وزارة التربية　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　المجال الدراسي : الرياضيات

الإدارة العامة لمنطقة الأحمدي التعليمية　　　　　　　　　　　الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

التوجيه الفني للرياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　　عدد الأوراق : 10

نموذج تجريبي (1) لإمتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي 2024 / 2025

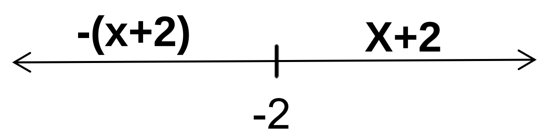
القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول:

a) أوجد إن أمكن : $\lim_{x \to 5} \frac{|x+2|-7}{x^2-25}$ 　(7 درجات)

الحل :-



$|x+2| = x+2$

عندما x→5

أو

$|x+2| = \begin{cases} x+2 & : \quad x \geq -2 \\ -x-2 & : \quad x < -2 \end{cases}$

$\frac{|x+2|-7}{x^2-5} = \frac{x+2-7}{x^2-25}$

$= \frac{\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}(x+5)}$ 　: x ≠ 5

$= \frac{1}{x+5}$

شرط المقام :-

$\lim_{x \to 5}(x+5) = 5+5$

$= 10$ 　, 10 ≠ 0

$\therefore \lim_{x \to 5} \frac{|x+2|-7}{x^2-25} = \lim_{x \to 5} \frac{1}{x+5}$

$= \frac{1}{10}$

تابع / السؤال الأول:

b) أوجد : $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$ (8 درجات)

الحل :-

$$f(x)=\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}=\frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}$$

$$=\frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}=\frac{\overset{1}{\cancel{x}}(3-\frac{5}{x})}{-\underset{1}{\cancel{x}}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$

عندما x<0 يكون $|x|=-x$:

$$=\frac{-(3+\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$

عندما x→ -∞ $|x|=-x$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-(3+\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$

$$=\frac{\lim_{x\to-\infty}(-1)(3+\frac{5}{x})}{\lim_{x\to-\infty}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$

شرط x≠0

$$=\frac{-(\lim_{x\to-\infty}(3)+\lim_{x\to-\infty}(\frac{5}{x}))}{\sqrt{\lim_{x\to-\infty}(1-\frac{9}{x^2})}}$$

$$=\frac{-(3+0)}{\sqrt{(1-0)}}$$

$$=\frac{-3}{1}=-3$$

شرط الجذر :

$$\lim_{x\to-\infty}(1-\frac{9}{x^2})=\lim_{x\to-\infty}1-\lim_{x\to-\infty}\frac{9}{x^2}$$

$$=1-0$$

$$=1$$,1 > 0

شرط المقام:

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}$$

$$=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}1-\frac{9}{x^2}}$$

$$=\sqrt{1-0}$$

$$=\sqrt{1}=1, 1\neq 0$$

السؤال الثاني:

a) **لتكن f : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ أوجد D_f** (8 درجات)

ثم ادرس اتصال الدالة f علي $[-3\,,3]$.

الحل :-

نفرض ان : $g(x) = 9 - x^2$

$f(x)=\sqrt{g(x)}$

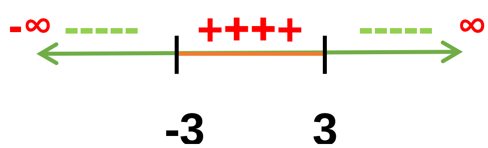
$D_f=\{x: g(x)\geq 0\}$

$9-x^2\geq 0$

المعادلة المناظرة: $9-x^2=0$

$(3 - x)(3 + x)= 0$

$x = 3$, $x = -3$



∵ مجال الدالة f هو $[-3\,,3]$

بدراسة اتصال الدالة f على $[-3\,,3]$ حيث $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

∵ الدالة g : $g(x) = 9 - x^2$ دالة متصلة على $[-3\,,3]$ (1)

$g(x)\geq 0\ \forall\, x \in [-3\,,3]$ (2)

حيث $D_f \subseteq [-3\,,3]$

من (1) و(2)

∴ f متصلة على $[-3\,,3]$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

b) أوجد ميل المماس لمنحني الدائرة الذي معادلته $x^2 + y^2 = 25$ عند النقطة (4 - , 3).

الحل :-

بالاشتقاق الضمني :-

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$2x + 2yy' = 0$$

$$2x = -2yy'$$

$$x = -yy'$$

$$y' = -\frac{x}{y}$$

$$y'\Big|_{(3,-4)} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$ بالتعويض بـ (3,- 4)

∴ ميل المماس = $\frac{3}{4}$

السؤال الثالث:

a) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.

(6 درجات)

الحل :-

∵ الدالة f حدودية متصلة على [0 , 3] .

∴ الدالة f لها قيمة عظمي مطلقة ولها قيمة صغري مطلقة في الفترة [0 , 3] .

نوجد قيم الدالة عند الاطراف x = 0 , x = 3

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$f(3) = (3)^3 - (3(3)) + 1 = 19$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0$$

$3x^2 - 3 = 0$ نضع $3x^2 = 3$

$x^2 = 1$ بالقسمة على 3

$\therefore x = 1$ $1 \in (0, 3)$

$x = -1$ $-1 \notin (0, 3)$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

∴ (1 , -1) نقطة حرجة .

من الجدول :

x	0	1	3
$f(x)$	1	-1	19

أكبر قيمة للدالة f في الفترة [0 , 3] هي 19

∴ 19 قيمة عظمي مطلقة .

أصغر قيمة للدالة f في الفترة [0 , 3] هي -1

∴ -1 قيمة صغري مطلقة .

تابع السؤال الثالث:

b) ادرس تغير الدالة f : $f\,(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها. (9 درجات)

الحل :-

$\because f$ دالة كثيرة حدود مجالها R .

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة .

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها .

$$f^{'}(x) = -3x^2$$

نضع: $f^{'}(x) = 0$

$$-3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1-(0)^3 = 1$$

$\therefore$ (1 , 0) نقطة حرجة .

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f' :

الدالة متناقصة علي الفترة (0 , ∞-) والفترة (∞ , 0)

	$-\infty$ 0	0 ∞
إشارة $f^{\backslash}$	---	---
سلوك الدالة f	متناقصة ∞ ↘	متناقصة ↘ ∞-

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$f''(x) = -6x$

$-6x = 0 \quad \to x = 0$

منحنى الدالة مقعر لاعلي علي الفترة (0 , ∞-)

ومقعرلاسفل علي الفترة (∞ , 0)

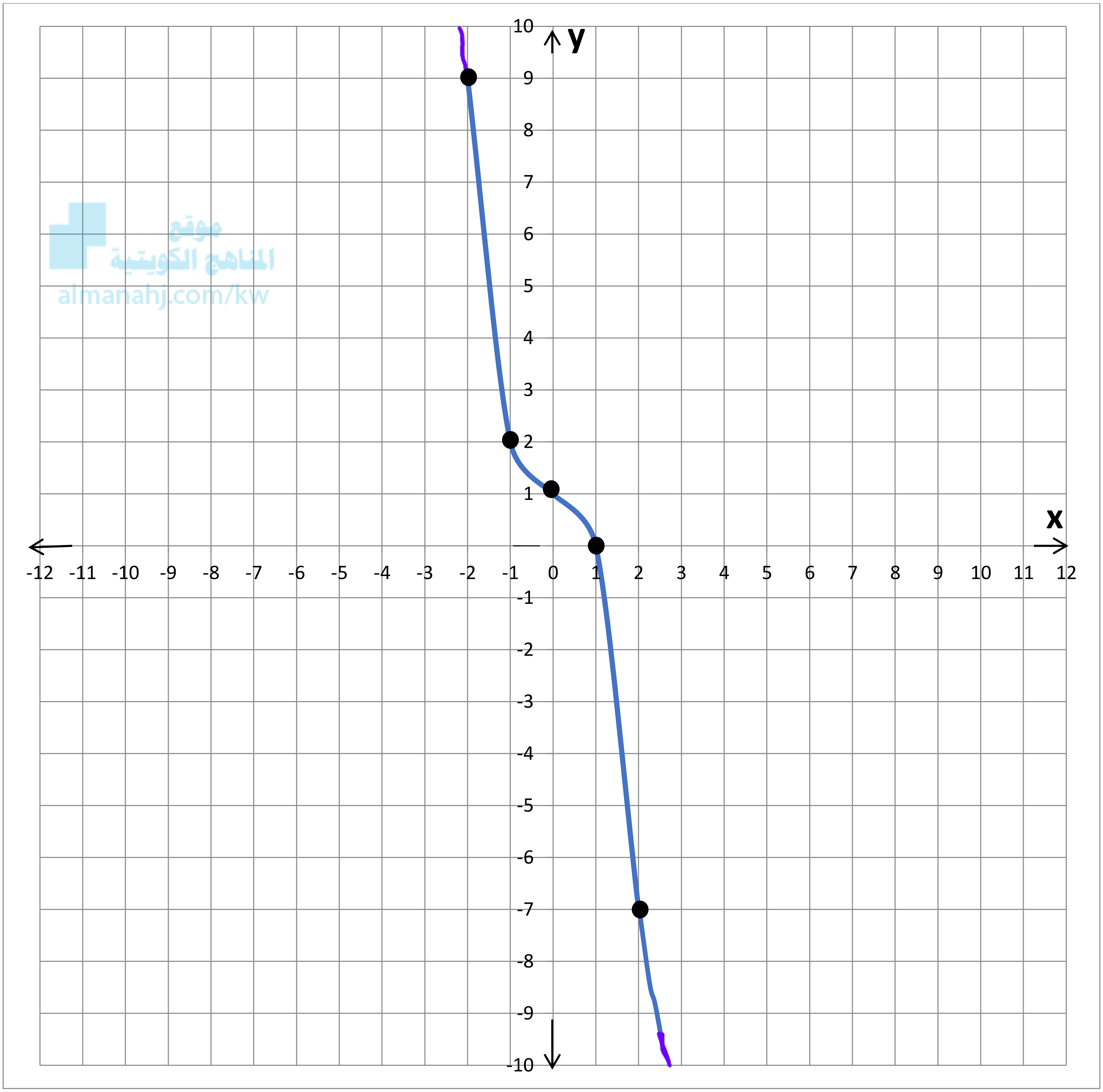
(1 , 0) نقطة انعطاف .

	$-\infty$ 0	0 ∞
إشارة $f^{\backslash\backslash}$	++	--
التقعر	∪ تقعر لأعلى	∩ تقعر لأسفل

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

بيان الدالة f :-



السؤال الرابع:

a) عددان موجبان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن ، ما العددان ؟ (7 درجات)

الحل :-

بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 100$

$\therefore$ العدد الثاني هو $100 - x$

مجموع مربعيهما هو : $g(x) = x^2 + (100 - x)^2$

$g^\backslash(x) = 2x + 2(100 - x)(-1)$

$g^\backslash(x) = 2x - 200 + 2x$

$= 4x - 200$

نضع : $g^\backslash(x) = 0$

$4x - 200 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 50$

$\therefore$ توجد نقطة حرجة $(50 \ , g(50))$

$g^{\backslash\backslash}(x) = 4 \quad , \quad 4 > 0$

$\therefore$ $g(50)$ قيمة صغرى مطلقة عند $x = 50$

$\therefore$ العدد الأول هو : $x = 50$

العدد الثانى هو : $100 - x = 100 - 50 = 50$

$\therefore$ العددان هما $50 \quad , \quad 50$

تابع السؤال الرابع:

b) إذا كانت $n = 80$, $\bar{x} = 37.2$, $S = 1.79$

(8 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :-

$n = 80$, $\bar{x} = 37.2$ $S = 1.79$

1) صياغة الفروض :

$H_0 : \mu = 37$ مقابل $H_1 : \mu \neq 37$

2) $\because$ σ غير معلومة , $n > 30$

$\therefore$ نستخدم المقياس الاحصائي Z :

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

3- تحديد مستوى المعنوية α :

$$\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$\therefore Z_{0.025} = 1.96$$

4- منطقة القبول هي (1.96- , 1.96)

5- اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because 0.999 \in (-1.96 , 1.96)$

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$.

<u>**القسم الثانى : البنود الموضوعية**</u>

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة a **إذا كانت العبارة صحيحة**

b **إذا كانت العبارة خاطئـــة**

1) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق ∀ x ∈ R .

a b

(2 $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$

a b

(3 إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\dfrac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

a b

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4 إذا كانت الدالة g متصلة عند **x = 1** وكانت النقطة **(1 , -3)** تقع علي منحني الدالة g فإن $\lim\limits_{x \to 1}(g(x))^2$ تساوي :

a -6 b -3 c 1 d 9

(5 لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 + 3$, الدالة g : $g(x) = \frac{x}{x-3}$, فإن : $(g \circ f)(x)$ تساوي :

a $\dfrac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ b $\dfrac{x^2}{x^2 - 3}$ c $\dfrac{x^2 + 3}{x^2}$ d $\dfrac{x^2}{x^2 + 3}$

6) الدالة f القابلة للاشتقاق عند x = 3 فيما يلي هي :

ⓐ $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$ ⓑ $\sqrt{3-x}$ ⓒ $\begin{cases} \mathbf{3x-1} : \mathbf{x \le 3} \\ \mathbf{1} \quad : \mathbf{x > 3} \end{cases}$ ⓓ $\sqrt[3]{\mathbf{x+2}}$

---

7) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا لأسفل في (1 , 1-) :

ⓐ $f(x) = x^2$ ⓑ $f(x) = \mathbf{x|x|}$ ⓒ $f(x) = -x^3$ ⓓ $f(x) = -x^2$

---

8) ميل الناظم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة (3 , 2) هي :

ⓐ 9 ⓑ 3 ⓒ $-\dfrac{1}{3}$ ⓓ $-\dfrac{1}{9}$

---

9) إذا كانت : $f(\mathbf{x}) = (\mathbf{1} + \mathbf{6x})^{\frac{2}{3}}$ فإن : $f''(x)$ تساوي :

ⓐ $\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{27}}(\mathbf{1}+\mathbf{6x})^{-\frac{4}{3}}$ ⓑ $\mathbf{8}(\mathbf{1}+\mathbf{6x})^{-\frac{4}{3}}$ ⓒ $-\mathbf{8}(\mathbf{1}+\mathbf{6x})^{-\frac{4}{3}}$ ⓓ $-\mathbf{64}(\mathbf{1}+\mathbf{6x})^{-\frac{4}{3}}$

---

10) لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي :

ⓐ 56.34 ⓑ 62.96 ⓒ 6.62 ⓓ 66.15

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	a	●		
2	a	●		
3	●	b		
4	a	b	c	●
5	a	b	●	d
6	a	b	c	●
7	a	b	c	●
8	a	b	c	●
9	a	b	●	d
10	a	b	c	●