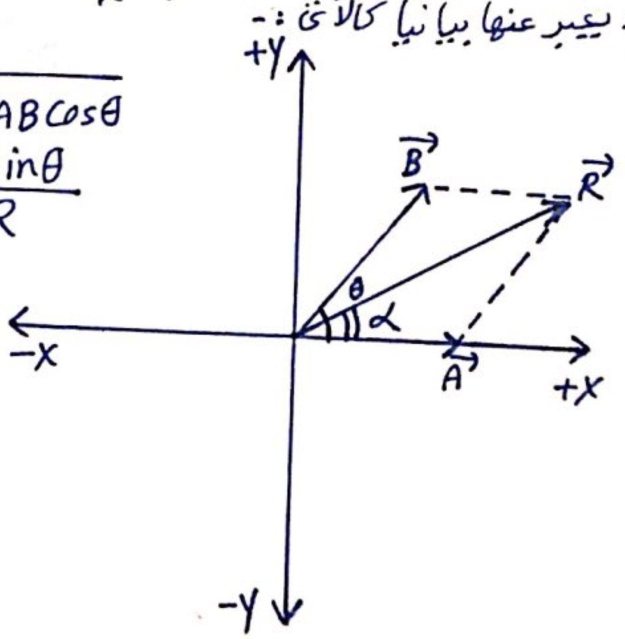
$$\vec{R} = (R, \alpha) = \left(\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}\ ,\ \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R}\right)$$

ويعبر عنها بيانياً كالآتي :-



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{B\sin\theta}{R}$$



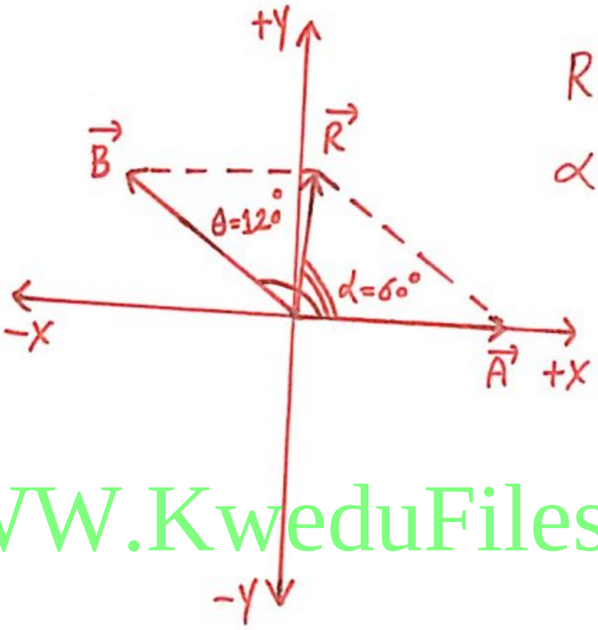
- إذا كان المتجهان متساويين ($\vec{A} = \vec{B}$) والزاوية المحصورة بينهما تساوي 120° ($\theta = 120°$) فإنّ المحصلة يُعبر عنها رياضياً كالآتي :-

$R = A = B$

$\alpha = 60°$

$\vec{R} = (R, \alpha) = (A \text{ or } B, 60°)$

ويُعبر عنها بيانياً كالآتي :-



$R = A = B$

$\alpha = 60°$

مثال :-

- قوتان $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ مقدارهما 10N و 15N على التوالي تحصران بينهما زاوية 60° وتؤثران على جسم نقطي احسب مقدار محصلة القوتين واتجاههما رياضياً وبيانياً .

الحل :-

رياضياً كالآتي :-

$\vec{F_1} = 10\,N$

$\vec{F_2} = 15\,N$

$\theta = 60°$

$\vec{F_r} = ?$

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} = \sqrt{10^2 + 15^2 + 2 \times 10 \times 15 \times \cos 60°} = 21.79\,N$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{F_2 \sin\theta}{F_r} = \sin^{-1}\frac{15 \times \sin 60}{21.79} = 36.58^\circ$$

$$\vec{F_r} = (F_r , \alpha) = (21.79\,N , 36.58^\circ)$$

وبيانياً كالآتي :-

مقياس الرسم

$5N \longrightarrow 1\,cm$

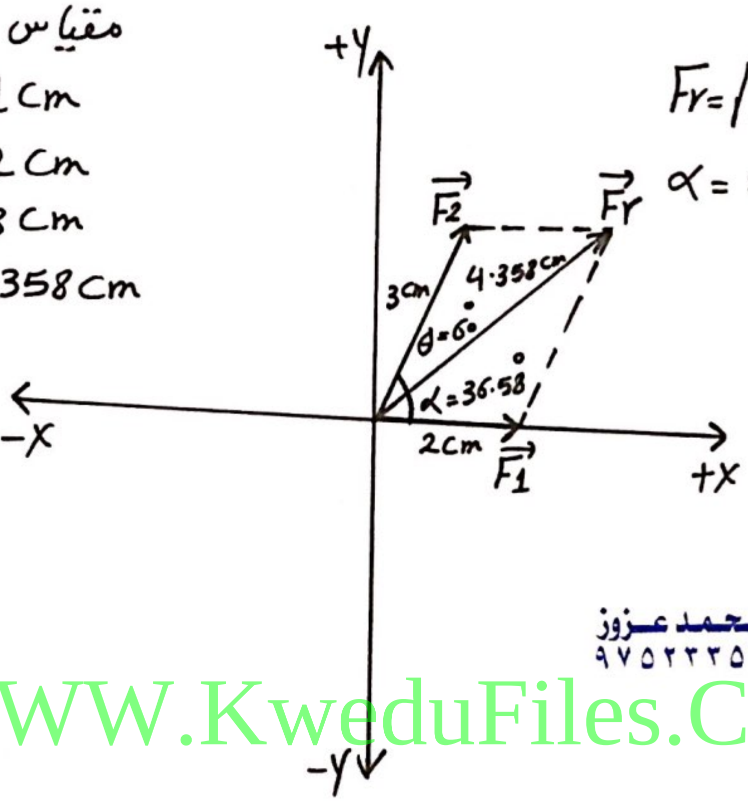
$10N \longrightarrow 2\,cm$

$15N \longrightarrow 3\,cm$

$21.79N \longrightarrow 4.358\,cm$

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{F_2 \sin\theta}{F_r}$$



مثال :-

- تحرك قارب الصيد من المرفأ ليقطع مسافة 10km باتجاه °30 شرق الشمال ثم 4km إلى الجنوب أجب عن الآتي :-

١- أحسب مستخدماً الرسم البياني ومقياس رسم مناسب مقدار الإزاحة المحصلة واتجاهها.

٢- استخدم الطريقة الحسابية لجبر المتجهات لإيجاد مقدار الإزاحة المحصلة واتجاهها.

الحل :-

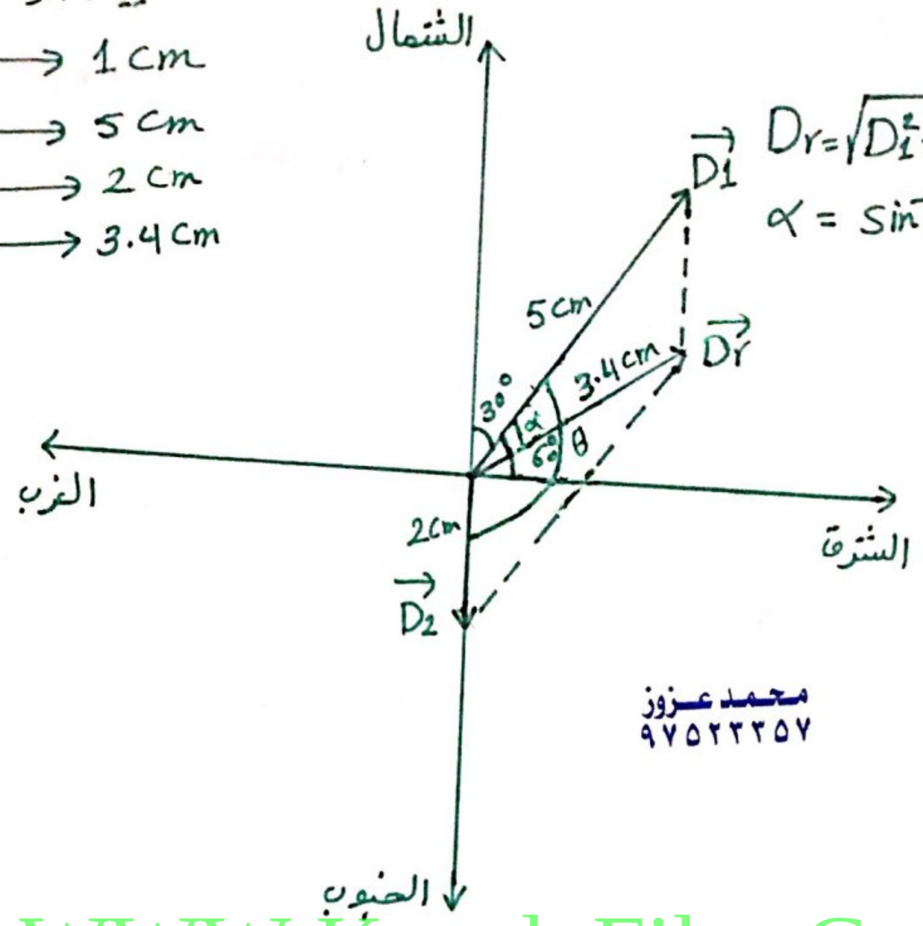
مقياس الرسم

$2\,km \longrightarrow 1\,cm$

$10\,km \longrightarrow 5\,cm$

$4\,km \longrightarrow 2\,cm$

$6.8\,km \longrightarrow 3.4\,cm$



-١

$$D_r = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{D_2\sin\theta}{D_r}$$

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

-٢

$\vec{D_1} = 10\,km$

$\vec{D_2} = 4\,km$

$\theta = 60° + 90° = 150°$

$\vec{D_r} = ?$

$$D_r = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta} = \sqrt{10^2 + 4^2 + 2\times 10\times 4\times\cos 150°} = 6.8\,km$$

or

$$D_r = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta} = \sqrt{5^2 + 2^2 + 2\times 5\times 2\times\cos 150°} = 3.4\,cm\times 2 = 6.8\,km$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{D_2\sin\theta}{D_r} = \sin^{-1}\frac{4\sin 150°}{6.8} = 16.85° = 60° - 16.85° = 43.14°$$

or

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{D_2\sin\theta}{D_r} = \sin^{-1}\frac{2\sin 150°}{3.4} = 16.85° = 60° - 16.85° = 43.14°$$

$$\vec{D_r} = (D_r, \alpha) = (6.8\,km, 43.14°)$$

مثال :-

- $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ متجهان متلاقيان في نقطة O وواقعان في مستوى واحد مقدار $\vec{F_1}$ يساوي 20N ومقدار $\vec{F_2}$ يساوي 20N والزاوية المحصورة بينهما تساوي $120°$ أجب عن الآتي :-

١- ارسم هذين المتجهين والمحصلة باستخدام مقياس رسم مناسب .

٢- احسب مقدار واتجاه المحصلة رياضياً وبيانياً .

٣- عدّد عناصر محصلة المتجهين .

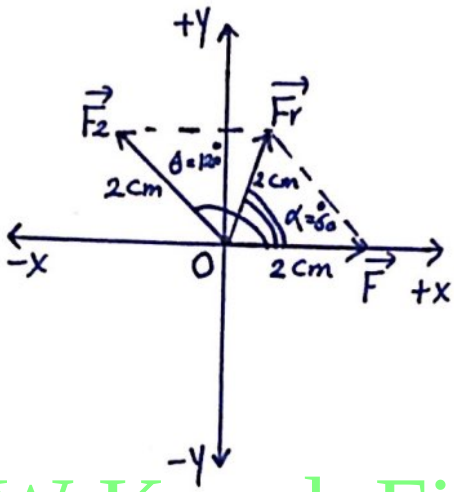
الحل :-

١-

مقياس الرسم

10 N ⟶ 1cm

20 N ⟶ 2cm



$Fr = F_1 = F_2 = 20N$

$\alpha = 60°$

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

٢- رياضياً كالآتي :-

$\vec{F_1} = \vec{F_2} = 20N$

$\theta = 120°$

$\vec{Fr} = ?$

$Fr = F_1 = F_2 = 20\ N$

$\alpha = 60°$

$\vec{Fr} = (Fr , \alpha) = (20N , 60°)$

وبيانياً باستخدام المسطرة والمنقلة على الرسم البياني

٣- عناصر محصلة المتجهين الآتي :-

المقدار يساوي 20N $(Fr = 20\ N)$

الاتجاه يساوي $60°$ $(\alpha = 60°)$

نقطة التأثير هي نقطة الأصل (O) .

مثال :-

- متجهان $\vec{F_1} = 12N$ و $\vec{F_2} = 8N$ و الزاوية بينهما $30°$ أجب عن الآتي :-

١- مقدار محصلة المتجهين .

٢- اتجاه محصلة المتجهين .

٣- عبر عن متجه المحصلة رياضياً .

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

الحل :-

١-

$\vec{F_1} = 12N$

$\vec{F_2} = 8N$

$\theta = 30°$

$F_r = ?$

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} = \sqrt{12^2 + 8^2 + 2\times 12\times 8\times \cos 30°} = 19.3\,N$$

٢-

$\alpha = ?$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{F_2\sin\theta}{F_r} = \sin^{-1}\frac{8\times\sin 30°}{19.3} = 11.9°$$

٣-

$\vec{F_r} = ?$

$\vec{F_r} = (F_r, \alpha) = (19.3N, 11.9°)$.

مثال :-

- أحسب محصلة المتجهين $\vec{A} = 6unit$ و $\vec{B} = 8unit$ إذا كانت الزاوية بينهما تساوي الآتي :-

١- $0°$.

٢- $60°$.

٣- $90°$.

٤- $180°$.

الحل :-

١-

$\vec{A} = 6\ unit$

$\vec{B} = 8\ unit$

$\theta = 0°$

$\vec{R} = ?$

$R = A + B = 6 + 8 = 14\ unit$

$\alpha = 0^\circ$

المحصلة فى نفس اتجاه المتجهين

$\vec{R} = (R, \alpha) = (14\,\text{unit}, 0^\circ)$

٢- $\vec{A} = 6\,\text{unit}$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

$\vec{B} = 8\,\text{unit}$

$\theta = 60^\circ$

$\vec{R} = ?$

$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} = \sqrt{6^2 + 8^2 + 2\times 6\times 8\times \cos 60^\circ} = 12.16\,\text{unit}$

$\alpha = \sin^{-1}\dfrac{B\sin\theta}{R} = \sin^{-1}\dfrac{8\times\sin 60^\circ}{12.16} = 34.7^\circ$

$\vec{R} = (R, \alpha) = (12.16\,\text{unit}, 34.7^\circ)$

٣- $\vec{A} = 6\,\text{unit}$

$\vec{B} = 8\,\text{unit}$

$\theta = 90^\circ$

$\vec{R} = ?$

$R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\,\text{unit}$

$\alpha = \sin^{-1}\dfrac{B\sin\theta}{R} = \sin^{-1}\dfrac{8\times\sin 90^\circ}{10} = 35.13^\circ$

$\vec{R} = (R, \alpha) = (10\,\text{unit}, 35.13^\circ)$

٤- $\vec{A} = 6\,\text{unit}$

$\vec{B} = 8\,\text{unit}$

$\theta = 180^\circ$

$\vec{R} = ?$

$R = B - A = 8 - 6 = 2\,\text{unit}$

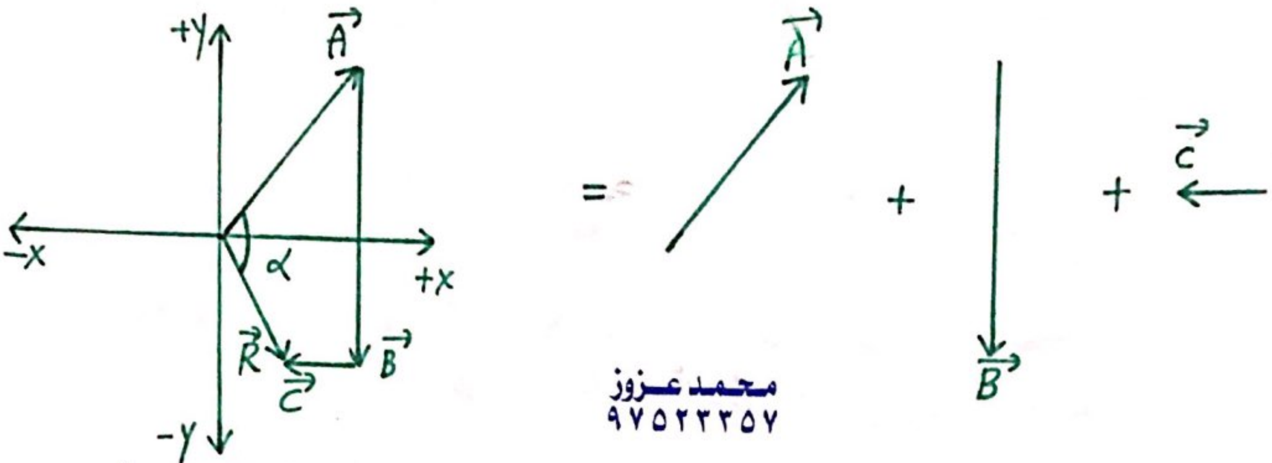
$\alpha = 180^\circ$

المحصلة فى اتجاه المتجه الأكبر

$\vec{R} = (R, \alpha) = (2\,\text{unit}, 180^\circ)$.

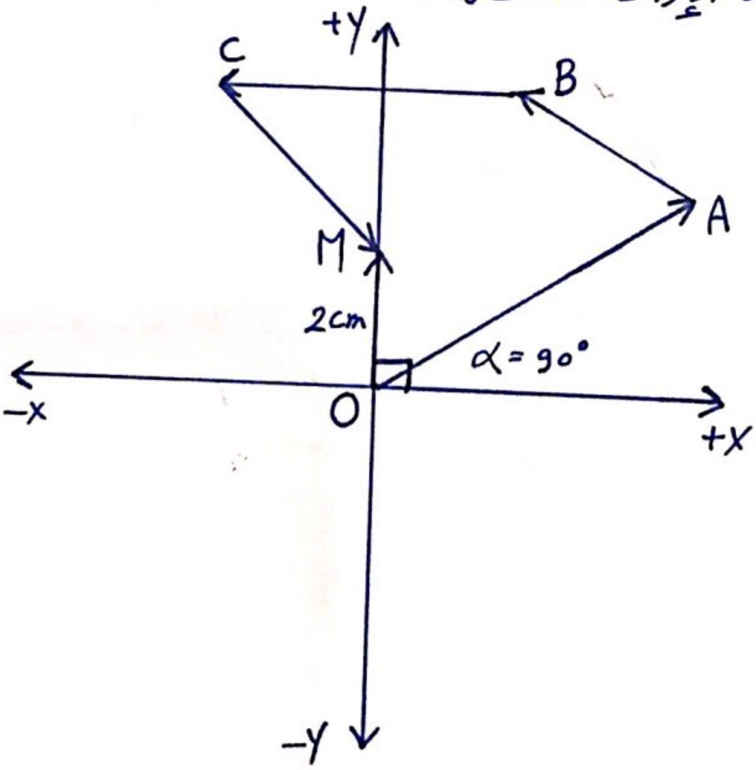
- جمع متجهات عدة :-

- محصلة متجهات عدة التي تتابع رأساً بذيل تكون المتجه الوحيد الذي يكون ذيله نقطة البداية ورأسه نقطة النهاية أي أنّ مقدار المحصلة متجه بدايته هي نقطة بداية المتجه الأول ونهايته نقطة نهاية المتجه الأخير وانتجاه المحصلة يُحدد بمقدار الزاوية بين متجه المحصلة والمتجه الأول كالآتي :-



مثال :-

- قام أحد مستكشفي الغابات برحلة استكشافية منطلقاً من النقطة O ومستخدماً عدّاد المسافات والبوصلة قاصداً البحيرة M وفق المسار O , A , B , C , M كما بالشكل وفقاً لمقياس رسم محدد كل 1 cm يمثل 1500 m باستخدام المسطرة والمنقلة أحسب مقدار واتجاه الإزاحة المحصلة .



الحل :-

عند توصيل النقطتين OM وبالمسطرة نجد أنّ $OM = 2cm$

$1\ cm \longrightarrow 1500\ m$

$2\ cm \longrightarrow 3000\ m$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

$OM = 2cm = 3000\ m$

إذاً مقدار محصلة الإزاحة يساوى $3000\ m$

وباستخدام المنقلة نجد أنّ اتجاه محصلة الإزاحة بالنسبة لمحور الإسناد أو الخط المرجعى عكس عقارب الساعة يساوى $90°$.

- أكبر قيمة لمحصلة متجهين عندما يكون المتجهان فى نفس الاتجاه $(\theta = 0°)$ فتكون المحصلة مجموع المتجهين $(\vec{R} = \vec{A} + \vec{B})$.
- أصغر قيمة لمحصلة متجهين عندما يكون المتجهان متعاكسين فى الاتجاه $(\theta = 180°)$ فتكون المحصلة الفرق بين المتجهين $(\vec{R} = \vec{A} - \vec{B})$.
- تنعدم محصلة متجهين إذا كان لهما نفس المقدار و متعاكسان فى الاتجاه فتكون المحصلة بصفر $(\vec{R} = \vec{A} - \vec{B} = 0 : \vec{A} = \vec{B})$.

- يمكن الحصول على قيم متعددة لمحصلة أى متجهين رغم ثبات مقدار يهما بسبب اختلاف الزاوية بين المتجهين .
- تختلف قيمة المحصلة باختلاف الزاوية بين المتجهين بحيث تقل قيمة المحصلة بزيادة الزاوية بين المتجهين والعكس صحيح .
- عملية جمع المتجهات عملية إبدالية $(\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A})$.
- لحساب مدى المحصلة لمتجهين نجمع المتجهين مرة فتعطى أكبر قيمة للمحصلة ونطرح المتجهين مرة أخرى فتعطى أقل قيمة للمحصلة .

س :- إختر الإجابة الصحيحة فى العبارات الآتية :-

١- أى من القيم التالية لا يمكن أن يكون قيمة محصلة المتجهين $\vec{B} = 9\ unit$, $\vec{A} = 3\ unit$

12 ( )   6 ( )   4 ( )   2 (✓)

٢- مدى محصلة المتجهين $\vec{B} = 9\ unit$, $\vec{A} = 3\ unit$ هو

$6 \rightarrow 12$ (✓) $3 \rightarrow 9$ ( ) $6 \rightarrow 9$ ( ) $3 \rightarrow 12$ ( )

- ضرب المتجهات :-

ضرب المتجهات

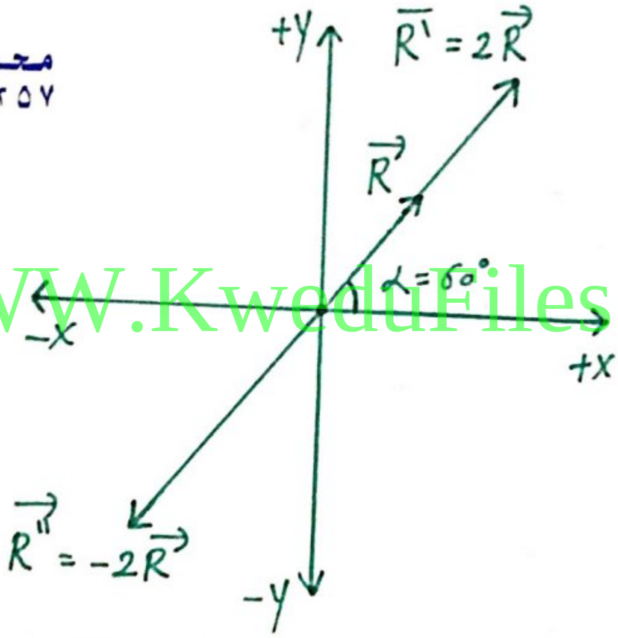
ضرب كمية عددية بكمية عددية | ضرب كمية عددية بكمية متجهة | ضرب كمية متجهة بكمية متجهة

- ضرب كمية عددية بكمية عددية :-

- ينتج عنه كمية عددية مثل جدول ضرب الأعداد .

- ضرب كمية عددية بكمية متجهة :-

- ينتج عنه كمية متجهة ومقدارها يساوى حاصل ضرب الكمية العددية فى الكمية المتجهة واتجاهها يكون نفس اتجاه الكمية المتجهة إذا كانت الكمية العددية موجبة وعكس اتجاه الكمية المتجهة إذا كانت الكمية العددية سالبة كالآتى :-



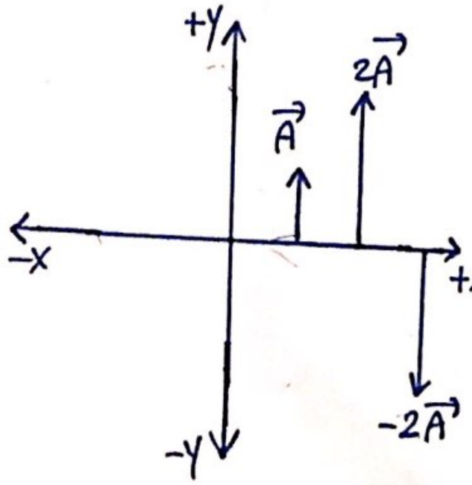
مثال :-

- ارسم المتجه $\vec{A}$ الذى مقداره 20m واتجاهه شمالاً ثم ارسم $2\vec{A}$ و $-2\vec{A}$.

الحل :-

مقياس الرسم

$20m \longrightarrow 1cm$



مثال :-

- $\vec{V}$ سرعة متجهة مقدارها $5\,m/s$ باتجاه يصنع زاوية مقدارها $25°$ بدءاً من محور السينات مثل المتجه بيانياً مستخدماً مقياس رسم $1\,cm$ لكل $2\,m/s$ ثم عبر عن المتجه $\vec{V'} = -3\vec{V}$.

الحل :-

$\vec{V} = 5\,m/s$

$\theta = 25°$

$2\,m/s \longrightarrow 1\,cm$

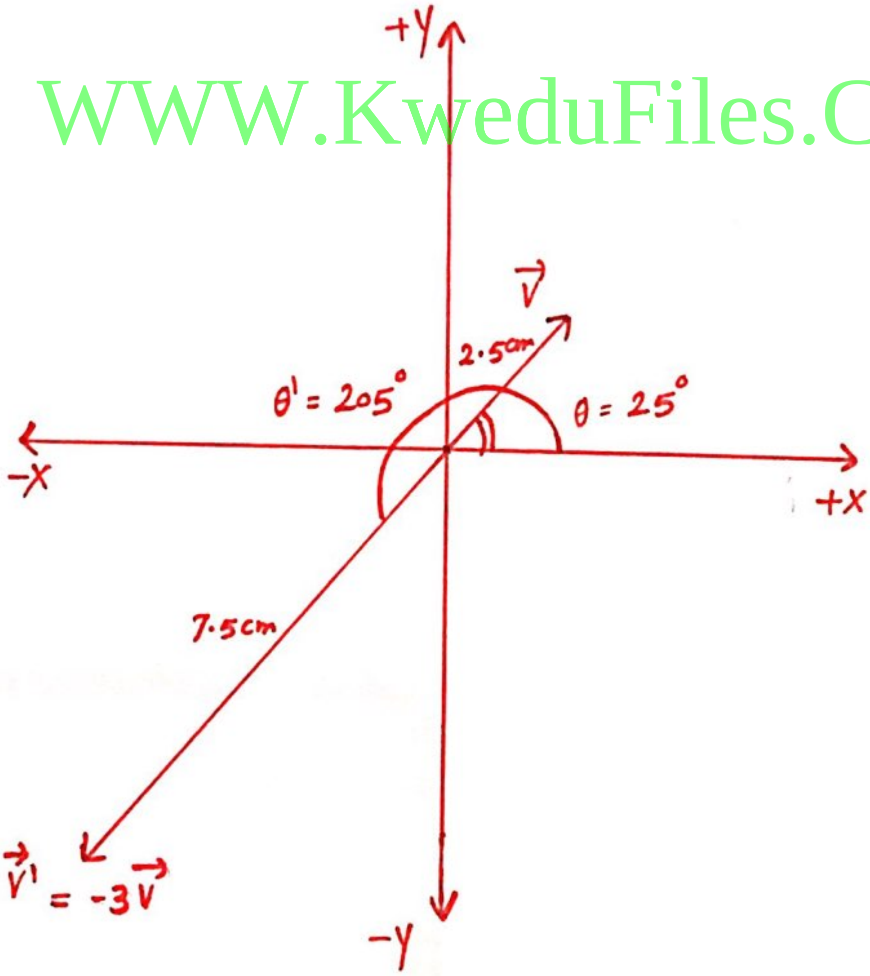
$5\,m/s \longrightarrow 2.5\,cm$

$\vec{V'} = -3\vec{V}$

$\vec{V'} = 3\vec{V} = 3 \times 2.5 = 7.5\,cm = 7.5 \times 2 = 15\,m/s$

$\theta' = 180 + 25 = 205°$

$\vec{V'} = (V', \theta') = (15\,m/s\,,\,205°)$



س :- ضع علامة (✓) أو علامة (X) في العبارات الآتية :-

- ضرب المتجه بكمية قياسية سالبة يعكس اتجاه المتجه بالإضافة إلى تغيير مقداره في حين أنّ ضربه بكمية قياسية موجبة يغيّر مقداره فقط بدون أن يغير الاتجاه . (✓)

- ضرب كمية متجهة بكمية متجهة :-

ضرب كمية متجهة بكمية متجهة

الضرب العددي — الضرب الاتجاهي

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

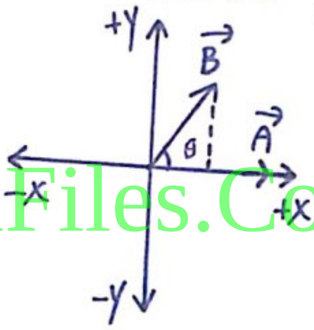
- الضرب العددي :-

- يسمى الضرب العددي بالضرب القياسي أو بالضرب النقطي و ينتج عنه كمية عددية ويُعبر عنه رياضياً كالآتي :-

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

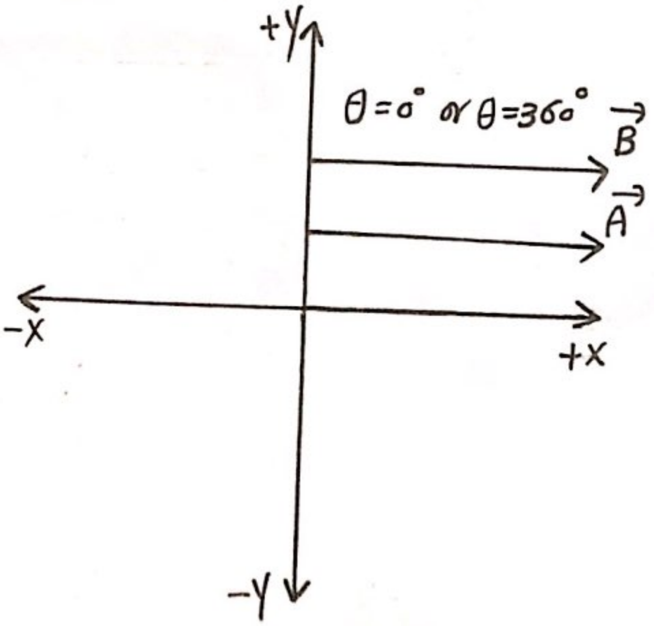
or

$$\vec{B} \cdot \vec{A} = AB\cos\theta$$

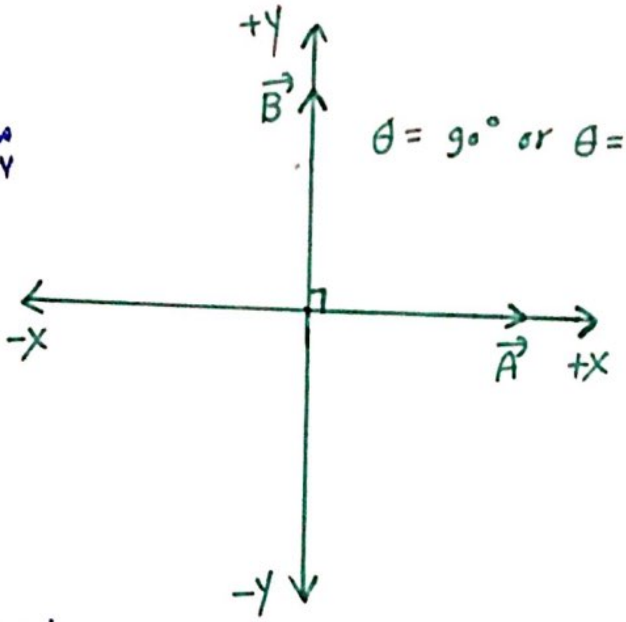


- ينتج عن الضرب العددي كمية عددية وليست كمية متجهة .

- أكبر قيمة لحاصل الضرب العددي لمتجهين عندما يكون المتجهان متوازيين وفي نفس الاتجاه ($\theta = 0°$ or $\theta = 360°$) فتكون $\cos\theta = 1$ وينتج $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB$ كالآتي:-



- تنعدم قيمة حاصل الضرب العددي لمتجهين أي تساوي صفر عندما يكون المتجهان متعامدين $(\theta = 90^\circ$ or $\theta = 270^\circ)$ فتكون $\cos\theta = 0$ وينتج $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$ كالآتي :-



محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

- من أمثلة الكميات الناتجة عن الضرب العددي لمتجهين الشغل حيث يعتبر كمية عددية لأنه ناتج عن الضرب العددي لمتجهي القوة $(\vec{F})$ والإزاحة $(\vec{D})$ $(\vec{F}\cdot\vec{D} = W)$.

- الضرب العددي عملية إبدالية $(\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A})$.

مثال :-

- من المعلوم أنّ الشغل هو كمية فيزيائية تسببها قوة مؤثرة على جسم عند إزاحته مسافة على مساره ويُعبر عنها بالضرب القياسي لكل من متجه القوة $(\vec{F})$ ومتجه الإزاحة $(\vec{X})$ استخدم الضرب القياسي لحساب الشغل الناتج عن قوة مقدارها 50N تصنع زاوية 60° مع متجه الإزاحة أدت عند تطبيقها إلى إزاحة الجسم مسافة 10m .

الحل :-

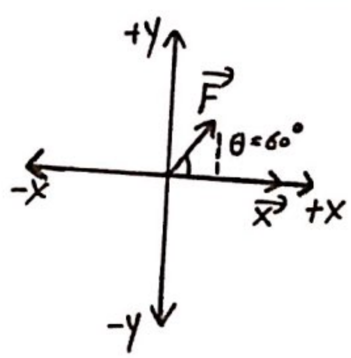
$\vec{F} = 50N$

$\vec{X} = 10\,m$

$\theta = 60^\circ$

$W = ?$

$\vec{F}\cdot\vec{X} = W$



$W = F \times \cos\theta = 50 \times 10 \times \cos 60^\circ = 250\,J$.

مثال :-

- إذا كان $\vec{A} = 10\ unit$ و $\vec{B} = 20\ unit$ وكان حاصل الضرب القياسي لهم $100\ unit^2$
أحسب قيمة الزاوية المحصورة بين المتجهين .

الحل :-

$\vec{A} = 10\ unit$

$\vec{B} = 20\ unit$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 100\ unit^2$

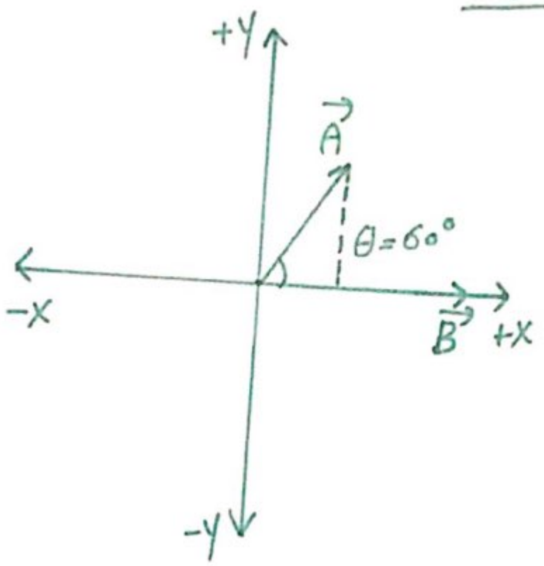
$\theta = ?$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$

$100 = 10 \times 20 \times \cos\theta$

$\cos\theta = 0.5$

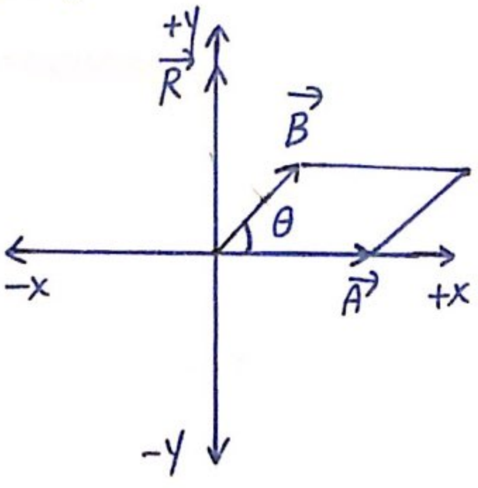
$\theta = shift\ \cos\ (\cos^{-1})\ 0.5 = 60°$.



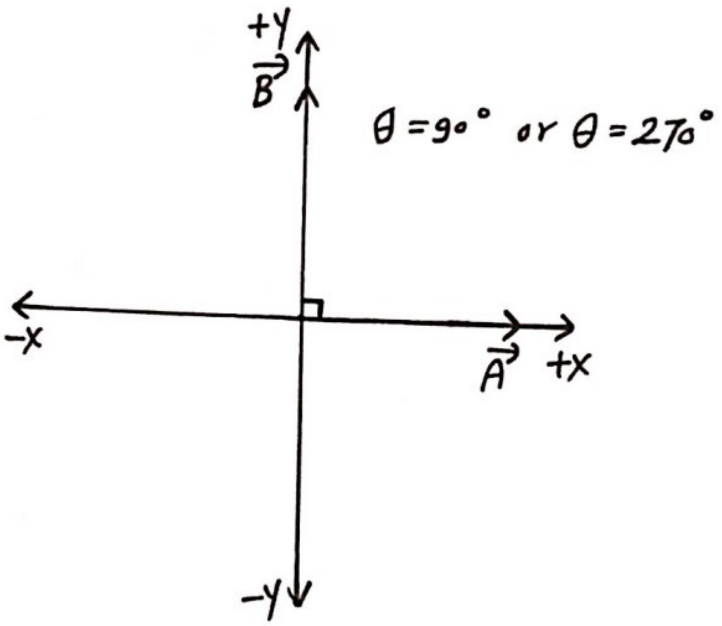
- الضرب الاتجاهي :-

- يسمى الضرب الاتجاهي بالضرب التقاطعي وينتج عنه كمية متجهة ومقداره يُمثل مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين واتجاهه فهو رأسي على المستوى المكوّن من المتجهين ويُحدد بتطبيق قاعدة اليد اليمنى (R.H.R.) وذلك بتدوير أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول إلى الثاني عبر الزاوية الأصغر بين المتجهين ليشير الإبهام إلى اتجاه المتجه ويُعبر عنه رياضياً كالآتي :-

$$\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$$

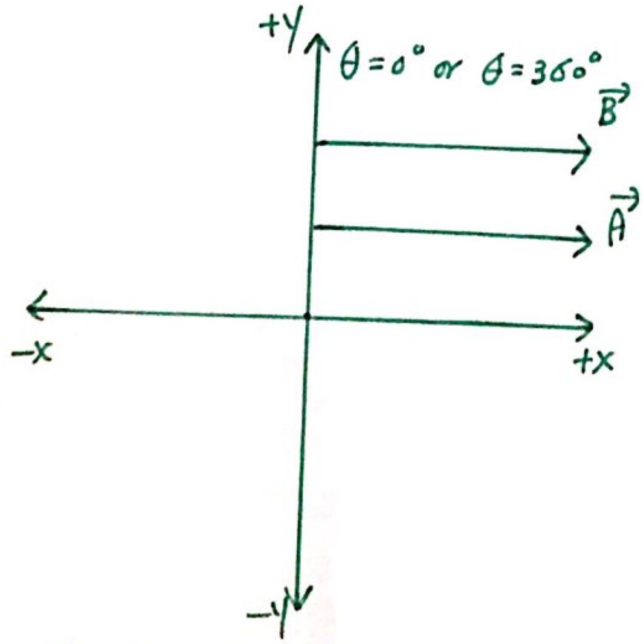


- ينتج عن الضرب الاتجاهي كمية متجهة وليست كمية عددية .
- أكبر قيمة لحاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين عندما يكون المتجهان متعامدان ($\theta = 90°$ or $\theta = 270°$) فتكون $\sin\theta = 1$ وينتج $\vec{A} \times \vec{B} = AB$ كالآتي :-



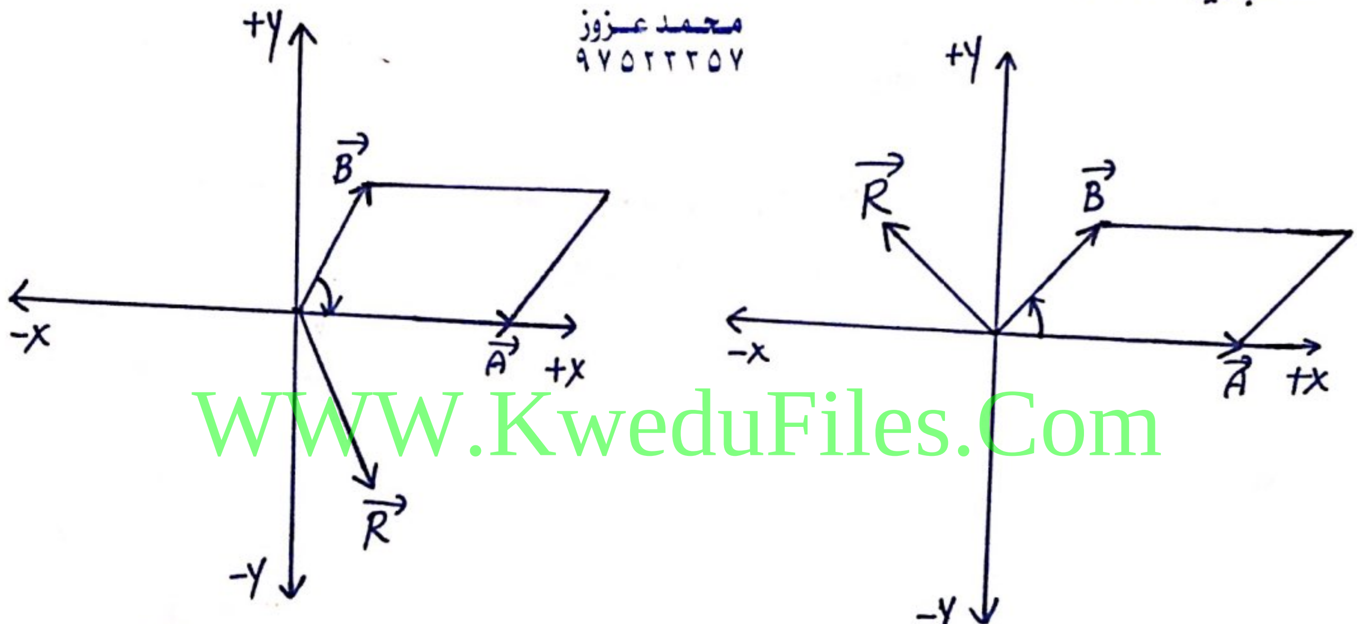
محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

- تنعدم قيمة حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين أي تساوي صفر عندما يكون المتجهان متوازيين وفي نفس الاتجاه ($\theta = 0°$ or $\theta = 360°$) فتكون $\sin\theta = 0$ وينتج $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ كالآتي :-



- الضرب الاتجاهي عملية ليست إبدالية ($\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$) ($\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$).
- يكون المتجه الناتج عن حاصل الضرب الاتجاهي في اتجاه عمودي على مستوى المتجهين داخل أو خارج من الورقة .

- يتساوى مقدار الضرب العددى مع مقدار الضرب الاتجاهى عندما تكون الزاوية المحصورة بين المتجهين تساوى 45° $(\theta = 45^\circ)$ فتكون $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ وننتج $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{A}\times\vec{B}$.
- يكون ناتج الضرب العددى نصف ناتج الضرب الاتجاهى إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين تساوى 26.5° $(\theta = 26.5^\circ)$ وننتج $\vec{A}\cdot\vec{B} = \frac{1}{2}\vec{A}\times\vec{B}$.
- قاعدة اليد اليمنى (R.H.R) تستخدم فى معرفة اتجاه ناتج الضرب الاتجاهى حيث عند دوران الأصابع الأربعة فى اتجاه الضرب فإنّ الإبهام يشير لاتجاه المحصلة ودائماً اتجاه متجه محصلة الضرب الاتجاهى عمودى على المستوى الذى يجمع المتجهين كالآتى :-

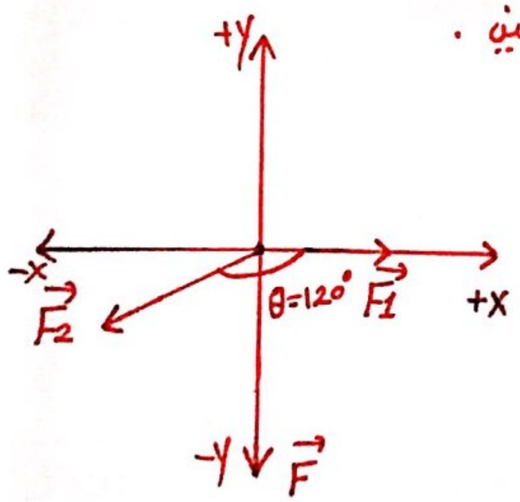


$$\vec{B}\times\vec{A} = -\vec{R} \qquad \vec{A}\times\vec{B} = \vec{R}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$$

مثال :-

- المتجهان $\vec{F_1}$ مقداره $5N$ و $\vec{F_2}$ مقداره $4N$ يحصران بينهما زاوية مقدارها 120° كما بالشكل أحسب حاصل الضرب الاتجاهى للمتجهين .



الحل :-

$\vec{F_1} = 5\,N$

$\vec{F_2} = 4\,N$

$\theta = 120^\circ$

$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = ?$

$\vec{F_2} \times \vec{F_1} = ?$

$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = F_1 F_2 \sin\theta = 5 \times 4 \times \sin 120^\circ = 17.32\ N^2$

$\vec{F_2} \times \vec{F_1} = -\vec{F_1} \times \vec{F_2} = -17.32\ N^2$

or $\vec{F_2} \times \vec{F_1} = -\vec{F_1} \times \vec{F_2} = -5 \times 4 \times \sin 120^\circ = -17.32\ N^2$.

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

مثال :-

- أحسب مساحة متوازى الأضلاع الناشئ عن المتجهين $\vec{D_1} = 4m$ و $\vec{D_2} = 6m$ علماً بأنّ الزاوية المحصورة بينهما تساوى 150° .

الحل :-

$\vec{D_1} = 4m$

$\vec{D_2} = 6m$

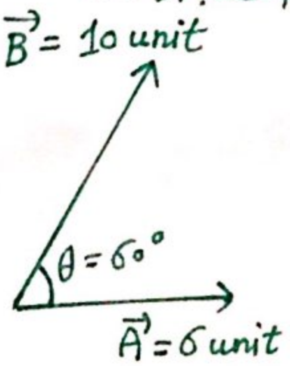
$\theta = 150^\circ$

$\vec{D_1} \times \vec{D_2} = ?$

$\vec{D_1} \times \vec{D_2} = D_1 D_2 \sin\theta = 4 \times 6 \times \sin 150^\circ = 12\ m^2$.

مثال :-

- فى الشكل التالى يمثل متجهان $\vec{A}$ و $\vec{B}$ يحصران بينهما زاوية 60° أحسب الآتى :-



١- $\vec{A} + \vec{B}$ مقداراً واتجاهاً .

٢- $\vec{A} \cdot \vec{B}$.

٣- $\vec{A} \times \vec{B}$ مقداراً وبيّن كيف يمكن تحديد اتجاه المتجه الناتج أو أحسب مساحة متوازى الأضلاع الناشئ عن المتجهين .

الحل :-

-١

$\vec{A} = 6\ unit$

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

$\vec{B} = 10\ unit$

$\theta = 60^\circ$

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R} = ?$

$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} = \sqrt{6^2 + 10^2 + 2\times6\times10\times\cos60^\circ} = 14\ unit$

$\alpha = \sin^{-1}\dfrac{B\sin\theta}{R} = \sin^{-1}\dfrac{10\times\sin60^\circ}{14} = 11.55^\circ$

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R} = (R, \alpha) = (14\ unit, 11.55^\circ)$

-٢

$\vec{A}\cdot\vec{B} = ?$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = 6\times10\times\cos60^\circ = 30\ unit$

-٣

$\vec{A}\times\vec{B} = ?$

$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta = 6\times10\times\sin60^\circ = 51.96\ unit$

ويُحدد اتجاه المتجه الناشئ بقاعدة اليد اليمنى (R.H.R).

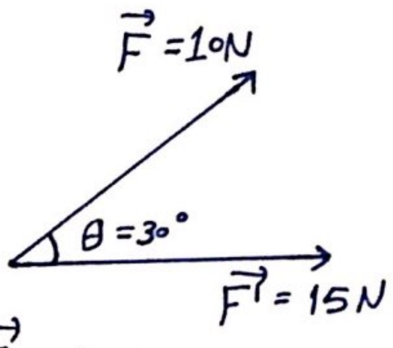
مثال :-

- في الشكل التالي القوتان $\vec{F}$ و $\vec{F'}$ يحصران بينهما زاوية مقدارها 30° أحسب باستخدام الطريقة الحسابية لجبر المتجهات الآتي :-

١- $\vec{F} + \vec{F'}$.

٢- $\vec{F}\cdot\vec{F'}$.

٣- $\vec{F}\times\vec{F'}$.



الحل :-

-١

$\vec{F} = 10N$

$\vec{F'} = 15N$

$\theta = 30^\circ$

$\vec{F} + \vec{F'} = \vec{Fr} = ?$

$Fr = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} = \sqrt{10^2 + 15^2 + 2\times10\times15\times\cos30^\circ} = 24.18N$

$\alpha = \sin^{-1}\dfrac{F'\sin\theta}{Fr} = \sin^{-1}\dfrac{15\times\sin30^\circ}{24.18} = 11.55^\circ$

$\vec{F} + \vec{F'} = \vec{Fr} = (Fr, \alpha) = (24.18N, 11.55^\circ)$

٢- $\vec{F}\cdot\vec{F'} = ?$

$$\vec{F}\cdot\vec{F'} = FF'\cos\theta = 10\times 15\times\cos 30^\circ = 129.9\ N^2$$

٣- $\vec{F}\times\vec{F'} = ?$

$$\vec{F}\times\vec{F'} = FF'\sin\theta = 10\times 15\times\sin 30^\circ = 75\ N^2$$

والمتجه الناتج عمودي على المتجهين وداخل إلى الصفحة .

س :- علل لكل من العبارات الآتية :-

١- القوة كمية متجهة .

٢- الشغل كمية عددية .

٣- يكون ناتج الضرب العددي أكبر ما يمكن عندما يكون المتجهان متوازيين وفي نفس الاتجاه.

٤- ينعدم ناتج الضرب العددي أي يساوي صفر عندما يكون المتجهان متعامدين .

٥- يكون ناتج الضرب الاتجاهي أكبر ما يمكن عندما يكون المتجهان متعامدين .

٦- ينعدم ناتج الضرب الاتجاهي أي يساوي صفر عندما يكون المتجهان متوازيين وفي نفس الاتجاه .

٧- يتساوى ناتج الضرب العددي مع ناتج الضرب الاتجاهي إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين تساوي 45° .

ج :-

١- لأن القوة $(\vec{F})$ = الكتلة (m) × العجلة $(\vec{a})$ والكتلة (m) كمية عددية بينما العجلة $(\vec{a})$ كمية متجهة وحاصل ضرب كمية عددية بكمية متجهة ينتج عنه كمية متجهة وهي القوة $(\vec{F})$.

٢- لأن الشغل (W) = القوة $(\vec{F})$ × الإزاحة $(\vec{X})$ وضربهما ضرب عددي لذلك ينتج كمية عددية وهو الشغل (W) .

٣- $\theta = 0^\circ$

$\cos\theta = \cos 0^\circ = 1$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = AB$.

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

٤- $\theta = 90^\circ$

$\cos\theta = \cos 90^\circ = 0$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = 0$.

٥- $\theta = 90^\circ$

$\sin\theta = \sin 90^\circ = 1$

$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta = AB$.

٦-

$\theta = 0°$

$\sin\theta = \sin 0° = 0$

$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta = 0$.

٧-

$\sin 45° = \cos 45° = 0.7$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta = \vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$.

س :- أذكر العوامل التي يتوقف عليها الآتي :-

١- جمع المتجهات .

٢- ضرب المتجهات .

٣- الضرب العددي .

٤- الضرب الاتجاهي .

ج :-

١- ١- مقدار المتجهين

٢- مقدار الزاوية بين المتجهين (θ) .

٢- ١- مقدار المتجهين

٢- مقدار الزاوية بين المتجهين (θ)

٣- ١- مقدار المتجهين

٢- مقدار الزاوية بين المتجهين (θ) أو جيب تمام الزاوية بين المتجهين ($\cos\theta$) .

٤- ١- مقدار المتجهين

٢- مقدار الزاوية بين المتجهين (θ) أو جيب الزاوية بين المتجهين ($\sin\theta$) .

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧