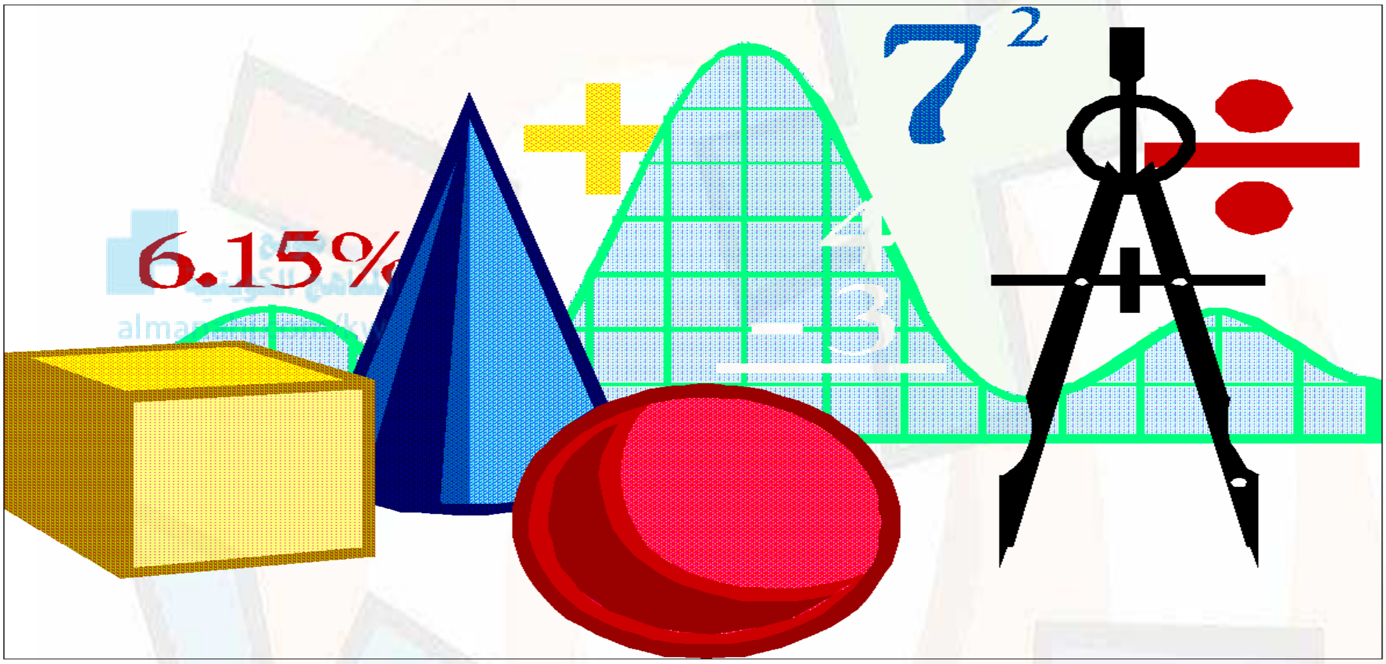
مدرسة
ثانوية المباركية



الصف 12 علمي
حلول البنود الموضوعية
مع ذكر السبب
الوحدة الثالثة

بند (1 – 3)

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على $(a\ ,\ b)$ فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.

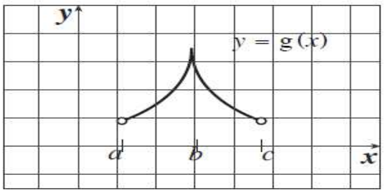
(a) **(b)**

$[a, b]$

(2) في الشكل التالي، للدالة g قيمة قصوى محليّة عند $x = c$.

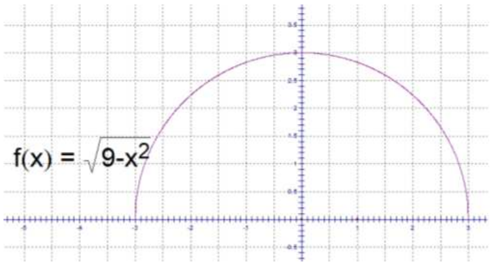
(a) **(b)**

عند x = b



(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها.

(a) (b)



$$9 - x^2 = 0$$
$$(3 - x)(3 + x) = 0$$
$$x = 3, x = -3$$

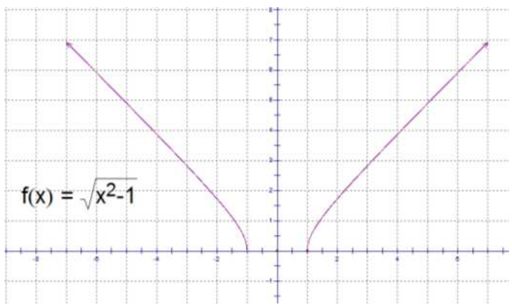
----- +++ -----
-3 3

المجال هو [- 3 , 3]

(4) الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ لها قيمة عظمى في مجالها.

(a) **(b)**

$$x^2 - 1 = 0$$
$$(x - 1)(x + 1) = 0$$
$$x = 1, x = -1$$



+++ ----- +++
-1 1

المجال هو R – (- 1 , 1)

(5) الدالة h : $h(x) = |3x - 5|$ لها قيمة حرجة عند $x = 5$.

(a) (b)

عند $x = \frac{5}{3}$ توجد نقطة حرجة (ركن)

$$3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

في التمارين (6—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

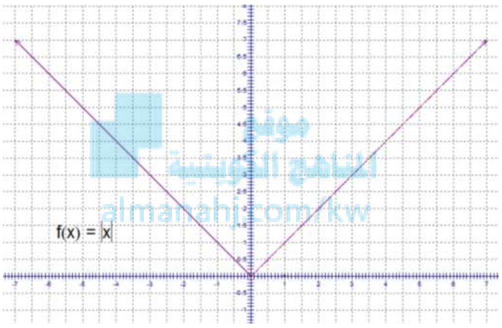
(6) لتكن $y = |x|$، فإن الدالة y:

(a) لها قيمة عظمى مطلقة فقط.

(b) لها قيمة صغرى مطلقة فقط.

(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة.



(7) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0\ ,\ 2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

$$y' = 9x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 9(x^2 - 1) = 0$$

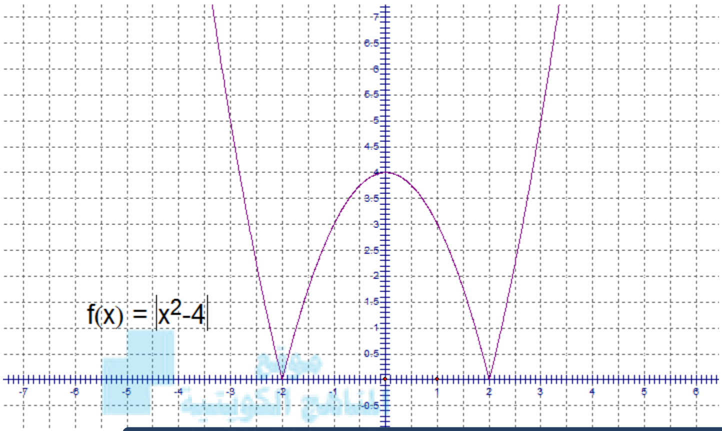
$$\Rightarrow 9(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$-1 \notin (0,2), 1 \in (0,2)$$

(8) الدالة k: $k(x) = |x^2 - 4|$ لها:

(a) قيمة عظمى مطلقة (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيّ مما سبق



(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

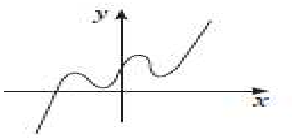
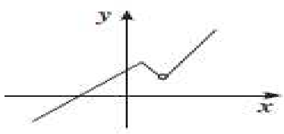
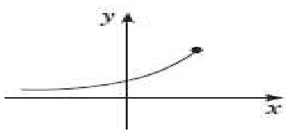
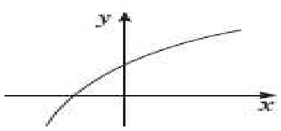
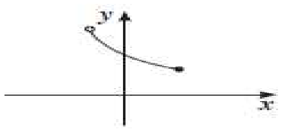
الدالة لها قيمة قصوى محلية عند x=2.5
يوجد نقطة حرجة عند x=2.5
المشتقة = 0 عندما x=2.5

$$f'(x) = 2ax - 25$$

$$f'(\frac{5}{2}) = 2a(\frac{5}{2}) - 25 = 0 \Rightarrow 5a - 25 = 0$$

$$5a = 25 \Rightarrow a = 5$$

في التمارين (10–12)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل عبارة في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(10) لها قيمة عظمى مطلقة. c	(a) 
(11) لها أكثر من قيمة قصوى محلية a	(b) 
	(c) 
(12) ليس لها قيم قصوى d	(d) 
تعديل **ليس لها قيم قصوى مطلقة** **أو قيم قصوى محلية**	(e) 

تعديل

في التمارين (13–16)، اختر لكل جدول من القائمة (1) الرسم البياني الذي يناسبه في القائمة (2).

القائمة (1)

(13)

x	$f'(x)$	
a	0	مماس أفقي
b	0	مماس أفقي
c	5	الدالة متزايدة

أكبر من صفر

c

(14)

x	$f'(x)$	
a	0	مماس أفقي
b	0	مماس أفقي
c	-5	الدالة متناقصة

أصغر من صفر

b

(15)

x	$f'(x)$	
a	(غير موجودة)	ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
b	0	مماس أفقي
c	-2	الدالة متناقصة

أصغر من صفر

d

(16)

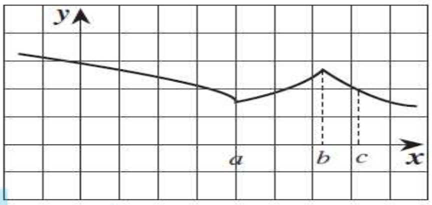
x	$f'(x)$	
a	(غير موجودة)	ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
b	(غير موجودة)	ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
c	-1.7	الدالة متناقصة

أصغر من صفر

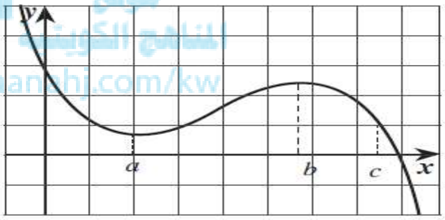
a

القائمة (2)

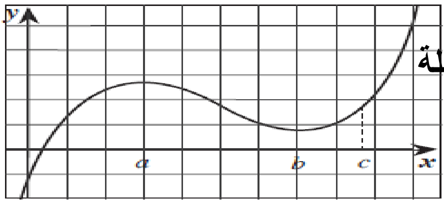
(a)



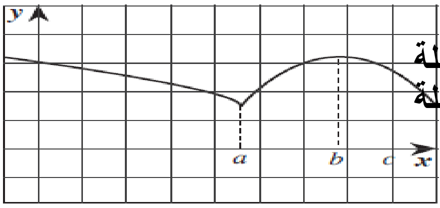
(b)



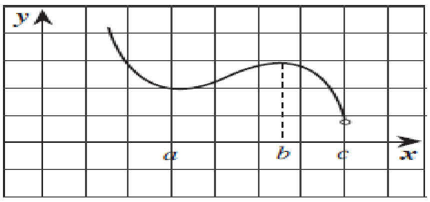
(c)



(d)



(e)



بند (2 – 3)

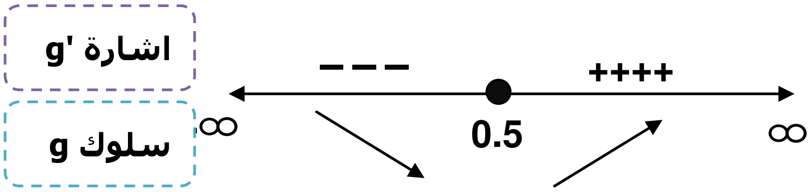
في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة g: $g(x) = x^2 - x - 3$ متزايدة على $\left(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}\right)$

(a)　**(b)**

$$g'(x) = 2x - 1$$

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



(2) الدالة f: $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ متناقصة على كل من الفترة $(-\infty\ ,\ -\sqrt{5})$ والفترة $(\sqrt{5}\ ,\ \infty)$

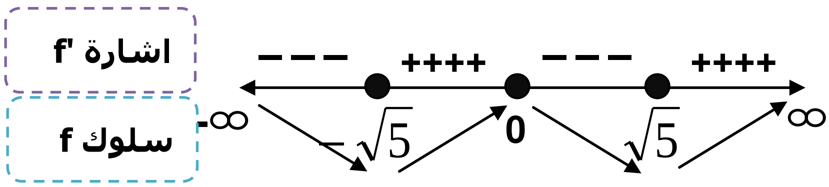
(a)　**(b)**

$$f'(x) = 4x^3 - 20x$$

$$4x^3 - 20x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow 4x(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$$

$$x = 0, x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \approx 2.23$$



(3) الدالة f: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$

(a)　(b)

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{-1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

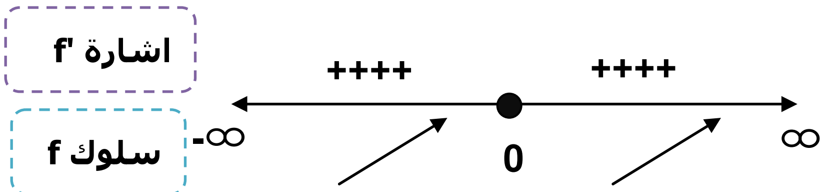
الدالة متصلة على الفترة [0 , 1]
الدالة قابلة للإشتقاق على (0 , 1)

(4) الدالة f: $f(x) = x^3 + 1$ مطّردة على $\mathbb{R}$.

(a)　(b)

$$f'(x) = 3x^2$$

$$3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$



في التمارين (5–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) تكون الدالة k : $k(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$

ⓐ متزايدة على كل فترة من مجال تعريفها.

ⓑ متناقصة على كل فترة من مجال تعريفها.

ⓒ متناقصة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(-2, 2)$ ومتزايدة على الفترة $(2, \infty)$

ⓓ ليس أيّ مما سبق.

الدالة متصلة على R- { -2 , 2 }

$$f'(x) = \frac{(x^2-4)(1) - x(2x)}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2 - 4 - 2x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2-4}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$$ **لا توجد نقاط حرجة**

الدالة متناقصة على مجال تعريفها
لأن المشتقة سالبة دائما

(6) الدالة R : $R(x) = |x|$

ⓐ متزايدة على مجال تعريفها.

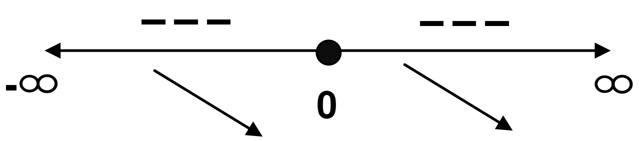
ⓑ متناقصة على مجال تعريفها.

ⓒ متزايدة على الفترة $(0, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ ومتزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$

$$f(x) = \begin{cases} x : x > 0 \\ 0 : x = 0 \\ -x : x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 : x > 0 \\ ??? : x = 0 \\ -1 : x < 0 \end{cases}$$

(7) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإنّ الدالة f :



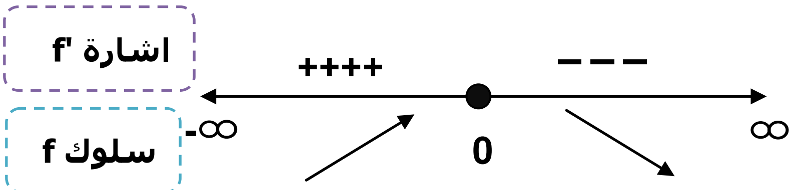
ⓐ متزايدة على مجال تعريفها.

ⓑ متناقصة على مجال تعريفها.

ⓒ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$

ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ ، فإنّ الدالة f:



ⓐ متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

ⓑ متناقصة على الفترة $(-\infty, 0]$

ⓒ متزايدة على مجال تعريفها.

ⓓ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0, \infty)$

بند (3 – 3)

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ على الفترة $(0\ ,\ 3)$ هي مقعّرة لأسفل.

(a) (b)

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$
$$\Rightarrow f''(x) = 6x - 6$$
$$6x - 6 = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

	$-\infty$		1		∞
اشارة f''		– – –		++++	
تقعر f		∩		∪	

(2) الدالة $y = \dfrac{x}{x^2+1}$ على $(-\infty\ ,\ 0)$ هي مقعّرة لأعلى.

(a) (b)

تعديل

$$y = \frac{x}{x+1}$$

$$y' = \frac{(x+1)(1) - x(1)}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} = (x+1)^{-2}$$

$$y'' = -2(x+1)^{-3} = \frac{-2}{(x+1)^3}$$

الدالة متصلة على R/{-1}

الدالة غير معرفة عند x=-1

$-1 \in (-\infty, 0)$

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$.

(a) (b)

شروط نقطة الإنعطاف

١) المشتقة الثانية تساوي صفر

٢) الدالة تغير تقعرها عند هذه النقطة

(4) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c) = 0$.

(a) (b)

اذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$

أو غير $f''(c)$ غيرموجودة

اذا كانت الدالة f كثيرة حدود لها نقطة انعطاف عند $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$

(5) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف.

a b

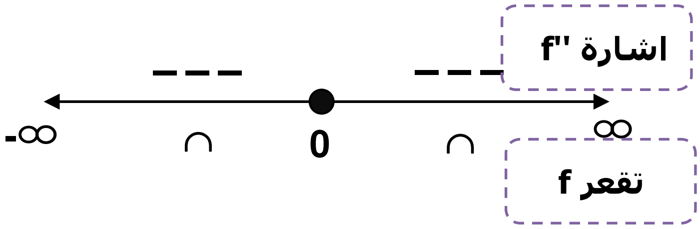
$f(x) = x^3$

في الدالة f عند x=0 توجد نقطة حرجة
وهي ايضا نقطة انعطاف

(6) الدالة $y = -3x^8$ هي مقعّرة للأعلى.

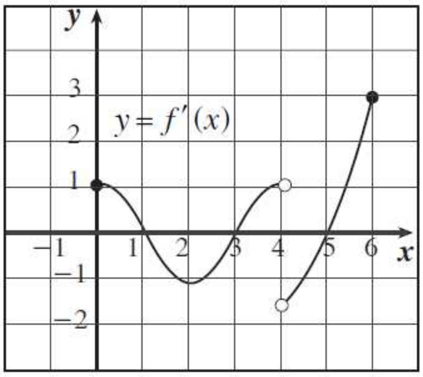
a b

$$f'(x) = -24x^7 \Rightarrow f''(x) = -168x^6$$
$$-168x^6 = 0 \Rightarrow x^6 = 0 \Rightarrow x = 0$$



في التمارين (7–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة المشتقة f' فإن الدالة f تكون:



(a) متزايدة على كل من (4 , 5) ، (1 , 3).

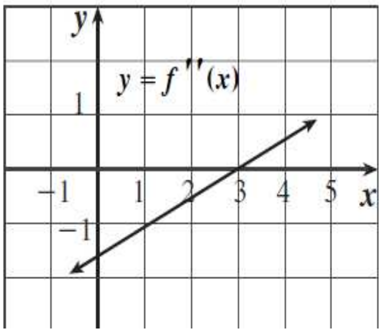
(b) متناقصة على كل من (4 , 5) ، (1 , 3).

(c) لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط.

(d) لها نقطة انعطاف عند كل من $x = 2$ ، $x = 4$.

بيان الدالة f متزايد على الفترات (5 , 6) , (3 , 4) , (0 , 1)
بيان الدالة f متناقص على الفترات (4 , 5) , (1 , 3)
توجد قيمة عظمى محلية عند x=1
توجد قيمة صغرى محلية عند x=3
توجد قيمة صغرى محلية عند x=5
لها نقطة انعطاف عند x=2

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرًا للأسفل في الفترة:



(a) $(-\infty , 3)$ (b) $(3 , \infty)$

(c) $(-1 , 4]$ (d) $(3 , 5)$

بيان الدالة f مقعر للأسفل في الفترة (3 , ∞ -)
بيان الدالة f مقعر للأعلى في الفترة (3 , ∞)
توجد نقطة انعطاف عند x = 3

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا لأسفل في $(-1 , 1)$:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = -x^3$ (d) $f(x) = -x^2$

a) دالة مقعرة لأعلى على مجالها
b) دالة مقعرة لأعلى على الفترة (0 , ∞) ومقعرة لأسفل على الفترة (0 , ∞-)
c) دالة مقعرة لأعلى على الفترة(0 , ∞-) ومقعرة لأسفل على الفترة (0 , ∞)
d) دالة مقعرة لأسفل على مجالها

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c , f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(11) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

d) دالة مقعرة للأعلى على مجالها

(12) للدالة f : $f(x) = (x^2 - 3)^2$ نقاط انعطاف عددها:

(a) 1   (b) 2   (c) 3   (d) 4

$$f'(x) = 2(x^2 - 3)(2x) = 4x(x^2 - 3) = 4x^3 - 12x$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12$$

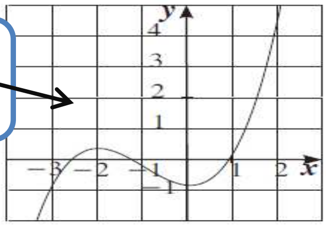
$$12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 12(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow 12(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1$$

	$-\infty$		-1		1		∞
اشارة f''		++++	●	− − −	●	++++	
تقعر f		$\cup$		$\cap$		$\cup$	

في التمارين (13—15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.
المنحنيات في التمارين (13), (14), (15) تمثل الدوال والمنحنيات a, b, c, d, e تمثل الدوال المشتقة.

القائمة (1)

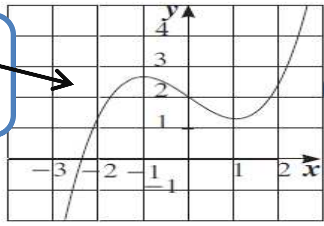
(13)



متزايدة على الفترات $(-\infty,-2),(0,\infty)$
متناقصة على الفترة $(-2,0)$

c

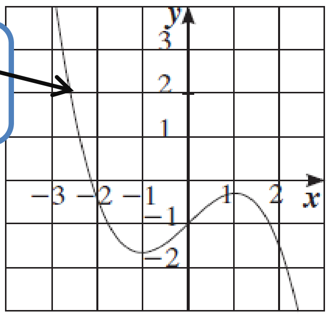
(14)



متزايدة على الفترات $(-\infty,-1),(1,\infty)$
متناقصة على الفترة $(-1,1)$

a

(15)

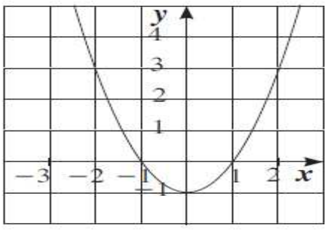


متناقصة على الفترات $(-\infty,-1),(1,\infty)$
متزايدة على الفترة $(-1,1)$

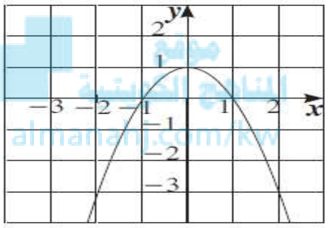
b

القائمة (2)

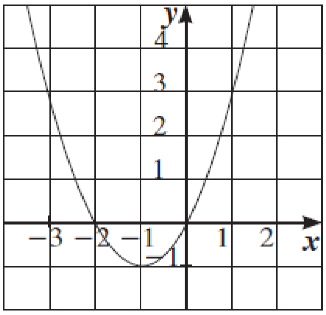
a



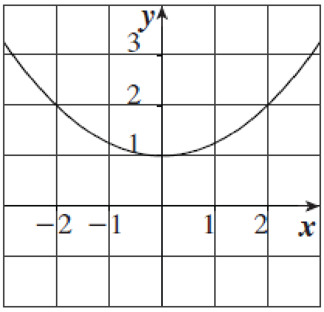
b



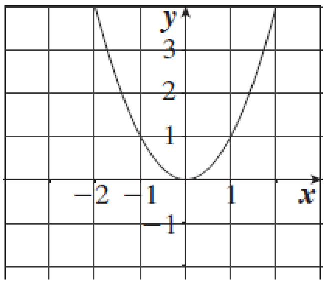
c



d



e



بيان المشتقة أعلى محور السينات تكون الدالة الأصلية متزايدة
بيان المشتقة أسفل محور السينات تكون الدالة الأصلية متناقصة

بند (4 – 3)

في التمارين (1−5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

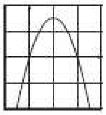
لتكن f : $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2+2$ و (C) منحناها.

(1) يمر المنحنى (C) بنقطة الأصل.

(a) **(b)**

$$f(0)=-\frac{1}{2}(0)^3+\frac{3}{2}(0)^2+2=2$$

(2) الشكل المجاور يمثّل منحنى الدالة f'.



(a) (b)

$$f'(x)=-\frac{1}{2}\times 3x^2+\frac{3}{2}\times 2x=-\frac{3}{2}x^2+3x$$

معامل x^2 سالب اذا المنحنى منحنى دالة تربيعية مفتوح للأسفل

(3) المماس عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي 2 موازٍ لمحور السينات.

(a) (b)

$$f'(2)=-\frac{3}{2}(2)^2+3(2)=0$$

(4) 4 هي قيمة عظمى محلية.

(a) (b)

$$f'(x)=-\frac{1}{2}\times 3x^2+\frac{3}{2}\times 2x=-\frac{3}{2}x^2+3x\Rightarrow -\frac{3}{2}x^2+3x=0$$

$$3x(-\frac{1}{2}x+1)=0\Rightarrow x=0,-\frac{1}{2}x=-1\Rightarrow x=0,x=2$$

توجد نقاط حرجة عند x=0, x=2

اشارة f'' : − − − (−∞ إلى 0) ، ++++ (0 إلى 2) ، − − − (2 إلى ∞)

سلوك f : ↘ ↗ ↘

$-\infty$ 0   2 ∞

$$f(0)=2$$

$$f(2)=-\frac{1}{2}(2)^3+\frac{3}{2}(2)^2+2=4$$

(5) المنحنى (C) مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty \,,\, 1)$.

a b

$$f''(x) = -\frac{3}{2} \times 2x + 3 \Rightarrow f''(x) = -3x + 3$$

$$\Rightarrow -3x + 3 = 0 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = 1$$

اشارة f''		++++		−−−	
سلوك f	$-\infty$	$\cup$	1	$\cap$	∞

في التمارين (6—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

الدالة f دالة كثيرة حدود جدول تغيرها:

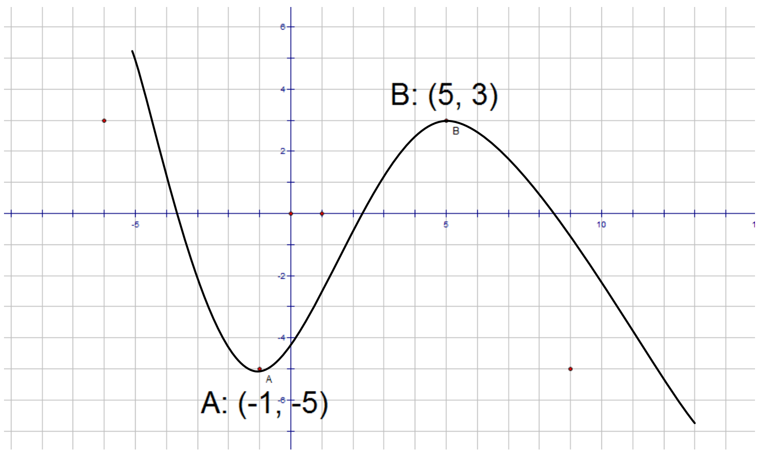
x	$-\infty$		-1		5		∞
$f(x)$	∞	↘	-5	↗	3	↘	$-\infty$

(6) العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

a $f(-2) > f(0)$ b $f(0) < f(6)$

c $f(-9) > f(-2)$ d $f(-1) > f(8)$

لكي نقارن بين قيمتين لـ x لابد أن يكونا ينتميان لنفس الفترة



رسم تقريبي للدالة

(7) للمعادلة $f(x)=0$:

(a) حل واحد
(b) حلّان
(c) ثلاثة حلول
(d) لا حل لها.

من الرسم تقريبي للدالة

(8) جدول تغير الدالة f يوضّح أن:

(a) -5 قيمة صغرى مطلقة.
(b) 3 قيمة عظمى مطلقة.
(c) -5 قيمة صغرى محلية، 3 قيمة عظمى محلية.
(d) -1 قيمة صغرى محلية، 5 قيمة عظمى محلية.

(9) لتكن الدالة f : $f(x)=-x^2+7x+1$

(a) لمنحنى f قيمة عظمى محلية.
(b) لمنحنى f نقطة انعطاف.
(c) منحنى f مقعر لأعلى.
(d) لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

معامل x^2 سالب اذا بيان الدالة هو بيان دالة تربيعية مقعر للأسفل على مجالها ولها قيمة عظمى مطلقة ومحلية

(10) لتكن f : $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $a\neq 0$. لمنحنى f دائمًا:

(a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.
(b) نقطة انعطاف.
(c) تقعّر لأسفل ثم تقعّر لأعلى.
(d) لا تمر بنقطة الأصل.

الدالة من الدرجة الثالثة لابد أن يكون لها نقطة انعطاف

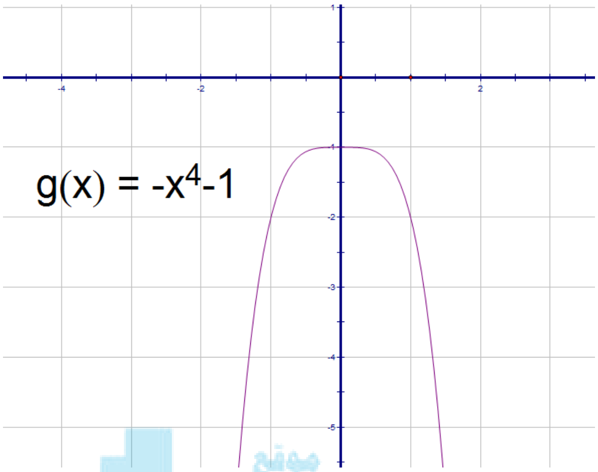
(11) الدالة f كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة:

ⓐ لمنحنى f دائمًا نقطتي انعطاف.

ⓑ لمنحنى f أكثر من قيمة عظمى محلية.

ⓒ منحنى f يقطع دائمًا محور السينات.

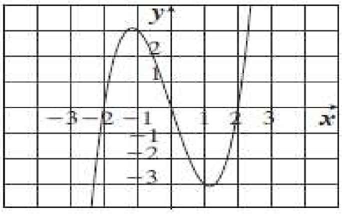
ⓓ قد لا يكون لمنحنى f قيمة صغرى محلية.



من المثال المقابل

في التمارين (12—14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة

الشكل المقابل يمثّل بيان الدالة f.



القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $f'(x) = 0$ d **المماس أفقي للدالة**	ⓐ $(-\infty , 0)$
(13) $f'(x) > 0$ في ..... b **الدالة متزايدة**	ⓑ $(-\infty , -1) , (1 , \infty)$
(14) $f''(x) < 0$ a **بيان الدالة مقعر للأسفل**	ⓒ $-2 , 0 , 2$
	ⓓ $-1 , 1$
	ⓔ $(0 , \infty)$

تعديل

بند (5 – 3)

في التمرينين (1–2)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,cm^2$ هو $16\,cm$ (b) **(a)**

المساحة $xy = 16 \Rightarrow y = \dfrac{16}{x}$

المحيط $f(x) = 2(x + y) \Rightarrow f(x) = 2(x + \dfrac{16}{x}) = 2x + \dfrac{32}{x}$

$$f'(x) = 2 + \frac{-32}{x^2} = \frac{2x^2 - 32}{x^2}$$

القيم الحرجة

المشتقة =0 $2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

المشتقة غير موجودة $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

$x = -4, x = 0$ مرفوضة

اختبار المشتقة الثانية $f''(x) = \dfrac{32 \times 2x}{x^4} = \dfrac{64}{x^3} \Rightarrow f''(4) = \dfrac{64}{4^3} = 1 > 0$

$f(4) = 2(4 + \dfrac{16}{4}) = 2(4 + 4) = 16cm$ أصغر محيط يكون عند x = 4

(2) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ الذي معادلته $y=12-x^2$، هي 24 units^2

ⓐ ⓑ

$$f(x)=2x\cdot y=2x(12-x^2)=24x-2x^3$$

$$f'(x)=24-6x^2$$

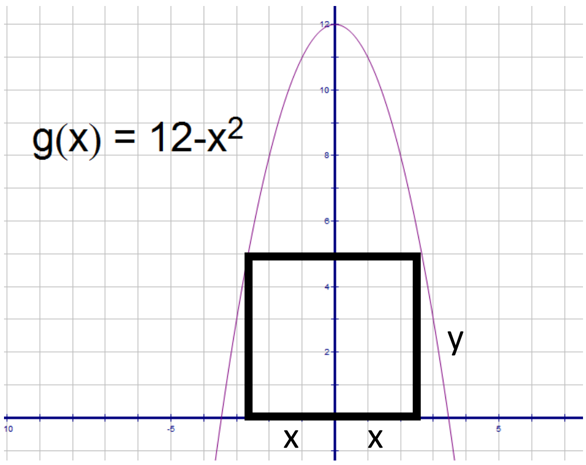
$$24-6x^2=0\Rightarrow -6x^2=-24\Rightarrow x^2=4$$

$$x=2, x=-2$$

$$f''(x)=-12x$$

$$\Rightarrow f''(2)=-12(2)=-24<0$$

$$f(2)=24(2)-2(2)^3=32cm^2$$



اكبر مساحة عند x=4 وهى $32cm^2$

(3) مستطيل مساحته $36\,cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

ⓐ 9 cm , 4 cm ⓑ 12 cm , 3 cm

ⓒ 6 cm , 6 cm ⓓ 18 cm , 2 cm

نفس خطوات حل (1)

(4) أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ $y=4-x^2$ هي:

ⓐ $8 , \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⓑ $\frac{8}{3} , \sqrt{3}$

ⓒ 4 , 4 ⓓ $\frac{4\sqrt{3}}{3} , \frac{8}{3}$

نفس خطوات حل (2)

$$f'(x)=8-6x^2$$

$$8-6x^2=0\Rightarrow -6x^2=-8\Rightarrow x^2=\frac{4}{3}$$

$$x=\frac{2}{\sqrt{3}}, x=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$f''(x)=-12x\Rightarrow f''(\frac{2}{\sqrt{3}})=-12(\frac{2}{\sqrt{3}})<0$$

$$2x=\frac{4}{\sqrt{3}}, y=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$$

(5) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها $16\text{ cm} \times 10\text{ cm}$، وذلك بقطع 4 مربّعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

(a) $2\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 12\text{ cm}$

(b) $3\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 12\text{ cm}$

(c) $2\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 12\text{ cm}$

(d) $3\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 8\text{ cm}$

نفرض أن الإرتفاع X

الطول= $16-2x$

العرض= $10-2x$

$$0<2x<10 \Rightarrow 0<x<5$$

$$x=3 \Rightarrow 16-2\times3=10, 10-2\times3=4$$

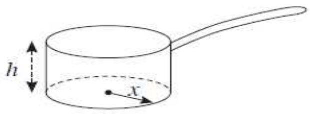
عندما يكون الإرتفاع = 3 يكون الطول = 10 يكون العرض = 4

$$x=2 \Rightarrow 16-2\times2=12, 10-2\times2=6$$

عندما يكون الإرتفاع = 2 يكون الطول = 12 يكون العرض = 6

(6) تعطى المساحة الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s=\pi x^2+\frac{2v}{x}$، حيث x طول نصف قطر قاعدته و V حجمه. (تذكر: $V=\pi x^2 h$).

إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما:



(a) $x>h$

(b) $x=h$

(c) $x<h$

(d) ليس أيّ مما سبق

$$S(x)=\pi x^2+\frac{2v}{x}$$

$$S'(x)=2\pi x-\frac{2v}{x^2} \Rightarrow S'(x)=0$$

$$2\pi x-\frac{2v}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{2\pi x^3-2v}{x^2}=0$$

$$2\pi x^2-2v=0$$

المشتقة غير موجودة عندما يكون المقام = 0 x=0 مرفوض

$$2\pi x^2=2\pi h^2 \Rightarrow x=h$$

f''