تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية
ملفات الكويت التعليمية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا com.kwedufiles.www//:https

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

https://kwedufiles.com/10

* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://kwedufiles.com/10math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/10math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/grade10

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا bot_kwlinks/me.t//:https

الروابط التالية هي روابط الصف العاشر على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

طرق العد
Methods of Counting

المجموعة الأولى: المبدأ الأساسي للعد

في التمارين (١ - ٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من بين ثلاثة حروف: ع، ل، م دون تكرارها (دون الاهتمام بالمعنى)؟ ٣×٢×١ = ٦

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ مرورًا بالقرية ب؟

= ٣×٤ = ١٢

(٣) الرئيس ونائب الرئيس: يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم عدد الأزواج التي يمكن أن تكوّن من رئيس ونائب رئيس؟

٣×٤ = ١٢

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

(٤) أرقام الهاتف: كم عدد أرقام الهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علمًا بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

= ١٠×١٠×١٠×١٠×١٠×٨×٨ = ٦٤×١٠^٥

(٥) لوحات الترخيص: كم عدد لوحات الترخيص التي يمكن أن تكونها من رقمين يتبعهما حرفان ثم ثلاثة أرقام بدون أن تتكرر أي حروف أو أرقام؟

(٦) رمي حجر نرد: عند رمي حجري نرد أحدهما أحمر والثاني أخضر معًا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما. كم عدد النواتج الممكنة؟

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) $\text{ل}_{٨}^{٨}$

(٨) $\text{ل}_{٧}^{١٢}$

(٩) $\text{ق}_{٤}^{١٤}$

(١٠) $\text{ق}_{٤}^{١٨}$

في التمارين (١١-١٣)، حل المسائل التالية:

(١١) تكوين اللجان: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة التي يمكن انتخابها؟

(١٢) شراء أقراص حاسوب مدمجة: لدى جيهان نقود تكفي لشراء ثلاثة أقراص حاسوب مدمجة فقط من بين ٤٨ قرصًا. كم عدد مجموعة أقراص الحاسوب التي يمكن شراؤها؟

(١٣) يجري مدير شؤون الموظفين مقابلات شخصية مع ثمانية أشخاص مرشحين لثلاث وظائف شاغرة. كم عدد المجموعات المكونة من ثلاثة أشخاص التي يمكن توظيفها؟

المجموعات: تمارين موجهة

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من ثلاثة حروف دون تكرارها من بين ٤ حروف ل، ع، ب، هـ؟

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ والرجوع إلى القرية أ مرورًا بالقرية ب في كل اتجاه؟

(٣) نذاكر الطيران: عندما تطلب تذكرة طيران يمكنك أن تحجز في الدرجة الأولى أو درجة رجال الأعمال أو الدرجة السياحية. يمكنك أيضًا أن تختار مكانك إلى جانب نافذة الطائرة أو في الممر أو في الكرسي الأوسط، إلا في حالة عدم وجود كرسي أوسط كما هو الحال في الدرجة الأولى حيث يوجد كرسيان فقط. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكن أن تحجز بها مكانك على متن الطائرة؟ ٢ × ٣ + ٣ × ٢ = ٦ + ٩ = ١٥

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

* (٤) رقم التأمين الاجتماعي: كم عدد بطاقات التأمين الاجتماعي التي يمكن تكوينها من تسعة أرقام بدون الصفر؟ $٩^{٩}$ = ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٩ × ٩

* (٥) لوحات الترخيص: كم عدد لوحات الترخيص المكونة من خمسة رموز مكونة من ثلاثة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر يتبعها حرفين مختلفين؟ ٩ × ٨ × ٧ × ٨ × ٢٧ = ٣٨١٠٢٤

* (٦) إلقاء العملة: كم عدد النواتج الممكنة عند رمي قطعة نقود منتظمة عشر مرات متتالية؟ $٢^{١٠}$

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) $ق_{٥}^{١٨} + ل_{١}^{٥}$ = ١٨ × ١٧ × ١٦ × ١٥ × ١٤ × ١٣ + $\frac{١٠!}{٥!}$ = ١٠ + ١٣٣٦٠٨٠ = ١٣٣٦٠٩٠

(٨) $ل_{٧}^{١١} \div ٧!$ = $\frac{١١!}{٤! \times ٧!}$ = $\frac{٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١}{٢ \times ٣ \times ٤}$ = ٣٣٠

(٩) $ق_{١٥}^{٢} - ل_{٣}^{٥}$ = $\frac{١٥!}{٢! \times ١٣!}$ - ٥ × ٤ × ٣ = ١٠٥ - ٦٠ = ٤٥

(١٠) $ق_{١٦}^{١٨}$ = $\frac{١٨!}{١٦! \times ٢!}$ = $\frac{١٨ \times ١٧}{٢}$ = ١٥٣

* (١١) إلقاء العملة: خلال الاقتراع وذلك بإلقاء عملة معدنية ٢٠ مرة، تم تسجيل ظهور الصورة أو الكتابة في كل مرة. كم عدد المرات (من جميع مرات الإلقاء) التي يتم فيها الحصول على ٧ صور؟

$\binom{٢٠}{٧}$ = $\frac{٢٠!}{١٣! \times ٧!}$ = $\frac{٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤}{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$ = ٧٧٥٢٠

* (١٢) ضع $(ق_{٧}^{١٥٠})$ على صورة مضروب، وفسّر.

$\frac{١٥٠!}{١٤٣! \times ٧!}$

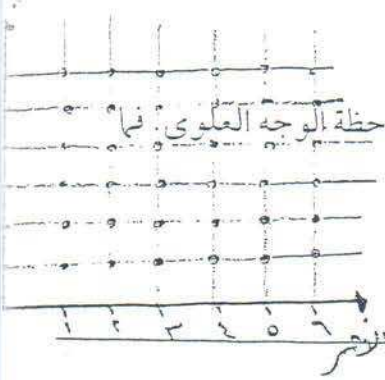
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تمرّن ١٠-٥

الاحتمال المشروط
Conditional Probability

المجموعة الأساسية

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي: فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال وقوع كل حدث مما يلي؟



(١) مجموع العددين الظاهرين ٩.

$= \frac{٤}{٣٦} = \frac{١}{٩}$

(٢) مجموع العددين الظاهرين هو عدد زوجي.

$= \frac{١٨}{٣٦} = \frac{١}{٢}$

(٣) العدد الظاهر على الحجر الأحمر أكبر من العدد الظاهر على الحجر الأخضر.

$= \frac{١٥}{٣٦} = \frac{٥}{١٢}$

في التمارين (٤-٩)، ج تتضمن عينة لألوان الحلوى التقليدية التي ينتجها مصنع للحلوى وهي:
ج = {البني، الأخضر، البرتقالي، الأحمر، البرونزي، الأصفر}.
احتمال كل حدث في ج يساوي نسبة إنتاج هذا اللون من الحلوى من إجمالي الألوان. وقد صرح المسؤول في هذا المصنع ببعض المعلومات عن احتمال الإنتاج في الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي	البرونزي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	٠,١	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًّا من علبة مفتوحة حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أن تأخذ حلوى بالألوان التالية:

(٤) البني أو البرونزي؟ $= ٠,٣ + ٠,١ = ٠,٤$

(٥) الأحمر أو الأخضر أو البرتقالي؟ $= ٠,٢ + ٠,١ + ٠,١ = ٠,٤$

(٦) الأحمر؟ $= ٠,٢$

(٧) أي لون عدا الأحمر؟ $= ١ - (٢ و) = ٨ و$

(٨) أي لون عدا البرتقالي أو الأصفر؟ $= ١ - (١ و + ٢ و) = ٧ و$

(٩) أي لون عدا البني أو البرونزي؟ $= ١ - (٣ و + ١ و) = ٦ و$

في التمارين (١٠-١٣)، ما احتمال أن يحقق رمز عدد عشوائي مكوّن من رقمين من ١ إلى ٩ الشروط التالية؟

(١٠) رقمان عشوائيان. الأول فردي والثاني من مضاعفات العدد ٤. $\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩} = \frac{٧}{٩}$

(١١) رقمان عشوائيان. الأول زوجي والثاني فردي. $\frac{٤}{٩} + \frac{٥}{٩} = ١$

(١٢) رقمان عشوائيان. كلا الرقمين أصغر من ٧. $\frac{٦}{٩} \times \frac{٦}{٨٥} = \frac{٣٦}{٨١}$

(١٣) رقمان عشوائيان. الرقم الثاني هو الرقم الأول نفسه.

(١٤) تأجير السيارات: لدى شركة لتأجير السيارات ٢٥ سيارة للإيجار، ٢٠ منها من الحجم الكبير و٥ سيارات من الحجم المتوسط. إذا تم اختيار سيارتين بشكل عشوائي للإيجار لمدة يوم واحد، فما احتمال أن تكون السيارتان من الحجم الكبير؟ $ن(ف) = ٣٠٠ = ن(ك) = ١٩٠ = ن(أ)$

$ل(أ) = \frac{١٩٠}{٣٠٠} = ٦ و$

(١٥) اكتب لتتعلم: علل لماذا العبارة التالية غير صحيحة: احتمال أن يبيع بائع الحواسيب ٠، ١، ٢ أو ٣ أجهزة حاسوب في أي يوم من الأيام هو: ١٢ , ٠، ٤٥ , ٠، ٣٨ , ٠، ١٥ , ٠ بحسب الترتيب.

$١٢ و + ٤٥ و + ٣٨ و + ١٥ و = ١$ وهذا هو خطأ لأن مجموع الاحتمالات = ١

(١٦) علبة تحتوي على ٣ كرات حمراء اللون و٥ كرات بيضاء اللون. سحب سالم كرة، من دون إعادتها إلى العلبة ثمّ سحب كرة ثانية من العلبة. ليكن الحدث أ: «الكرة الأولى حمراء»، الحدث ب: «الكرة الثانية بيضاء».

٣ حمراء
٥ بيضاء
٨ المجموع

١. احسب: (أ) ل (أ). $= \frac{٣}{٨}$

(ب) ل (ب/أ). $= \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} = \frac{\frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٨}}{\frac{٣}{٨}} = \frac{٥}{٧}$

(ج) ل (أ ∩ ب). $= ل(أ) \times ل(ب) = \frac{٣}{٨} \times \frac{٥}{٧} = \frac{١٥}{٥٦}$

٢. لنفترض أن السحب الثاني تم بعد إعادة الكرة التي سحبت أولًا.

(أ) احسب: ل(ب). $= \frac{٥}{٨}$

(ب) احسب: ل(ب/أ). $= \frac{ل(ب \cap أ)}{ل(أ)} = \frac{\frac{٥}{٨} \times \frac{٣}{٨}}{\frac{٣}{٨}} = \frac{٥}{٨}$

(١٧) ليكن ل(أ) = ٠,٣، ل(ب) = ٠,٧، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨. احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب). $= ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب) = ٠,٣ + ٠,٧ - ٠,٨ = ٠,٢$

(ب) ل(أ/ب). $= \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(ب)} = \frac{٠,٢}{٠,٧} = \frac{٢}{٧}$

(جـ) ل(ب/أ) $= \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} = \frac{٠,٢}{٠,٣} = \frac{٢}{٣}$

(١٨) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٥، ل(ب) = ٠,٥.

احسب: ل(ب/أ).

∵ أ، ب حدثان مستقلان ∴ $ل(أ \cap ب) = ل(أ) \times ل(ب)$

$ل(ب/أ) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} = \frac{٠,٢٥}{٠,٥} = ٠,٥ = ٠,٥ \times ٠,٥$

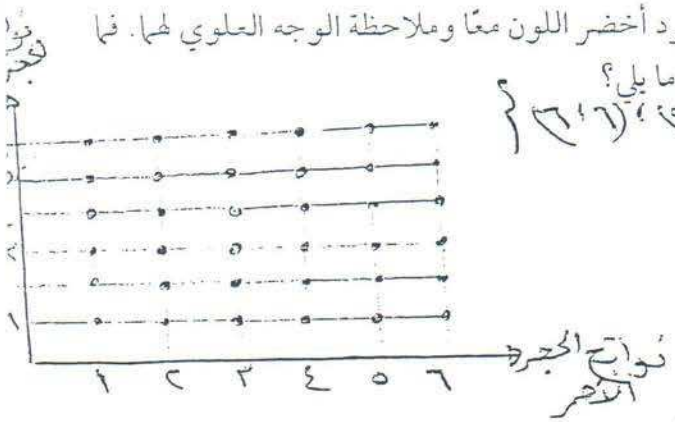
التجمعة حسب تمارين حرة

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي لهما. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال ونوع كل حدث في ما يلي؟

ف = {(١،١)، (١،٢)، (١،٣)، (١،٤)، (١،٥)، (١،٦)، ..... (٦،٦)}

(١) مجموع العددين الظاهرين أصغر من ١٠.

$= \frac{٣٠}{٣٦} = \frac{٥}{٦}$ حدث مركب



(٢) العددان الظاهران عددان فرديان. $= \frac{١٨}{٣٦} = \frac{١}{٢}$ حدث مركب

(٣) العددان الظاهران عددان زوجيان. $= \frac{١٨}{٣٦} = \frac{١}{٢}$ حدث مركب

في التمرين (٤)، حل المسألة التالية:

(٤) رقم التأمين الاجتماعي: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم تأمين اجتماعي مكون من تسعة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر؟

(٥) ما احتمال اختيار رقمًا عشوائيًا واحدًا من ١ إلى ٩ يحقق الشرطين التاليين:

رقم أولي أو من مضاعفات الرقم ٦. $= \frac{٤}{٩} + \frac{١}{٩} = \frac{٥}{٩}$

في التمارين (٦-١١)، ينتج المصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان الموضحة بالجدول. يوضح الجدول التالي احتمال إنتاج الحلوى بحسب لونها:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من كل من علبتين مفتوحتين حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أخذ حلوى بالألوان التالية؟

(٦) كلتاهما بنية اللون. $= ٠,٣ \times ٠,٣ = ٠,٠٩$

(٧) كلتاهما برتقالية اللون. $٠,١ \times ٠,١ = ٠,٠١$

* (٨) واحدة حمراء وواحدة خضراء. $٠,٢ \times ٠,٢ \times ٢ = ٠,٠٤$

(٩) الأولى بنية اللون والثانية صفراء. $٠,٣ \times ٠,٢ = ٠,٠٦$

(١٠) ولا واحدة صفراء. $٠,٨$

(١١) الأولى ليست حمراء والثانية ليست برتقالية. $٠,٨ \times ٠,٩ = ٠,٧٢$

* في التمارين (١٢-١٧)، ألقيت ثلاث عملات معدنية من فئة العشرة فلوس تحمل تواريخ من ١٩٩٤ إلى ١٩٩٦. فما احتمال كل حدث مما يلي؟

(١٢) ظهور الصورة على عملة بتاريخ ١٩٩٤ فقط. $= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

(١٣) ظهور الصورة على عملتين بتاريخ ١٩٩٥، ١٩٩٦.

(١٤) ظهور الصورة على الثلاث عملات. $\frac{١}{٨}$

(١٥) ظهور الصورة على عملتين فقط. $\frac{٣}{٨}$

(١٦) ظهور الصورة على عملة واحدة على الأقل. $\frac{٧}{٨}$

(١٧) ظهور الصورة على عملتين على الأقل. $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(١٨) **أسباب الوفاة:** قامت الحكومة بتحديد سبب واحد لكل حالة وفاة، فوجدت أن البيانات الناتجة تشير إلى أن ٤٥٪ من حالات الوفاة تسببها الأزمات القلبية ومرض في الأوعية الدموية وأن ٢٢٪ يسببها مرض السرطان.

(أ) ما احتمال أن يكون موت شخص تم اختياره بشكل عشوائي سببه مرض في الأوعية الدموية أو مرض السرطان؟

(ب) ما احتمال أن تكون وفاة هذا الشخص نتيجة لأسباب أخرى؟

(١٩) رمى حمد مرتين متتاليتين هرمًا منتظمًا مرقمًا من ١ إلى ٤ ولاحظ رقم الوجه الذي استقر عليه الهرم ويحسب ناتج جمع الأرقام التي يلاحظها.

(أ) ممَّ يتألف الناتج؟ وما هو عدد النواتج الممكنة؟

(ب) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع يساوي ٦ علمًا أن نتيجة الرمية الأولى ٣».

(جـ) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع هو أكبر من ٧ علمًا أن نتيجة الرمية الأولى ٢».

(٢٠) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٧

احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب) = ٠,٢ × ٠,٧ = ٠,١٤

(ب) ل(ب/أ) = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})} = \frac{٠,١٤}{٠,٢} = ٠,٧$

(جـ) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٢ + ٠,٧ − ٠,١٤ = ٠,٧٦

(د) ل(أ/ب) = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{ب})} = \frac{٠,١٤}{٠,٧} = ٠,٢$

اختبار الوحدة العاشرة

(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لعدد الرجال والإناث غير المتزوجين في إحدى الدول.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث
-٢٠	٤٥٠٠	٣٤٠٠
-٣٠	٤٨٠	٣٠٠
-٤٠	٣٧٠	٢٤٠
-٥٠	٢٩٠	٢٥٠
-٦٠	١٨٠	٢١٠
-٧٠	١١٠	٢٢٠
-٨٠	٣٠	١٤٠

(أ) أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات والتكرار المتجمع الصاعد.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد (رجال)	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل (إناث)
-٢٠	٤٥٠٠	٣٤٠٠	أقل من ٣٠	٤٥٠٠	٢٠ فأكثر	٤٧٦٠
-٣٠	٤٨٠	٣٠٠	أقل من ٤٠	٤٩٨٠	٣٠ فأكثر	١٣٦٠
-٤٠	٣٧٠	٢٤٠	أقل من ٥٠	٥٣٥٠	٤٠ فأكثر	١١٦٠
-٥٠	٢٩٠	٢٥٠	أقل من ٦٠	٥٦٤٠	٥٠ فأكثر	٨٧٠
-٦٠	١٨٠	٢١٠	أقل من ٧٠	٥٨٢٠	٦٠ فأكثر	٦٦٠
-٧٠	١١٠	٢٢٠	أقل من ٨٠	٥٩٣٠	٧٠ فأكثر	٤٤٠
-٨٠	٣٠	١٤٠	أقل من ٩٠	٥٩٦٠	٨٠ فأكثر	٣٠٠

(ب) أوجد المتوسط الحسابي لأعمار الرجال والإناث.

تابع لـ ١٣٧ م

رقم [1] ١٣٧ م (٥) المتوسط الحسابي لأعمار الرجل

الفئة	س	ك	ك س
٢٠ -	٢٥	٤٥٠٠	١١٢٥٠٠
٣٠ -	٣٥	٤٨٠	١٦٨٠٠
٤٠ -	٤٥	٣٧٠	١٦٦٥٠
٥٠ -	٥٥	٢٩٠	١٥٩٥٠
٦٠ -	٦٥	١٨٠	١١٧٠٠
٧٠ -	٧٥	١١٠	٨٢٥٠
٨٠ -	٨٥	٣٠	٢٥٥٠
		٥٩٦٠	١٨٤٤٠٠

$\bar{س} = \frac{١٨٤٤٠٠}{٥٩٦٠} \simeq ٣٠٫٩$ سنة.

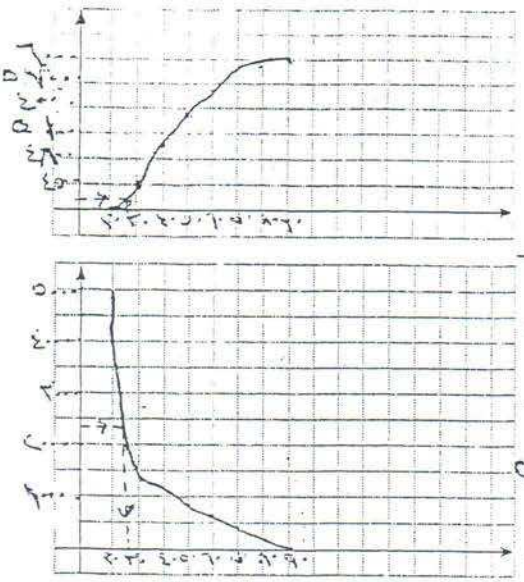
المتوسط الحسابي لأعمار الدبابات

الفئة	س	ك	ك س
٢٠ -	٢٥	٣٤٠٠	٨٥٠٠٠
٣٠ -	٣٥	٣٠٠	١٠٥٠٠
٤٠ -	٤٥	٢٤٠	١٠٨٠٠
٥٠ -	٥٥	٢٣٠	١٢٦٥٠
٦٠ -	٦٥	١٩٠	١٢٣٥٠
٧٠ -	٧٥	٢٢٠	١٦٥٠٠
٨٠ - ٩٠	٨٥	١٤٠	١١٩٠٠
		٤٧٦٠	١٦٢١٠٠

$\bar{س} = \frac{١٦٢١٠٠}{٤٧٦٠} = ٣٤٫١$ سنة

١٣٧ مكرر

(ج) أوجد الوسيط لأعمار الرجال والوسيط لأعمار الإناث مستخدمًا منحنى التكرار المتجمع الصاعد لكل من أعمار الرجال والإناث. ثم اشرح ما يمثله كل عدد.



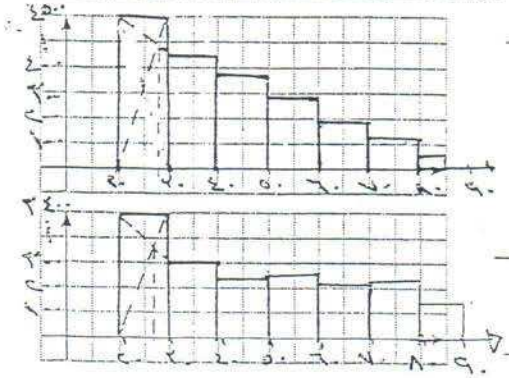
الوسيط (رجال) = ٥٩٦٠ / ٢ = ٢٩٨٠

الوسيط = ٤٧

ترتيب الوسيط (إناث) = ٤٧٦٠ / ٢ = ٢٣٨٠

الوسيط = ٤٨

(د) أوجد المنوال لأعمار الرجال والمنوال لأعمار الإناث باستخدام المدرج التكراري. ماذا تلاحظ؟



المنوال = ٤٨ تقريبًا (رجال)

المنوال = ٤٨ (إناث)

تقارب المنوال في الاثنين.

(٢) جاءت درجات أحمد السنة الماضية في اختبار مادة العلوم حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ١٧، ١٠، ١٥، ١٢، ١٣، ٩، ١٦، ٨، ١٤، ١٦.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات $\overline{س}$.

$$\overline{س} = \frac{١٧ + ١٠ + ١٥ + ١٢ + ١٣ + ٩ + ١٦ + ٨ + ١٤ + ١٦}{١٠} = \frac{١٣٠}{١٠} = ١٣$$

(ب) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لهذه الدرجات.

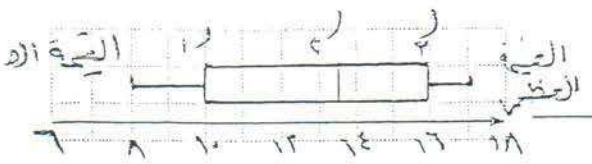
الترتيب التصاعدي: ٨، ٩، ١٠، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٦، ١٧

$ر_٢$ = ١٣ + ١٤ / ٢ = ١٣,٥ $ر_١$ = ١٠ $ر_٣$ = ١٦

المدى = ١٧ − ٨ = ٩ المدى الأرباعي = ١٦ − ١٠ = ٦

مجمل الأعداد الخمسة (٨، ١٠، ١٣,٥، ١٦، ١٧)

(ج) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين. ماذا نلاحظ؟



الوحيد أقرب إلى الربيع الأعلى

(د) أوجد الانحراف المعياري لهذه الدرجات ع.

(٣) بيّنت دراسة إحصائية على ١٠٠ طالب النتيجة التالية حول جنس الطالب ولون عينيه.

	أسود	عسلي	المجموع
ولد	٣٠	٢٥	٥٥
بنت	٢٧	١٨	٤٥
المجموع	٥٧	٤٣	١٠٠

لدى اختيار طالب عشوائيًا (كل الخيارات متساوية الفرص).

نسمي: الحدث و: «الطالب هو ولد»

الحدث أ: «لون عيني الطالب أسود»

الحدث ع: «لون عيني الطالب عسلي»

الحدث ب: «الطالب هو بنت»

(أ) احسب ل(أ).

(ب) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا ولون عينيه أسود (ل (و ∩ أ))؟

(ج) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا ولون عينيه عسلي (ل (و ∩ ع))؟

رقم [٩] [د] ص ١٣٩

$\bar{س}$ = ١٣

$ك_{ار}$	$س_{ار} - \bar{س}$	$(س_{ار} - \bar{س})^{٢}$
١٧٠	٤	١٦
١٠	-٣	٩
١٥	٢	٤
١٠	-١	١
١٣	٠	٠
٩	-٤	١٦
١٦	٣	٩
٨	-٥	٢٥
١٠	١	١
١٦	٣	٩
		٩٠

ع^{٢} = $\frac{٩٠}{١٠}$ = ٩

ع = $\sqrt{٩}$ = ٣

(د) تحقق من أن: و = (و ∩ أ) ∪ (و ∩ ع)، ما احتمال ل (و)؟

٣٠ + ٢٥ = ٥٥ و = ٥٥

ل (و) = ٥٥/١٠٠ = ٠,٥٥

(هـ) في هذا السؤال، نفترض أن الطالب المختار هو ولد. فما احتمال أن يكون لون عينيه أسود. نسمي هذا الاحتمال ل(أ/ و).

ل (أ/ و) = ل(أ ∩ و) / ل(و) = ٣٠/١٠٠ / ٥٥/١٠٠ = ٣٠/٥٥ جل آخره

(و) أوجد علاقة بين ل (أ/ و)، ل (و)، ل(و ∩ أ).

ل(أ/ و) = ل(و ∩ أ) / ل(و)

(٤) إذا كانت درجات أحد الطلاب في اختبارات مادة الرياضيات على مدار السنة حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ٧، ١٠، ١٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٥، ٨، ١٧.

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه الدرجات.

الترتيب التصاعدي: ٧، ٨، ٩، ١٠، ١٢، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧

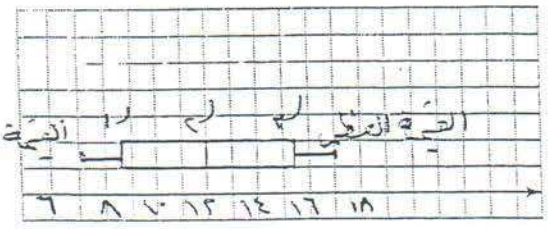
المدى = ١٧ − ٧ = ١٠ ر٢ = ١٢ ر١ = ٨,٥ ر٣ = ١٥,٥

المدى الأرباعي = ١٥,٥ − ٨,٥ = ٧

مجمل الأعداد الخمسة (٧ ، ٨,٥ ، ١٢ ، ١٥,٥ ، ١٧)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لتمثيل قيم هذه الدرجات. ماذا تلاحظ؟

الوسيط أقرب إلى الأرباعي الأعلى



تمارين إثرائية

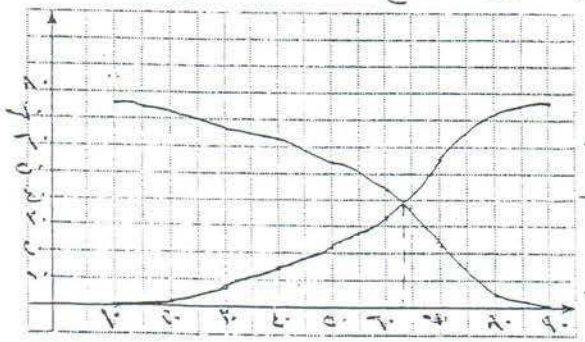
(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٧٥ رأسًا من قطيع المها العربية بالكيلوجرام.

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠
التكرار	١	٧	٥	٨	١١	٢٢	١٧	٤

(أ) أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

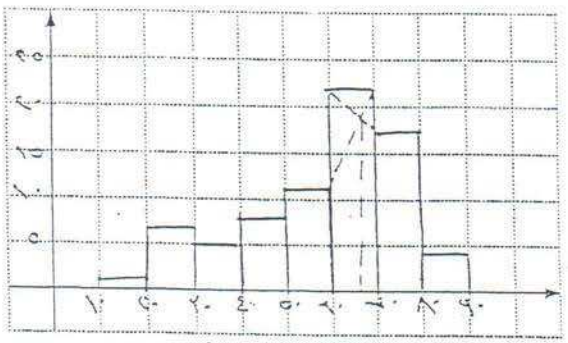
الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-١٠	١	أقل من ٢٠	١	١٠ فأكثر	٧٥
-٢٠	٧	أقل من ٣٠	٨	٢٠ فأكثر	٧٤
-٣٠	٥	أقل من ٤٠	١٣	٣٠ فأكثر	٦٧
-٤٠	٨	أقل من ٥٠	٢١	٤٠ فأكثر	٦٢
-٥٠	١١	أقل من ٦٠	٣٢	٥٠ فأكثر	٥٤
-٦٠	٢٢	أقل من ٧٠	٥٤	٦٠ فأكثر	٤٣
-٧٠	١٧	أقل من ٨٠	٧١	٧٠ فأكثر	٢١
-٨٠	٤	أقل من ٩٠	٧٥	٨٠ فأكثر	٤

(ب) أوجد الوسيط لقيم هذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل معًا.



الوسيط = ٦٣,٥ تقريباً

(جـ) أوجد المنوال لقيم هذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة وباستخدام المدرج التكراري.



المنوال = ٦٦

(د) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأوزان.

تمرين ١ (ب) ص ١٤١

الحد الأدنى للفئة المنوالية = ٦٠

ف = ١٠ ، $ل_{ا}$ = ١١ ، $ل_{ب}$ = ١٧

$ل_{ا}$ (ف − س) = $ل_{ب}$ س

١١ (١٠ − س) = ١٧ س

١١٠ − ١١ س = ١٧ س

١١٠ = ٢٨ س ⇐ س = $\frac{١١٠}{٢٨}$ = ٦,١

∴ المنوال = ٦٠ + ٦,١ = ٦٦,٦

تمرين ١ (د) ص ١٤١

الفئة	س ار	ت ار	ت ار س ار
١٠ −	١٥	١	١٥
٢٠ −	٢٥	٧	١٧٥
٣٠ −	٣٥	٥	١٧٥
٤٠ −	٤٥	٨	٣٦٠
٥٠ −	٥٥	١١	٦٠٥
٦٠ −	٦٥	٢٢	١٤٣٠
٧٠ −	٧٥	١٧	١٢٧٥
٨٠ −	٨٥	٤	٣٤٠
المجموع		٧٥	٤٣٧٥

$\overline{س}$ = $\frac{٤٣٧٥}{٧٥}$

$\overline{س}$ = ٥٨,٣ تقريباً

(٢) سجل أحد الاشخاص أسعار الحاسوب بالدينار الكويتي من عدة محلات لبيع هذه الأجهزة كما يلي: ٢٥٠، ٢٤٥، ٢٦٠، ٢٥٥، ٢٤٠، ٢٦٥، ٢٣٥، ٢٧٠، ٢٦٥.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأسعار $\bar{س}$.

$$\bar{س} = \frac{٢٥٠ + ٢٤٥ + ٢٦٠ + ٢٥٥ + ٢٤٠ + ٢٦٥ + ٢٣٥ + ٢٧٠ + ٢٦٥}{١٠} = ٢٦٥$$

(ب) أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه الأسعار ع.

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^{٢}
٢٥٠	−١٥	٢٢٥
٢٤٥	−٢٠	٤٠٠
٢٦٠	−٥	٢٥
٢٥٥	−١٠	١٠٠
٢٤٠	−٢٥	٦٢٥
٢٦٥	٠	٠
٢٦٥	٠	٠
٢٣٥	−٣٠	٩٠٠
٢٧٠	٥	٢٥
٢٦٥	٠	٠
		٢٥٠٠

$$ع^{٢} = \frac{٢٥٠٠}{١٠} = ١٥٠$$

$$ع = \sqrt{١٥٠} = ١٢,٢$$

(٣) حلوى محشوة بالفول السوداني: ينتج مصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان، كما يوضح الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا أخذت ثلاث قطع من علبة واحدة، فكم عدد الألوان التي يحتمل الحصول عليها؟

(٤) تسلية: في إحدى الألعاب يتم رمي خمسة أحجار نرد متمايزة في وقت واحد وملاحظة الوجه العلوي لها. كم عدد النواتج التي يمكن تمييزها إذا كان لكل حجر لون مختلف؟

$$٦ \times ٦ \times ٦ \times ٦ \times ٦ = ٦^{٥}$$

(٥) المعلم والامتحان النهائي: أعطى معلم طلابه ٢٠ سؤالًا للاستذكار على أن يحتوي الامتحان النهائي على ثمانية أسئلة منها. كم عدد الامتحانات النهائية المختلفة التي يمكن وضعها؟

(٦) مسح للخريجين: اختارت إحدى الكليات عددًا من دفعة عام ١٩٩٦ المكونة من ٢٥٤ خريجًا من بينهم ١٧٢ سيدة، حيث التحق ١٢٤ سيدة بالدراسات الجامعية و٥٨ رجلًا. فما احتمال كل من الأحداث التالية؟

(أ) أن يكون الخريج سيدة.

(ب) أن يلتحق الخريج بالدراسات الجامعية.

(جـ) أن يكون الخريج سيدة وقد التحقت بالدراسات الجامعية.

(٧) تحديد نوع الطفل: افترض أن احتمال أن يكون الطفل المولود حديثًا من نوع معين هو ٥٠٪، في عائلة مكونة من أربعة أطفال. فما احتمال كل حدث معطى؟

(أ) كل الأطفال إناث.

(ب) كل الأطفال من نوع مختلف.

(جـ) كل الأطفال إما ذكور أو إناث.

(٨) عند إشارة المرور التي تتألف من ثلاثة ألوان لاحظنا أن:

٢٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الخضراء.

٦٥٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الصفراء (كما يطلب قانون المرور).

٩٧٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الحمراء.

قررنا مراقبة سلوك سيارة عند إشارة المرور. لنفترض أنه عند وصول السيارة إلى الإشارة، لون الإشارة عشوائي وأن احتمال أن يكون اللون هو الأخضر ٠,٦، احتمال أن يكون اللون هو الأصفر ٠,١، احتمال أن يكون اللون هو الأحمر ٠,٣.

(أ) ما احتمال أن تكون السيارة المراقبة قد توقفت؟

(ب) تجاوزت السيارة الإشارة. فما احتمال أن تكون قد تجاوزت الإشارة عندما كان لونها أحمرًا.

= ١ - ٣ر = ٧ر

(٩) نشاط تدريبي صيفي يعرض نشاطًا لغويًا ورياضيًا. الجدول يعطي توزيعًا لـ ١٥٠ متدربًا بحسب اللغة والرياضة التي تم اختيارها:

	كرة سلة	كرة قدم	ركوب الخيل	المجموع
إنكليزي	٤٥	١٨	٢٧	٩٠
فرنسي	٣٣	٩	١٨	٦٠
المجموع	٧٨	٢٧	٤٥	١٥٠

تم اختيار متدرب عشوائيًا.

(أ) ما احتمال الحدث أ: «المتدرب يمارس كرة السلة أو يدرس الفرنسية»

٧ر = ١٠٥/١٥٠ = ٣٣/١٥٠ - ٦٠/١٥٠ + ٧٨/١٥٠

(ب) ما احتمال الحدث ب: «المتدرب يمارس ركوب الخيل ويدرس اللغة الفرنسية»؟

١٢ر = ١٨/١٥٠

(ج) ما احتمال الحدث جـ: «يدرس اللغة الإنكليزية علمًا أنه يمارس كرة السلة»؟

٣ر = ٤٥/١٥٠

(د) ما احتمال الحدث د: «يمارس كرة القدم علمًا أنه يدرس اللغة الفرنسية»؟

$= \frac{9}{150} = 0.06$

(هـ) هل الحدثان ر: «يمارس ركوب الخيل»، ن: «يدرس اللغة الإنكليزية» هما حدثان مستقلان؟

$ل(ر) = \frac{45}{150}$ $ل(ن) = \frac{90}{150}$ $ل(ر \cap ن) = \frac{27}{150}$

$ل(ر) \times ل(ن) = \frac{90}{150} \times \frac{45}{150} = \frac{18}{150}$ ∴ $ل(ر \cap ن) \neq ل(ر) \times ل(ن)$

∴ الحدثان ليسا مستقلين

(١٠) أرقام الهاتف: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم هاتف مكوّن من سبعة أرقام دون تكرار أي منها؟ $\frac{7}{9} = 0.7$

(١١) ما احتمال اختيار رقم واحد عشوائي من ١ إلى ٩ يحقق الشروط التالية: عدد فردي أو من مضاعفات العدد ٤؟ $= \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

(١٢) في فصل الشتاء، أصابت موجة زكام ربع المواطنين. ثلث المواطنين تلقوا لقاحًا ضد الزكام، ولسبب عدم فاعلية اللقاح ١٠٠٪ نفترض أن مريضًا مصابًا بالزكام من ١٠ قد تلقى لقاحًا.

ما احتمال أن يكون مواطنًا من بين الذين تلقوا اللقاح ما زال مصابًا بالزكام؟

احتمال أن يكون مواطنهم قد تلقى اللقاح $= \frac{1}{3}$ $ل(ق)$

احتمال أن يكون مواطنهم مصاب بالزكام $= \frac{1}{4}$ $ل(ز)$

احتمال أن يكون مواطنهم مصاب بالزكام وتلقى لقاح $= \frac{1}{10}$ $ل(ق \cap ز)$

احتمال أن يكون مواطنهم تلقى اللقاح وما زال مصاب بالزكام $= ل(ز/ق)$

$= \frac{ل(ق \cap ز)}{ل(ق)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$

تنبيه هام

عزيزي الطالب - عزيزي ولي الأمر

مذكرات دليل الطالب في النجاح والتفوق ليس لنا أي فروع أخرى ولسنا مسؤولين عن أي مذكرات يتم شراؤها عن طريق أي مكتبة أو أي تليفونات غير هذه الأرقام إلا عن طريق مندوبنا أثناء اتصالكم علينا والتوصيل حتى باب المنزل لأن بعض المكتبات تقوم بشراء مذكراتنا القديمة وتسويقها في مكتباتهم بنفس أرقامنا وأسم مذكراتنا لسنا مسؤولين عنها . تأكد عند شراءك مذكرات دليل الطالب الأصلية الاتصال على هذه الأرقام للشراء والمراجعة والاستفسار ووصول مندوبنا لباب المنزل.

ت / ٦٦٢٥٧٧٤٩ — ٩٩٤٧٨٤٠٩ — ٩٩٥٢٣٦٠٤ — ٢٤٥٦٤٢٦١ — ٢٤٥٧٤٠٣٦

تنبيه هام

عزيزي الطالب - عزيزي ولي الأمر

مذكرات دليل الطالب في النجاح والتفوق ليس لنا أي فروع أخرى ولسنا مسؤولين عن أي مذكرات يتم شراؤها عن طريق أي مكتبة أو أي تليفونات غير هذه الأرقام إلا عن طريق مندوبنا أثناء اتصالكم علينا والتوصيل حتى باب المنزل لأن بعض المكتبات تقوم بشراء مذكراتنا القديمة وتسويقها في مكتباتهم بنفس أرقامنا وأسم مذكراتنا لسنا مسؤولين عنها . تأكد عند شراءك مذكرات دليل الطالب الأصلية الاتصال على هذه الأرقام للشراء والمراجعة والاستفسار ووصول مندوبنا لباب المنزل.

ت / ٦٦٢٥٧٧٤٩ — ٩٩٤٧٨٤٠٩ — ٩٩٥٢٣٦٠٤ — ٢٤٥٦٤٢٦١ — ٢٤٥٧٤٠٣٦

تنبيه هام

عزيزي الطالب - عزيزي ولي الأمر

مذكرات دليل الطالب في النجاح والتفوق ليس لنا أي فروع أخرى ولسنا مسؤولين عن أي مذكرات يتم شراؤها عن طريق أي مكتبة أو أي تليفونات غير هذه الأرقام إلا عن طريق مندوبنا أثناء اتصالكم علينا والتوصيل حتى باب المنزل لأن بعض المكتبات تقوم بشراء مذكراتنا القديمة وتسويقها في مكتباتهم بنفس أرقامنا وأسم مذكراتنا لسنا مسؤولين عنها . تأكد عند شراءك مذكرات دليل الطالب الأصلية الاتصال على هذه الأرقام للشراء والمراجعة والاستفسار ووصول مندوبنا لباب المنزل.

ت / ٦٦٢٥٧٧٤٩ — ٩٩٤٧٨٤٠٩ — ٩٩٥٢٣٦٠٤ — ٢٤٥٦٤٢٦١ — ٢٤٥٧٤٠٣٦