

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



الملف مراجعة الوحدة التاسعة مع الإجابة (تطبيقات على حساب المثلثات)

[موقع المناهج](#) ⇨ [ملفات الكويت التعليمية](#) ⇨ [الصف الحادي عشر العلمي](#) ⇨ [رياضيات](#) ⇨ [الفصل الثاني](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي



روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

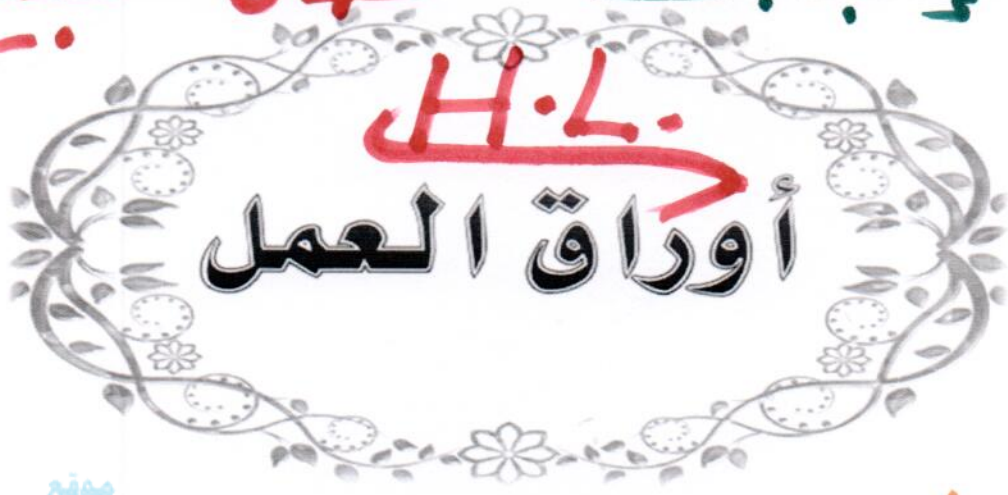
[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

النموذج الاول 11 علمي(1)	1
هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات	2
مراجعة هامة ومتوقعة في مادة الرياضيات	3
تحميل كتاب الطالب(تمارين)علمي	4
تحميل كتاب الطالب	5

البيجابات :- هالة لبيب



موقع
المنهاج الكويتية
almanahj.com/kw

الصف الحادي عشر علمي

الفترة الدراسية الثانية

مادة الرياضيات

٢٠٢٣/٢٠٢٢

مراجعة الوحدة الخامسة

الإسم :

تطبيقات على حساب
W.R.E
المستندات

Trigonometric Identities

تذكر ما يلي : المتطابقات المثلثية الأساسية

Quotient Identities (Tangent and)

• متطابقات القسمة (الظل وظل التمام)

Cotangent

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad , \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

Reciprocal Identities

• متطابقات المقلوب

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad , \quad \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad , \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

Pythagorean Identities

• متطابقات فيثاغورث

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad , \quad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \quad , \quad 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

كتاب الطالب مثال ص 88 رقم 1 :

$$\frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta \quad \text{أثبت صحة المتطابقة:}$$

$$\frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \tan^2 \theta$$

∴ الطرفان متساويان

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 88 رقم 1 :

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \csc \theta \quad \text{أثبت صحة المتطابقة:}$$

$$\frac{\sin \theta \cdot \sin \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} + \frac{(1 + \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)(\sin \theta)} =$$

بتوحيد المقامات :

$$\frac{\sin^2 \theta + 1 + 2 \cos \theta + \cos^2 \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} =$$

$$\frac{2 + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta}$$

$$\frac{1 + 2 \cos \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} =$$

$$= \frac{2(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta) \sin \theta}$$

$$\frac{1 + 2 \cos \theta + 1}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} =$$

$$= \frac{2}{\sin \theta} = 2 \csc \theta$$

∴ الطرفان متساويان

كتاب الطالب مثال ص 88 رقم 2 :

أثبت صحة المتطابقة: $2 \cot x \csc x = \frac{1}{\sec x - 1} + \frac{1}{\sec x + 1}$

$$\frac{1}{\sec x - 1} + \frac{1}{\sec x + 1} = \frac{(\sec x + 1) + (\sec x - 1)}{(\sec x - 1)(\sec x + 1)}$$

بتوحيد المقامات:

$$= \frac{2 \sec x}{\sec^2 x - 1}$$

$$= \frac{2 \sec x}{\tan^2 x}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \sec x \cdot \cot^2 x \\ &= \frac{2}{\cos x} \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \frac{2 \cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x} \\ &= 2 \cot x \csc x \end{aligned}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل 2 ص 89 :

∴ الطرفان متساويان

موقع المناهج الكويتية
almanahj.com

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} - \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \tan x \cdot \sec x$

$$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} - \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = \frac{(1 + \sin x)^2 - (1 - \sin x)^2}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \frac{(1 + 2 \sin x + \sin^2 x) - (1 - 2 \sin x + \sin^2 x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cancel{1} + 2 \sin x + \cancel{\sin^2 x} - \cancel{1} + 2 \sin x - \cancel{\sin^2 x}}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{4 \sin x}{\cos^2 x} = \frac{4 \sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos x} = 4 \tan x \cdot \sec x$$

كتاب الطالب مثال ص 89 رقم 3 :

∴ الطرفان متساويان

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \cdot \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cancel{\cos x} (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

∴ الطرفان متساويان

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 90 رقم 3 :

أثبت صحة المتطابقة: $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = (\csc x - \cot x)^2$

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \cdot \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x} = \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)^2 \\ &= \frac{(1 - \cos x)^2}{1 - \cos^2 x} = \frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^2 x} \\ &= \left(\frac{1 - \cos x}{\sin x} \right)^2 \end{aligned}$$

∴ الطرفان متساويان

موقع المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

كتاب الطالب مثال صد 90 رقم 4 :

الطرف الأيسر

$$\frac{\cot^2 \theta}{1 + \csc \theta} = \frac{\csc^2 \theta - 1}{1 + \csc \theta} = \frac{(\csc \theta - 1)(\csc \theta + 1)}{1 + \csc \theta} = \csc \theta - 1$$

الطرف الأيمن

$$\begin{aligned} \frac{\cot \theta}{1 + \csc \theta} &= (\cot \theta)(\sec \theta - \tan \theta) \\ &= \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) \left(\frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) \\ &= \frac{1}{\sin \theta} - 1 \\ &= \csc \theta - 1 \end{aligned}$$

∴ الطرفان متساويان

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 90 رقم 4 :

الطرف الأيسر

$$\frac{\sec x + \tan x}{\cot x + \cos x} = \sin x + \sin x \tan^2 x$$

الطرف الأيمن :

$$\begin{aligned} \frac{\sec x + \tan x}{\cot x + \cos x} &= \frac{\frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x} + \cos x} \\ &= \frac{\frac{1 + \sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x + \cos^2 x}{\sin x}} \\ &= \frac{1 + \sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x + \cos^2 x} \\ &= \frac{\sin x (1 + \sin x)}{\cos x (1 + \cos x)} \\ &= \frac{\sin x \sec^2 x}{\sin x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \end{aligned}$$

تابع التالي

H.L.

$$\frac{\left(\frac{1 + \sin x}{\cos x} \right)}{\left(\frac{\cos x + \cos x \sin x}{\sin x} \right)} =$$

$$\frac{1 + \sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x + \cos x \sin x} =$$

$$\frac{1 + \sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x (1 + \sin x)} =$$

$$\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

∴ الطرفان متساويان

H.L.

كراسة التمارين ص 36 رقم 5 :

$$\tan x + \cot x + 2 = \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin x \cos x}$$

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin x \cos x} = \frac{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cancel{\sin x} \cos x} + \frac{2 \cancel{\sin x} \cos x}{\cancel{\sin x} \cos x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x \cancel{\cos x}}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} + 2 + \frac{\cos x}{\sin x}$$

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$= \tan x + 2 + \cot x$$

$$= \tan x + \cot x + 2$$

∴ الطرفان متساويان

كراسة التمارين ص 36 رقم 5 :

$$\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = 2 \csc^2 x$$

$$\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{(1 + \cos x) + (1 - \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{1 + \cancel{\cos x} + 1 - \cancel{\cos x}}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = 2 \csc^2 x$$

∴ الطرفان متساويان

H.L.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) $3 \sin x = \sin(3x)$ تمثل متطابقة.

(a) (b)

(2) $\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ تمثل متطابقة.

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

(a) (b)

(3) $\sec x - \cos x = \tan x \sin x$ تمثل متطابقة.

(5) المقدار: $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x}$ متطابق مع المقدار:

(a) $\sin x \tan x$

(b) $\sin x \sec^2 x$

(c) $\cos x \sec^2 x$

(d) $\sin x \csc x$

(6) المقدار: $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ متطابق مع المقدار:

(a) $-4 \sin x \cos x$

(b) 2

(c) -2

(d) $4 \sin x \cos x$

(7) المقدار: $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار:

(a) $\sec x \csc x$

(b) $\sec x \sin x$

(c) $\sec x \cos x$

(d) $\sin x \cos x$

H.L.
→

واجبات جبر هجوي

① ② ③ ← بالتعويض عند X بأي زاوية :
الطرفان غير متساويين

$$\sec x - \cos x = \frac{1}{\cos x} - \cos x$$

④

$$= \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin x$$

$$= \tan x \sin x$$

⑤

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$$

$$= \tan^2 x \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

$$= \sin x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \sin x \sec^2 x$$

⑥

H.L.

7

$$(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 =$$

$$\cos^2 x + 2\sin x \cos x + \sin^2 x - (\cos^2 x - 2\sin x \cos x + \sin^2 x) =$$

$$\cancel{\cos^2 x} + 2\sin x \cos x + \cancel{\sin^2 x} - \cancel{\cos^2 x} + 2\sin x \cos x - \cancel{\sin^2 x} =$$

$$4\sin x \cos x$$

d

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$\frac{1}{\tan x} + \tan x = \frac{\cos x}{\sin x} + \tan x$$

7

$$= \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x}$$

توحيد المقامات

$$= \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$= \frac{1}{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos x}$$

$$= \csc x \sec x$$

$$= \sec x \csc x$$

a

(8) المقدار: $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار:

(a) $\tan^2 x$

(b) $\cot^2 x$

(c) $\tan^2 x \sin^2 x$

(d) $\cot^2 x \cos^2 x$

(9) المقدار: $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1$ متطابق مع المقدار:

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) -2

(10) المقدار: $\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x}$ متطابق مع المقدار:

(a) $-\tan x \sin x$

(b) $-\tan x$

(c) $\tan x \sin x$

(d) $\tan x$

الإجابات بالتفصيل في الصفحة التالية

كراسة التمارين ص 36 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

H.L.

$$\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x \quad (1)$$

علاوة على ذلك \leftarrow

$$= \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right)$$

$$= \sin^2 x (\sec^2 x - 1)$$

$$= \sin^2 x \tan^2 x \quad (c)$$

موقع
المنهج الكويتية
almanhaj.com/kw

$$\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + 1 = \sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x + 1 \quad (9)$$

$$= \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x} + 1$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2 \quad (c)$$

$$\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \frac{-\sin^2 x}{\cos x} \quad (10)$$

$$= -\sin x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$= -\sin x \tan x$$

$$= -\tan x \sin x \quad (a)$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 93 رقم 1 :

حل المعادلة : $\sqrt{2} \cos x = 1$

$$\sqrt{2} \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

بفرض α زاوية إيجابية لإسناد للزاوية x

$$\therefore \cos \alpha = |\cos x|$$

$$= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \cos x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الربع الرابع

عندما تقع x في الربع الأول :

$$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi = k \in \mathbb{Z}$$

عندما تقع x في الربع الرابع :

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2k\pi = k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$$

\therefore حل المعادلة هو : $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ أو $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$

السؤال بالكتابة $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$

كتاب الطالب مثال ص 93 رقم 1 :

حل المعادلة : $2 \cos x + \sqrt{3} = 0$

$$2 \cos x + \sqrt{3} = 0$$

$$2 \cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

بفرض α زاوية إيجابية لإسناد للزاوية x

$$\therefore \cos \alpha = |\cos x|$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \cos x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما تقع x في الربع الثاني :

$$x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما تقع x في الربع الثالث :

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

\therefore حل المعادلة :

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ أو } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 94 رقم 2 :

حل المعادلة : $5 \sin \theta - 3 = \sin \theta$

$$5 \sin \theta - 3 = \sin \theta$$

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 3$$

$$4 \sin \theta = 3$$

$$\sin \theta = \frac{3}{4}$$

$$\sin \alpha = |\sin \theta|$$

$$= \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \alpha \approx 0.848 \text{ radian}$$

$$\therefore \sin \theta > 0$$

\therefore تقع في الربع الأول أو
الربع الثاني

$$[0, 2\pi)$$

حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

$$4 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

$$4 \sin \theta - \sin \theta = -1$$

$$3 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{3}$$

$$\sin \alpha = |\sin \theta|$$

$$= \left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \alpha = 0.34 \text{ radian}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$

\therefore تقع في الربع الثالث
أو

الربع الرابع

عندما تقع θ في الربع الأول :

$$\theta = 0.848 + 2k\pi \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

عندما تقع θ في الربع الثاني :

$$\theta = \pi - \alpha + 2k\pi \quad ; k \in \mathbb{Z}$$

$$= \pi - 0.848 + 2k\pi$$

$$= 2.2935 + 2k\pi$$

\therefore حل المعادلة هو :

$$\theta = 0.848 + 2k\pi \quad \text{أو}$$

$$\theta = 2.2935 + 2k\pi$$

كتاب الطالب مثال ص 94 رقم 2 :

حل المعادلة : $4 \sin \theta + 1 = \sin \theta$

عندما تقع θ في الربع الثالث :

$$\theta = \pi + 0.34$$

$$\approx 3.4816 \quad , \quad 3.4816 \in [0, 2\pi)$$

عندما تقع θ في الربع الرابع :

$$\theta = 2\pi - 0.34$$

$$\approx 5.9432 \quad , \quad 5.9432 \in [0, 2\pi)$$

\therefore حل المعادلة :

$$\theta \approx 3.4816 \quad \text{أو} \quad \theta \approx 5.9432$$

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 95 رقم 3 :

حل المعادلة : $\tan x = 1$

نفرض α هي زاوية الاسناد للزاوية x
 $\therefore \tan x > 0$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الربع الثالث

العادة $\tan x$ دالة دورية ودورتها x

فيكون : $\tan(\pi + x) = \tan x$

حل المعادلة : $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= |\tan x| \\ &= |1| \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

موقع
 المناهج الكويتية
 almanahj.com/kw

كتاب الطالب مثال تحل ص 95 رقم 3 :

حل المعادلة : $\tan x = \sqrt{3}$

نفرض α هي زاوية الاسناد للزاوية x
 $\therefore \tan x > 0$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الربع الثالث

العادة $\tan x$ هي دالة دورية ودورتها π

فيكون : $\tan(\pi + x) = \tan x$

\therefore حل المعادلة هو :

$$x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= |\tan x| \\ &= |\sqrt{3}| \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 96 رقم 4 :

حل المعادلة : $\sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0$

$$\sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0$$

$$\cos \theta (\sin \theta - 1) = 0$$

$$\therefore \cos \theta = 0 \text{ أو } \sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = 1$$

$\cos \theta = 0$ موقع
الزاوية الزاوية ربعية
atmanahj.com/kw

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

حيث $k \in \mathbb{Z}$

$$\sin \theta = 1$$

∴ زاوية ربعية

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

حل المعادلة :

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

أو

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

كتاب الطالب مثال ص 96 رقم 4 :

حل المعادلة : $2 \cos \theta \sin \theta = -\sin \theta$

$$2 \cos \theta \sin \theta = -\sin \theta$$

$$2 \cos \theta \sin \theta + \sin \theta = 0$$

$$\sin \theta (2 \cos \theta + 1) = 0$$

$$\therefore \sin \theta = 0 \text{ أو } 2 \cos \theta + 1 = 0$$

$$\sin \theta = 0 \text{ أو } 2 \cos \theta = -1$$

$$\sin \theta = 0 \text{ أو } \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = 0$$

∴ زاوية ربعية

$$\therefore \theta = 0 \text{ أو } \theta = \pi$$

$$\therefore \theta = 2k\pi \text{ أو } \theta = \pi + 2k\pi$$

حيث $k \in \mathbb{Z}$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \text{ أو } \frac{1}{2}$$

نفرض α زاوية حادة متساوية لزاوية θ

$$\therefore \cos \alpha = |\cos \theta|$$

$$= \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \cos \theta < 0$$

∴ تقع θ في الربع الثاني أو الثالث

عندما تقع θ في الربع الثاني :

$$\theta = (\pi - \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$$

$$= \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

عندما تقع θ في الربع الثالث :

$$\therefore \theta = \pi + \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$= \left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\theta = 2k\pi \text{ أو } \theta = \pi + 2k\pi \text{ أو } \theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ أو } \theta = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

حيث $k \in \mathbb{Z}$

حل المعادلة : $\cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 = 0$

$$\cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 = 0$$

$$(\cos\theta + 1)(\cos\theta + 2) = 0$$

$$\cos\theta + 1 = 0 \text{ أو } \cos\theta + 2 = 0$$

$$\cos\theta = -1 \quad \cos\theta = -2$$

θ زاوية رابعة $-1 \leq \cos\theta \leq 1$
 $\therefore \theta = \pi + 2k\pi \quad \because -2 \notin [-1, 1]$
 $k \in \mathbb{Z}$ ليس له حل \therefore ليس له حل

كتاب الطالب مثال صد 96 رقم 5 :

حل المعادلة : $4\sin^2x - 8\sin x + 3 = 0$

$$4\sin^2x - 8\sin x + 3 = 0$$

$$(2\sin x - 1)(2\sin x - 3) = 0$$

$$2\sin x - 1 = 0 \text{ أو } 2\sin x - 3 = 0$$

$$2\sin x = 1 \quad 2\sin x = 3$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \sin x = \frac{3}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

نفس α من زاوية α لا سفا دل زاوية x

$$\sin \alpha = |\sin x|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x > 0$$

 x تقع في الربع الأول أو الربع الثاني
عندما تقع x في الربع الأول :

$$x = \alpha + 2k\pi$$

$$= \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad : k \in \mathbb{Z}$$

عندما تقع x في الربع الثاني

$$x = (\pi - \alpha) + 2k\pi$$

$$= \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$$

$$= \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad : k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{3}{2}$$

$$y = \sin x$$

سابقا $[-1, 1]$

$$\therefore \frac{3}{2} \notin [-1, 1]$$

$$\therefore \sin x = \frac{3}{2}$$

ليس له حل
حل المعادلة : $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$

H.L.

$$\tan x = -\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= |\tan x| \\ &= |\sqrt{3}| = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \tan x < 0$$

∴ تقع x في الربع الثاني أو الربع الرابع

amanahj.com/kw

$$\begin{aligned} x &= \pi - \frac{\pi}{3} + k\pi \\ &= \frac{2\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أو } x &= 2\pi - \frac{\pi}{3} + k\pi \\ &= \frac{5\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\sin x \tan^2 x = \sin x$$

$$\sin x \tan^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (\tan^2 x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \text{أو} \quad \tan^2 x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 0$$

$$0 \notin (0, \pi)$$

$$\text{أو } x = \pi$$

$$\pi \notin (0, \pi)$$

$$\tan^2 x = 1$$

$$\tan x = \pm 1$$

$$\begin{aligned} \tan x = 1 &\rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in (0, \pi) \leftarrow \\ &\text{or } x = \frac{5\pi}{4} \notin (0, \pi) \end{aligned}$$

$$\tan x = -1 \rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \in (0, \pi) \leftarrow$$

$$\text{أو } x = \frac{7\pi}{4} \notin (0, \pi) \leftarrow$$

(2)

(3)

H.L.

①

$$2\sin^2 X = 1$$

$$\sin^2 X = \frac{1}{2}$$

$$\sin X = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin X = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow X = \frac{\pi}{4} \in [0, 2\pi) \leftarrow$$

$$X = \frac{3\pi}{4} \in [0, 2\pi) \leftarrow$$

المناهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$\sin X = -\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow X = \frac{5\pi}{4} \in [0, 2\pi) \leftarrow$$

$$\text{أو } X = \frac{7\pi}{4} \in [0, 2\pi) \leftarrow$$

$$\sin X + \cos X = 0$$

$$\sin X = -\cos X$$

$$\frac{\sin X}{\cos X} = \frac{-\cos X}{\cos X}$$

$$\tan X = -1$$

$$\therefore \tan X < 0$$

$\therefore X$ تقع في الربع الثاني

أو
الربع الرابع

$$2\sin^2 X + 3\sin X + 1 = 0$$

$$(2\sin X + 1)(\sin X + 1) = 0$$

$$2\sin X + 1 = 0$$

$$\sin X = -\frac{1}{2}$$

X تقع في الربع الثالث أو الرابع

$$X = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

$$\text{أو } X = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6} \in [0, 2\pi)$$

$$\text{أو } \sin X + 1 = 0$$

$$\sin X = -1$$

$\therefore X$ زاوية ربعية

$$X = \frac{3\pi}{2} \in [0, 2\pi)$$

⑦

⑤

H.L.

8

$$2\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x - 2 \sin x = -1$$

$$2\sqrt{2} \sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$(2\sqrt{2} \sin x \cos x - 2 \sin x) - (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$2 \sin x (\sqrt{2} \cos x - 1) - (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0$$

$$(\sqrt{2} \cos x - 1)(2 \sin x - 1) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$$

$$\text{أو } 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\sqrt{2} \cos x = 1$$

$$2 \sin x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

∴ تقع x في الربع الأول أو الرابع

∴ تقع x في الربع الأول أو الثاني

$$x = \boxed{\frac{\pi}{4}} \in [0, 2\pi)$$

$$x = \boxed{\frac{\pi}{6}} \in [0, 2\pi)$$

أو

أو

$$\pi = 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{6}$$

$$= \boxed{\frac{7\pi}{4}} \in [0, 2\pi)$$

$$= \boxed{\frac{5\pi}{6}} \in [0, 2\pi)$$

H.L.

متطابقات الدوال المتكافئة

$$\begin{array}{lll} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta & \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta & \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc \theta \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta & \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta & \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta \end{array}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 100 رقم 2 :

أثبت أن : $\csc\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\sec \theta$

$$\begin{aligned} \csc\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) &= \csc\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] \\ &= -\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= -\sec \theta \end{aligned}$$

كتاب الطالب مثال ص 100 رقم 1 :

أثبت أن : $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \theta$

$$\begin{aligned} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) &= \sin\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] \\ &= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= -\cos \theta \end{aligned}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 101 رقم 2 :

أثبت أن : $\sec\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \csc \theta$

$$\begin{aligned} \sec\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) &= \sec\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] \\ &= \frac{1}{\cos\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]} \\ &= \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} \\ &= \frac{1}{\sin \theta} = \csc \theta \end{aligned}$$

كتاب الطالب مثال ص 101 رقم 2 :أثبت أن : $\csc\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\sec \theta$

$$\begin{aligned} \csc\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) &= \csc\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] \\ &= \frac{1}{\sin\left[-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right]} \\ &= \frac{1}{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} \\ &= \frac{-1}{\cos \theta} = -\sec \theta \end{aligned}$$

$$\cos(\beta + \alpha) = \cos \beta \cos \alpha - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta + \alpha) = \sin \beta \cos \alpha + \cos \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$$

$$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan \beta + \tan \alpha}{1 - \tan \beta \tan \alpha}$$

$$\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 103 رقم 3 :

أوجد دون استخدام الآلة الحاسبة كلا مما يلي :

a) $\sin 15^\circ$

b) $\cos 75^\circ$

c) $\tan 105^\circ$

a) $\therefore 15^\circ = (45^\circ - 30^\circ)$

$\therefore \sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

b) $\therefore 75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$

$\therefore \cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$

$$= \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

c) $\therefore 105^\circ = 45^\circ + 60^\circ$

$\therefore \tan 105^\circ = \tan(45^\circ + 60^\circ)$

$$= \frac{\tan 45^\circ + \tan 60^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 60^\circ}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - (1)(\sqrt{3})} = -2 - \sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \quad \text{إذا كان :}$$

$$\cos \beta = \frac{-12}{13}, \quad \pi > \beta > \frac{3\pi}{2}$$

أوجد كلا مما يلي : a) $\cos(\alpha + \beta)$ b) $\tan(\alpha + \beta)$ c) $\sin(\beta - \alpha)$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{4}{5}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

∴ تقع α في الربع الأول

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= \frac{9}{25}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$\therefore \cos \alpha > 0$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \cos \beta = \frac{-12}{13}, \quad \pi > \beta > \frac{3\pi}{2}$$

∴ تقع β في الربع الثالث

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\sin^2 \beta + \left(\frac{-12}{13}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2$$

$$= \frac{25}{169}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{25}{169}}$$

$$\therefore \sin \beta < 0$$

$$\therefore \sin \beta = -\frac{5}{13}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$= \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}}$$

$$= \frac{5}{12}$$

$$= \frac{5}{12}$$

$$\therefore \sin \beta = -\frac{5}{13}$$

$$\cos \beta = \frac{12}{13}$$

$$\tan \beta = \frac{5}{12}$$

H.L.

$$\begin{aligned} \text{a) } \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \\ &= \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-12}{13}\right) - \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{-5}{13}\right) \\ &= -\frac{16}{65} \end{aligned}$$

موقع المناهج الكويتية
almanhi.com/kw

$$\begin{aligned} \text{b) } \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} \\ &= \frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{12}} \\ &= \frac{63}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sin(\beta - \alpha) &= \sin\beta \cos\alpha - \cos\beta \sin\alpha \\ &= \frac{5}{13} \cdot \frac{3}{5} - \left(\frac{-12}{13}\right) \cdot \frac{4}{5} \\ &= \frac{33}{65} \end{aligned}$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

a b

a b

باستخدام
الهوية الأساسية

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

(3) $\cos(h + \frac{\pi}{2}) = -\cos h$

$= \cos h \cos \frac{\pi}{2} - \sin h \sin \frac{\pi}{2} = 0 - \sin h = -\sin h$

a b

(4) $\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$

$= (2 - \sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{3})^2 = 14$

a b

في التمارين (5-11)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $\tan \frac{7\pi}{12}$ تساوي:

باستخدام الهوية الأساسية

a $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}$

b $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

c $2 + \sqrt{3}$

d $-2 - \sqrt{3}$

a $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

b $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

c $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

d $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

(6) $\sin(x + \frac{\pi}{6})$ تساوي:
 $= \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

a $1 + \tan h$

b $\frac{1 - \tan h}{1 + \tan h}$

c $\frac{1 + \tan h}{1 - \tan h}$

d $1 - \tan h$

(7) $\tan(h + \frac{\pi}{4})$ تساوي:
 $= \frac{\tanh h + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tanh h \cdot \tan \frac{\pi}{4}}$
 $= \frac{\tanh h + 1}{1 - \tanh h \cdot 1}$
 $= \frac{\tanh h + 1}{1 - \tanh h}$
 $= \frac{1 + \tanh h}{1 - \tanh h}$

(a) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x + \sin x)$

(b) $\sqrt{2}(\cos x + \sin x)$

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + \sin x)$

(8) $\cos(x - \frac{\pi}{4})$ تساوي:

$$\begin{aligned} &= \cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x + \sin x) \end{aligned}$$

(9) $\cos 94^\circ \cos 18^\circ + \sin 94^\circ \sin 18^\circ$ تساوي:

$$\begin{aligned} &= \cos(94^\circ - 18^\circ) \\ &= \cos 76^\circ \end{aligned}$$

(a) $\cos 112^\circ$

(c) $\sin 112^\circ$

المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

(b) $\cos 76^\circ$

(d) $\sin 76^\circ$

(a) $\cos \frac{4\pi}{21}$

(c) $\cos \frac{10\pi}{21}$

(b) $\sin \frac{4\pi}{21}$

(d) $\sin \frac{10\pi}{21}$

(10) $\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{3}$ تساوي:

$$\begin{aligned} &= \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{7}\right) \\ &= \sin \frac{4\pi}{21} \end{aligned}$$

(a) $\tan \frac{2\pi}{15}$

(c) $\tan\left(-\frac{8\pi}{15}\right)$

(b) $\tan \frac{8\pi}{15}$

(d) $\tan\left(-\frac{2\pi}{15}\right)$

(11) $\frac{\tan \frac{\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{3}}{1 + \tan \frac{\pi}{5} \tan \frac{\pi}{3}}$ تساوي:

$$\begin{aligned} &= \tan\left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \tan\left(-\frac{2\pi}{15}\right) \end{aligned}$$

كراسة التمارين ص 40 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

H.L.

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

كتاب الطالب مثال ص 105 رقم 1 :

أثبت صحة متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية :

$$\begin{aligned} \cos^2\theta + \sin^2\theta &= 1 \quad \text{متطابقة فيثاغورث} \\ \therefore \sin^2\theta &= 1 - \cos^2\theta \\ \cos 2\theta &= \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ \cos 2\theta &= \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta) \\ &= \cos^2\theta - 1 + \cos^2\theta \\ &= 2\cos^2\theta - 1 \end{aligned}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 105 رقم 1 :

أثبت صحة متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية :

$$\begin{aligned} \cos^2\theta + \sin^2\theta &= 1 \quad \text{متطابقة فيثاغورث} \\ \cos^2\theta &= 1 - \sin^2\theta \\ \cos 2\theta &= \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ \cos 2\theta &= (1 - \sin^2\theta) - \sin^2\theta \\ &= 1 - \sin^2\theta - \sin^2\theta \\ &= 1 - 2\sin^2\theta \end{aligned}$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

كتاب الطالب مثال ص 106 رقم 2 :

إذا كان $\cos x = \frac{3}{5}$ استخدم متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية لإيجاد $\cos 2x$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 2\cos^2x - 1 \\ &= 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 \\ &= 2 \cdot \frac{9}{25} - 1 \\ &= -\frac{7}{25} \end{aligned}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 106 رقم 2 :

إذا كان $\sin x = \frac{5}{13}$ استخدم متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية لإيجاد $\cos 2x$

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 1 - 2\sin^2x \\ &= 1 - 2\left(\frac{5}{13}\right)^2 \\ &= 1 - 2 \cdot \frac{25}{169} \\ &= 1 - \frac{50}{169} \\ &= \frac{119}{169} \end{aligned}$$

H.L.

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$$

كتاب الطالب مثال ص 106 رقم 3 :

$$\text{إذا كان } \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \text{ ، فأوجد } \sin 2\theta$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad \text{متطابقة نيباتون}$$

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\therefore \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore \cos\theta < 0$$

$$\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$$

(متطابقة جيب ضعف الزاوية)

$$\sin 2\theta = 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$= 1$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 106 رقم 3 :

$$\text{إذا كان } 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ ، فأوجد } \sin 2\theta$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad \text{متطابقة نيباتون}$$

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$= \frac{16}{25}$$

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$\therefore 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{5}\right)$$

$$= \frac{24}{25}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 107 رقم 4 :

$$\text{إذا كان } \tan\theta = \sqrt{3} \text{ استخدم متطابقة ضعف الزاوية لإيجاد } \tan 2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$= \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{1 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}$$

H.O.L.

كتاب الطالب مثال ص 107 رقم 5:

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \quad \text{أثبت صحة المتطابقة :}$$

الطرف الأيسر :

$$\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \frac{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}$$

موقع
المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$$

$$= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$$

∴ الطرفان متساويان

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 107 رقم 5:

الطرف الأيسر :

$$2\cos 2\theta = 4\cos^2 \theta - 2 \quad \text{أثبت صحة المتطابقة :}$$

$$2\cos 2\theta = 2(2\cos^2 \theta - 1) \quad \text{متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية}$$

$$= 4\cos^2 \theta - 2$$

∴ الطرفان متساويان

H.L.

كتاب الطالب مثال ص 108 رقم 6 :

$$\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \quad \text{أثبت صحة المتطابقة :}$$

الطرف الأيسر:

$$\begin{aligned} \cos 3\theta &= \cos(\theta + 2\theta) \\ &= \cos \theta \cos 2\theta - \sin \theta \sin 2\theta \\ &= \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1) - \sin \theta (2 \sin \theta \cos \theta) \\ &= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \sin^2 \theta \cos \theta \\ &= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2(1 - \cos^2 \theta) \cos \theta \\ &= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \cos \theta + 2 \cos^3 \theta \\ &= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \end{aligned}$$

∴ الطرفان متساويان

كتاب الطالب حاول أن تحل ص 108 رقم 6 :

$$\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta \quad \text{أثبت صحة المتطابقة :}$$

الطرف الأيسر:

$$\begin{aligned} \sin 3\theta &= \sin(2\theta + \theta) \\ &= \sin 2\theta \cos \theta + \cos 2\theta \sin \theta \\ &= 2 \sin \theta \cos \theta \cos \theta + (1 - 2 \sin^2 \theta) \sin \theta \\ &= 2 \sin \theta \cos^2 \theta + (1 - 2 \sin^2 \theta) \sin \theta \\ &= 2 \sin \theta (1 - \sin^2 \theta) + \sin \theta - 2 \sin^3 \theta \\ &= 2 \sin \theta - 2 \sin^3 \theta + \sin \theta - 2 \sin^3 \theta \\ &= 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta \end{aligned}$$

∴ الطرفان متساويان

متطابقات نصف الزاوية

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 109 رقم 7 :

إستخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\cos 15$

$$\therefore \frac{\alpha}{2} = 15^\circ$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ$$

موقع
المنهج الكويتية
تقع α في الربع الأول
amanahj.com/kw

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = + \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\therefore \sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

كتاب الطالب مثال صد 109 رقم 8 :

إذا كانت : $180 < \theta < 270$ ، $\sin \theta = \frac{-24}{25}$ فأوجد $\sin \frac{\theta}{2}$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \text{متطابقة فيثاغورث}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \\ &= 1 - \left(\frac{-24}{25}\right)^2 \\ &= \frac{49}{625} \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{-7}{25}$$

لأن $180^\circ < \theta < 270^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore 180^\circ < \theta < 270^\circ \\ \therefore 90^\circ < \frac{\theta}{2} < 135^\circ \end{aligned}$$

فـ $\frac{\theta}{2}$ في الربع الثاني
الزاوية $\div 2$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\theta}{2} &= + \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{4}{5}$$

حيث تقع θ في الربع الثاني

كتاب الطالب حاول أن تحل صد 109 رقم 8 :

H.L.

$$\cos \frac{\theta}{2} \cdot \tan \frac{\theta}{2} \text{ فأوجد } \sin \theta = \frac{-24}{25} \cdot 180 < \theta < 270$$

$$\therefore 180 < \theta < 270$$

∴ تقع θ في الربع الثالث

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \text{متطابقة فيثاغورث}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \\ &= 1 - \left(\frac{-24}{25}\right)^2 \\ &= \frac{49}{625} \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{49}{625}} \rightarrow \therefore \cos \theta < 0$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{-7}{25}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \rightarrow \therefore \cos \frac{\theta}{2} < 0$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = - \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} = -\frac{3}{5}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} \rightarrow \therefore \tan \frac{\theta}{2} < 0$$

$$\therefore \tan \frac{\theta}{2} = - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{-7}{25}\right)}{1 + \left(\frac{-7}{25}\right)}} = -\frac{4}{3}$$

H.L.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$

الإجابات بالتفصيل

 a b

(2) $\sin 4x = -4 \cos x \sin^3 x + 4 \cos^3 x \sin x$

في الصفحة التالية

 a b

(3) $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$

 a b

(4) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

 a b

almanahj.com/kw

(5) $\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$

 a b

في التمارين (6-8)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي:

a $\frac{1 + \cos x}{2}$

b $1 + \cos x$

c $1 + \cos 2x$

d $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

(7) $\cos \frac{\pi}{8}$ تساوي:

a $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

b $\sqrt{2} - 1$

c $\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$

d $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}$

(8) إذا كان: $\cos \theta = \frac{-7}{25}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ فإن $\cos \frac{\theta}{2}$ يساوي:

a $\frac{2}{5}$

b $\frac{-2}{5}$

c $\frac{-3}{5}$

d $\frac{3}{5}$

كراسة التمارين ص 43 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8

H.L.

$$\textcircled{1} \sin 4x = \sin 2(2x) \\ = 2 \sin(2x) \cos(2x)$$

$$\textcircled{2} \sin 4x = 2 \sin(2x) \cos(2x) \\ = 2(2 \sin x \cos x)(\cos^2 x - \sin^2 x) \\ = 4 \sin x \cos^3 x - 4 \cos x \sin^3 x \\ = -4 \cos x \sin^3 x + 4 \sin x \cos^3 x$$

$$\textcircled{3} \sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \text{بتربيع الطرفين}$$

$$\textcircled{4} \cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1 \quad \text{قانون ضعف الزاوية}$$

$$\textcircled{5} \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \\ \cos 2\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1 \\ \cos x = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$$

H.L.

$$\textcircled{6} \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos x = \cos 2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\cos x = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$$

$$\therefore 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \cos x + 1$$

almanahj.com/kw

$$\textcircled{7} \cos \frac{\pi}{8} = \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

$$0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2},$$
$$0 < \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\pi}{8} &= \sqrt{\frac{2 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} \end{aligned}$$

H.L.

8

$$\therefore \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore \pi < \frac{\theta}{2} < \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$= -\sqrt{\frac{1 + \left(\frac{-7}{25}\right)}{2}}$$

$$= -\sqrt{\frac{1 - \frac{7}{25}}{2}}$$

$$= -\frac{3}{5}$$