تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية
ملفات الكويت التعليمية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا com.kwedufiles.www//:https

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

https://kwedufiles.com/10

* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://kwedufiles.com/10math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/10math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/grade10

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا bot_kwlinks/me.t//:https

الروابط التالية هي روابط الصف العاشر على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

ضرب المصفوفات
Matrices Multiplication

المجموعة ١: تمارين أساسية

في التمارين (١ — ٤)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} -١ & -٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ \\ -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & -١٢ \\ ٩ & -٦ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٣ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ \\ ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & ٤ \\ -١٢ & ٢ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٣ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣٤ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ -١ & -٥ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١ \\ ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ \\ -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ٥ \\ ٠ & -٣ \end{bmatrix}$

(٥) الأعمال: أعدّ منسق أزهار ثلاث باقات. وضع في الأولى ثلاث زهرات ياسمين وفي الثانية ثلاث زهرات ياسمين وأربع زهرات قرنفل؛ وفي الثالثة أربع زهرات فل وثلاث زهرات قرنفل.
يبلغ ثمن زهرة الياسمين الواحدة ٠,٢١٥ دينار وثمن زهرة القرنفل الواحدة ٠,٠٩٠ دينار وثمن زهرة الفل الواحدة ٠,١٣٠ دينار.

(أ) اكتب مصفوفة تمثل عدد كل نوع من الأزهار في كل باقة.

	الياسمين	القرنفل	الفل
الباقة الأولى	٣	٠	٠
الثانية	٣	٤	٠
الثالثة	٠	٣	٤

(ب) اكتب مصفوفة تمثل ثمن كل نوع من الأزهار.

كمية البنفسج $\begin{bmatrix} ١٥ \\ ٢٠ \\ ١٣٠ \end{bmatrix}$ و٠
" القرنفل ٠٩٠ و٠
" الفل ١٣٠ و٠

(جـ) اكتب مصفوفة تمثل ثمن كل باقة.

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٠ \\ ٣ & ٤ & ٠ \\ ٥ & ٣ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢١٥ \\ ٠٩٠ \\ ١٣٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦٤٥ \\ ١٠٠٥ \\ ٧٩٠ \end{bmatrix}$$

كمية الباقة الأولى
" " الثانية
" " الثالثة

في التمارين (٦ — ١٠)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٣ & ٦ \\ ٢ & -٤ \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} -٥ \\ ٦ \end{bmatrix}$ $\underline{د} = [٧ \quad ٠]$

(٦) $\underline{أ} \times \underline{ب}$ معرف (٧) $\underline{أ} \times \underline{جـ}$ معرف (٨) $\underline{جـ} \times \underline{ب}$ غير معرف

(٩) $\underline{د} \times \underline{أ}$ معرف (١٠) $\underline{د} \times \underline{جـ}$ معرف

في التمارين (١١ — ١٣)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١١) $٢\begin{bmatrix} -١ & ٤ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & ٨ \\ ٤ & ١٠ \end{bmatrix}$

(١٢) $٠,٥\begin{bmatrix} ٣ & ١٤ \\ ٧ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١,٥ & ٧ \\ ٣,٥ & -٢ \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١ \\ ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ١ \end{bmatrix}$

(١٤) الاختيار من متعدد: تبيّن الأعمدة في المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$ بالترتيب، عدد المماحي وعدد الأقلام المباعة. وتبيّن الصفوف بالترتيب الأعداد المباعة يومي الاثنين والثلاثاء. تبيّن المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠,٥٠ \\ ٠,٢٥ \end{bmatrix}$، كلفة كل من الممحاة والقلم. ما الذي يبيّنه ناتج الضرب $\underline{أ}\underline{ب}$؟

(أ) ثمن كل المماحي المباعة يومي الاثنين والثلاثاء، وثمن الأقلام في هذين اليومين.

(ب) مجموع ثمن المماحي والأقلام يوم الاثنين ومجموع ثمنهما يوم الثلاثاء.

(جـ) مجموع ثمن الأقلام والمماحي.

(د) ثمن قلم واحد وممحاة واحدة.

٤٨

(١٥) أوجد رتبة مصفوفة الضرب، ثم أوجد الناتج. رتبة مصفوفة الضرب ٢ × ٣

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٧ & ٢- \\ ٤- & ٣ & ٦ \\ \frac{٤-}{٥} & \frac{٢-}{٣} & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- \\ ١ \\ ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٧ \\ \frac{١١-}{٥} & \frac{٧}{٥} \\ \frac{١٤-}{٣} & \frac{٢-}{٣} \end{bmatrix}$$

في التمارين (١٦ — ١٩)، استخدم المصفوفات د، و، ف. نفذ العمليات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليات غير معرّفة فاكتب (غير معرّفة).

$$د = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ١- \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٢ & ١- & ٢- \end{bmatrix}، \quad و = \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \\ ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٥- \\ ٢- & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}، \quad ف = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١ & ٥- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$$

(١٦) د × و معرفة $د_{٣\times٣} \times و_{٣\times٣} =$

$$\begin{bmatrix} ١ & ٦- & ٥- \\ ٦ & ١ & ٥- \\ ٠ & ١٢- & ٣- \end{bmatrix}$$

(١٧) (د × و) × ف معرفة

$$\begin{bmatrix} ١ & ٦- & ٥- \\ ٥- & ١ & ٦ \\ ٠ & ١٢- & ٣- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣- \\ ٥- \\ ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \\ ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٧ & ٢٤- \\ ٢٣- & ٧- \\ ٦٩ & ١٨- \end{bmatrix}$$

(١٨) د − ٢ × و معرفة

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ١- \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٢ & ١- & ٢- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٤ & ١٠- & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٤- \\ ٦ & ٢ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣- & ١٢ & ١- \\ ٢- & ٣ & ٥ \\ ٤- & ٣- & ٤- \end{bmatrix}$$

(١٩) (٢ × د) (٣ × ف) معرفة

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٤ & ٢- \\ ٠ & ٦ & ٢ \\ ٤ & ٢- & ٤- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٩- \\ ١٥- \\ ٦ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٦ \\ ٣ \\ ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٩٠- \\ ٤٢ & ٧٨- \\ ٣٠- & ٣٠- \end{bmatrix}$$

(٢٠) تعرض شركة تبيع الخردوات في محلاتها الأسعار في مصفوفة من الرتبة ١ × ٣ ومبيعات المحال الثلاثة اليومية في مصفوفة من الرتبة ٣ × ٣.

	مطرقة	منبه ضوئي	قنديل
	٣٠٠ , ٠ دينار	٥٠٠ , ٠ دينار	٧٠٠ , ٠ دينار

	المحل أ	المحل ب	المحل ج
مطرقة	١٠	٩	٨
منبه ضوئي	٣	١٤	٦
قنديل	٢	٥	٧

(أ) أوجد ناتج ضرب المصفوفتين. اشرح ما الذي يمثله.

ناتج الضرب = [٩٠٠ ٥ ... ١٣ ٣٠٠ ١٠] ويمثل دخل كل من المحلات الثلاثة بالترتيب من بيع الأنواع الثلاثة من الخردوات

(ب) كيف يمكن إيجاد المبيع العام في المحال الثلاثة؟

المبيع العام = ٢٩٤٠٠ دينار

(جـ) أوجد مبيع المنبهات الضوئية في المحال الثلاثة.

مبيع المنبهات الضوئية = ٢٣ × ٥٠٠ = ١١٥٠٠ دينار

---

(٢١) السؤال المفتوح: اكتب مصفوفتين س، ص من الرتبة ٢ × ٢ ليست كل العناصر متساوية بحيث يكون س × ص = ص × س.

$س = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

---

(٢٢) أوجد قيمة كل من س ، ص: $\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

٢س + ٢ = -٤

٢س = -٦ ⇐ س = -٣ ٦س - ص = -٩ -١٨ - ص = -٩ ⇐ ص = -٩

في التمرينين (٢٣ – ٢٤) استخدم المصفوفات أ، ب، جـ، د. حدّد ما إذا كان التعبيران في كل زوج مما يلي متساويين.

$أ = \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ $ب = \begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$ $جـ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ $د = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

(٢٣) (أ + ب) × جـ ، أ × جـ + ب × جـ .

---

(٢٤) (أ + ب) × (جـ + د) ، (أ + ب) × جـ + (أ + ب) × د .

---

(٢٥) إذا كانت $م = \begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$ ، $ن = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فهل م × ن = ن × م؟ فسّر.

$م \times ن = \begin{bmatrix} -٨ & -٢٣ \\ ٤ & -٩ \end{bmatrix}$ ، $ن \times م = \begin{bmatrix} ١ & -٢ \\ ١١ & -١٨ \end{bmatrix}$ م × ن ≠ ن × م

ضرب المصفوفات غير إبدالي

---

(٢٦) أي ضرب مما يلي غير معرّف؟

(أ) $\begin{bmatrix} -١ \\ ٢ \end{bmatrix}[-١ \ ٢]$

(جـ) $\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}[-١ \ ٢]$

(د) $[-١ \ ٢]\begin{bmatrix} -١ \\ ٢ \end{bmatrix}$

حل :-

رقم (٣) ص ٥٠ بكراسة التمارين

$$\bar{أ}+\bar{ب} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٢- & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٣- & ٦ \end{bmatrix}$$

$$(\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{جـ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٣- & ٦ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٢- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٦- \\ ١٦ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\bar{أ} \times \bar{جـ} + \bar{ب} \times \bar{جـ} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٥- \\ ٦ & ٣- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤- & ١- \\ ١٠ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٦- \\ ١٦ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\therefore (\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{جـ} = \bar{أ} \times \bar{جـ} + \bar{ب} \times \bar{جـ}$$

رقم (٤) ص ٥٠ بكراسة التمارين

$$\bar{أ}+\bar{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \quad ، \quad \bar{جـ}+\bar{د} = \begin{bmatrix} ١- & ٤ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$(\bar{أ}+\bar{ب}) \times (\bar{جـ}+\bar{د}) = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٤ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$(\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{جـ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- & ٤ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٦ \\ ٣- & ١٢ \end{bmatrix}$$

$$(\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{د} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$(\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{جـ} + (\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٦ \\ ٣- & ١٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٣ \\ ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$$

$$\therefore (\bar{أ}+\bar{ب}) \times (\bar{جـ}+\bar{د}) = (\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{جـ} + (\bar{أ}+\bar{ب}) \times \bar{د}$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٠ & ٤- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ٨- \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٨- \\ ٨- & ٠ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٣- & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣- \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣٤ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ٣- & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣٤ & ٠ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣- & ٠ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٥- & ٠ \\ ٢٥ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمارين (٥ – ٩)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا مع تفسير إجابتك.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣- & ٦ \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٥- \\ ٦ \end{bmatrix}$ $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٧ \end{bmatrix}$

(٥) $\underline{ب} \times \underline{أ}$ معرف لأن $(٢ \times ٢)(٢ \times ٢)$ متساويان

(٦) $\underline{جـ} \times \underline{أ}$ غير معرف $(٢ \times ١)(٢ \times ٢)$ غير متساويان

(٧) $\underline{ب} \times \underline{جـ}$ معرف $(٢ \times ٢)(١ \times ٢)$ متساويان

(٨) $\underline{أ} \times \underline{د}$ غير معرف $(٢ \times ٢)(٢ \times ١)$ غير متساويان

(٩) $\underline{جـ} \times \underline{د}$ معرف $(١ \times ٢)(٢ \times ١)$ متساويان

في التمرينين (١٠ – ١١)، أوجد ناتج الضرب.

(١٠) $-١\begin{bmatrix} ٤- & ٧- & ٩ \\ ٣ & ٢- & ٨- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٧ & ٩- \\ ٣- & ٢ & ٨ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١- \\ ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٠ & ١- \end{bmatrix}$

(١٢) أوجد رتبة مصفوفة ناتج الضرب، ثم أوجد ناتج الضرب. رتبة ناتج الضرب ٤ × ٤

$$\begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٢- \\ ٠ & ٠ & ٢ \\ ١- & ٠ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} أ & ٠ & ٠ \\ ٠ & جـ & ٠ \\ ٠ & ٠ & و \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ب & ٠ \\ ٠ & د & ٠ \\ ٠ & ٠ & ف \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} أ & ب & ٠ \\ ٠ & جـ د & ٠ \\ ٠ & ٠ & و ف \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

في التمارين (١٣ – ١٦)، استخدم المصفوفات د، و، ن ثم نفذ العمليّات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليّات غير معرّفة فاكتب «غير معرّفة».

$$د = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ١- \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٢ \end{bmatrix} \quad و = \begin{bmatrix} ٢ & ٥- & ٠ \\ ١ & ٠ & ٢- \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix} \quad ن = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١ & ٥- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$$

(١٣) $-٣ \times ن$

$$= \begin{bmatrix} ٩ & ٦- \\ ١٥ & ٣- \\ ٦- & ١٢- \end{bmatrix}$$

(١٤) ✓ $د \times (و \times ن)$

(١٥) ✓ $(و - د) \times ن$

(١٦) ✓ $(د \times د) \times و$

(١٧) الكتابة في الرياضيات: لنفرض أن المصفوفة أ هي من الرتبة ٢ × ٣ والمصفوفة ب من الرتبة ٣ × ٢. هل أ × ب، ب × أ متساويتان؟ اشرح تفكيرك.

أ × ب ≠ ب × أ لأنه ضرب المصفوفات غير ابدالي

٥٢

حل :-

رقم (14) ص 52 $\quad \overline{\overline{\Sigma}} \times (\overline{\overline{\sigma}} \times \overline{\overline{N}}) = \overline{\overline{\Sigma}} \times \overline{\overline{\sigma}} \times \overline{\overline{N}}$

$$\overline{\overline{\sigma}} \times \overline{\overline{N}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -10 \\ 14 & 3 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{\Sigma}} \times (\overline{\overline{\sigma}} \times \overline{\overline{N}}) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & -10 \\ 14 & 3 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & 6 & -36 \\ 18 & 9 & -23 \\ -20 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

رقم (15) ص 52 $\quad (\overline{\overline{\sigma}} - \overline{\overline{\Sigma}}) \times \overline{\overline{N}}$

$$(\overline{\overline{\sigma}} - \overline{\overline{\Sigma}}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(\overline{\overline{\sigma}} - \overline{\overline{\Sigma}}) \times \overline{\overline{N}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 34 \\ -3 & -13 & 6 \\ 13 & 7 & -8 \end{bmatrix}$$

رقم (16) ص 52 $\quad \overline{\overline{\sigma}} \times (\overline{\overline{\Sigma}} \times \overline{\overline{\Sigma}})$

$$\overline{\overline{\Sigma}} \times \overline{\overline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 1 \\ 1 & 8 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(\overline{\overline{\Sigma}} \times \overline{\overline{\Sigma}}) \times \overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 11 & -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 8 & -15 \\ -15 & -9 & 15 \\ 24 & 11 & -5 \end{bmatrix}$$

(١٨) اكتب مصفوفة تمثل العائد اليومي للبطاقات المباعة مستخدمًا الجدولين التاليين:

أسعار البطاقات بالدينار	درجة ١	درجة ٢	درجة ٣
	٧	٦	٥

عدد البطاقات المباعة	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد البطاقات المباعة درجة ١	١٥٠	١٣٠	١٦٠
عدد البطاقات المباعة درجة ٢	١٢٥	١٣٠	١٧٥
عدد البطاقات المباعة درجة ٣	٦٠	٥٢	٨٠

$$\begin{bmatrix} ١٦٠ & ١٣٠ \\ ١٧٥ & ١٣٠ \\ ٨٠ & ٥٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٥٠ \\ ١٢٥ \\ ٦٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٧ & ٦ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥٧٠ & ١٩٥٠ & ٢١٠٠ \end{bmatrix}$$

(١٩) حل المعادلة المصفوفية، ثم أوجد قيمة كل من س، ص.

$$\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٢س & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٢س^{٢} & ٦س - ص \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٦ & ٠ \end{bmatrix}$$

$٢س^{٢} = -٤$ ، $٦س - ص = -٩$

$س = -٢$ ، $-١٢ - ص = -٩$

$-ص = -٩ + ١٢$

$ص = ٣$

$ص = -٣$

في التمرينين (٢٠ – ٢١)، استخدم المصفوفات $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$، $\underline{جـ}$، $\underline{د}$، $\underline{هـ}$ لتبين صحة العبارة في كل منهما.

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix} \quad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \quad \underline{هـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} \quad \underline{أ} + \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$$

$$(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{هـ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$$

(٢٠) $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{هـ} = \underline{أ} \times \underline{هـ} + \underline{ب} \times \underline{هـ}$.

(٢١) $(\underline{أ} + \underline{ب})(\underline{جـ} + \underline{د}) = \underline{أ} \times \underline{جـ} + \underline{أ} \times \underline{د} + \underline{ب} \times \underline{جـ} + \underline{ب} \times \underline{د}$.

$= \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$ ← ①

$\underline{أ} \times \underline{هـ} + \underline{ب} \times \underline{هـ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$ ← ②

س ١، جـ تجدان $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{هـ} = \underline{أ} \times \underline{هـ} + \underline{ب} \times \underline{هـ}$

دتم (٢١) $(\underline{أ} + \underline{ب})(\underline{جـ} + \underline{د}) = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ١٤ \\ ٤ & ٢٠ \end{bmatrix}$

$\underline{أ} \times \underline{جـ} + \underline{أ} \times \underline{د} + \underline{ب} \times \underline{جـ} + \underline{ب} \times \underline{د} = \begin{bmatrix} ٥ & -١٦ \\ ٣ & ٦ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -١ & -٤ \\ ١٠ & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ٢ & ١٤ \\ ٤ & ٢٠ \end{bmatrix}$ ∴ العبارة صحيحة

مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوس)
Identity Matrices and Inverse Matrix

المجموعة الأولى: تمارين أساسية

في التمرينين (١ – ٢)، بين أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩- & ٦ \\ ١٢ & ٩- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

∴ كل مصفوفة هي نظير ضربي للأخرى

(٢) $\begin{bmatrix} \frac{١}{١٠}- & \frac{١}{٥} \\ \frac{١}{٤} & ٠ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \frac{١}{١٠}- & \frac{١}{٥} \\ \frac{١}{٤} & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

∴ كل مصفوفة هي نظير ضربي للأخرى

في التمارين (٣ – ٧)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٣) $\begin{bmatrix} ٧ & ٢ \\ ٣- & ٠ \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} ٧ & ٢ \\ ٠ & ٣- \end{vmatrix} = ٢١- - ٠ = ٢١-$

(٤) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٦- & ٢- \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} ٦ & ٢ \\ ٦- & ٢- \end{vmatrix} = ١٢- - (١٢-) = ٠$

(٥) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{٢}{٣} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{٢}{٣} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{١}{٤} \end{vmatrix} = \frac{١}{٨} - \frac{٤}{١٥} = \frac{١١-}{٤٠}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} = ١٥ - ٢ = ١٣$

(٧) $\begin{bmatrix} ٤- & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} ٤- & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{vmatrix} = ٠ - ٦ = ٦-$

في التمارين (٨ — ١١)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إن وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي» مع ذكر السبب.

(٨) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ $\quad \underline{P}^{-١} = \frac{١}{١} \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix}$

---

(٩) $\begin{bmatrix} ٤ & ٨ \\ ٣- & ٢- \end{bmatrix}$ $\quad \underline{P}^{-١} = \frac{١}{١٦} \begin{bmatrix} ٢- & ٨- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

---

(١٠) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$ $\quad \underline{P}^{-١} = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} ٤ & ٣- \\ ٢- & ٢ \end{bmatrix}$

---

(١١) $\begin{bmatrix} ٦ & ٨- \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix}$ لا يوجد نظير ضربي لأنه $\begin{vmatrix} ٦ & ٨- \\ ٣- & ٤ \end{vmatrix}$ = صفر

في التمرينين (١٢ — ١٣)، حلّ كل معادلة في س. وإذا كان من غير الممكن حلها، فاكتب السبب.

(١٢) $\begin{bmatrix} ١٢ & ٧ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ $\quad \underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٧- \\ ٥- & ١٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ \\ ٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- \\ ٢ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} ١٥- & ١٧- \\ ٢٦ & ٢٩ \end{bmatrix}$

---

(١٣) $\begin{bmatrix} ٠ & ٤- \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٤ \end{bmatrix}$

لا يمكن حلها لأنه $\begin{vmatrix} ٠ & ٤- \\ ٠ & ١- \end{vmatrix}$ = صفر

---

* (١٤) تحليل البيانات: يجدد ٥ ,٩٩٪ من مشتركي اللاقط التليفزيوني اشتراكهم للعام التالي بينما ٥ ,٠٪ منهم لا يجددون اشتراكهم. ٩٨٪ من غير المشتركين يبقون دون اشتراك بينما ٢٪ منهم يشتركون في اللاقط العام التالي.

(أ) اكتب مصفوفة تبيّن التغير في اشتراك اللاقط.

$\underline{P} =$

	مشترك	غير مشترك
مشترك	٩٩٥ و.	٠٠٢ و.
غير مشترك	٠٠٥ و.	٩٨ و.

$\underline{P}^{-١} = \frac{١}{٩٧٥ \text{ و.}} \begin{bmatrix} ٩٨ \text{ و.} & ٠٠٢ \text{ و.} - \\ ٠٠٥ \text{ و.} - & ٩٩٥ \text{ و.} \end{bmatrix}$

(ب) في عينة من ٣٠٠٠٠ شخص اشترك ٢٠٠٠٠ منهم باللاقط. توقّع عدد مشتركي اللاقط من هذه العينة العام القادم.

توقع عدد مشتركي اللاقط للعام القادم = ٢٠١٠١

$\begin{bmatrix} ٩٩٥ \text{ و.} & ٠٠٢ \text{ و.} \\ ٠٠٥ \text{ و.} & ٩٨ \text{ و.} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢٠٠٠٠ \\ ١٠٠٠٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٠١٠٠ \\ ٩٩٠٠ \end{bmatrix}$

(ج) استخدم النظير الضربي للمصفوفة في (أ) لإيجاد عدد مشتركي اللافط في العام السابق.

$$\begin{bmatrix} 0.98 & -0.02 \\ 0.975 & 0.975 \\ -0.005 & 0.995 \\ 0.975 & 0.975 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20000 \\ 10000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19897 \\ 10103 \end{bmatrix}$$

في التمارين (١٥–١٧)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٥) $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = 16 + 20 = 36$

∴ عدد مشتركي اللافط العام السابق = 19897

(١٦) $\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ -2 & 8 \end{vmatrix} = -4 + 4 = 0$

(١٧) $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 0 = 2$

في التمرينين (١٨–١٩)، هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح إجابتك.

(١٨) $\begin{bmatrix} 2 & 0.5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0.5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 10 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

∴ كل مصفوفة هي نظير ضربي للأخرى

(١٩) $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 & 8 \\ -46 & -16 \end{bmatrix} \neq \text{و}$$

لا يلزم حساب حاصل ضربهما = و

في التمارين (٢٠–٢٣)، حدّد ما إذا كان للمصفوفة نظير ضربي. في حال وجوده أوجد النظير الضربي للمصفوفة وفي حال عدم وجوده. اشرح السبب.

(٢٠) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$$\text{P}^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(٢١) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$$\text{P}^{-1} = \frac{1}{-6} \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

(٢٢) $\begin{bmatrix} -3 & 11 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$

$$\text{P}^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -7 & -11 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 11 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(٢٣) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

لا يوجد نظير ضربي لأن $\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = 0$

(٢٤) أوجد المصفوفة س: $\begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ س $+ \begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$

---

(٢٥) حل المعادلة: $-٢ \begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} \times$ س $+ \begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢٧ & ١٩ \\ -٢٤ & ١٠ \end{bmatrix}$

---

(٢٦) إذا كانت س $\in$ ح: $|\underline{أ}| = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ -٣ & -١ \end{bmatrix}$ ونظيرها الضربي: س $\begin{bmatrix} -١ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$، فما قيمة س؟

حل - تمرين ٢٤، ٢٥، ٢٦ في الصفحة المقابلة صـ ٥٤

حل :-

رقم (٢٤) ص ٥٧

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \underline{ب} + \begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} \underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٢ & -٧ \\ -١٠ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ١ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ ١٠ & -١ \end{bmatrix}$$

رقم (٢٥) ص ٥٧

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ ٠ & -٣ \end{bmatrix} \underline{س} + \begin{bmatrix} ٠ & -٣ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٩ & -٢٧ \\ -٢٤ & ١٠ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ ٠ & -٣ \end{bmatrix} \underline{س} + \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٩ & -٢٧ \\ -٢٤ & ١٠ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ ٠ & -٣ \end{bmatrix} \underline{س} = \begin{bmatrix} ١٩ & -٢٧ \\ -٢٤ & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ ٠ & -٣ \end{bmatrix} \underline{س} = \begin{bmatrix} ١٥ & -٢٤ \\ -٢٢ & ٥ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \frac{١}{١٥} \begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٠ & -٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١٥ & -٢٤ \\ -٢٢ & ٥ \end{bmatrix} = \frac{١}{١٥} \begin{bmatrix} ٣٠ & -٤٥ \\ ١٢٠ & -٧٥ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٨ & -٥ \end{bmatrix}$$

رقم (٢٦) ص ٥٧

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -١ & -٣ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -س & -٢س \\ ٤س & ٢س \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٢س \\ ٠ & ٢س \end{bmatrix}$$

$$٢س = ١ \quad ، \quad -س = \frac{١}{٢}$$

المجموعة ت تمارين تعزيزية ص٥٧

(١) بيّن أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

$$\begin{bmatrix} -٣ & ٧ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ٧ & -٥ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -٣ & ٧ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٧ & -٥ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

∴ كل مصفوفة هي نظير ضربي للأخرى

في التمارين (٢ – ٦)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٢) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠,٥ \\ ٢ & ١,٥ \end{bmatrix}$ $\Delta = ٠ - ٠,٧٥ = -٠,٧٥$

(٣) $\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ $\Delta = -٢ - ١٥ = -١٧$

(٤) $\begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$ $\Delta = ٢ - ٠ = ٢$

(٥) $\begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ $\Delta = ٥ + ٦ = ١١$

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$ $\Delta = -٨ + ٥ = -٣$

في التمارين (٧—١٠)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إذا وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي».

(٧) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ $\text{أ}^{-١} = \frac{١}{-١}\begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٢ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٢- & ١ \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} ١,٥- & ٣ \\ ٢,٥ & ٠,٥- \end{bmatrix}$ $\text{أ}^{-١} = \frac{١}{-٦,٧٥}\begin{bmatrix} ٠,٥- & ٣- \\ ٢,٥- & ١,٥- \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ $\text{أ}^{-١} = \frac{١}{-٦}\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

(١٠) $\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ $\text{أ}^{-١} = \frac{١}{٦}\begin{bmatrix} ٣- & ٠ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

(١١) أوجد $\underline{س}$: $\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

$\underline{س} = \frac{١}{-٢}\begin{bmatrix} ٢- & ٣ \\ ٤- & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

$= \frac{١}{-٢}\begin{bmatrix} ٣٥- \\ ٣٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٧,٥ \\ ١٥ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٢—١٣)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٢) $\begin{vmatrix} ١٠ & ٣- \\ ٢٠ & ٦ \end{vmatrix} = -٦٠ - ٦٠ = -١٢٠$

(١٣) $\begin{vmatrix} ٩ & ٦ \\ ٦ & ٣ \end{vmatrix} = ٢٧ - ٣٦ = ٩$

(١٤) هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح.

$$\begin{bmatrix} -٢ & -٢ \\ -٥ & -٤ \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -٢,٥ & ٢ \\ -١ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -٢ & -٥ \\ -٤ & -٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -٥و٢ & ٢ \\ ١ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} \neq \text{ص}$$

لا ، لأن حاصل ضربهما ≠ مصفوفة الوحدة

في التمارين (١٥–١٨)، حدّد ما إذا كان للمصفوفة نظير ضربي. في حال وجوده أوجد المصفوفة وفي حال عدم وجوده اشرح السبب.

(١٥) $\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$ $\quad \text{م}^{-١} = \frac{١}{-٩} \begin{bmatrix} -٣ & ٠ \\ ٠ & -٣ \end{bmatrix}$

(١٦) $\begin{bmatrix} ٧ & ٤ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$ $\quad \text{م}^{-١} = \frac{١}{-١} \begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ ٤ & -٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & -٥ \\ -٤ & ٧ \end{bmatrix}$

(١٧) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ $\quad \text{م}^{-١} = \frac{١}{-٣} \begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$

(١٨) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ $\quad \text{م}^{-١} = \frac{١}{٤} \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٩) أوجد س: $\begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ ٦ & -٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٧ & -٩ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \text{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$

(٢٠) حل المعادلة: $\begin{bmatrix} ٠ & -٦ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \text{س} - \begin{bmatrix} ٢ & -٢٦ \\ ٣ & -١٨ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢٥ \\ ٢ & ٢٤ \end{bmatrix}$

حل رقم ١٩، ٢٠ في الصفحة السابقة ص٥٨

حل:-

رقم (١٩) ص٥٩

$$\begin{bmatrix} -٧ & -٩ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ -٦ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -٧ & -٩ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & -٢ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ٩ \\ -٧ & -٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥ & -٢ \\ -٣ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} -٢ & ٨ \\ ٦ & -١ \end{bmatrix}$$

رقم (٢٠) ص٥٩

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} + \begin{bmatrix} -٢ & ٢٠ \\ ٢٠ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢٥ \\ ٢ & ٢٤ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢٥ \\ ٢ & ٢٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -٢ & ٢٠ \\ ٢٠ & -٢ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ٥ \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \frac{١}{-٧} \begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥ & ٥ \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$= \frac{١}{-٧} \begin{bmatrix} ٧ & ٧ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} -١ & -١ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$