

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



الملف حلول الموضوعي (حل المعادلات)

[موقع المناهج](#) ⇐ [المناهج الكويتية](#) ⇐ [الصف الحادي عشر العلمي](#) ⇐ [رياضيات](#) ⇐ [الفصل الأول](#)

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي



روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الأول

دليل المعلم في مادة اللغة الرياضيات	1
اختبار محلول في مادة الرياضيات لثانوية سعاد محمد الصباح	2
نموذج اختبار محلول في مادة الرياضيات منطقة مبارك الكبير التعليمية	3
حل الجذور التعبيرات الجذرية في مادة الرياضيات	4
نموذج اختبار محلول لثانوية مارية القبطية في مادة الرياضيات	5

(3 - 1) حل المعادلات

حاول أن تحل

1

3

2

4

7

6

5

الأمثلة

1

3

2

4

7

6

5

دعنا نفكر ونتناقش

1 ليكن: $a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$

a احسب: $(2 + \sqrt{3})^2$

b استنتج قيمة مبسطة لـ a

c أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

2 مستعيناً بما قمت به في الفقرة 1

أوجد مجموعة حل المعادلة: $y^2 = 7 - 4\sqrt{3}$

3 a احسب $(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2$.

b حل المعادلة: $x^2 = 12 - 2\sqrt{35}$

Radical Equations

أولاً: المعادلات الجذرية

المعادلة الجذرية هي معادلة يكون أس المتغير فيها عددًا نسبيًا (ليس عددًا صحيحًا) أو يتضمن المجذور متغيرًا.
فمثلاً:

$$3 + \sqrt{x} = 10$$

معادلة جذرية

$$(x - 2)^{\frac{1}{2}} = 1$$

معادلة جذرية

$$\sqrt{3} + x = 1$$

ليست معادلة جذرية

تعلم

لحل معادلة جذرية اتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: أفصل الجذر إلى أحد طرفي المعادلة.

الخطوة الثانية: حدد شرط الحل

— إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا فإن قيمة ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر
وكلًا من طرفي المعادلة أكبر من أو يساوي الصفر أيضًا.

— إذا كان دليل الجذر عددًا فرديًا فإن قيمة ما تحت الجذر ينتمي إلى \mathbb{R} .

الخطوة الثالثة: ارفع طرفي المعادلة إلى أس مناسب يحذف الجذر.

الخطوة الرابعة: تأكد من أن الحل يحقق الشرط.

مثال (1)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: **a** $2 + \sqrt{3x - 2} = 6$ **b** $6 + \sqrt{x - 1} = 3$

a $2 + \sqrt{3x - 2} = 6$
 $\sqrt{3x - 2} = 6 - 2$
 $\sqrt{3x - 2} = 4$

$3x - 2 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$
 $x \in [\frac{2}{3}, \infty)$

$(\sqrt{3x - 2})^2 = 4^2$
 $3x - 2 = 16$
 $3x = 16 + 2 = 18$
 $x = 6$

$6 \in [\frac{2}{3}, \infty)$

مجموعة الحل = { 6 }

1 (أفصل الجذر

2 (بما أن دليل الجذر زوجي لا بد ان يكون المجذور غير سالب

ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

مثال (1)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: **a** $2 + \sqrt{3x - 2} = 6$ **b** $6 + \sqrt{x - 1} = 3$

$$\text{b} \quad 6 + \sqrt{x - 1} = 3$$

$$\sqrt{x - 1} = 3 - 6$$

$$\sqrt{x - 1} = -3$$

مجموعة الحل = \emptyset

1 (أفصل الجذر

2 (بما أن دليل الجذر زوجي
لا بد ان يكون المجذور غير سالب
،،والطرف الأيسر غير سالب

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: **a** $\sqrt{5x+4} - 7 = 0$ **b** $\sqrt{x-2} + 9 = 0$

a $\sqrt{5x+4} - 7 = 0$

$$\sqrt{5x+4} = 0 + 7$$

$$\sqrt{5x+4} = 7$$

(1) أفصل الجذر

(2) بما أن دليل الجذر زوجي
لا بد ان يكون المجدور غير سالب

$$5x + 4 \geq 0 \Rightarrow 5x \geq -4 \Rightarrow x \geq \frac{-4}{5}$$

المنهج الكويتية
almanahj.com/kw

$$x \in \left[\frac{-4}{5}, \infty \right)$$

$$(\sqrt{5x+4})^2 = 7^2$$

$$5x + 4 = 49$$

$$5x = 49 - 4 = 45$$

$$x = 9$$

ارفع طرفي المعادلة
إلى القوة 2

$$9 \in \left[\frac{-4}{5}, \infty \right)$$

مجموعة الحل = { 9 }

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: **a** $\sqrt{5x+4} - 7 = 0$ **b** $\sqrt{x-2} + 9 = 0$ **b**

$$\sqrt{x-2} + 9 = 0$$

$$\sqrt{x-2} = 0 - 9$$

$$\sqrt{x-2} = -9$$

مجموعة الحل = \emptyset

1 (أفصل الجذر

2 (بما أن دليل الجذر زوجي
لأبد أن يكون المجذور غير سالب
، والطرف الأيسر غير سالب

يمكن حل معادلة على صورة $x^{\frac{m}{n}} = b$ برفع طرفي المعادلة إلى الأس $\frac{n}{m}$ ، المعكوس الضربي لـ $\frac{m}{n}$

$$\left(x^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{n}{m}} = |x|$$

إذا كان m عددًا زوجيًا فإن :

$$\left(x^{\frac{m}{n}}\right)^{\frac{n}{m}} = x$$

إذا كان m عددًا فرديًا فإن :

ملاحظة: مقام الأس النسبي هو دليل الجذر.

مثال (2)

$$2(x-2)^{\frac{2}{3}} = 50$$

أوجد مجموعة الحل:

بالقسمة على 2

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{3}{2}$

$$2(x-2)^{\frac{2}{3}} = 50$$

$$(x-2)^{\frac{2}{3}} = 25$$

$$\left((x-2)^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{2}} = (25)^{\frac{3}{2}}$$

$$|x-2| = \sqrt{25^3}$$

$$|x-2| = \sqrt{(5^2)^3} = \sqrt{5^6}$$

$$|x-2| = 5^3 = 125$$

$$\therefore x-2 = 125 \quad \text{أو} \quad x-2 = -125$$

$$\therefore x = 127 \quad \therefore x = -123$$

مجموعة الحل = { 127 , -123 }

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

b $(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة الحل:

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

$$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$x+3 = \sqrt[3]{27^2}$$

$$x+3 = \sqrt[3]{(3^3)^2} = \sqrt[3]{3^6}$$

$$x+3 = 3^2 = 9$$

$$\therefore x = 9 - 3$$

$$\therefore x = 6$$

بالقسمة على 2

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

مجموعة الحل = {6}

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة الحل:

b

$$(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$$

$$(1-x)^{\frac{2}{5}} = 4$$

$$\left((1-x)^{\frac{2}{5}} \right)^{\frac{5}{2}} = (4)^{\frac{5}{2}}$$

$$|1-x| = \sqrt{4^5}$$

$$|1-x| = \sqrt{(2^2)^5} = \sqrt{2^{10}}$$

$$|1-x| = 2^5 = 32$$

$$\therefore 1-x = 32$$

$$\therefore x = -31$$

أو

$$1-x = -32$$

$$\therefore x = 33$$

مجموعة الحل = { 33 , -31 }

افصل الجذر

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{5}{2}$

مثال (3)

$$5 + \sqrt{x-3} = x$$

$$\sqrt{x-3} = x-5$$

$$x-3 \geq 0 \quad , \quad x-5 \geq 0$$

$$x \geq 3 \quad , \quad x \geq 5$$

$$x \in [5, \infty)$$

$$(\sqrt{x-3})^2 = (x-5)^2$$

$$x-3 = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 - 10x + 25 - x + 3 = 0$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$(x-7)(x-4) = 0$$

$$x-7=0 \quad \text{أو} \quad x-4=0$$

$$x = 7 \in [5, \infty)$$

$$x = 4 \notin [5, \infty)$$

1) افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لا بد ان يكون المجذور غير سالب ،،والطرف الأيسر غير سالب



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

مجموعة الحل = {7}

$$\sqrt{5x-1} + 3 = x$$

$$\sqrt{5x-1} = x-3$$

حاول أن تحل

$$\sqrt{5x-1} + 3 = x$$

3 أوجد مجموعة الحل:

$$5x-1 \geq 0 \quad , \quad x-3 \geq 0$$

$$x \geq \frac{1}{5} \quad , \quad x \geq 3$$

$$x \in [3, \infty)$$

1) افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لا بد أن يكون المجدور غير سالب، والطرف الأيسر غير سالب

$$(\sqrt{5x-1})^2 = (x-3)^2$$

$$5x-1 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 - 5x + 1 = 0$$

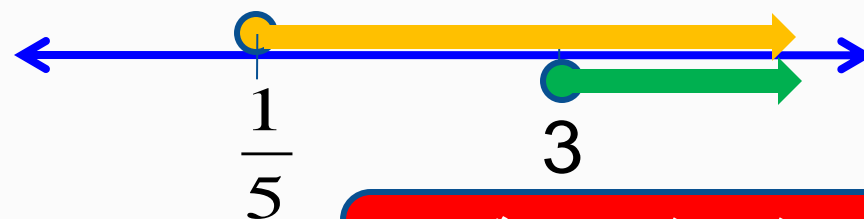
$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$(x-10)(x-1) = 0$$

$$x-10=0 \quad \text{أو} \quad x-1=0$$

$$x = 10 \in [3, \infty)$$

$$x = 1 \notin [3, \infty)$$



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

مجموعة الحل = {10}

مثال (4)

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة: **a** $\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$ **b** $\sqrt{x} + \sqrt{2x-4} = 0$

a $\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$
 $\sqrt{8x} = 2\sqrt{4x-16}$

$8x \geq 0$, $4x - 16 \geq 0$
 $x \geq 0$, $x \geq 4$
 $x \in [4, \infty)$

$(\sqrt{8x})^2 = (2\sqrt{4x-16})^2$
 $8x = 4(4x-16)$

$8x - 16x = -64$
 $-8x = -64$

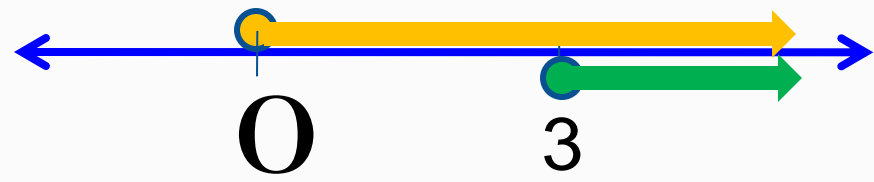
$x = \frac{-64}{-8}$ $x = 8$

$x = 8 \in [4, \infty)$

{8} = مجموعة الحل

(1) افصل الجذر

(2) بما أن دليل الجذر زوجي لا بد ان يكون المجذور غير سالب



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

مثال (4)

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة: **a** $\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$ **b** $\sqrt{x} + \sqrt{2x-4} = 0$

b

$$\sqrt{x} + \sqrt{2x-4} = 0$$

$$\sqrt{2x-4} = -\sqrt{x}$$

$$2x-4=0 \quad \text{و} \quad x=0$$

$$2x-4=0$$

$$2x=4$$

$$x=2 \quad \text{و} \quad x=0$$

مجموعة الحل = ϕ

(1) افصل الجذران

(2) يجب أن يكون كلا الطرفين = صفر

حاول أن تحل

4 أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

b $\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$

a $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

1) افصل الجذر

2) بما أن دليل الجذر زوجي لا بد ان يكون المجدور غير سالب



ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

مجموعة الحل = {3}

a

$$\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$$

$$\sqrt{5x} = \sqrt{2x+9}$$

$$5x \geq 0, 2x+9 \geq 0$$

$$x \geq 0, x \geq -4.5$$

$$x \in [0, \infty)$$

$$(\sqrt{5x})^2 = (\sqrt{2x+9})^2$$

$$5x = 2x+9$$

$$5x - 2x = 9$$

$$3x = 9$$

$$9$$

$$x = \frac{9}{3} \quad x = 3$$

$$x = 3 \in [0, \infty)$$

حاول أن تحل

4 أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

b $\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$

a $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

b

$$\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$$

$$\sqrt{x-7} = -\sqrt{3x-21}$$

$$x-7=0 \quad \text{و} \quad 3x-21=0$$

$$x=7 \quad 3x=21$$

$$\text{و} \quad x=7$$

مجموعة الحل = {7}

1) افصل الجذران

2) يجب أن يكون كلا الطرفين = صفر

Exponential Equations

ثانيًا: المعادلات الأسية

المعادلات: $2^x = 32$, $(-3)^x = -243$, $(\frac{1}{2})^y = 5$
تسمى معادلات أسية.
لحل معادلة أسية يمكن استخدام الخاصية التالية:

ليكن $a \in \{-1, 0, 1\}$ عدد حقيقي حيث
 n, m عددان صحيحان
إذا كان $a^m = a^n$, فإن $m = n$

تم استثناء الحالات التي يكون فيها a مساويًا لأي من الأعداد $-1, 0, 1$.
إليك أمثلة توضيحية لهذه الاستثناءات.

$$1^{17} = 1^{18} \text{ ولكن } 17 \neq 18$$

$$(-1)^{13} = (-1)^3 \text{ ولكن } 13 \neq 3$$

$$0^4 = 0^3 \text{ ولكن } 4 \neq 3$$

مثال (6)

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $2^x = 64$

a $2^x = 64$
 $2^x = 2^6$
 $x = 6$

مجموعة الحل = { 6 }

b $(\frac{1}{2})^x = 0.5$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2

c $(\frac{3}{4})^x = (\frac{64}{27})$

b $(\frac{1}{2})^x = 0.5$
 $(0.5)^x = (0.5)^1$
 $x = 1$

مجموعة الحل = { 1 }

c $(\frac{3}{4})^x = (\frac{64}{27})$

$(\frac{3}{4})^x = (\frac{4^3}{3^3})$

$(\frac{3}{4})^x = (\frac{4}{3})^3$

$(\frac{3}{4})^x = (\frac{3}{4})^{-3}$

$x = -3$

مجموعة الحل = { -3 }

6 حل كلاً من المعادلات التالية:

حاول أن تحل

a $3^x = 243$

b $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

c $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$

a $3^x = 243$ 243 3
 $3^x = 3^5$ 81 3
 $x = 5$ 27 3
 9 3
 3 3
 1

مجموعة الحل = { 5 }

b $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128} \left(\frac{1}{2^2}\right)^x = \left(\frac{1}{2^7}\right)$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$ $x = 3.5$

مجموعة الحل = { 3.5 }

c $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right)$ $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3^4}{2^4}\right)$ $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$
 $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ $x = -4$

مجموعة الحل = { - 4 }

مثال (7)

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $3^{x^2-1} = 27$

b $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$

c $6^{2x-8} = 1$

a $3^{2x-1} = 27$

$3^{2x-1} = 3^3$

$2x-1=3$

$2x=4$

$x=2$

مجموعة الحل = { 2 }

b $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$

$7^{x^2-3x} = \left(\frac{1}{7}\right)^2$

$7^{x^2-3x} = 7^{-2}$

$x^2 - 3x = -2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-2)(x-1) = 0$

$x-2=0$ أو $x-1=0$

$x=2$

$x=1$

مجموعة الحل = { 1 , 2 }

مثال (7)

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $3^{x^2-1} = 27$

b $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$

c $6^{2x-8} = 1$

C

$6^{2x-8} = 1$

$6^{2x-8} = 6^0$

$2x-8=0$

$2x=8$

$x=4$

مجموعة الحل = { 4 }

7 حل كل معادلة من المعادلات التالية:

حاول أن تحل

a $5^{x^2-4} = 1$

b $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

c $2^{x^2-4} = 32$

a $5^{x^2-4} = 1$

$5^{x^2-4} = 5^0$

$x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

مجموعة الحل = $\{\pm 2\}$

b $3^{x^2-5x} = \frac{1}{81}$

$3^{x^2-5x} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$

$3^{x^2-5x} = 3^{-4}$

$x^2 - 5x = -4$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x - 4)(x - 1) = 0$

$x - 4 = 0$ أو $x - 1 = 0$

$x = 4$

$x = 1$

مجموعة الحل = $\{1, 4\}$

حاول أن تحل

7 حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $5^{x^2-4} = 1$

b $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

c $2^{x^2-4} = 32$

C $2^{x^2-4} = 32$

$x^2 - 4 = 5$

$2^{x^2-4} = 2^5$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

مجموعة الحل = $\{\pm 3\}$