منطقة حولي التعليمية

الملف نماذج اختبارات تجريبية من التوجيه الفني العام لمنطقة حولي التعليمية مع الإجابة
موقع المناهج ⇦ المناهج الكويتية ⇦ الصف الثاني عشر العلمي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الأول

نموذج (١)

دولة الكويت	نموذج إجابة الاختبار التجريبي الفترة الدراسية الأولى	المجال الدراسي: الرياضيات
وزارة التربية	للصف الثاني عشر علمي	الزمن: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة
منطقة حولي التعليمية	العام الدراسي 2025/2024م	عدد الصفحات: (12)

نموذج إجابة

القسم الأول – أسئلة المقال

السؤال الأول: (8 درجات)

(a) أوجد إن أمكن $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{|x-1|}{x^2-1}$

الإجابة: بالتعويض عن $x = 1$ في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{(x-1)(x+1)} & : \quad x \geq 1 \\ \dfrac{-x-1}{(x-1)(x+1)} & : \quad x < 1 , x \neq -1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & : x > 1 \\ \dfrac{-1}{x+1} & : x < 1 , x \neq -1 \end{cases}$$

$\because \lim\limits_{x\to 1^-} -(x+1) = -(1+1) = -2 \quad , \quad 2 \neq 0$ شرط المقام

$$\therefore \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{x+1} = \frac{\lim\limits_{x\to 1^-} -1}{\lim\limits_{x\to 1^-} x+1} = \frac{-1}{2}$$

$\because \lim\limits_{x\to 1^+}(x+1) = 2 \quad , \quad 2 \neq 0$ شرط المقام

$$\therefore \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x+1} = \frac{\lim\limits_{x\to 1^+} 1}{\lim\limits_{x\to 1^+} x+1} = \frac{1}{2}$$

$$\because \lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$$

$\therefore \lim\limits_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

(b) أوجد ميل المماس لمنحنى الدائرة الذي معادلته $x^2 + y^2 = 25$ النقطة (4 - , 3)

(7 درجات)

الإجابة:

$$\frac{d(x^2 + y^2)}{dx} = \frac{d}{dx}(25)$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} + \frac{d(y^2)}{dx} = 0$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y\frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

∴ ميل المماس = $\frac{3}{4}$

السؤال الثاني:

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$ أوجد D_f ثم أدرس اتصال الدالة f على $[6 , 10]$

الإجابة: (7 درجات)

نفرض أن $f(x) = \sqrt{g(x)}\ , g(x) = x^2 - 7x + 10$

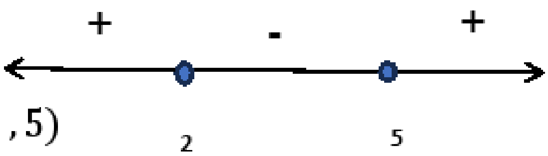
$$D_f = \{x: g(x) \geq 0\}$$

$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

المعادلة المناظرة $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$x = 2\ , x = 5$$



$$D_f = (-\infty\ , 2] \cup [5, \infty) = R - (2\ , 5)$$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R - (2\ , 5)$$

$$\because [6\ , 10] \subseteq R - (2\ , 5)$$

(1) $\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall \in [6\ , 10]$

$\because$ الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ دالة متصلة على $[6{,}10]$ (2)

من (1) و(2)

$\therefore f$ متصلة على $[6\ , 10]$

(b) أوجد $\lim_{x\to\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$ (8 درجات)

الإجابة:

$$f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

عندما $x > 0$ يكون $|x| = x$,

$$= \frac{x\,(3-\frac{5}{x})}{x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{3-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 3 - \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x} = 3-0 = 3$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{9}{x^2} = 1-0 = 1 > 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad , \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x\to\infty}\frac{3-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{\lim_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{3}{1} = 3$$

السؤال الثالث:

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+2 : & x\le 1 \\ 2x+1 : & x>1 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها أوجد $f'(x)$ إن امكن (8 درجات)

الإجابة: مجال الدالة $D_f=(-\infty,1]\cup(1,\infty)=R$

$$f(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{تبحث} & : x=1 \\ 2 & : x>1 \end{cases}$$

$$f(1)=(1)^2+2=3$$

$$f'_-(1)=\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$ إن وجدت

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2+2-3}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2-1}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}$$

$$\lim_{x\to1^-}(x+1)=(1+1)=2 \qquad (1)$$

$$f'_+(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$ إن وجدت

$$=\lim_{x\to1^+}\frac{2x+1-3}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{2x-2}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{2(x-1)}{x-1}$$

$$\lim_{x\to1^+}(2)=2 \qquad (2)$$

من (1) و (2) $f'_-(1)=f'_+(1)=2$

$$\therefore f'(1)=2$$

ومنه $\therefore f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ 2 & : x=1 \\ 2 & : x>1 \end{cases}$

$$\therefore f'(x)=\begin{cases} 2x & : x\le 1 \\ 2 & : x>1 \end{cases}$$

(b) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f ، $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة [3 ، 0]

(7 درجات)

الإجابة : ∵ الدالة f متصلة على [3، 0]

∴ الدالة f لها قيمة عظمى مطلقة و لها قيمة صغرى مطلقة في الفترة [3 ، 0]

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 0 , x = 3$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$f(3) = (3)^3 - 3(3) + 1 = 19$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

نضع $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

$$\therefore x = 1 \quad , \quad 1 \in (0 , 3)$$

$$x = -1 \quad , \quad 1 \notin (0 , 3)$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

∴ (1- , 1) نقطة حرجة

x	0	1	3
$f(x)$	1	-1	19

من الجدول : أكبر قيمة للدالة f في الفترة [3 ، 0] هي 19

∴ 19 قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للدالة f في الفترة [3 ، 0] هي 1-

∴ 1- قيمة صغرى مطلقة

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها (8 درجات)

الإجابة: f دالة كثيرة حدود مجالها R
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (-x^3) = \infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f قابلة للاشتقاق على مجالها

$f'(x) = -3x^2$

نضع : $f'(x) = 0$

$-3x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$

$f(0) = 1 - (0)^3 = 1$

∴ (0,1) نقطة حرجة

نكون جدول التغير لدراسة إشارة ' f

الدالة متناقصة على الفترة (0 , ∞ -) والفترة (∞ , 0)

	$-\infty$ ... 0	0 ... ∞
إشارة f'	---------	---------
سلوك الدالة f	متناقصة	متناقصة

نكون جدول لدراسة إشارة " f

$f''(x) = -6x \Rightarrow -6x = 0 \Rightarrow x = 0$

منحنى الدالة مقعر لأعلى على الفترة (0 , ∞ -)

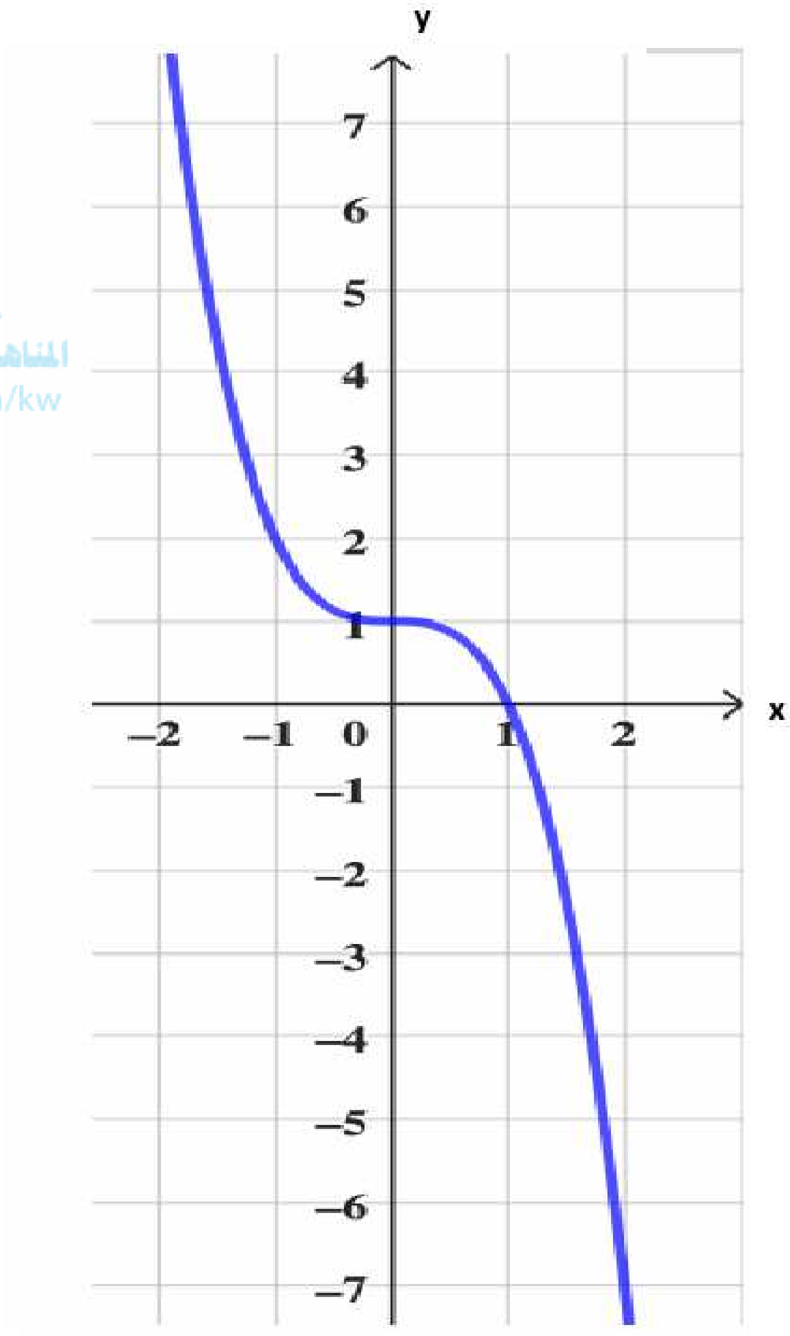
ومقعر للأسفل على الفترة (∞ , 0)

(0 ، 1) نقطة انعطاف

	$-\infty$ ... 0	0 ... ∞
إشارة f''	++++	---------
التقعر	مقعرلأعلى	مقعر لأسفل

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
f (x)	9	2	1	0	-7


y
7
6
5
4
3
2
1
x
−2
−1
0
1
2
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7

(b) إذا كانت $n = 80$, $\overline{X} = 37.2$, $S = 1.79$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

(7درجات)

الإجابة:

(1) صياغة الفروض : $H_0: \mu = 37$ مقابل $H_1 : \mu \neq 37$

(2) $\because$ σ غير معلومة ، $n > 30$

نستخدم المقياس الاحصائي Z :

$$Z = \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{37.2-37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

(3) تحديد مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05$, $\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$\therefore Z_{0.025} = 1.96$

(4) منطقة القبول هي: (1.96 , 1.96 -)

(5) اتخاذ القرار الاحصائي: $\because$ $0.999 \in (-1.96 , 1.96)$

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$

القسم الثاني: (البنود الموضوعية)

أولا: في البنود(1-3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to -3} \frac{3x^3+9x^2+9x}{x+2} = -3$

(2) أصغر لمحيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

(3) إذا كان $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ فإن $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في الجدول الإجابة دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tan2x}{sinx}$

(a) -2 (b) 0 (c) 2 (d) ∞

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \le 2 \end{cases}$ (b) $\frac{|x-2|}{x-2}$ (c) $\sqrt{x-2}$ (d) $\frac{1}{|x-2|}$

(6) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y = 2\cos x$ عند النقطة($\frac{\pi}{2}$ ، 0) هي

(a) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ (b) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (c) $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (d) $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

(7) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، (c , f(c)) نقطة انعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)$ غير موجودة (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c) = 0$

(8) لتكن الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(fog)(0)$ يساوى

(a) 1 (b) -4 (c) 4 (d) -1

(9) للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته

(a) x= 0 (b) y = 0 (c) x = 1 (d) y = 1

(10) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة (2 ، 0) هي

(a) 3 (b) 1 (c) 2 (d) 0

انتهت الاسئلة

إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	●		
(2)	●	(b)		
(3)	(a)	●		
(4)	(a)	(b)	●	
(5)	●	(b)	(c)	(d)
(6)	●	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	●
(8)	(a)	(b)	●	(d)
(9)	(a)	(b)	●	(d)
(10)	(a)	●	(c)	(d)

وزارة التربيـة
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

نموذج (٢)

المـادة : رياضيات
الزمن : سـاعتـان و 45 دقيقة
الصف : الثاني عشر العلمي

امتحـان تجريبي الفترة الدراسية الأولى للفصل الدراسي الأول 2024 / 2025م

➢ ملاحظـة هـامة: عدد صفحـات الامتحان (12) صفحـات غير متكررة ➢

السؤال الأول

أولا : الأسئلة المقالية:

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

الحل

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x(\frac{3x}{x} - \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(\frac{x^2}{x^2} - \frac{9}{x^2})}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$\because x \to -\infty \quad \therefore |x| = -x$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{\overset{-1}{\cancel{x}}(3 - \frac{5}{x})}{(-\cancel{x})\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{(-3 + \frac{5}{x})}{\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \frac{\lim_{x\to-\infty}(-3) + \lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}}{\lim_{x\to-\infty}\sqrt{(1 - \frac{9}{x^2})}}$$

$$= \frac{-3 + 0}{1} = -3$$

نتحقق أن نهاية ما تحت الجذر التربيعي $0 <$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1 - \frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x\to-\infty} 1 - \lim_{x\to-\infty}\frac{9}{x^2} =$$

$$= 1 - 0 = 1 \quad , 1 > 0$$

نتحقق أن نهاية المقام $0 \neq$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to-\infty}(1 - \frac{9}{x^2})} =$$

$$\sqrt{1} = 1 \quad , 1 \neq 0$$

تابـع السؤال الأول

(ب) لتكن: $y = u^2 + 4u - 3 \quad , \quad u = 2x^3 + x$

فأوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل

الحل

$$\frac{dy}{du} = 2u + 4 \qquad \frac{du}{dx} = 6x^2 + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$= (2u + 4) \times (6x^2 + 1)$$

$$= (2(2x^3 + x) + 4) \times (6x^2 + 1)$$

$$= (4x^3 + 2x + 4) \times (6x^2 + 1)$$

$$= 24x^5 + 4x^3 + 12x^3 + 2x + 24x^2 + 4$$

$$= 24x^5 + 16x^3 + 24x^2 + 2x + 4$$

السؤال الثاني (أ) ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 4]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -5 & : x = -3 \\ -x^2 + 4 & : -3 < x < 4 \\ -10 & : x = 4 \end{cases}$$

الحل ندرس اتصال f على الفترة $(-3\ ,\ 4)$

$$f(x) = -x^2 + 4 \ : \ x \in (-3\ ,4)$$

$$\forall c \in (-3\ ,4) \qquad f(c) = -c^2 + 4\ ,$$

$$\lim_{x\to c} f(x) = \lim_{x\to c}(-x^2 + 4) = -c^2 + 4$$

$$\therefore \lim_{x\to c} f(x) = f(c) \quad \forall c \in (-3\ ,4)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $(-3\ ,4)$ $\quad (1)$

ندرس اتصال f عند $x = -3$ من جهة اليمين

$$f(-3) = -5$$

$$\lim_{x\to -3^+} f(x) = \lim_{x\to -3^+}(-x^2 + 4) = -(-3)^2 + 4 = -5$$

$$\because \lim_{x\to -3^+} f(x) = f(-3)$$

$\therefore$ f دالة متصلة عند $x = -3$ من جهة اليمين $(\ 2\ )$

ندرس اتصال f عند $x = 4$ من جهة اليسار

$$f(4) = -10$$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-}(-x^2 + 4) = -(4)^2 + 4 = -12$$

$$\because \lim_{x\to 4^-} f(x) \neq f(4)$$

$\therefore$ f دالة غير متصلة عند $x = 4$ من جهة اليسار $(\ 3\ )$

من 1 , 2 , 3 ينتج أن $\therefore$ f دالة متصلة على $[\ -3\ ,\ 4\ )$

تابـع السؤال الثـانـي

(ب) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1\ ,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f\,(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$$

الحل

$$f'(x)=\frac{(x^3+1)'.(x^2+2)-(x^3+1).(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

$$=\frac{(3x^2).(x^2+2)-(x^3+1).(2x)}{(x^2+2)^2}$$

$$m=f'(1)=\frac{(3(1)^2).((1)^2+2)-((1)^3+1).(2(1))}{((1)^2+2)^2}=\frac{5}{9}$$

معادلة مماس الدالة عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)\ \Longrightarrow\ y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}$$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}\ \Longrightarrow\ y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

السؤال الثالث

(أ) أوجد

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x\ \tan x\ -2\ x\cos x}{3\ x}$$

الحل

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x\ \tan x\ -2\ x\cos x}{3\ x} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x\ \tan x}{3\ x} - \frac{2\ \cancel{x}^{\boxed{1}}\ \cos x}{3\ \cancel{x}_{\boxed{1}}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x\ \tan x}{3\ x} - \frac{2\ \cos x}{3}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x}{3\ x}\cdot\cos x - \frac{2\ \cos x}{3}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{3\ x}\cdot\lim_{x\to 0}\cos x - \frac{2}{3}\lim_{x\to 0}\cos x$$

$$= \frac{1}{3}\times 1 - \frac{2}{3}\times 1 \quad = \frac{-1}{3}$$

تابع السؤال الثالث

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f : $f(x) = 2x^2 - 8x + 9$

في الفترة $[0, 4]$

الحل

f دالة متصلة على $[0, 4]$

f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة في $[0, 4]$

النقاط الطرفية نوجد الصور

$f(0) = 2(0)^2 - 8(0) + 9 = 9$

$f(4) = 2(4)^2 - 8(4) + 9 = 9$

النقاط الحرجة $f'(x) = 4x - 8$

نضع $f'(x) = 0$

$4x - 8 = 0$

$4x = 8$ $x = 2 \in (0, 4)$

$f(2) = 2(2)^2 - 8(2) + 9 = 1$

النقطة الحرجة هي $(2, 1)$

جدول للنقاط الطرفية والحرجة في الفترة $[0, 4]$

x	0	2	4
y	9	1	9

1 هي قيمة صغرى مطلقة عند $x = 2$

9 هي قيمة عظمى مطلقة عند $x = 4, x = 0$

السؤال الرابع

(أ) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها 8 m ، واحداً منها يعطي أكبر مساحة و يكون مربعاً

الحل

نفرض ان بعدي المستطيل هما $x, \ y$

محيط المستطيل = 8

$$2\,(x + y) = 8$$

$$x + y = 4$$

$$y = 4 - x$$

المجال $x \in (\,0\ ,\ 4)$

مساحة المستطيل

$$x\,y = x(4 - x)$$

$$f(x) = 4x - x^2$$

$$f'(x) = 4 - 2x$$

$$f'(x) = 0$$

$$4 - 2x = 0$$

$$4 = 2x \qquad x = 2$$

	0	2	4
إشارة f'	$+$	$-$	
سلوك الدالة f	$\nearrow$	$\searrow$	

الدالة أكبر ما يمكن عند $x = 2$

المساحة أكبر ما يمكن عند $x = 2$

$$y = 4 - x$$

$$y = 4 - 2 = 2$$

بعدي المستطيل هما 2 , 2

اكبر مساحة ممكنة عندما يكون المستطيل مربعا

تابع السؤال الرابع

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$
والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.
باستخدام مستوى ثقة 95 %
(1) أوجد هامش الخطأ.
(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ
(3) فسّر فترة الثقة.

الحل

حجم العينة $n = 40 > 30$ الانحراف المعياري $\sigma = 12.5$

المتوسط الحسابي $\bar{x} = 76.3$

مستوى الثقة 95% القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

1) هامش الخطأ

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad = 1.96 \times \frac{12.5}{\sqrt{40}}$$

$$E \approx 3.8738$$

2) فترة الثقة

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

$$= (76.3 - 3.8738, 76.3 + 3.8738)$$

$$= (72.4262, 80.1738)$$

3) التفسير

عند اختيار 100عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (n = 40) وحساب حدود فترة الثقة
لكل عينة فإننا نتوقع 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ

ثانيا الأسئلة الموضوعية

أولا : في البنود (3 - 1) ظلل a اذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل b اذا كانت العبارة غير صحيحة :

(1) الدالة f : $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,1]$ a b

(2) $\lim_{x\to\infty}(3x^2 + 7x - 8) = \infty$ a b

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ و كان $\lim_{x\to -1}(f(x) - 2) = -1$

فإن $f(-1) = 1$ a b

ثانيا : في البنود (10-4) لكل بند أربعة اختيارات واحد منها فقط صحيح ، أختار الإجابة الصحيحة . ثم ظلل دائرة الرمز الدال على ذلك .

(4) اذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\dfrac{1}{|x-2|}$ (b) $\sqrt{x-2}$ (c) $\dfrac{|x-2|}{x-2}$ (d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} : x > 2 \\ 3x-5 : x \le 2 \end{cases}$

(5) للدالة f : $\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

(6) إذا كانت $y = \dfrac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي :

(a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

(7) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 + 3 , x \neq 0$ ، الدالة g : $g(x) = \frac{x}{x-3}$

،فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2 - 3}$

(c) $\frac{x^2 + 3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

(8) اذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c , f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غيرموجودة

(9) تتقارب قيمتي Z , t المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن :

(a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و فترة الثقة (1.96 , 1.96-) فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون :

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

انتهت الأسئلة

اجابة : الأسئلة الموضوعية

(1	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(3	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(4	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(5	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(6	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(7	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(8	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(9	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(10	(a)	**(b)**	(c)	(d)

مع تمنيات قسم الرياضيات بالنجاح و التوفيق

دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية

نموذج (٣)

نـــمـــوذج اخـــتـــبـــار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات: 11 صفحات

نموذج امتحان تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي
للعام الدراسي 2025/2024م

القسم الأول – الأسئلة المقالية
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (15 درجة)

(a) أوجد (8 درجات)

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

-- الحل --

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\cdot\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}=\frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}\quad ,\quad x\neq 2$$

$$=\frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}=\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

شرط الجذر

$$\lim_{x\to 2}(2x-3)=2(2)-3=1\ ,\quad 1>0$$

شرط المقام

$$\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}(1)=\sqrt{1}+1=2\ ,2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 2}2}{\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)}=\frac{2}{2}=1$$

تابع السؤال الأول:

b) أوجد معادلة المماس للمنحني الذي معادلته : $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ **(7 درجات)**
عند النقطة $(1, 1)$

-- الحل --

$$x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$$

الاشتقاق ضمنيا بالنسبة لـ x

$$2x - 2y\,y' + y + x\,y' = 0$$

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

$$y' = \frac{-2x - y}{-2y + x}$$

$$y'|_{(1,1)} = \frac{-2(1) - (1)}{-2(1) + (1)} = 3$$

معادلة خط المماس للمنحنى عند النقطة $(1, 1)$ هي:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 1 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3 + 1$$

$$y = 3x - 2$$

السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 - a & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ ax + b & x > 0 \end{cases}$ **متصلة على مجالها $\mathbb{R}$ (8 درجات)**

أوجد قيمة الثابتين: a و b

-- الحل --

الدالة f متصلة على مجالها $\mathbb{R}$

الدالة f متصلة عند $x = 0$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \to 0^-} (x^2 - a) = 2$$

$$(0)^2 - a = 2$$

$$a = -2$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \to 0^+} (ax + b) = 2$$

$$(-2)(0) + b = 2$$

$$b = 2$$

تابع السؤال الثاني:

b) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 2 \\ 4x-4 & x>2 \end{cases}$ **(7 درجات)**

أوجد إن أمكن $f'(x)$

-- الحل --

$$D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<2 \\ \text{تبحث} & x=2 \\ 4 & x>2 \end{cases}$$

$$f(2)=(2)^2=4$$

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-(2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-4-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-8}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}4=4$$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-(2)}=\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2^-}(x+2)=2+2=4$$

$$\because f'_+(2)=f'_-(2)$$

$$\therefore f'(2)=4$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<2 \\ 4 & x=2 \\ 4 & x>2 \end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & x<2 \\ 4 & x\ge 2 \end{cases}$$

السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن: **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}$$

-- الحل --

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}\cdot\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\cdot\sin x\,(\cos x+1)}{\cos^2 x\ -1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x\,(\cos x+1)}{\sin^2 x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x(\cos x+1)}{-\sin x}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{-\sin x}\cdot(\cos x+1)\right)$$

$$=-\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right)\cdot\left(\lim_{x\to 0}\cos x+\lim_{x\to 0}1\right)=-\frac{1}{1}\cdot(1+1)$$

$$=-2$$

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة: $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[-2 , 1]$ **(7 درجات)**

-- الحل --

الدالة f متصلة على الفترة $[-2 , 1]$

إذن الدالة لها قيمة عظمى مطلقة ولها قيمة صغرى مطلقة في الفترة $[-2 , 1]$

$$f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 1 = -1$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

نضع $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 1 \notin (-2 , 1)$$

$$x = -1 \in (-2 , 1)$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = 3$$

إذن النقطة $(-1 , 3)$ نقطة حرجة

x	-2	-1	1
y	-1	3	-1

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[-2 , 1]$ هي 3

(3) قيمة عظمى مطلقة

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[-2 , 1]$ هي -1

(-1) قيمة صغرى مطلقة

السؤال الرابع: (15 درجة)

a) أدرس تغير الدالة : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ ثم ارسم بيانها. (8 درجات)

-- الحل --

الدالة f كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

النهايات عند الحدود المفتوحة:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(2x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2x^3) = -\infty$$

المشتقة الأولى: الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0$$

$$6x^2 + 6x = 0 \quad \to \quad 6x(x+1) = 0 \quad \to \quad x_1 = 0 \;,\; x_2 = -1$$

$$f(0) = 2(0)^3 + 3(0)^2 - 1 = -1$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 1 = 0$$

إذن: $(-1, 0)$, $(0, -1)$ نقاط حرجة

جدول إشارة f'

x	$-\infty$ $\quad -1$	0	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f'	$+ \; + \; +$	$- \; - \; -$	$+ \; + \; +$
سلوك f	↗ ↗ ↗	↘ ↘ ↘	↗ ↗ ↗

الدالة متناقصة على $(-1, 0)$

الدالة متزايدة على $(0, \infty)$ و $(-\infty, -1)$

المشتقة الثانية:

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow 12x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = 2\left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{2}$$

جدول إشارة f''

x	$-\infty \quad \frac{-1}{2} \quad \infty$
الفترات	$\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right) \quad \left(\frac{-1}{2}, \infty\right)$
إشارة f''	$- - \quad \vert \quad + +$
سلوك f	$\cap \quad \vert \quad \cup$

الدالة مقعرة لأعلى في الفترة: $\left(\frac{-1}{2}, \infty\right)$

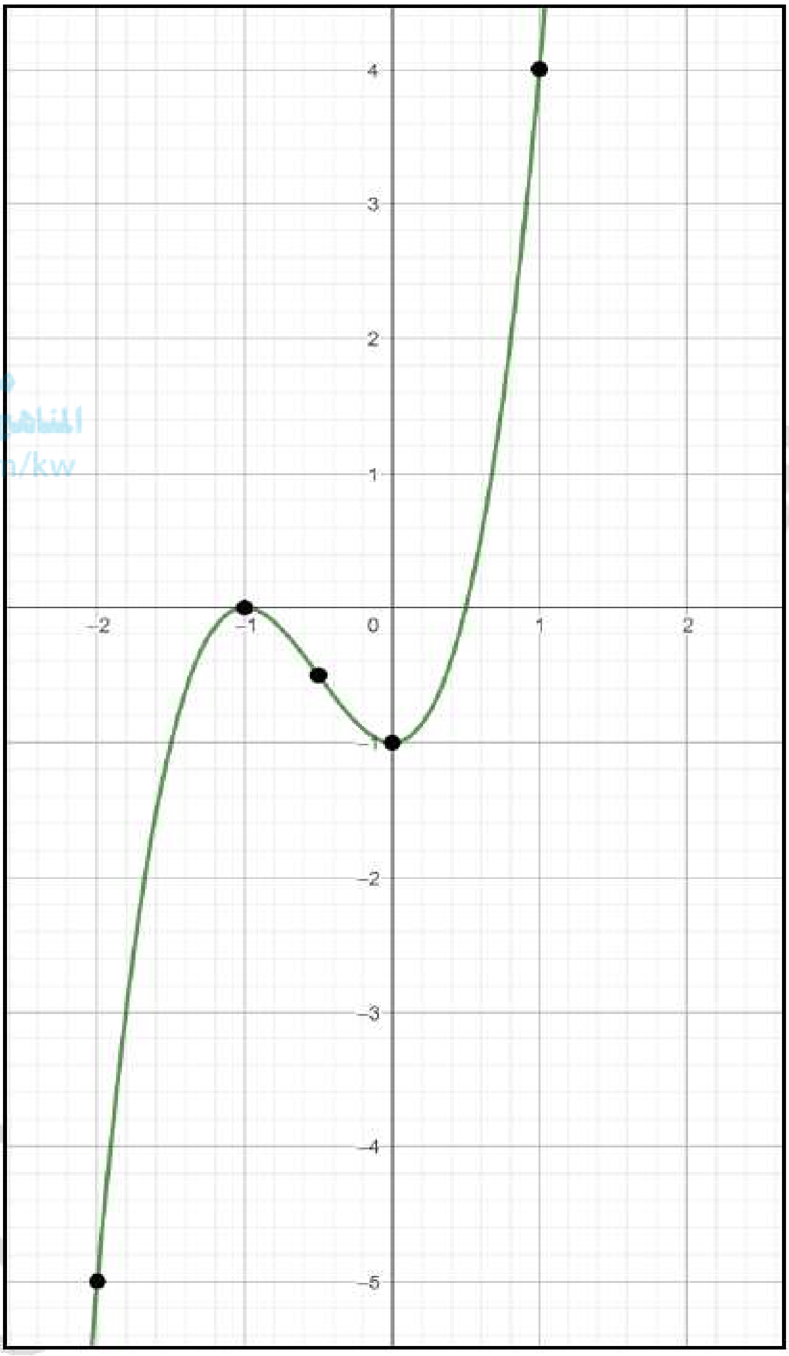
مقعرة لأسفل في الفترة: $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$

إذن النقطة $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ نقطة إنعطاف

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 1 = -5$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 1 = 4$$

x	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	1
y	-5	0	$\frac{-1}{2}$	-1	4


4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−2
−1
1
2

تابع السؤال الرابع:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض ليهن فإذا كان حجم عينة الإناث (7 درجات)
$n = 40$ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.5$ ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ.

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

-- الحل --

$$n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \bar{x} = 76.5$$

∵ مستوى الثقة: 95%

∴ القيمة الحرجة: $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

∵ σ معلومة فإن هامش الخطأ يساوي:

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87$$

فترة الثقة هي:

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

$$(76.5 - 3.87 \;\; , \;\; 76.5 + 3.87)$$

$$(72.63 \;\; , \;\; 80.37)$$

القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة.
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$ ⓐ ⓑ

(2) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3\,,1]$ والدالة g متصلة على $[-1\,,3]$
فإن الدالة: $f+g$ متصلة عند $x=0$. ⓐ ⓑ

(3) الدالة $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1\,,2]$ ⓐ ⓑ

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت $y=sin^{-5}x-cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $5sin^{-6}cosx-3cos^2sinx$

ⓑ $5sin^{-6}cosx+3cos^2sinx$

ⓒ $-5sin^{-6}cosx+3cos^2sinx$

ⓓ $-5sin^{-6}cosx-3cos^2sinx$

(5) كن الدالتين $f(x)=x^2+3$ و $g(x)=5x+1$ فإن $(gof)'(x)$

ⓐ $5x^2+16$

ⓑ $25x^2+10x+4$

ⓒ $10x$

ⓓ $50x+10$

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة $f(x)=3x^3-9x-4$ هي

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ 2 ⓓ 3

(7) الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

ⓐ $f(x)=\sqrt{x-2}$

ⓑ $f(x)=|x-2|$

ⓒ $f(x)=\frac{1}{x-2}$

ⓓ $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(8) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في النقطة $(1 \text{ و } -1)$

ⓐ $f(x) = x^3$ ⓑ $f(x) = -x^3$

ⓒ $f(x) = x^2$ ⓓ $f(x) = -x^2$

---

(9) الدالة $f(x) = x + |x| + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ لوجود

ⓐ مماس رأسي ⓑ انفصال ⓒ ناب ⓓ ركن

---

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم وكانت الفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار z يمكن أن تكون

ⓐ 1.5 ⓑ 1.87 ⓒ -1.5 ⓓ -2.5

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابـــــــــة			
(1)	ⓐ	**ⓑ**		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	**ⓐ**	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(7)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**

لكل بند درجة واحدة

دولة الكويت
وزارة التربية   نموذج (٤)   (الأسئلة في 10 صفحات)
التوجيه الفني للرياضيات منطقة حولي   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
المجال الدراسي : الرياضيات   العام الدراسي : 2024 \ 2025
نموذج إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الأولى - الصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

(تراعى الحلول الأخرى)

15

6درجات

السؤال الأول : (a) أوجد

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3}$$

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 3 في كل من البسط والمقام نحصل على $\frac{0}{0}$ غير صيغة

$$f(x)=\frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3}\times\frac{\sqrt{x^2+7}+4}{\sqrt{x^2+7}+4}=\frac{x^2+7-4^2}{(x^2-4x+3)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$=\frac{x^2-9}{(x-3)(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}=\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}\qquad : x\neq3$$

$$=\frac{(x+3)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to3}\frac{(x+3)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)}$$

$$=\frac{\lim_{x\to3}(x+3)}{\lim_{x\to3}\left[(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)\right]}$$

$$=\frac{3+3}{16}=\frac{6}{16}$$

$$=\frac{3}{8}$$

شرط الجذر :

$$\lim_{x\to3}(x^2+7)=3^2+7=16>0$$

$$\lim_{x\to3}\sqrt{(x^2+7)}=\sqrt{\lim_{x\to3}(x^2+7)}=$$

$$=\sqrt{16}=4$$

شرط المقام :

$$\lim_{x\to3}\left[(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)\right]$$

$$=\lim_{x\to3}(x-1)\left(\lim_{x\to3}\sqrt{x^2+7}+\lim_{x\to3}4\right)$$

$$=(2)(4+4)$$

$$=16\quad ,16\neq0$$

تابع السؤال الأول :

9درجات

(b)(1) إذا كانت $\boldsymbol{y = x \cdot \sin x}$ **فأثبت أن** $\boldsymbol{y^{\backslash\backslash\backslash} + y^{\backslash} + 2\sin x = 0}$

5درجات

الحـــــــــــــل :

$$y = x \cdot \sin x$$

$$y^{\backslash} = (1)\, sinx + (x)(cosx)$$

$$y^{\backslash} = sinx + (x)(cosx)$$

$$y^{\backslash\backslash} = \cos x + (1)\cos x + (x)(-\sin x)$$

$$y^{\backslash\backslash} = 2\cos x - y$$

$$y^{\backslash\backslash\backslash} = -2\sin x - y^{\backslash}$$

$$y^{\backslash\backslash\backslash} + y^{\backslash} + 2\sin x = 0$$

4درجات

(2)إذا كانت $\lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{a\,x^2 + b\,x - 3} = -1$ فأوجد قيمة كل من $a\,,b$

الحــــــــــــل :

$$\because \lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{a\,x^2 + b\,x - 3} = -1 \qquad , -1 \neq 0$$

درجة الحدود ية البسط = درجة المقام أي أن حدودية المقام من الدرجة الأولى ، بالتالي :

$$a\,x^2 = 0 \quad \Rightarrow a = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{b\,x - 3} = -1$$

$$\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow \quad b = -1$$

السؤال الثاني :

15

9درجات

(a) أدرس تغير الدالة : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

الحـــــــــل :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

(1) f كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

∴ متصلة وقابلة للاشتقاق $\mathbb{R}$

(2) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} x^3 = \infty$$

(3) النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$$

$$f^{\backslash}(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f^{\backslash}(x) = 0$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$3(x-3)(x-1) = 0$$

$x = 3$: $f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) - 4 = -4$

$x = 1$: $f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) - 4 = 0$

النقاط الحرجة هي : $(1, 0)$, $(3, -4)$

فترات التزايد والتناقص :

x $\quad -\infty \quad 1 \quad 3 \quad \infty$

الفترة	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, 1)$
إشارة $f^{\backslash}$	+	-	+
سلوك f	↗	↘	↗

فترات التزايد : $(3,\infty)$, $(-\infty,1)$ فترة التناقص : $(1,3)$

للدالة f قيمة عظمي محلية هي 0 عند $x=3$ قيمة عظمي محلية 3 $f(0)=3$

للدالة f قيمة صغري محلية هي 4 - عند $x=1$ قيمة صغري محلية -4 $f(1)=-4$

(4) التقعر ونقاط الانعطاف أن وجدت :

$f^{\backslash\backslash}=6x-12$, $f^{\backslash\backslash}=0$

$6x-12=0 \rightarrow 6x=12 \rightarrow x=\frac{12}{6}=2$

x $-\infty$ 2 ∞

الفترات	$(-\infty,2)$	$(2,\infty)$
إشارة $f^{\backslash\backslash}$	-	+
بيان f	$\frown$	$\smile$

منحني الدالة f مقعرلأسفل في الفترة $(-\infty,2)$

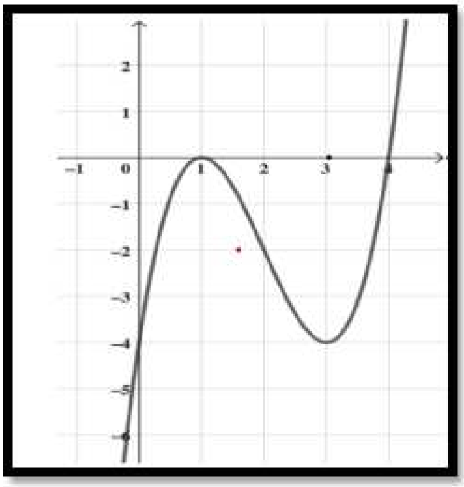
منحني الدالة f مقعرلأعلي في الفترة $(2,\infty)$

نقطة الانعطاف : $(2,-2)$

$x=2$: $f(2)=(2)^3-6(2)^2+9(2)-4=-2$

(5) نقاط اضافية :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	- 4	0	- 2	- 4	0
	اضافية	صفري	انعطاف	عظمي	اضافية



(b) يزعم أستاذ الرياضيات أن المتوسط الحساب لدرجات الطلاب في مادته هو 16حيث النهاية العظمي 20 درجة 0 إذا أعطيت عينة من 25 طالباً متوسطاً حسابياً $\bar{x} = 15$ ولانحراف المعياري (درجة) $\sigma = 1.4$ فأختبر فرضية الأستاذ عند مستوي المعنوية $\alpha = 5\%$

6درجات

الحـــــــــــــــــل :

(1) صياغة الفروض : فرض العدم : $\mu = 16$

فرض البديل : $\mu \neq 16$

(2) مقياس الاحصائي : σ معلومة

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{15-16}{\frac{1.4}{\sqrt{25}}} = -3.57$$

(3) مستوي الثقة 95% $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

(4) منطقة القبول : $(-1.96\ , 1.96)$

(5) القرار : $z = -3,57 \notin (-1.96\, , 1.96)$

رفض فرض العدم $\mu = 16$ وقبول الفرض البديل $\mu \neq 16$

15

8درجات

السؤال الثالث : (a) أدرس أتصال الدالة على $[-3\,,4]$حيث :

$$f\,(x) = \begin{cases} -5 & : x = -3 \\ -x^2+4 & : -3 < x < 4 \\ -10 & : x = 4 \end{cases}$$

الحــــــــــــل :

-3 $\qquad\qquad$ 4

أولا

نبحث أتصال الدالة f

على يمين العدد-3

$f\,(-3) = -5$

$\lim\limits_{x\to -3^+} f\,(x) =$

$\lim\limits_{x\to -3^+}(-x^2+4) = -\,5$

$\lim\limits_{x\to -3^+} f\,(x) = f(-3)$

$\therefore$ fمتصلة عند $x=-3$

من اليمين

ثانيا

$g\,(x) = -x^2+4$

$g\,(x)$ دالة كثيرة حدود

متصلة على$\mathbb{R}$

$\because\ f(x) = g(x)$

$\forall x \in (-3,4)$

$\therefore$ fمتصلة على $(-3,4)$

ثالثا

نبحث أتصال الدالة f

على يسار العدد يسار4

$f\,(4) = -10$

$\lim\limits_{x\to 4^-} f\,(x) =$

$\lim\limits_{x\to 4^-}(-x^2+4) = -\,12$

$\lim\limits_{x\to 4^-} f\,(x) \neq f(-3)$

$\therefore$ fغيرمتصلة عند $x=4$

من اليسار

من أولاً وثانياً وثالثاً f غير متصلة على الفترة $[-3\,,4]$

الدالة f متصلة علي الفترة $[-3\ ,4)$

(b) أوجد : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$ 7درجات

الحـــــــــــل :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} = \lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x \sin x(\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x\to 0} \frac{x\, \cancel{\sin x}(\cos x + 1)}{-\sin^{\cancel{2}} x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x \sin x(\cos x + 1)}{-\sin\ x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{x}{-\sin^2 x}\right) \cdot \lim_{x\to 0} (\cos x + 1\,)$$

$$= -\lim_{x\to 0} \left(\frac{x}{\sin^2 x}\right) \cdot \lim_{x\to 0} (\cos x + \lim_{x\to 0} 1\,)$$

$$= \left(\frac{-1}{1}\right)(\,1 + 1\,) = -2$$

السؤال الرابع :

15

8درجات

(a) إذا كانت : فأوجد $g(x) = \sqrt{x}\ , f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$

باستخدام قاعدة السلسلة : $(f \circ g)^{\backslash}(1)$

الحـــــــــــــل :

$$(f \circ g)^{\backslash}(x) = f^{\backslash}\big(g(x)\big) \cdot g^{\backslash}(x)$$

$$f^{\backslash}(x) = \left(\frac{x^2-4}{x^2+4}\right)^{\backslash} = \frac{2x\,(x^2+4)-(x^2-4)(2x)}{(x^2+4)^2} = \frac{2x^3+8x-2x^3+8x}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{16\,x}{(x^2+4)^2}$$

$$f^{\backslash}(g(x)) = f^{\backslash}\left(\sqrt{x}\right) = \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2}$$

$$g^{\backslash}(x) = \left(\sqrt{x}\right)^{\backslash} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(f \circ g)^{\backslash}(x) = \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{8}{(x+4)^2}$$

$$(f \circ g)^{\backslash}(1) = \frac{8}{(1+4)^2} = \frac{8}{25}$$

(b) تعطي الدالة $V\,(x) = 2\,\pi\,(-x^3 + 36\,h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها

(a) أوجد الارتفاع للحصول على أكبر حجم للأسطوانة 0

(b) ما قيمة هذا الحجم 0

الحــــــــــــــل :

$$V\,(x) = 2\,\pi\,(-x^3 + 36\,h) \qquad , \; h \in (0\,,\infty)$$

$$V'\,(x) = 2\,\pi\,(-3\,x^2 + 36)$$

نضع

$$V'\,(x) = 0$$

$$2\,\pi\,(-3\,x^2 + 36) = 0$$

$$-3\,x^2 + 36 = 0$$

$$h = -2\sqrt{3} \notin (0\,,\infty)$$

$$h = 2\sqrt{3} \in (0\,,\infty)$$

$$V''\,(x) = 2\,\pi\,(-6x)$$

$$V'\,\left(2\sqrt{3}\right) = 2\,\pi\left(-6 \times 2\sqrt{3}\right) = -130.6 < 0$$

∴ أكبر حجم للأسطوانة عندما $h = 2\sqrt{3}$

(b) قيمة أكبر حجم

$$V\left(2\sqrt{3}\right) = 2\,\pi\left(-\left(2\sqrt{3}\right)^3 + 36 \times 2\sqrt{3}\right) = 522.37\;cm^3$$

ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود من (1) الى (3) : عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة الصحيحة ،
(b) إذا كانت العبارة الخاطئة :

(1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-7}{\sqrt{x^2-8x+5}}=-\frac{3}{2}$ (a) (b)

(2) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-1$ وكان $\lim_{x\to-1}(f(x)-2)=-1$ فإن $f(-1)=1$ (b) (a)

(3) ميل المماس لمنحني الدالة $y=\sin x+3$ عند $x=\pi$ هو 1 (a) (b)

ثانياً : في البنود من (4) الى (10) : لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة

رمز الرمز الدال على الإ جابة الصحيحة :

(4) الدالة f : $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $(-\infty,\frac{1}{2}]$ (b) $(5,\infty)$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $(-5,5)$

(5). ميل المماس عند النقطة $A(1,1)$ على المنحني : $x^2-3y^2+2xy=0$ هي

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000

(6) المتوسط الحسابي لدرجات 9 طلاب هو $\bar{x}=2.76$ حيث النهاية العظمى 4 درجات والانحراف المعياري $s=0.87$ أن فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي عند درجة ثقة 95% هي :

(a) (2.1916 , 3.3284) (b) (1.6232 , 3.8968)

(c) (2,1916 , 38968) (d) (2.0913 , 3.4287)

(7) لتكن الدالة f : $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x)=x^2+3\ .\ x\neq 0$ فإن : $(f\circ g)(x)$تساوي

a $\frac{x^2}{x-3}+3$

b $\frac{x}{\sqrt{x-3}}+3$

c $\frac{-(x^2+3)}{x}$

d $\frac{x^2+3}{|x|}$

---

(8)أن معادلة المماس للدالة f : $y=2x^2-13x+2$ عند $x=3$ هي

a $y=x-16$

b $y=-x+16$

c $y=-x-13$

d $y=-x-16$

---

(9) نقاط انفصال الدالة : $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2-1}$ عند x تساوي

a 1 , -1

b 2 , -2

c 1 , 2

d -1 , -2

---

(10) إن الدالة f: $f(x)=x+\sqrt{x}+2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو

a ناب

b ركن

c غير متصلة

d مماس عمودي

" أنتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d