(1-7) الإتصال على فترة

المجموعة A تمارين مقالية P.26

(1) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، $[-2, 5]$

f دالة حدودية متصلة على R

$\therefore$ f متصلة على $[-2, 5]$

(2) $f(x) = \dfrac{7x}{x^2+5}$ ، $[1, 3]$

$\therefore$ f دالة حدودية نسبية

$\forall x \in R ,\ x^2+5 \neq 0$ $\therefore$ f متصلة على R

$[1, 3] \subseteq R$ $\therefore$ f متصلة على $[1, 3]$

(3) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$ ، $[0, 5]$

$\therefore$ f دالة حدودية نسبية

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \in [0, 5]$

$\therefore$ f ليست متصلة عند $x = 3$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $\forall x \in [0, 5] - \{3\}$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[0, 3), (3, 5]$

(4) $f(x) = \dfrac{-x+3}{x^2-5x+4}$ ، $[-2, 6]$

$\therefore$ f دالة حدودية نسبية

$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow$

$x = 4$ ، $x = 1$ $\in [-2, 6]$

$\therefore$ f ليست متصلة عند $x = 1$ ، ليست متصلة عند $x = 4$

$\therefore$ f متصلة عند $\forall x \in [-2, 6] - \{1, 4\}$

$\therefore$ f متصلة على:

$[-2, 1)$ ، $(1, 4)$ ، $(4, 6]$

(5) $f(x) = \begin{cases} -5 & : x = -3 \\ -x^2+4 & : -3 < x < 4 \\ -10 & : x = 4 \end{cases}$ ، $[-3, 4]$ P.26

$\boxed{1}$ $f(x) = -x^2+4 \;:\; -3 < x < 4$ حدودية متصلة على $(-3, 4)$ ... $\boxed{1}$

$\boxed{2}$ دراسة الاتصال عند $x=-3$ من اليمين

$$f(-3) = -5$$

$$\lim_{x \to -3^+} f(x) = \lim_{x \to -3^+} (-x^2+4) = -(-3)^2+4 = -5$$

$$\therefore f(-3) = \lim_{x \to -3^+} f(x) = -5$$

$\therefore$ f متصلة عند $x=-3$ من اليمين ... $\boxed{2}$

$\boxed{3}$ دراسة الاتصال عند $x = 4$ من اليسار

$$f(4) = -10$$

$$\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} (-x^2+4) = -(4)^2+4 = -12$$

$$\therefore f(4) \neq \lim_{x \to 4^-} f(x)$$

$\therefore$ f ليست متصلة عند $x = 4$ من اليسار ... $\boxed{3}$

من $\boxed{1}$ ، $\boxed{2}$ ، $\boxed{3}$ نجد أن f متصلة على $[-3, 4)$

وغير متصلة عند $x=4$ من اليسار

(6) $f(x) = \begin{cases} -x+4 & : x \leqslant 7 \\ \dfrac{9}{-x+4} & : x > 7 \end{cases}$ P.26

$-x+4$ | 7 | $\dfrac{9}{-x+4}$

مجال f هو R

$\boxed{1}$ ... $(-\infty , 7]$ متصلة على $f(x) = -x+4 \ : x \leqslant 7$

$\boxed{2}$ ... $(7 , \infty)$ متصلة على $f(x) = \dfrac{9}{-x+4} \ : x > 7$

دراسة اتصال f عند $x = 7$ من اليمين

$$f(7) = -7+4 = -3$$

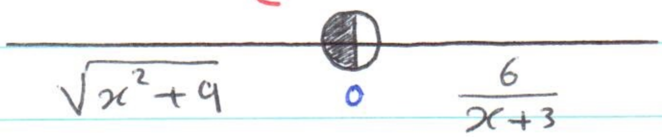
$$\lim_{x \to 7^+} f(x) = \lim_{x \to 7^+} \frac{9}{-x+4} = \frac{9}{-7+4} = -3$$

$$\therefore \ f(7) = \lim_{x \to 7^+} f(x) = -3$$

$\boxed{3}$ ... $\therefore$ f متصلة عند $x = 7$ من اليمين

من $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ نجد أن f متصلة على R

(7) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+9} & : x\le 0\\ \dfrac{6}{x+3} & : x>0\end{cases}$ p.26



مجال f هو $\mathbb{R}$

* دراسة اتصال f على $(-\infty,0]$

$g(x)=x^2+9$ متصلة على $(-\infty,0]$

$g(x)=x^2+9>0,\ \forall x\in(-\infty,0]$

∴ $f(x)=\sqrt{x^2+9}$ متصلة على $(-\infty,0]$ ... $\boxed{1}$

* دراسة اتصال f على $(0,\infty)$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3\notin(0,\infty)$

∴ $f(x)=\dfrac{6}{x+3}$ متصلة على $(0,\infty)$ ... $\boxed{2}$

* دراسة اتصال f عند $x=0$ من اليمين

$$f(0)=\sqrt{0^2+9}=3$$

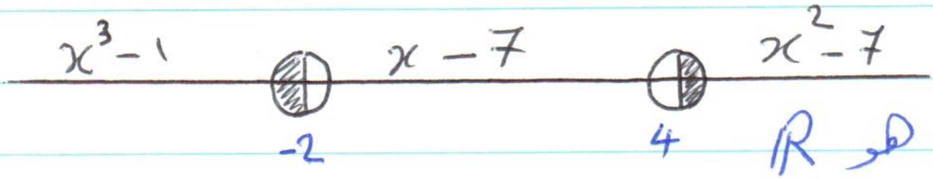
$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{6}{x+3}=\frac{6}{0+3}=2$$

$$\therefore f(0)\neq\lim_{x\to0^+}f(x)$$

∴ f ليست متصلة عند $x=0$ من اليمين ... $\boxed{3}$

∴ f متصلة على $(0,\infty)$, $(-\infty,0]$
وغير متصلة عند 0 من اليمين

(8) $$f(x)=\begin{cases} x^3-1 & : x \le -2 \\ x-7 & : -2<x<4 \\ x^2-7 & : x \ge 4 \end{cases}$$ P.26



مجال f هو $\mathbb{R}$

[1] ... $(-\infty, -2]$ متصلة على $f(x)=x^3-1$ *

[2] ... $(-2, 4)$ متصلة على $f(x)=x-7$ *

[3] ... $[4, \infty)$ متصلة على $f(x)=x^2-7$ *

* دراسة اتصال f عند $x=-2$ من اليمين

$$f(-2)=(-2)^3-1=-9$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \lim_{x \to -2^+} (x-7) = -2-7=-9$$

[4] ... $\therefore$ f متصلة عند $x=-2$ من اليمين

دراسة اتصال f عند $x=4$ من اليسار

$$f(4)=(4)^2-7=9$$

$$\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} (x-7) = 4-7=-3$$

$\therefore$ f ليست متصلة عند $x=4$ من اليسار $\therefore$

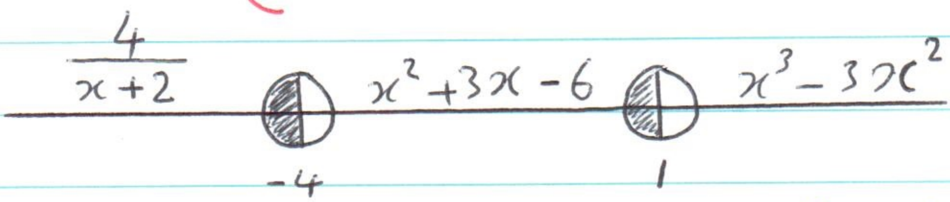
$\therefore$ f متصلة على $(-\infty, 4)$, $[4, \infty)$

, ليست متصلة عند $x=4$ من اليسار

(9)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{4}{x+2} & : x\leq -4\\ x^2+3x-6 & : -4<x\leq 1\\ x^3-3x^2 & : x>1\end{cases}$$

P.26



مجال f هو $\mathbb{R}$

* $x+2=0 \Rightarrow x=-2 \in (-\infty,-4)$

إذن $f(x)=\dfrac{4}{x+2}$ متصلة على $(-\infty,-4)$ ... $\boxed{1}$

* $f(x)=x^2+3x-6$ متصلة على $(-4,1]$ ... $\boxed{2}$

* $f(x)=x^3-3x^2$ متصلة على $(1,\infty)$ ... $\boxed{3}$

* دراسة اتصال f عند $x=-4$ من اليمين

$$f(-4)=\frac{4}{4+2}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to -4^+} f(x)=\lim_{x\to -4^+}(x^2+3x-6)=(-4)^2+3(-4)-6=-2$$

$$\therefore f(-4)\neq \lim_{x\to -4^+}(x^2+3x-6)$$

$\therefore$ f ليست متصلة عند $x=-4$ من اليمين ... $\boxed{4}$

* دراسة الاتصال عند $x=1$ من اليمين

$$f(1)=(1)^2+3(1)-6=-2$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(x^2+3x-6)=1^2+3(1)-6=-2$$

$$\therefore f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=-2$$

$\therefore$ f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين ... $\boxed{5}$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty,-4)$, $[-4,\infty)$

، غير متصلة عند $x=-4$

(10) $f(x)=\begin{cases} x^2-\sqrt{x} & : x<1 \\ 3x+a & : x>1 \\ b & : x=1 \end{cases}$ P.27

بما أن f متصلة عند $x=1$ فإن

$$f(1)=\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$$

$$b = (1)^2-\sqrt{1} = 3(1)+a$$

$$b = 0 = 3(1)+a$$

$$b=0 \quad , \quad 3+a=0 \Rightarrow a=-3$$

(11) $f(x)=\begin{cases} x^2 & : x<-2 \\ \dfrac{x^2-a}{x-b} & : -2\le x<1 \\ x & : x\ge 1 \end{cases}$

بما أن f متصلة على $\mathbb{R}$ $\therefore$ f متصلة عند $x=-2$

$$f(-2)=\lim_{x\to -2^-} f(x)$$

$$\frac{(-2)^2-a}{-2-b} = (-2)^2 \Rightarrow 4-a=-8-4b \Rightarrow$$

$$a-4b=12 \quad \dots (1)$$

$$f(1)=\lim_{x\to 1^-}$$

$$1=\frac{(1)^2-a}{1-b} \Rightarrow 1-b=1-a \Rightarrow$$

$$-a+b=0 \quad \dots (2)$$

$$\begin{array}{r} a-4b=12 \\ -a+b=0 \;+ \\ \hline -3b=12 \end{array}$$

$$b=-4$$

$$-a+-4=0$$

$$\therefore a=-4$$

(12) لتكن الدالة f : $f(x)=\sqrt{-x^2+5x+6}$

اوجد D_f ثم ادرس اتصالها على $[0,4]$

$-x^2+5x+6=0$

$x^2-5x-6=0$

$(x-6)(x+1)=0$

$x=6 \quad , \quad x=-1$

$$\begin{array}{ccccc} - & & + & & - \\ \hline & -1 & & 6 & \end{array}$$

$\therefore D_f=[-1,6]$

$g(x)=-x^2+5x+6 \geq 0 \quad \forall x \in [-1,6]$

$g(x)=-x^2+5x+6$ متصلة على $[-1,6]$

$\therefore f(x)=\sqrt{-x^2+5x+6}$ متصلة على $[-1,6]$

$\therefore f$ متصلة على $[0,4]$

(13) $f(x)=\sqrt{8-2x^2}$

$g(x)=8-2x^2=0 \Rightarrow x=2 \;,\; x=-2$

$$\begin{array}{ccccc} - & & + & & - \\ \hline & -2 & & 2 & \end{array}$$

$D_f=[-2,2]$

$g(x)=8-2x^2 \geq 0 \quad \forall x \in [-2,2]$

$g(x)=8-2x^2$ متصلة على $[-2,2]$

$\therefore$

$f(x)=\sqrt{8-2x^2}$ متصلة على $[-2,2]$

(14) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

$g(x) = x^2 - 1 \Rightarrow x = 1 \ ، \ x = -1$

$+ \quad (-1) \quad - \quad (1) \quad +$

$D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$\therefore \ g(x) = x^2 - 1 \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, -1], [1, +\infty)$

$g(x) = x^2 - 1$ متصلة على $(-\infty, -1]$, $[1, \infty)$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty, -1]$ ، $[1, \infty)$

(15) $f(x) = \sqrt[3]{x^2+3x-2}$

بفرض $h(x) = x^2 + 3x - 2$ ، $g(x) = \sqrt[3]{x}$

$f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x))$

$= g(x^2+3x-2) = \sqrt[3]{x^2+3x-2}$

$\therefore$ الدالة h متصلة على R ، الدالة g متصلة على R

$\therefore$ الدالة f متصلة على R لأنها تركيب دالتين كل منهما متصلة على R

(16) $f(x) = |3x^2 + 4x - 1|$

بفرض $h(x) = 3x^2 + 4x - 1$ ، $g(x) = |x|$

$f(x) = (g \circ h)(x) = g(3x^2 + 4x - 1) = |3x^2 + 4x - 1|$

$\therefore$ الدالة h متصلة على R ، الدالة g متصلة على R

$\therefore$ الدالة f متصلة على R لأنها تركيب دالتين كل منهما على R