

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14>

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14math>

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/14math2>

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade14>

[bot_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

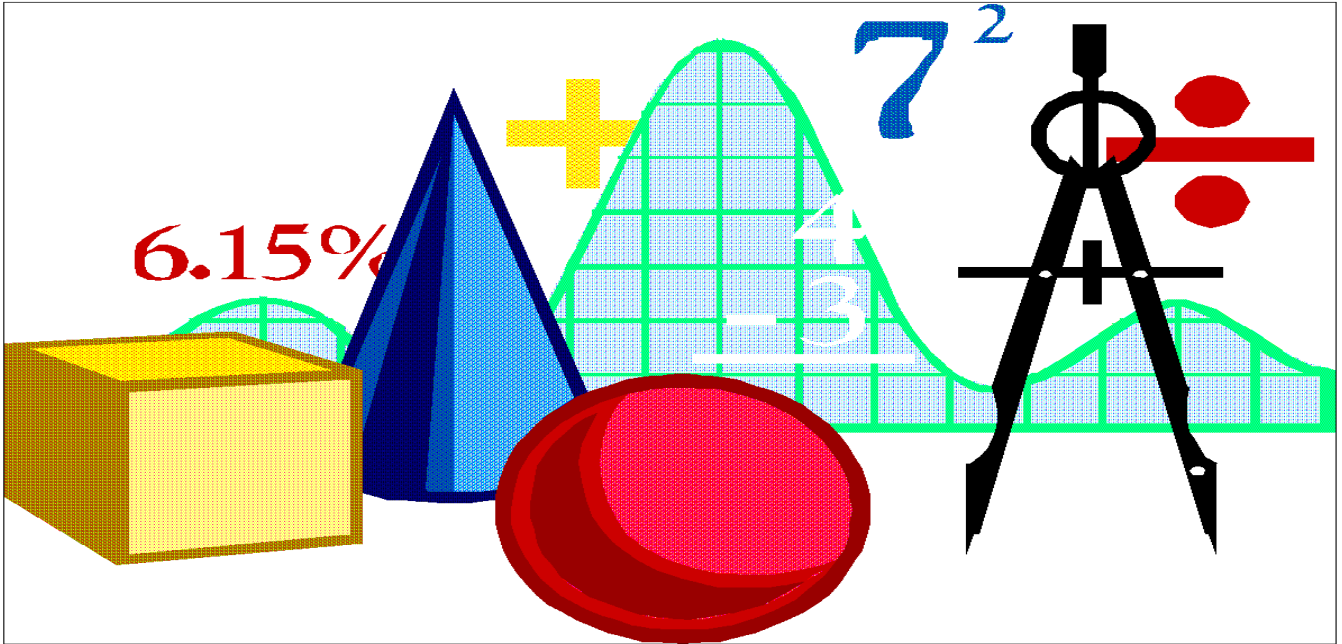
مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

قسم الرياضيات ثانوية المباركية



الصف الثاني عشر علمي حل البنود الموضوعية [الحل مع ذكر السبب] الوحدة الخامسة

بند (1 - 5) التكامل غير المحدد

في التمارين (1-5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

$$(1) \quad F(x) = x^{-3} \text{ هي مشتقة العكسية للدالة: } f(x) = -3x^{-4}$$

$$F'(x) = -3x^{-4} = f(x)$$

(a) (b)

$$(2) \quad \int (-x^{-3} + x - 1) dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C$$

$$\int (-x^{-3} + x - 1) dx = -\frac{x^{-2}}{-2} + \frac{x^2}{2} - x + C = \frac{x^{-2}}{2} + \frac{x^2}{2} - x + C$$

(a) (b)

$$(3) \quad \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{-1}{x} + C$$

(a) (b)

$$(4) \quad \text{إذا كانت: } f'(x) = \frac{1}{x^2} + x, \quad f(2) = 1, \quad \text{فإن } f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

يمكن التعويض بـ (x=2) إذا كان الناتج لا يساوي 1 فالعبارة خطأ
وإذا كان الناتج يساوي 1 فلا بد من إجراء التكامل وإيجاد قيمة C

$$f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2)^2 + \frac{1}{2} = 2 \neq 1$$

حل آخر باستخدام التكامل

$$f(x) = \int \left(\frac{1}{x^2} + x \right) dx = \int (x^{-2} + x) dx = \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2)^2 + C = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{-1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

(5) إذا كانت: $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 15) dx$, $F(0) = 400$ فإن $F(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 400$ (a) (b)

$$F(0) = 0^3 + 6(0)^2 + 15(0) + 400 = 400$$

لا بد أن نكمل الحل باستخدام التكامل

$$F(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{12x^2}{2} + 15x + C = x^3 - 6x^2 + 15x + C$$

$$F(0) = 400 \Rightarrow x^3 - 6x^2 + 15x + C = 400 \Rightarrow C = 400$$

$$F(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 400$$

في التمارين (6-12)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \int \frac{4}{3} \sqrt[3]{t^2} dt =$$

(a) $\frac{3t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$

(b) $\frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$

(c) $\frac{4}{3} \sqrt[3]{t^5} + C$

(d) $4\sqrt[3]{t^5} + C$

$$\int \frac{4}{3} t^{\frac{2}{3}} dx = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} t^{\frac{5}{3}} + C = \frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5} + C$$

$$(7) \int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx =$$

(a) $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x} (x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$

(b) $\frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}} (x^{-\frac{2}{3}} + 5) + C$

(c) $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x} (x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$

(d) $\frac{5}{3} x^{\frac{4}{3}} (x^{\frac{2}{3}} + 5) + C$

$$\int (x^{\frac{2}{3}} + x^{-\frac{2}{3}}) dx = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{1} x^{\frac{1}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{5} x^{\frac{1}{3}} (x^{\frac{4}{3}} + 5) + C = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x} (x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$$

(8) إذا كان: $x = -1$, $y = -5$, $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$ فإن y تساوي:

(a) $-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$

(b) $3x^{\frac{1}{3}} + 2$

(c) $3x^{\frac{1}{3}} - 2$

(d) $3x^{\frac{1}{3}}$

$$dy = x^{-\frac{2}{3}} dx \Rightarrow \int dy = \int x^{-\frac{2}{3}} dx \Rightarrow y = \frac{3}{1} x^{\frac{1}{3}} + C$$

$$y = 3x^{\frac{1}{3}} + C \Rightarrow -5 = 3(-1)^{\frac{1}{3}} + C \Rightarrow C = -2 \Rightarrow y = 3x^{\frac{1}{3}} - 2$$

حل آخر

يمكن التعويض بـ ($x = -1$) في الإختيارات ونبحث متى يكون الناتج = -5

وإذا كان يوجد عدة اختيارات تحقق أن الناتج = -5 يمكن ان نشتمهم للحصول على $\frac{dy}{dx}$

$$a) -\frac{(-1)^2}{3} - \frac{14}{3} = -5 \Rightarrow \left(-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}\right)' = \frac{-2x}{3} \neq x^{-\frac{2}{3}}$$

$$c) 3(-1)^{\frac{1}{3}} - 2 = -5 \Rightarrow (3x^{\frac{1}{3}} - 2)' = 3 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = x^{-\frac{2}{3}}$$

(9) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx =$

(a) $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

(b) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

(c) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

(d) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{6}x^{\frac{1}{2}} + C$

$$\int \frac{2x+3}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int 2x^{\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{3x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$$

(10) $\int \sqrt{x}(2+x^2) dx =$

(a) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$

(b) $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + C$

(c) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + C$

(d) $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}} + C$

$$\int x^{\frac{1}{2}}(2+x^2) dx = \int 2x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{5}{2}} dx = 2 \cdot \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$$

$$(11) \int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx =$$

(a) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

(b) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

(c) $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

(d) $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

$$\int \frac{2 + x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int 2x^{\frac{-1}{2}} + x^{\frac{1}{6}} dx = 2 \cdot 2x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C = 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$$

$$(12) \int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx =$$

(a) $x^2 + C$

(b) $2x + C$

(c) $\frac{x^2}{2} + 2x + C$

(d) $\frac{1}{3}x^3 + C$

$$\int \left(\frac{(x-2)(x-2)}{x-2} + 2 \right)^2 dx = \int (x-2+2)^2 dx = \int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$$

بند (2 - 5) التكامل بالتعويض

في التمارين (1-5)، ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(1) \int x(x^2 - 1)^{10} dx = \frac{1}{18}(x^2 - 1)^9 + C$$

(a) (b)

$$\frac{1}{18} \times 9(x^2 - 1)^8 (2x) = x(x^2 - 1)^8$$

بإشتقاق الطرف الأيمن

$$(2) \int (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3} dx = \frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^4} + C$$

(a) (b)

بإشتقاق الطرف الأيمن

$$\left(\frac{3}{8}(x^2+2x+3)^{\frac{4}{3}} + C \right)' = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{3}(x^2+2x+3)^{\frac{1}{3}}(2x+2)$$

$$= \frac{1}{2}(x^2+2x+3)^{\frac{1}{3}}2(x+1) = (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3}$$

$$(3) \int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2} + C$$

(a) (b)

بإشتقاق الطرف الأيمن

$$\left(2\sqrt{(3x-2)} + C \right)' = \left(2(3x-2)^{\frac{1}{2}} + C \right)' = 2 \times \frac{1}{2}(3x-2)^{-\frac{1}{2}} \times 3 = \frac{3}{\sqrt{(3x-2)}}$$

$$(4) \int (2x^2 - 1)(2x^3 - 3x + 4)^5 dx = \frac{1}{18}(2x^3 - 3x + 4)^6 + C$$

(a) (b)

$$(2x^3 - 3x + 4)' = 6x^2 - 3$$

$$\left(\frac{1}{18}(2x^3 - 3x + 4)^6 + C \right)' = \frac{1}{18} \times 6(2x^3 - 3x + 4)^5 (6x^2 - 3) =$$

$$\frac{1}{3}(2x^3 - 3x + 4)^5 (3)(2x^2 - 1) = (2x^2 - 1)(2x^3 - 3x + 4)^5$$



$$(5) \int x \sqrt[3]{x+2} dx = \frac{3}{7}(x+2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{2}(x+2)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$u = x + 2, du = dx$$

$$x = u - 2$$

$$\int (u - 2)(u)^{\frac{1}{3}} du = \int (u)^{\frac{4}{3}} - 2(u)^{\frac{1}{3}} du = \frac{u^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} - 2 \frac{u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3u^{\frac{7}{3}}}{7} - \frac{3u^{\frac{4}{3}}}{2} + C$$

$$\frac{3}{7}(x+2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{2}(x+2)^{\frac{4}{3}} + C$$

في التمارين (12-6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \int x(x^2+2)^7 dx =$$

a $\frac{1}{16}(x^2+2)^8 + C$

b $\frac{1}{4}(x^2+2)^8 + C$

c $\frac{1}{12}(x^2+2)^6 + C$

d $\frac{1}{3}(x^2+2)^6 + C$

$$\int (x^2 + 2)^7 (x) dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 2)^7 (2x) dx = \frac{1}{2} \frac{(x^2 + 2)^8}{8} + C = \frac{1}{16}(x^2 + 2)^8 + C$$

$$(7) \int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx =$$

a $\frac{1}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

b $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$

c $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

d $\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

$$\int \frac{x-1}{(x-1)^{\frac{1}{2}}} dx = \int (x-1)^{\frac{1}{2}} (1) dx = \frac{(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$(8) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} =$$

(a) $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b) $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(c) $2(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d) $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

$$\int \frac{1}{(3x+1)^{\frac{1}{3}}} dx = \frac{1}{3} \int (3x+1)^{-\frac{1}{3}} (3) dx = \frac{1}{3} \frac{(3x+1)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = \frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$$

$$(9) \int \frac{(2+\sqrt{x})^{12}}{\sqrt{x}} dx =$$

(a) $\frac{13}{2}(2+\sqrt{x})^{13} + C$

(b) $\frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13} + C$

(c) $\frac{1}{26}(2+\sqrt{x})^{13} + C$

(d) $\frac{1}{22}(2+\sqrt{x})^{11} + C$

$$\int (2+\sqrt{x})^{12} \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \int (2+\sqrt{x})^{12} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = 2 \frac{(2+\sqrt{x})^{13}}{13} + C = \frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13} + C$$

$$(10) \int \frac{(x+1)}{\sqrt[3]{x^2+2x+3}} dx =$$

(a) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$

(b) $\frac{3}{2} \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$

(c) $3 \sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2} + C$

(d) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^2+2x+3} + C$

$$(x^2 + 2x + 3)' = 2x + 2$$

$$\int (x^2 + 2x + 3)^{-\frac{1}{3}} (x+1) dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 2x + 3)^{-\frac{1}{3}} (2x + 2) dx =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{(x^2 + 2x + 3)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = \frac{3}{4} (x^2 + 2x + 3)^{\frac{2}{3}} + C = \frac{3}{4} \sqrt[3]{(x^2 + 2x + 3)^2} + C$$

$$(11) \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx =$$

$$(a) \frac{3}{2}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$$

$$(b) \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt{x+1} + C$$

$$(c) \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$$

$$(d) \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} + 2\sqrt{x+1} + C$$

$$u = x + 1, du = dx$$

$$x = u - 1$$

$$\int \frac{u-1}{\sqrt{u}} du = \int \frac{u-1}{u^{\frac{1}{2}}} du = \int u^{\frac{1}{2}} - u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = \frac{2u^{\frac{3}{2}}}{3} - 2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - 2(x+1)^{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3} - 2\sqrt{x+1} + C$$

(12) لإيجاد $F(x) = \int (x+1)(2x^2 + 4x - 1) dx$ ، فإن $F(-2) = \frac{9}{8}$ ، تساوي $F(x)$:

$$(a) \frac{1}{8}(2x^2 + 4x - 1)^2 + \frac{5}{4}$$

$$(b) \frac{1}{8}(2x^2 + 4x - 1)^2 + 1$$

$$(c) \frac{1}{4}(2x^2 + 4x - 1)^2 + 1$$

$$(d) 4(2x^2 + 4x - 1)^2 - 1$$

$$(2x^2 + 4x - 1)' = 4x + 4$$

$$\int (2x^2 + 4x - 1)(x+1) dx = \frac{1}{4} \int (2x^2 + 4x - 1)(4x + 4) dx =$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{(2x^2 + 4x - 1)^2}{2} + C = \frac{1}{8}(2x^2 + 4x - 1)^2 + C$$

$$F(-2) = \frac{1}{8}(2(-2)^2 + 4(-2) - 1)^2 + C = \frac{1}{8} + C$$

$$\frac{1}{8} + C = \frac{9}{8} \Rightarrow C = \frac{9}{8} - \frac{1}{8} = 1$$

بند (3 - 5) تكامل الدوال المثلثية

في التمارين (1-5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(1) \int \sec^2 x \, dx = \tan x + C$$

a

b

$$(2) \int \csc^2 x \, dx = \cot x + C$$

a

b

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + C$$

$$(3) (F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = -1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$$

a

b

$$F(x) = \int \sec^2 x \, dx = \tan x + C$$

$$F(\frac{\pi}{4}) = \tan \frac{\pi}{4} + C = 1 + C = -1 \Rightarrow C = -2$$

$$(4) (F'(x) = \cos x + \sin x, F(\pi) = 1) \Rightarrow F(x) = \sin x - \cos x$$

a

b

$$F(x) = \int (\cos x + \sin x) \, dx = \sin x - \cos x + C$$

$$F(\pi) = \sin \pi - \cos \pi + C = 0 - (-1) + C \Rightarrow 1 + C = 1 \Rightarrow C = 0$$

$$(5) (F'(x) = \sec(x) \tan(x), F(0) = 4) \Rightarrow F(x) = \sec x + 3$$

a

b

$$F(x) = \int \sec(x) \cdot \tan(x) \, dx = \sec x + C$$

$$F(0) = \sec(0) + C \Rightarrow (1) + C = 4 \Rightarrow C = 3$$

في التمارين (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي:

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$

(b) $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$

(d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

$$F(x) = \int (8 + \csc x \cot x) \, dx = 8x - \csc x + C$$

(7) $\int \csc(5x) \cot(5x) dx =$

(a) $\frac{1}{5} \csc(5x) + C$

(b) $\csc(5x) + C$

(c) $\frac{1}{5} \cot(5x) + C$

(d) $-\frac{1}{5} \csc(5x) + C$

$$\int \csc(5x) \cot(5x) dx = -\frac{1}{5} \csc(5x) + C$$

(8) $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x dx =$

(a) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(b) $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(c) $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + C$

(d) $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

$$u = \cot x, du = -\csc^2 x dx$$

$$-\int (\cot x)^{\frac{1}{3}} (-\csc^2 x) dx = -\int (u)^{\frac{1}{3}} du = \frac{-u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{-3}{4} (\cot x)^{\frac{4}{3}} + C = \frac{-3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$$

(9) إذا كانت $y(\theta = 0) = -3$ ، فإن $\frac{dy}{d\theta} = \sin \theta$ تساوي:

(a) $-\cos \theta$

(b) $2 - \cos \theta$

(c) $-2 - \cos \theta$

(d) $4 - \cos \theta$

$$dy = \sin \theta d\theta$$

$$y = \int \sin \theta d\theta = -\cos \theta + C$$

$$-3 = -\cos 0 + C \Rightarrow -3 = -1 + C \Rightarrow C = -2$$

(10) $\int \sec^5 x \tan x \, dx =$

(a) $\frac{5}{3} \sec^5 x + C$

(b) $\frac{1}{5} \sec^6 x + C$

(c) $\frac{1}{5} \sec^5 x + C$

(d) $-\frac{5}{3} \sec^5 x + C$

$$u = \sec x, du = \sec x \tan x \, dx$$

$$\int \sec^4 x \cdot \sec x \tan x \, dx = \int u^4 \, du = \frac{u^5}{5} + C = \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

(11) $\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}} \, dx =$

(a) $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(b) $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(c) $-2\sqrt{2 + \cot x} + C$

(d) $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + C$

$$u = 2 + \cot x, du = -\csc^2 x \, dx$$

$$\int (2 + \cot x)^{\frac{-1}{3}} \cdot \csc^2 x \, dx = -\int (2 + \cot x)^{\frac{-1}{3}} \cdot (-\csc^2 x) \, dx =$$

$$-\int u^{\frac{-1}{3}} \, du = \frac{u^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + C = \frac{-3}{2} (2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$$

(12) $\int \frac{\sin(4x)}{\cos^5(4x)} \, dx =$

(a) $-\frac{1}{16} \cos^{-4}(4x) + C$

(b) $\frac{1}{16} \cos^{-4}(4x) + C$

(c) $-\cos^{-4}(4x) + C$

(d) $\cos^{-4}(4x) + C$

$$u = \cos 4x, du = -4 \sin 4x \, dx$$

$$\int (\cos 4x)^{-5} \cdot \sin 4x \, dx = \frac{1}{-4} \int (\cos 4x)^{-5} \cdot (-4 \sin 4x) \, dx =$$

$$\frac{-1}{4} \int u^{-5} \, du = \frac{-1}{4} \frac{u^{-4}}{-4} + C = \frac{1}{16} \cos^{-4}(4x) + C$$

بند (4 - 5) الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

في التمارين (1-6)، ظلّ الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت: $y = 4^{x-2}$ فإن: $\frac{dy}{dx} = 4x$

(a) (b)

$$y = 4^{x-2} \cdot \ln 4 \cdot (x-2)' = 4^{x-2} \cdot \ln 4$$

(a) (b)

(2) إذا كانت: $f(x) = e^{x^2}$ فإن: $f'(x) = 2xe^{2x}$

$$f'(x) = e^{x^2} \cdot (x^2)' = e^{x^2} \cdot 2x = 2xe^{x^2}$$

(a) (b)

(3) إذا كانت: $g(x) = \ln(2x+2)$ فإن: $g'(x) = \frac{1}{2x+2}$

$$g'(x) = \frac{(2x+2)'}{(2x+2)} = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}$$

(a) (b)

(4) إذا كانت: $y = x \ln x - x$ فإن: $y' = \ln x$

$$y' = (x)' \ln x + x(\ln x)' - (x)' = \ln x + x \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$$

(a) (b)

(5) $\int \frac{1}{2x} dx = \frac{\ln x}{2} + C$

$$\int \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} \ln|x| + C$$

(a) (b)

(6) $\int \frac{1}{3x+1} dx = \ln(3x+1) + C$

$$\int \frac{1}{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int \frac{3}{3x+1} dx = \frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$$

في التمارين (7-14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كانت $y = e^{-5x}$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a e^{-5x}

b $-e^{-5x}$

c $-5e^{-5x}$

d $5e^{-5x}$

$$\frac{dy}{dx} = e^{-5x} \cdot (-5x)' = e^{-5x} \cdot -5 = -5e^{-5x}$$

(8) إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a $e^x(x^2 + x - 1)$

b $e^x(x^2 - x)$

c $2x e^x - e^x$

d $e^x(x^2 + 2x + 1)$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= 2x e^x + x^2 e^x - (e^x + x e^x) = 2x e^x + x^2 e^x - e^x - x e^x \\ &= x e^x + x^2 e^x - e^x = e^x(x + x^2 - 1) \end{aligned}$$

(9) إذا كانت $y = (\ln x)^2$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a $\frac{\ln x}{x}$

b $\frac{2 \ln x}{x}$

c $\frac{x \ln x}{2}$

d $\frac{2 \ln^2 x}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = 2 \ln x \cdot (\ln x)' = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2 \ln x}{x}$$

(10) إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a $-\frac{10}{x}$

b $\frac{10}{x}$

c $\frac{1}{x}$

d $-\frac{1}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{10}{x}\right)' = \frac{-10x}{x^2} \cdot \frac{x}{10} = \frac{-1}{x}$$

(11) إذا كانت $y = \ln(x^2 + 1)$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a $\frac{x}{x^2 + 1}$

b $\frac{2}{x^2 + 1}$

c $\frac{2x}{x^2 + 1}$

d $-\frac{2x}{x^2 + 1}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

(12) $\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx =$

a $2\ln(x^2 + 1) + C$

b $\ln(x^2 + 1) + C$

c $\frac{x^2}{x^2 + 1} + C$

d $\frac{x}{\frac{1}{3}x^2 + 1} + C$

$u = x^2 + 1, u' = 2x$

$$\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + C = \ln|x^2 + 1| + C = \ln(x^2 + 1) + C$$

(13) $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

a $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

b $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

c $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

d $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

$$\frac{1}{2} \int (e^x + e^{-x}) dx = \frac{1}{2} (\int e^x dx + \int e^{-x} dx) =$$

$$\frac{1}{2} (\int e^x dx - \int (-1)e^{-x} dx) = \frac{1}{2} e^x - \frac{1}{2} e^{-x} + C = \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$$

(14) $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx =$

a $-\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

b $\ln|e^x - 4| + C$

c $-\ln|e^x - 4| + C$

d $\frac{1}{2} \ln|e^x - 4| + C$

$u = e^x - 4, u' = e^x$

$$\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx = \int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + C = \ln|e^x - 4| + C$$

بند (5 - 5) التكامل بالتجزئ

في التمارين (1-5)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(1) \int x \cos(2x) dx = \frac{1}{2} x \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

(a) (b)

$$u = x, dv = \cos(2x) dx$$

$$du = dx, v = \frac{\sin(2x)}{2}$$

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

$$\int x \cos(2x) dx = x \cdot \frac{\sin(2x)}{2} - \int \frac{\sin(2x)}{2} dx =$$

$$= \frac{1}{2} x \sin(2x) - \frac{1}{2} \frac{-\cos(2x)}{2} + C$$

$$= \frac{1}{2} x \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos(2x) + C$$

حل ثالث
طريقة مختصرة للموضوعي

اشتقاق	تكامل
+	x
-	1
0	0

$$\begin{array}{l} \cos 2x \\ \frac{\sin 2x}{2} \\ -\frac{\cos 2x}{4} \end{array}$$

نتج التكامل:

$$\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

حل ثاني إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

$$\left(\frac{1}{2} x \sin(2x) + \frac{1}{4} \cos(2x) + C \right)' =$$

$$\frac{1}{2} \sin(2x) + \frac{1}{2} x \cos(2x) \cdot 2 - \frac{1}{4} \sin(2x) \cdot 2 = x \cos(2x)$$

$$(2) \int x \sin(\pi x) dx = -\frac{x}{\pi} \cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2} \sin(\pi x) + C$$

(a) (b)

$$u = x, dv = \sin(\pi x) dx$$

$$du = dx, v = \frac{-\cos(\pi x)}{\pi}$$

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

$$\int x \sin(\pi x) dx = x \cdot \frac{-\cos(\pi x)}{\pi} - \int \frac{-\cos(\pi x)}{\pi} dx$$

$$= -\frac{x}{\pi} \cos(\pi x) + \frac{1}{\pi} \frac{\sin(\pi x)}{\pi} + C = -\frac{x}{\pi} \cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2} \sin(\pi x) + C$$

حل ثالث
طريقة مختصرة للموضوعي

اشتقاق	تكامل
+	x
-	1
0	0

$$\begin{array}{l} \sin \pi x \\ -\frac{\cos \pi x}{\pi} \\ -\frac{\sin \pi x}{\pi^2} \end{array}$$

نتج التكامل:

$$-\frac{x}{\pi} \cos \pi x + \frac{x}{\pi^2} \sin \pi x + C$$

$$(3) \int x e^{6x} dx = \frac{1}{6} x e^{6x} - \frac{1}{36} e^{6x} + C$$

إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

a b

$$\left(\frac{1}{6} x e^{6x} - \frac{1}{36} e^{6x} + C\right)' = \frac{1}{6}(1)e^{6x} + \frac{1}{6} x(e^{6x} \cdot 6) - \frac{1}{36}(e^{6x} \cdot 6) = x e^{6x}$$

$$(4) \int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + e^{-x} + C$$

إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

a b

$$\left(-x e^{-x} + e^{-x} + C\right)' = -(1)e^{-x} - x(e^{-x} \cdot (-1)) + (e^{-x} \cdot (-1)) = -2e^{-x} + x e^{-x}$$

$$(5) \int x \sec^2 x dx = x \tan x - \ln|\sec x| + C$$

إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

a b

$$\begin{aligned} (x \tan x - \ln|\sec x| + C)' &= \tan x + x \sec^2 x - \frac{(\sec x)'}{\sec x} \\ &= \tan x + x \sec^2 x - \frac{\sec x \tan x}{\sec x} = x \sec^2 x \end{aligned}$$

في التمارين (11-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \int (2x+1) \sin x dx$$

$$(a) (2x+1) \cos x + 2 \sin x + C$$

$$(b) -(2x+1) \cos x + 2 \sin x + C$$

$$(c) -(x+1) \cos x - 2 \sin x + C$$

$$(d) (2x+1) \cos x - \sin x + C$$

$$u = 2x+1, dv = \sin x dx$$

$$du = 2dx, v = -\cos x$$

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

$$\int (2x+1) \sin x dx = (2x+1) \cdot (-\cos x) - \int (-\cos x) 2 dx$$

$$= (2x+1) \cdot (-\cos x) + 2 \sin x + C$$

حل ثاني
طريقة مختصرة للموضوعي

اشتقاق

تكامل

$$\begin{array}{r} + 2x+1 \rightarrow \sin x \\ - 2 \rightarrow -\cos x \\ 0 \rightarrow -\sin x \end{array}$$

نتائج التكامل:

$$-(2x+1) \cos x + 2 \sin x + C$$

(7) $\int x^2 \ln(x) dx =$

(a) $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{3} + C$

(b) $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

(c) $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) + \frac{x^3}{9} + C$

(d) $-\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

$$u = \ln x, dv = x^2 dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx, v = \frac{x^3}{3}$$

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

$$\int x^2 \ln x dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \int \frac{x^2}{3} \cdot dx =$$

$$= \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{1}{3} \frac{x^3}{3} + C = \frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{x^3}{9} + C$$

في التمرينين (8-9)، إذا كان $\int (2x+1) \ln x dx = uv - \int v du$ فإن:

(8) $uv =$

(a) $(2x+1) \ln x$

(b) $2x \ln x$

(c) $\frac{2x+1}{2} \ln x$

(d) $x(x+1) \ln x$

(9) $\int v du =$

(a) $\frac{1}{2} x \ln x + C$

(b) $\frac{1}{2} x^2 + x + C$

(c) $(2x+1) \ln x + C$

(d) $\frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 + C$

$$u = \ln x, dv = (2x+1) dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx, v = \frac{2x^2}{2} + x = x^2 + x = x(x+1)$$

$$uv = x(x+1) \ln x$$

$$\int v du = \int x(x+1) \frac{1}{x} dx = \int (x+1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$$

في التمرين (10-11)، إذا كان $\int (3x-1)e^{3x+2} dx = uv - \int vdu$ فإن:

(10) $uv =$

a $(3x-1)e^{3x+2}$

b $\frac{1}{3}(3x-1)e^{3x+2}$

c $(3x-1)e^{x+2}$

d $\frac{1}{3}(x-1)e^{3x+2}$

(11) $\int vdu =$

a $-\frac{1}{3}e^{3x+2} + C$

b $-e^{3x+2} + C$

c $\frac{1}{3}e^{3x+2} + C$

d $e^{3x+2} + C$

$$u = (3x-1), dv = e^{3x+2} dx = \frac{1}{3}(3e^{3x+2} dx)$$

$$du = 3dx, v = \frac{1}{3}e^{3x+2}$$

$$uv = \frac{1}{3}(3x-1)e^{3x+2}$$

$$\int vdu = \int \frac{1}{3}e^{3x+2} \cdot 3dx = \int \frac{1}{3}(e^{3x+2} \cdot 3)dx = \frac{1}{3}e^{3x+2} + C$$

بند (6 - 5) التكامل باستخدام الكسور الجزئية

في التمارين (1-4)، ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(1) \int \frac{4dx}{(x+3)(x+7)} = \ln|x+3| + \ln|x+7| + C$$

(a)

(b)

$$\frac{4}{(x+3)(x+7)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x+7}$$

$$4 = A(x+7) + B(x+3)$$

$$4 = A(-7+7) + B(-7+3) \Rightarrow 4 = -4B \Rightarrow B = -1$$

$$4 = A(-3+7) + B(-3+3) \Rightarrow 4 = 4A \Rightarrow A = 1$$

$$\int \frac{4}{(x+3)(x+7)} dx = \int \left(\frac{1}{x+3} + \frac{-1}{x+7} \right) dx =$$

$$\ln|x+3| - \ln|x+7| + C$$

حل آخر إيجاد مشتقة الطرف الأيمن ثم توحيد المقامات

$$(\ln|x+3| + \ln|x+7| + C)' = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+7} = \frac{x+7+x+3}{(x+3)(x+7)} = \frac{2x+10}{(x+3)(x+7)}$$

لا يساوي الطرف الأيسر

$$(2) \int \frac{-6dx}{x^2+3x} = -2\ln|x+3| + 2\ln|x| + C$$

(a)

(b)

$$\frac{-6}{x(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+3}$$

$$-6 = A(x+3) + B(x)$$

$$-6 = A(-3+3) + B(-3) \Rightarrow -6 = -3B \Rightarrow B = 2$$

$$-6 = A(0+3) + B(0) \Rightarrow -6 = 3A \Rightarrow A = -2$$

$$\int \frac{-6}{x(x+3)} dx = \int \left(\frac{-2}{x} + \frac{2}{x+3} \right) dx =$$

$$-2\ln|x| + 2\ln|x+3| + C$$

حل آخر إيجاد مشتقة الطرف الأيمن ثم توحيد المقامات

$$(-2\ln|x+3| + 2\ln|x| + C)' = \frac{-2}{x+3} + \frac{2}{x} = \frac{-2x+2(x+3)}{(x+3)(x)} = \frac{6}{x^2+3x}$$

لا يساوي الطرف الأيسر

a

b

$$(3) \text{ الدالة: } f(x) = \frac{4x-11}{2x^2-x-3} \text{ على صورة كسور جزئية هي: } f(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{2x-3}$$

بتوحيد المقامات

$$\frac{3}{x+1} - \frac{2}{2x-3} = \frac{3(2x-3) - 2(x+1)}{(x+1)(2x-3)} = \frac{6x-9-2x-2}{2x^2-3x+2x-3} = \frac{4x-11}{2x^2-x-3}$$

a

b

$$(4) \text{ للحدودية النسبية: } \frac{x^2-x+2}{x^3-2x^2+x} \text{ ثلاثة كسور جزئية.}$$

في التمارين (5-10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(5) \int \frac{6}{x^2-9} dx =$$

a $\ln|x+3| - \ln|x-3| + C$

b $\ln(x-3) - \ln(x+3) + C$

c $\ln|x+3| + \ln|x-3| + C$

d $\ln|x-3| - \ln|x+3| + C$

$$\frac{6}{(x+3)(x-3)} = \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x-3)}$$

$$6 = A(x-3) + B(x+3)$$

$$6 = A(3-3) + B(3+3) \Rightarrow 6 = 6B \Rightarrow B = 1$$

$$6 = A(-3-3) + B(-3+3) \Rightarrow 6 = -6A \Rightarrow A = -1$$

$$\int \frac{6}{(x+3)(x-3)} dx = \int \left(\frac{-1}{(x+3)} + \frac{1}{(x-3)} \right) dx =$$

$$-\ln|x+3| + \ln|x-3| + C$$

$$(6) \int \frac{7x-7}{x^2-3x-10} dx =$$

a $4\ln|x+2| + 3\ln|x-5| + C$

b $3\ln|x+2| + 2\ln|x-5| + C$

c $4\ln|x-5| + 3\ln|x+2| + C$

d $4\ln|x-5| - 3\ln|x+2| + C$

$$\frac{7x-7}{(x-5)(x+2)} = \frac{A}{(x-5)} + \frac{B}{(x+2)}$$

$$7x-7 = A(x+2) + B(x-5)$$

$$7(-2)-7 = A(-2+2) + B(-2-5) \Rightarrow -21 = -7B \Rightarrow B = 3$$

$$7(5)-7 = A(5+2) + B(5-5) \Rightarrow 28 = 7A \Rightarrow A = 4$$

$$\int \frac{7x-7}{(x-5)(x+2)} dx = \int \left(\frac{4}{(x-5)} + \frac{3}{(x+2)} \right) dx =$$

$$4\ln|x-5| + 3\ln|x+2| + C$$

(7) الدالة النسبية: $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزئية هي $f(x)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$

(b) $\frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{2(x+2)}$

(c) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$

(d) $\frac{1}{2(x-2)} - \frac{1}{2(x+2)}$

$$\frac{x}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

$$x = A(x+2) + B(x-2)$$

$$-2 = A(-2+2) + B(-2-2) \Rightarrow -2 = -4B \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$2 = A(2+2) + B(2-2) \Rightarrow 2 = 4A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{x^2-4} = \frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{2(x+2)}$$

(8) $\int \frac{2x^2-4x+3}{x^2-1} dx =$

(a) $2 + 2\ln|x-1| - \frac{9}{2}\ln|x+1| + C$

(b) $\frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{9}{2}\ln|x+1| + C$

(c) $2x + \frac{1}{2}\ln|x-1| - \frac{9}{2}\ln|x+1| + C$

(d) $x + \frac{1}{2}\ln|x-1| - 9\ln|x+1| + C$

$$\frac{2x^2-4x+3}{x^2-1} = 2 + \frac{-4x+5}{x^2-1}$$

$$\frac{-4x+5}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$-4x+5 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$-4(1)+5 = A(1+1) + B(1-1) \Rightarrow 1 = 2A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$-4(-1)+5 = A(-1+1) + B(-1-1) \Rightarrow 9 = -2B \Rightarrow B = -\frac{9}{2}$$

$$\frac{-4x+5}{x^2-1} = \frac{1}{2(x-1)} - \frac{9}{2(x+1)}$$

$$\int \frac{2x^2-4x+3}{x^2-1} dx = \int \left(2 + \frac{1}{2(x-1)} - \frac{9}{2(x+1)} \right) dx =$$

$$= 2x + \frac{1}{2}\ln(x-1) - \frac{9}{2}\ln(x+1) + C$$

$\begin{array}{r} 2 \\ x^2-1 \overline{) 2x^2-4x+3} \\ \underline{2x^2} \\ -4x+5 \end{array}$
--

بند (5 - 7) التكامل المحدد

في التمارين (1-7)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 x \, dx = \frac{\pi}{2}$$

(a) (b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + \cos^2 x) \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 \, dx = [x]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$(2) \int_{-3}^{-2} (|x| + x + 5) \, dx = -2$$

(a) (b)

$$\int_{-3}^{-2} -x + x + 5 \, dx = \int_{-3}^{-2} 5 \, dx = 5(-2 - (-3)) = 5$$

$$(3) \int_{-1}^1 (|x|)^3 \, dx = -\frac{1}{2}$$

(a) (b)

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 (-x)^3 \, dx + \int_0^1 (x)^3 \, dx &= \left[\frac{(-x)^4}{4} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{(x)^4}{4} \right]_0^1 = \left[\frac{(x)^4}{4} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{(x)^4}{4} \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{(0 - (-1)^4)}{4} \right]_{-1}^0 + \left[\frac{(1)^4 - 0^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(4) \int_0^1 12(3x - 2)^3 \, dx = -15$$

(a) (b)

$$4 \int_0^1 (3x - 2)^3 \, 3dx = 4 \left[\frac{(3x - 2)^4}{4} \right]_0^1 = 4 \left[\frac{(3(1) - 2)^4 - (3(0) - 2)^4}{4} \right] = 4 \times \frac{1 - 16}{4} = -15$$

$$(5) \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \sqrt{1 - x^2} \, dx = 1$$

(a) (b)

$$y = \sqrt{1 - x^2} \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 1

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

معادلة النصف العلوي من الدائرة

$$\frac{1}{\pi} \int \sqrt{1 - x^2} \, dx = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (1) = \frac{1}{2}$$

مساحة النصف العلوي من الدائرة

$$(6) \int_2^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx = 0$$

a

b

$$\int_2^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 \int_2^5 f(x) dx$$

$$(7) \int_2^4 f(x) dx + \int_4^2 g(x) dx = 0$$

لا يمكن تطبيق الخواص لأن الدالتين مختلفتين

a

b

في التمارين (12-8)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان: $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$ ، $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$ فإن $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$ تساوي:

a 18

b -6

c 6

d 12

$$2 \int_{-1}^3 f(x) dx + 3 \int_{-1}^3 g(x) dx + \int_{-1}^3 (1) dx = 2 \times 4 + 3 \times (-2) + (3 - (-1)) = 8 - 6 + 4 = 6$$

$$(9) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx =$$

باستخدام الآلة الحاسبة

a 2

b $2\sqrt{2}$

c 4

d 8

$$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx = \sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{2}) = 4$$

$$(10) \int_{-1}^1 (1 - |x|) dx =$$

باستخدام الآلة الحاسبة

a 1

b -1

c 0

d $\frac{1}{2}$

$$\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx = \int_{-1}^1 1 dx - \int_{-1}^1 |x| dx = \int_{-1}^1 1 dx - \int_{-1}^0 (-x) dx - \int_0^1 (x) dx =$$

$$1(1 - (-1)) - \left[\frac{-x^2}{2} \right]_{-1}^0 - \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 = 2 + \frac{1}{2}(0^2 - (-1)^2) - \frac{1}{2}(1^2 - 0^2) = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

$$(11) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx =$$

باستخدام الآلة الحاسبة

a 4

b 2

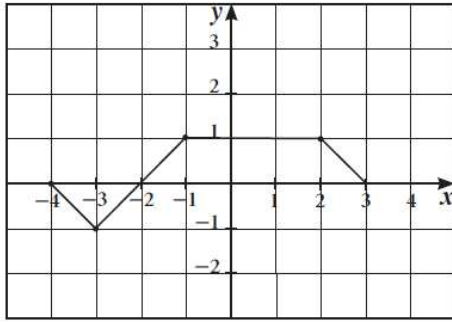
c 0

d π

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = [-\cos x + \sin x]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = (-\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}) - (-\cos \frac{-\pi}{2} + \sin \frac{-\pi}{2})$$

$$= (0 + 1) - (0 + (-1)) = 2$$

في التمارين (13-15)، لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1) لتحصل على عبارة صحيحة. إذا كان بيان الدالة f كما في الشكل المقابل، فإن:



(2)	(1)
(a) 6	(13) $\int_{-4}^3 f(x) dx$ يساوي: (d)
(b) 5	(14) مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f ومحور السينات هي: (b)
(c) 0	(15) $\int_{-4}^{-1} (f(x) + \frac{1}{6}) dx$ يساوي: (c)
(d) 3	

$$\int_{-4}^{-2} f(x) dx = -1$$

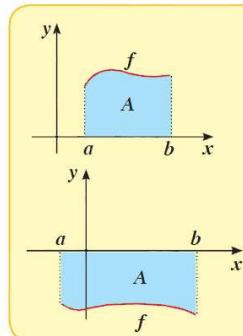
$$\int_{-2}^3 f(x) dx = 4$$

$$\int_{-4}^3 f(x) dx = \int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^3 f(x) dx = -1 + 4 = 3$$

$$\int_{-4}^{-1} f(x) dx + \int_{-4}^{-1} \left(\frac{1}{6}\right) dx = \left(-1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6}[-1 - (-4)] = \frac{-1}{2} + \frac{1}{6} \times 3 = 0$$

Graphical Interpretation of Definite Integral

التفسير البياني للتكامل المحدد



في المستوى الإحداثي لتكن f دالة متصلة على $[a, b]$ ،
 A تمثل مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f ومحور السينات
 والمستقيمين $x = a$ ، $x = b$

1 إذا كانت: $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$

$$\int_a^b f(x) dx = A \quad \text{فإن:}$$

2 إذا كانت: $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$

$$\int_a^b f(x) dx = -A \quad \text{فإن:}$$