تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا com.kwedufiles.www//:https

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

https://kwedufiles.com/14

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://kwedufiles.com/14math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/14math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/grade14

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا bot_kwlinks/me.t//:https

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

# الوحدة الرابعة

## المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية:

## كراس التمارين

### الصف الثانى عشر الأدبى

### العام الدراسى ٢٠١٤ – ٢٠١٥ م

( ٤ – ١ – أ ) المتغيرات العشوائية المتقطعة

(٤ – ١ – ب) المتغيرات العشوائية المتصلة

اعداد : الموجهه الفنية / أماني الدواي

تمرَّنْ
٤-١

# المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

# Discrete Random Variables and Probability Distributions

(٤-١-أ) المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)
Discrete Random Variables

(٤-١-ب) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)
Continuous Random Variables

# تمارين موضوعية

**في التمارين (١-١١)، عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.**

(١) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. (أ) (ب)

(٢) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. (أ) (ب)

(٣) دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة أ هي احتمال وقوع المتغير العشوائي س بحيث يكون س أصغر من أو يساوي أ (أ) (ب)

(٤) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير س:

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,١ | ٠,٠٥ | ٠,٤ | ٠,٤ |

(أ) (ب)

(٥) قيمة ك التي تجعل التوقع $\mu$ للمتغير العشوائي س يساوي ١ لدالة التوزيع الاحتمالي د

| س | ٢ | ١ | صفر |
|---|---|---|---|
| د(س) | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{١}{٢}$ | ك |

هي صفر. (أ) (ب)

(٦) لدالة توزيع تراكمي ت للمتغير العشوائي سـ يكون:

ل(أ ≤ سـ ≤ ب) = ت(ب) − ت (أ)

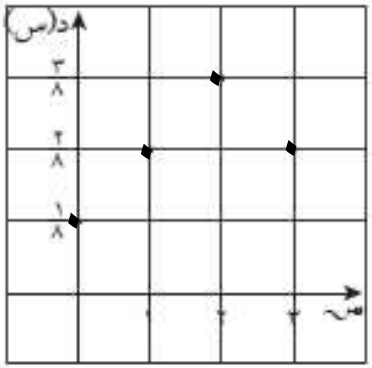
أ ب

(٧) لدالة توزيع تراكمي ت للمتغير العشوائي سـ يكون:

ل(سـ < أ) = ١ − ت (أ)

أ ب

(٨) بيان دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير لعشوائي سـ حيث




هو:

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ١/٨ | ٢/٨ | ٣/٨ | ٢/٨ |

أ ب

(٩) مدرسة فيها عدد الطلبة ٣٠٠ طالب فإذا كانت نسبة النجاح ٦٠ , ٠ فإن التوقع لعدد الطلبة الناجحين هو ١٥٠ طالب.

أ ب

(١٠) عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات على التوالي فإن ن(ف) = ٦

أ ب

(١١) من تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين معًا مرة واحدة فإن احتمال ظهور عددين مجموعهما ٨ هو $\frac{١}{١٢}$.

أ ب

**في التمارين (١٢-٣٤)، لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.**

(١٢) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

| س | -١ | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٢ | ك | ٠,٤ | ٠,٢ |

فإن قيمة ك هي:

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) صفر (د) ٠,٢

(١٣) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

| س | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|
| د(س) | ك | ٢ك | ٢ك |

فإن قيمة ك تساوي:

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٢ (جـ) ١ (د) ٠,٤

صفحة ١٧

في التمارين (١٤-١٦)، استخدم الجدول التالي:

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٢ | ٠,٤ | ٠,١ | ٠,٣ |

حيث د هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع سـ هي:

(١٤) ت(-١)

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٤ (د) صفر

(١٥) ت(١,٥)

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٢ (جـ) صفر (د) ٠,٦

(١٦) ت(٤)

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,١ (جـ) ٠,٤ (د) ١

صفحة ١٧

(١٧) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا دالة توزيع الاحتمالي د هي:

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٢٥ | ٠,٥٠ | ٠,٢٥ |

فإن التوقع له يساوي:

(أ) ١ (ب) ١,٢٥ (جـ) ١,٥ (د) ٠,٥

(١٨) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا لدالة التوزيع الاحتمالي د $\sigma^2 = \text{س}_ر^2 \times \text{د}(\text{س}_ر) - \mu^2$

وكان التوقع = ٠,٥، $\sum \text{س}^2 \times \text{د}(ر) = ٤,٢٥$، فإن الانحراف المعياري هو:

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٣,٧٥ (د) ١

(١٩) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي سـ معطاة في الجدول التالي:

| س | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|
| ت(س) | ٠,١ | ٠,٣ | ك |

فإن قيمة ك تساوي:

(أ) ٠,٥ (ب) ١ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٦

(٢٠) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي س~ معطاة في الجدول التالي:

صفحة ١٨

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| ت (س) | ٠,١ | ٠,٣ | ٠,٧ | ١ |

فإن د(٢) =

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ١

(٢١) ثلاث بطاقات متماثلة مرقمة ١، ٢، ٣ سحبت عشوائيًا بطاقتان الواحدة تلو الآخرى مع الإرجاع وكان المتغير العشوائي س~ هو «مجموع العددين على البطاقتين» فإن مدى س~ هو:

(أ) {١، ٢، ٣} (ب) {١، ٢، ٣، ٤، ٥}

(جـ) {٢، ٣، ٤، ٥} (د) {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

(٢٢) في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، احتمال ظهور صورة واحدة على الأقل هو:

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

(٢٣) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ هي:

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| د(س) | $\frac{١}{٣}$ | $\frac{٥}{٩}$ | $\frac{١}{٩}$ |

فإن التوقع $\mu$ للمتغير العشوائي سـ يساوي:

(أ) ١ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٧}{٩}$ (د) صفر

(٢٤) عند القاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين $\sigma^{٢}$ للمتغير العشوائي سـ «ظهور صورة» يساوي:

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٤

(٢٥) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًا متقطعًا يأخذ القيم -١، ١، ١,٥ وكان ل (سـ = -١) = ٠,٦، ل(سـ = ١) = ٠,٣ فإن ل(سـ > ٠) =

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٩ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٧

(٢٦) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًا يأخذ القيم ٢، ٣، ٤ وكان ل(سـ = ٢) = ٠,٢، ل(سـ = ٣) = ٠,٧ فإن ل(سـ = ٤) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٧ (د) ليس أيًا مما سبق

# صفحة ١٩

في التمرينين (٢٧، ٢٨)، أسرة تضم ٨ أطفال، إذا كان احتمال أن يكون أي طفل ذكر هو ٠,٥ فإن:

(٢٧) احتمال أن يكون بينهم ٣ ذكور فقط هو: $^{٨}ق_{٣}(٠,٥)^{٣}(٠,٥)^{٥}$

أ) ٠,٢١٣ ب) ٠,٢٧٣ جـ) ٠,٣٦٣ د) ٠,٢١٩

(٢٨) احتمال أن يكون عدد الإناث يساوي عدد الذكور هو: $^{٨}ق_{٤}(٠,٥)^{٤}(٠,٥)^{٤}$

أ) ٠,٢١٣ ب) ٠,٢٧٣ جـ) ٠,٣٦٣ د) ٠,٢١٩

(٢٩) ينتج مصنع سيارات ٢٠٠ سيارة في الشهر. إذا كانت نسبة السيارات المعيبة ٠,٠٢ فإن التوقع لعدد السيارات المعيبة المنتجة في الشهر يساوي: $\mu = ن ل$

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٢٠ د) ٤٠

صفحة ٢٠

(٣٠) التوزيع الذي يمثل «توزيع احتمالي لمتغير عشوائي سـ» هو:

(أ)

| س | ٠ | ١ | ٣ |
|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,١١ | ٠,٣٢ | ٠,٣ |

(ب)

| س | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٤ | ٠,٥ | ٠,١ | ٠,٠١ |

(جـ)

| س | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٤ | ٠,٥ | ٠,١ |

(د)

| س | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٤ | ٠,٥ | ٠,٢ |

صفحة ٢٥

## تمارين موضوعية

**في التمارين (١-٦)، عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.**

(١) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل. (أ) (ب)

(٢) إذا كانت الدالة د معرفة كالتالي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} & : \ ٠ \leq س \leq ١ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن الدالة د هي دالة كثافة احتمال. (أ) (ب)

(٣) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} ٢ & : \ ٠ \leq س \leq \frac{١}{٢} \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(سـ ≤ ٢) = ١. (أ) (ب)

(٤) إذا كانت الدالة د هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كما يلي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : \ ٠ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن التباين للدالة د هو $\sigma^{٢} = \frac{٣}{٤}$.

(٥) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول س = $\mu$

(٦) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد.

أ ب

أ ب

أ ب

**في التمارين (٧-٩)، لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.**

(٧) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢}س & : \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(سـ = ١) =

أ $\frac{١}{٢}$ ب صفر ج ١ د ليس أيًّا مما سبق

## صفحة ٢٦

(٨) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٥} & : \ -٢ \leq س \leq ٣ \\ صفر & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل(سـ ≥ −٥ , ٢) =

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{١}{١٠}$

(٩) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

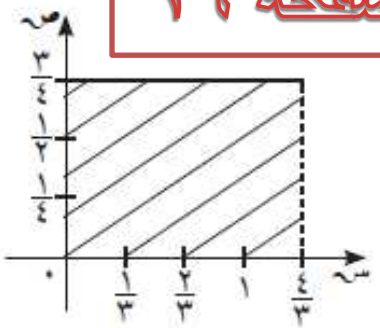
$$د(س) = \begin{cases} ٢س & : \ ٠ \leq س \leq ١ \\ صفر & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل$\left(سـ < \frac{١}{٢}\right)$ =

(أ) ١ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

صفحة ٢٦

في التمارين (١٠-١٦)، أجب عن الأسئلة من خلال الرسم البياني في الشكل المقابل:




(١٠) الدالة التي تعبّر عن الرسم البياني التالي هي:

(أ) د(س) = $\begin{cases} \frac{٣}{٤} : ٠ < س < \frac{٣}{٤} \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(ب) د(س) = $\begin{cases} \frac{٣}{٤} : ٠ < س < \frac{٤}{٣} \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(جـ) د(س) = $\begin{cases} \frac{٤}{٣} : ٠ < س < \frac{٤}{٣} \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(د) د(س) = $\begin{cases} \frac{٣}{٤} : ٠ < س < ٤ \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

(١١) الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي:

(أ) الطبيعي (ب) ذات الحدين (جـ) الطبيعي المعياري (د) المنتظم

(١٢) التوقّع هو:

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(١٣) التباين هو:

(أ) $\frac{٤}{٢٧}$ (ب) $\frac{١٦}{٩}$ (جـ) $\frac{١٦}{١٠٨}$ (د) $\frac{١٠٨}{١٦}$

(١٤) ل$(س < \frac{٤}{٦})$

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(١٥) ل$(س < \frac{٤}{١٢})$

(أ) $\frac{٢}{٦}$ (ب) $\frac{٦}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

(١٦) ل$(٠ < س < ١)$

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ١ (د) $\frac{٣}{٤}$

(١٧) المساحة المحصورة بين منحنى الدالة د، والمحور السيني تساوي:

(أ) ١ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) ٣ (د) ٢

(١٨) إذا كان ن يتبع التوزيع الطبيعي فإن ل$(٠ \leq ن \leq ٢,٣٥)$ = ....

(أ) ٠,٩٩٠٦ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٤٩٠٦ (د) ٠,٢١٨

(١٩) إذا كان ن متغيرًا عشوائيًا يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فإن ل$(ن < ا)$ لا يساوي:

(أ) ل$(ن \leq ا)$ (ب) ١ − ل$(ن > ا)$

(جـ) ل$(ن \geq ا)$ (د) ١ − ل$(ن \geq ا)$

## تمارين موضوعية

في التمارين (١-٤)، لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيحة.

(١) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

| س | -٢ | -١ | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,١٦ | ٠,٢٤ | ك | ٠,١٥ | ٠,٢ |

فإن قيمة ك تساوي

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٢٥ (د) ٠,١

في التمرينين (٢، ٣)، استخدم الجدول التالي:

| س | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٢٤ | ٠,٣ | ٠,٢٦ | ٠,١٥ | ٠,٠٥ |

حيث د هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س:

فإن:

(٢) ت(٢) =

(أ) ٠,٢٤ (ب) ٠,٥٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢٦

(٣) ت(٥ , ٤) =

(أ) ٠,١٥ (ب) ٠,٢٦ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٩٥

(٤) ينتج مصنع سيارات ١٥٠ سيارة في الشهر، إذا كانت نسبة السيارات المعيبة ٠,٠٢ فإن التوقع لعدد السيارات المعيبة المنتجة في شهر واحد هو:

(أ) ٣ (ب) ٣٠ (جـ) ٢ (د) ٦٠

شكراً لحسن استماعكم

(١) في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا:

(أ) المتغير العشوائي س الذي يمثل عدد الكتابات.

(ب) المتغير العشوائي ص الذي يمثل ربع عدد الكتابات.

(جـ) المتغير العشوائي ع الذي يمثل عدد الكتابات مضافًا له ١.

(د) المتغير العشوائي ك الذي يمثل ضعف عدد الكتابات.

| عناصر فضاء العينة ف | س | ص | ع | ك |
|---|---|---|---|---|
| ( ص ، ص، ص ) | ٠ | ٠ | ١ | ٠ |
| ( ص، ص ، ك ) | ١ | $\frac{١}{٤}$ | ٢ | ٢ |
| ( ص، ك ، ص ) | ١ | $\frac{١}{٤}$ | ٢ | ٢ |
| (ص ، ك ، ك ) | ٢ | $\frac{١}{٢}$ | ٣ | ٤ |
| ( ك ، ص، ص ) | ١ | $\frac{١}{٤}$ | ٢ | ٢ |
| ( ك ، ص ، ك ) | ٢ | $\frac{١}{٢}$ | ٣ | ٤ |
| ( ك ، ك ، ص ) | ٢ | $\frac{١}{٢}$ | ٣ | ٤ |
| (ك ، ك ، ك ) | ٣ | $\frac{٣}{٤}$ | ٤ | ٦ |

أ ) س متغير عشوائي متقطع

ب ) ص متغير عشوائي متقطع

جـ ) ع متغير عشوائي متقطع

د ) ك متغير عشوائي متقطع

(٢) في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، إذا كان المتغيّر العشوائي س~ يعبر عن عدد الصور فأوجد:

(أ) فضاء العينة (ف).

(ب) مدى المتغير العشوائي س~.

(جـ) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة (ف) (د(س ر)) = ل(س~ = س ر).

(د) دالة التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى س~.

| عناصر فضاء العينة ف | عدد الصورفي كل عنصر |
|---|---|
| ( ص ، ص ) | ٢ |
| ( ص ، ك ) | ١ |
| ( ك ، ص ) | ١ |
| ( ك ، ك ) | ٠ |

أ ) ف = { ( ص ، ص ) ، ( ص ، ك ) ،( ك، ص ) ، ( ك، ك ) }

ب ) مدى المتغير العشوائي س~ = { ٠ ، ١ ، ٢ }

جـ ) د ( س ر ) = ل (س~ = س ر )

د ( ٠ ) = ل (س~ = ٠ ) = $\frac{١}{٤}$

د ( ١ ) = ل (س~ = ١ ) = $\frac{١}{٢}$

د ( ٢ ) = ل (س~ = ٢ ) = $\frac{١}{٤}$

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| د( س ) | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{١}{٢}$ | $\frac{١}{٤}$ |

(٣) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س هي:

| س | -١ | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,١ | ٠,٣ | ك | ٠,٢ | ٠,٣ |

فأوجد قيمة ك.

**الحل:**

**∵ مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح**

**∴ د ( -١ ) + د ( ٠ ) + د ( ١ ) + د ( ٢ ) + د ( ٣ ) = ١**

**ك + ٠,١ + ٠,٣ + ٠,٢ + ٠,٣ = ١**

**ك = ١ - ( ٠,١ + ٠,٣ + ٠,٢ + ٠,٣ )**

**ك = ٠,١**

(٤) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا مداه هو: {١، ٢، ٣، ٤} وكان د(١) = ١, ٠ ، د(٣) = ٤, ٠ ، د(٤) = ٢, ٠.

فأوجد د(٢)، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

**الحل:**

**∵مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي د تساوي الواحد الصحيح**

**∴ د ( ٢ ) = ١ - ( د ( ١ ) + د ( ٣ ) + د ( ٤ ) )**

**= ١ - ( ٠,١ + ٠,٤ + ٠,٢ )**

**د ( ٢ ) = ٠,٣**

| س | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| د( س ) | ٠,١ | ٠,٣ | ٠,٤ | ٠,٢ |

(٥) صندوق يحوي ١٠ كرات متماثلة منها ٦ كرات حمراء و٤ كرات بيضاء سحبت ٥ كرات عشوائيًّا معًا من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي س يمثل عدد الكرات البيضاء. فأوجد ما يلي:

(أ) عدد عناصر فضاء العينة (ن (ف)).

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ.

(جـ) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ.

**الحل: أ ) عدد عناصر فضاء العينة ن ( ف ) = $^{١٠}ق_{٥}$ = ٢٥٢**

**نجد أن عدد الكرات البيضاء التي يمكن سحبها ٥ حالات**

**١) أن تكون كل الكرات المسحوبة بيضاء**

**∴ عدد الكرات ٤ بيضاء و ١ حمراء ← س = ٤**

**٢) أن تكون الكرات المسحوبة منها ٣بيضاء و ٢ حمراء ← س = ٣**

**٣) أن تكون الكرات المسحوبة منها ٢بيضاء و ٣ حمراء ← س = ٢**

**٤) أن تكون الكرات المسحوبة منها ١بيضاء و ٤ حمراء ← س = ١**

**٥) أن تكون الكرات المسحوبة منها ٠بيضاء و ٥ حمراء ← س = ٠**

**ب) ∴ المدى = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }**

(٥) صندوق يحوي ١٠ كرات متماثلة منها ٦ كرات حمراء و٤ كرات بيضاء سحبت ٥ كرات عشوائيًّا معًا من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي س يمثل عدد الكرات البيضاء. فأوجد ما يلي:

(أ) عدد عناصر فضاء العينة (ن (ف)). **ن ( ف ) = ٢٥٢**

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ. **= { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }**

(جـ) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ.

(د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

ل (سـ = ٤ ) = $\frac{{}^{٤}ق_{٤} \times {}^{٦}ق_{١}}{٢٥٢}$ = $\frac{٦}{٢٥٢}$

ل (سـ = ٣) = $\frac{{}^{٤}ق_{٣} \times {}^{٦}ق_{٢}}{٢٥٢}$ = $\frac{٦٠}{٢٥٢}$

ل (سـ = ٢ ) = $\frac{{}^{٤}ق_{٢} \times {}^{٦}ق_{٣}}{٢٥٢}$ = $\frac{١٢٠}{٢٥٢}$

ل (سـ = ١) = $\frac{{}^{٤}ق_{١} \times {}^{٦}ق_{٤}}{٢٥٢}$ = $\frac{٦٠}{٢٥٢}$

ل (سـ = ٠) = $\frac{{}^{٤}ق_{٠} \times {}^{٦}ق_{٥}}{٢٥٢}$ = $\frac{٦}{٢٥٢}$

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|---|
| د( س ) | $\frac{١}{٤٢}$ | $\frac{٥}{٢١}$ | $\frac{١٠}{٢١}$ | $\frac{٥}{٢١}$ | $\frac{١}{٤٢}$ |

(٦) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ هي:

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٢ | ٠,٣ | ٠,٤ | ٠,١ |

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي سـ.

**التوقع μ = ٠ × ٠,٢ + ١ × ٠,٣ + ٢ × ٠,٤ + ٣ × ٠,١**

**= ١,٤**

(٧) ٤ بطاقات متماثلة مرقمة بالأرقام ١، ٢، ٣، ٤ وضعت في كيس، سحبت بطاقة عشوائيًّا فإذا كان سـ هو «الرقم المدون على البطاقة المسحوبة من الكيس» فأوجد:

(أ) فضاء العينة (ف). ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

(ب) مدى المتغير العشوائي سـ. = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

(جـ) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي سـ.

(د) دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

(هـ) التوقع μ للمتغير العشوائي سـ.

| س | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| د( س ) | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{١}{٤}$ |

ل ( سـ = ١ ) = $\frac{١}{٤}$

ل ( سـ = ٣ ) = $\frac{١}{٤}$

ل ( سـ = ٢ ) = $\frac{١}{٤}$

ل ( سـ = ٤ ) = $\frac{١}{٤}$

التوقع μ = ١ × $\frac{١}{٤}$ + ٢ × $\frac{١}{٤}$ + ٣ × $\frac{١}{٤}$ + ٤ × $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٥}{٢}$

(٨) الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع سـ.

| س | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | $\frac{١}{٨}$ | $\frac{٣}{٨}$ | $\frac{٣}{٨}$ | $\frac{١}{٨}$ |

أوجد:

(أ) التوقع ($\mu$).

$$\text{التوقع } \mu = ٧ \times \frac{١}{٨} + ٨ \times \frac{٣}{٨} + ٩ \times \frac{٣}{٨} + ١٠ \times \frac{١}{٨} = \frac{١٧}{٢}$$

(ب) التباين ($\sigma^{٢}$).

$$\sigma^{٢} = ٤٩ \times \frac{١}{٨} + ٦٤ \times \frac{٣}{٨} + ٨١ \times \frac{٣}{٨} + ١٠٠ \times \frac{١}{٨} - \frac{٢٨٩}{٤}$$

$$= \frac{٣}{٤}$$

(جـ) الانحراف المعياري ($\sigma$). $= \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٩) الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

أوجد: ت(٠) ، ت(١) ، ت(٢) ، ت(٣) ، ت(٥ , ٣)، ت(٤) ، ت(٥)

حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي سـ.

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٢ | ٠,١٥ | ٠,١ | ٠,٢٥ | ٠,٣ |

ت ( ٠ ) = ل ( س ≤ ٠ ) = د( ٠ ) = ٠,٢

ت ( ١ ) = ل ( س ≤ ١ ) = د( ٠ ) + د (١) = ٠,٢ + ٠,١٥ = ٠,٣٥

ت ( ٢ ) = ل (س ≤ ٢ ) = د( ٠ ) + د (١) + د(٢) = ٠,٢ + ٠,١٥ + ٠,١ = ٠,٩٨

ت ( ٣ ) = ل ( س ≤ ٣ ) = د( ٠ ) + د (١) + د(٢) + د ( ٣ )

= ٠,٢ + ٠,١٥ + ٠,١ + ٠,٢٥ = ٠,٧

ت ( ٣,٥ ) = ل (س ≤ ٣,٥ ) = د( ٠ ) + د (١) + د(٢) + د ( ٣ ) + د ( ٣,٥ )

= ٠,٢ + ٠,١٥ + ٠,١ + ٠,٢٥ + ٠

= ٠,٧

ت ( ٤ ) = ل (س ≤ ٤ ) = د( ٠ ) + د( ١ ) + د( ٢) + د ( ٣ ) + د ( ٤ )

= ٠,٢ + ٠,١٥ + ٠,١ + ٠,٢٥ + ٠,٣

= ١

(١٠) الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي المتقطع سـ.

| س | -١ | ٣ | ٥ | ٧ |
|---|---|---|---|---|
| ت(س) | ٠,١ | ٠,٤٥ | ٠,٧ | ١ |

أوجد:

(أ) ل(-١ < سـ < ٥). = ت ( ٥ ) – ت ( - ١ )

= ٠,٧ – ٠,١ = ٠,٦

(ب) ل(٣ ≤ سـ < ٧). = ت ( ٧ ) – ت ( ٣ )

= ١ – ٠,٤٥ = ٠,٥٥

(جـ) ل (سـ > ٣). = ١ – ل (س ≤ ٣ )

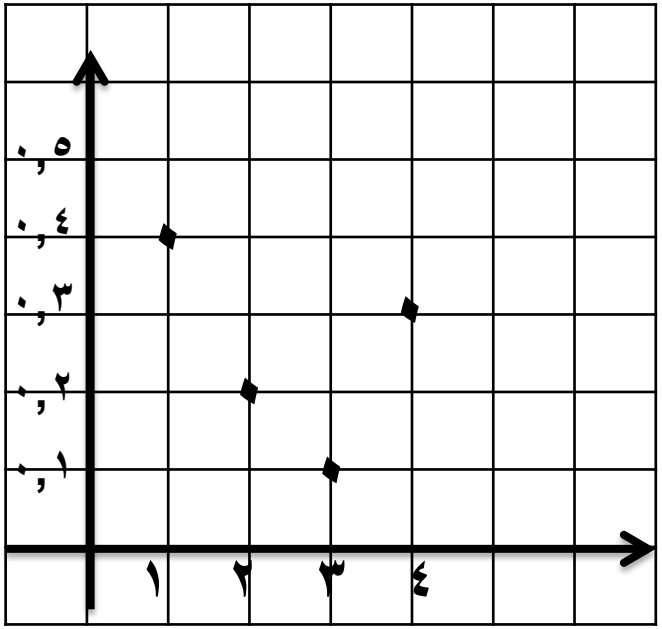
= ١ – ت ( ٣ )

= ١ – ٠,٤٥ = ٠,٥٥

(١١) لتكن د هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ كما في الجدول التالي:

| س | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|
| د(س) | ٠,٤ | ٠,٢ | ٠,١ | ٠,٣ |

ارسم بيان دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ.



(١٢) عند القاء قطعة نقود معدنية متماثلة مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوي ليكن سـ المتغير العشوائي الذي يمثل عدد مرات ظهور الصورة.

(أ) أوجد فضاء العينة (ف).

(ب) أوجد مدى المتغير العشوائي (سـ).

(جـ) أوجد احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة (ف).

(د) أوجد دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

| ف | عدد مرات ظهور الصورة |
|---|---|
| (ص،ص) | ٢ |
| ( ص، ك) | ١ |
| ( ك، ص) | ١ |
| ( ك، ك) | ٠ |

أ ) ف = { ( ص ، ص ) ، ( ص ، ك ) ،( ك، ص ) ، ( ك، ك ) }

ب ) مدى المتغير العشوائي = { ٠ ، ١ ، ٢ }

جـ) د ( ٠ ) = $\frac{١}{٤}$ ، د ( ١ ) = $\frac{١}{٢}$ ، د (٢) = $\frac{١}{٤}$

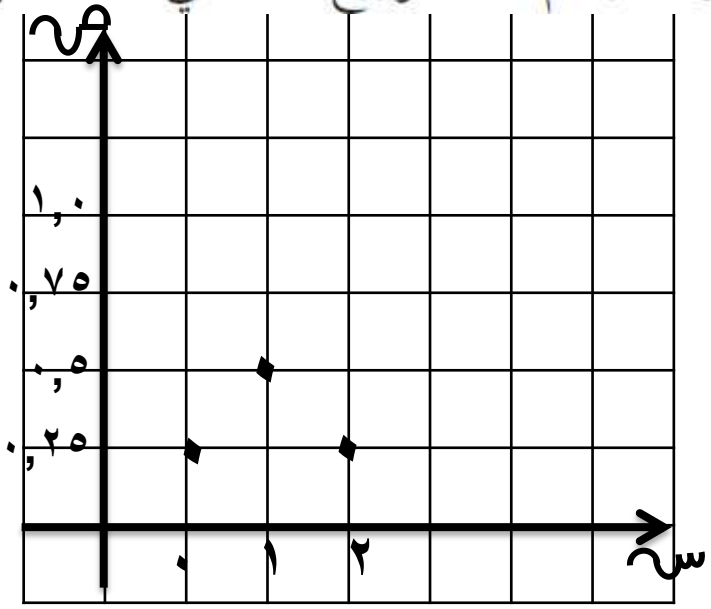
| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| د(س) | $\frac{١}{٤}$ | $\frac{١}{٢}$ | $\frac{١}{٤}$ |

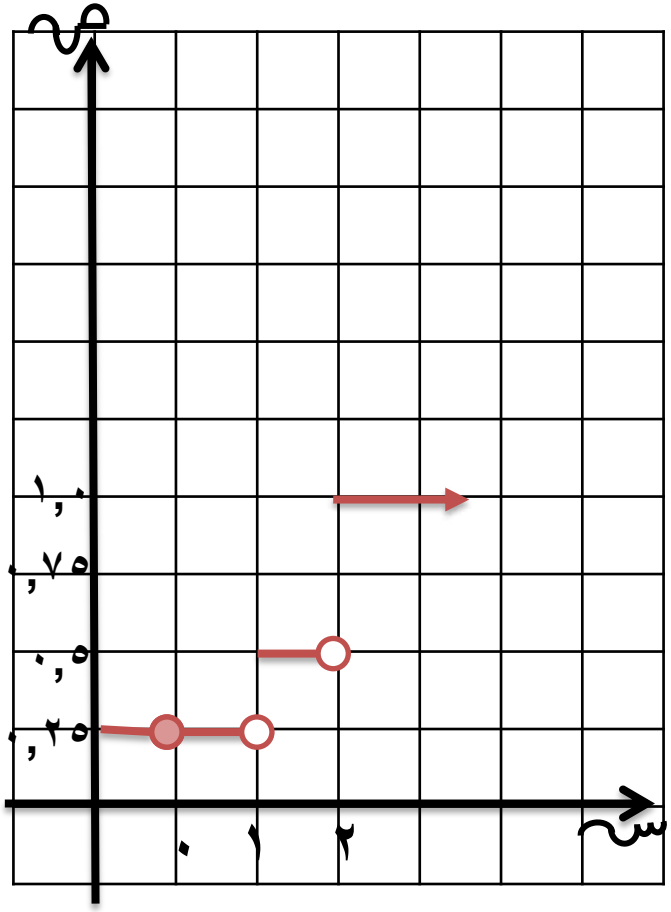
(١٢) عند القاء قطعة نقود معدنية متماثلة مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوي ليكن سـ المتغير العشوائي الذي يمثل عدد مرات ظهور الصورة.

(هـ) ارسم دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي سـ.

(و) أوجد دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي سـ.

(ز) ارسم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي سـ.




س < ٠ ← ت ( س ) = ٠,٢٥

٠ ≤ س < ١ ← ت ( س ) = ٠,٢٥

١ ≤ س < ٢ ← ت ( س ) = ٠,٥

س ≥ ٢ ← ت ( س ) = ٠,٢٥ + ٠,٥ + ٠,٢٥ = ١

(١٣) إذا كان س~ متغيرًا عشوائيًّا ذو حدين ومعلمتيه هما ن = ١٠ ، ل = ٠,٥

فأوجد:

(أ) ل(س~ = صفر).

(ب) ل(٢ < س~ ≤ ٤).

**الحل:**

أ) ل ( س~ = س ر)

= د (س) = $^{ن}ق_{س}$ $ل^{س}$ (١ - ل)$^{ن - س}$

ن = ١٠ ، ل = ٠,٥

ل ( س~ = ٠ )

= د ( ٠ ) = $^{١٠}ق_{٠}$ (٠,٥)$^{٠}$ (٠,٥ )$^{١٠}$

≈ ٩,٧٦٥٦ × ١٠$^{-٤}$

= ل (س~ = ٣) + ل (س~ = ٤)

= د ( ٣ ) + د ( ٤ )

ن = ١٠ ، ل = ٠,٥

$^{١٠}ق_{٣}$(٠,٥)$^{٣}$ (٠,٥)$^{٧}$ + $^{١٠}ق_{٤}$(٠,٥)$^{٤}$(٠,٥)$^{٦}$

≈ ٠,٣٢٢٢

(١٤) في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية،

احسب احتمال ظهور كتابة ٤ مرات.

**الحل:**

أ ) ن = ١٠ ، ل = $\frac{١}{٢}$

ل (س~ = س ر) = د ( س) = $ن ق_{س}$ $ل^{س}$ (١ - ل)$^{ن - س}$

ل (س~ = ٤) = د ( ٤ ) = $١٠ ق_{٤}$ ( $\frac{١}{٢}$ )$^{٤}$ × ( $\frac{١}{٢}$ )$^{٦}$

≈ ٠,٢٠٥٠

(١٥) عند إلقاء حجر نرد منتظم ٧ مرات متتالية، أوجد:

(أ) احتمال ظهور العدد ٢ خمس مرات. (ب) احتمال ظهور العدد ٢ مرة واحدة على الأقل.

(جـ) احتمال ظهور العدد ٢ مرة واحدة على الأكثر.

**الحل:** ن = ٧ ، ل = احتمال ظهور العدد ٢ من الرمية الواحدة = $\frac{١}{٦}$

، س = عدد مرات ظهور العدد ٢

(أ) ل ( س~ = س ر) = د ( س) = $ن_{ق}$ س $ل^{س}$ ( ١ - ل )$^{ن - س}$

ل ( س~ = ٢ ) = د ( ٢ ) = $٧_{ق}$ ٢ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٢}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٥}$

≈ ٧,٥٠١٧ × ١٠$^{-٥}$

ب) ل ( س~ ≤ ٢ )

= ١ – ل ( س~ > ٢ )

= ١ - د ( ٢ )

= ١ - $٧_{ق}$ ٢ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٢}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٥}$

= ١ - ٧,٥٠١٧ × ١٠$^{-٥}$

≈ ٠,٩٩٩٩

جـ) ل ( س~ ≥ ٢ )

= د ( ٠ ) + د ( ١ ) + د ( ٢ )

د( ٠ ) = $٧_{ق}$ . ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٠}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٧}$ ≈ ٣,٥٧٢٢ × ١٠$^{-٦}$

د( ١ ) = $٧_{ق١}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{١}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٦}$ ≈ ٤,١٦٧٦ × ١٠$^{-٦}$

د( ٢ ) = $٧_{ق٢}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٢}$ ( $\frac{١}{٦}$ )$^{٥}$ ≈ ٧,٥٠١٧ × ١٠$^{-٥}$

ل ( س~ ≥ ٢ ) ≈ ٨,٢٧٥٦ × ١٠$^{-٥}$

(١٦) ينتج مصنع ١٠٠ وحدة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج الوحدات المعيبة ٠,٠٣. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد الوحدات المعيبة.

**الحل:**

ن = ١٠٠

ل = نسبة انتاج الوحدات المعيبة

ل = ٠,٠٣ ∴ ١ – ل = ٠,٩٧

**التوقع** $\mu$ = ن ل

= ١٠٠ × ٠,٠٣

= ٣

**التباين** $\sigma^2$ = ن ل ( ١ – ل )

= ٣ × ٠,٩٧

= ٢,٩١

**الانحراف المعياري** = $\sqrt{٢,٩١}$

= ١,٧٠٥٨٧

(١٧) إذا رمينا قطعة نقود معدنية متماثلة ١٢ مرّة.

(أ) احسب احتمال الحصول على صورة ٧ مرّات.

(ب) أوجد التوقّع والتباين.

**الحل:**

أ ) ن = ١٢، ل = ٠,٥

ل (س ~ س ر) = د ( س) = $ق_{س}^{ن}$ $ل^{س}$ (١ - ل )$^{ن - س}$

ل (س ~ ٧) = د ( ٧)= $ق_{٧}^{١٢}$ (٠,٥)$^{٧}$ × (٠,٥)$^{٥}$

≈ ٠,١٩٣٣

ب ) التوقع μ = ن ل

= ١٢ ×٠,٥

= ٦

التباين = ن ل ( ١ – ل )

= ٦ × ٠,٥

= ٣

(١٨) في أحد مصانع الإطارات تبين أن ٥٪ من الإطارات غير صالحة للاستعمال. إذا سحبنا ١٠ إطارات، فأوجد التوقع والتباين للإطارات غير الصالحة.

**الحل:**

ن = ١٠

ل = نسبة انتاج الاطارات الغير صالحة للاستعمال

ل = ٠,٠٥ ∴ ١ – ل = ٠,٩٥

التوقع $\mu$ = ن ل

= ١٠ × ٠,٠٥

= ٥

التباين $\sigma^2$ = ن ل ( ١ – ل )

= ٥ × ٠,٩٥

= ٤,٧٥

الانحراف المعياري = $\sqrt{٤,٧٥}$

= ٢,١٧٩٤٤

(١٩) ينتج مصنع ألبان ٢٥٠٠ علبة يوميًّا فإذا كانت نسبة إنتاج العلب الفاسدة ٠,٠٥ أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد العلب الفاسدة في أحد الأيام.

**الحل:**

ن = ٢٥٠٠

ل = نسبة انتاج العلب الفاسدة

ل = ٠,٠٥ ∴ ١ - ل = ٠,٩٥

التوقع $\mu$ = ن ل

= ٢٥٠٠ × ٠,٠٥

= ١٢٥

التباين $\sigma^2$ = ن ل ( ١ – ل )

= ١٢٥ × ٠,٩٥

= ١١٨,٧٥

الانحراف المعياري = $\sqrt{١١٨,٧٥}$

= ١٠,٨٩٧٢٤

(٢٠) نسبة الطلاب الذين يشاركون في المسابقات العلمية في إحدى المدارس ٢٠٪.
إذا تمّ اختيار ١٥ طالبًا عشوائيًّا من طلاب المدرسة فأوجد احتمال أن يكون منهم ٥ طلاب يشاركون في المسابقات العلمية.

## الحل:

أ ) ن = ١٥، ل = ٠,٢

ل (س ~ س ر) = د ( س) = $ن_{ق_{س}}$ $ل^{س}$ (١ - ل )$^{ن - س}$

ل (س ~ ٥) = د ( ٥)= $^{١٥}ق_{٥}$ $(٠,٢)^{٥}$ × $(٠,٨)^{١٠}$

≈ ٠,١٠٣١

(٢١) رميت قطعة نقود متماثلة ١٦ مرة. أوجد كلًّا من:

التوقع، التباين، الانحراف المعياري لعدد مرات ظهور الصورة.

## الحل:

ن = ١٦ ، ل = ٠,٥

التوقع $\mu$ = ن ل

= ١٦ × ٠,٥

= ٨

التباين = ن ل ( ١ – ل )

= ٨ × ٠,٥

= ٤

الانحراف المعياري = ٢

(١) حدّد ما إذا كانت المتغيّرات العشوائية التالية متّصلة أو متقطّعة.

(أ) الزمن (بالثواني) الذي يتطلّبه حاسوب ليفتح ملفّ ما.

**متغير عشوائي متصل**

(ب) المعدل السنوي للأمطار في بلد معيّن.

**متغير عشوائي متصل**

(جـ) الزمن المستغرق لرحلة طائرة من بلد معيّن إلى بلد آخر.

**متغير عشوائي متصل**

(د) سعر صفيحة الوقود.

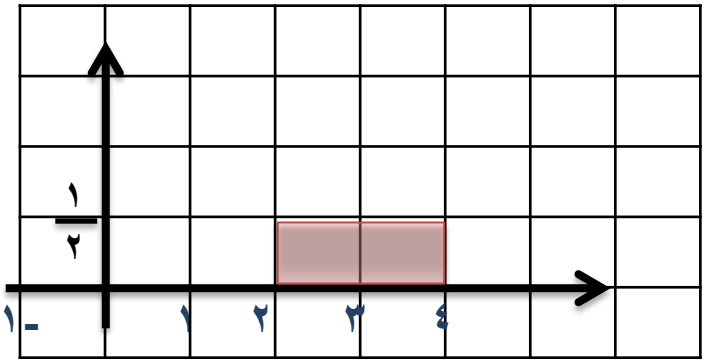
**متغير عشوائي متصل**

(هـ) عدد الأحرف في أي كلمة.

**متغير عشوائي متقطعة**

(٢) إذا كان سـ متغيّرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} & : \ ٢ \leq س \leq ٤ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$




فأوجد:

(أ) ل(٢ ≤ سـ ≤ ٤)

(ب) ل(سـ ≤ ٥ , ٢).

**الحل:**

**نرسم بيان الدالة د(س)**

**ل ( ٢ ≤ سـ ≤ ٤ )**

**= مساحة المنطقة المستطيلة**

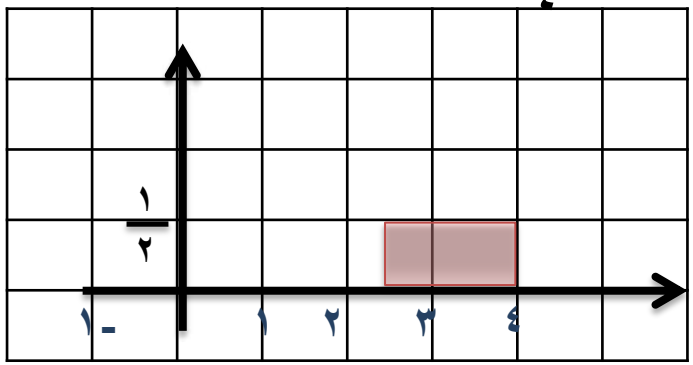
$$= ٢ \times \frac{١}{٢}$$

$$= ١$$

**= مساحة المنطقة المستطيلة**

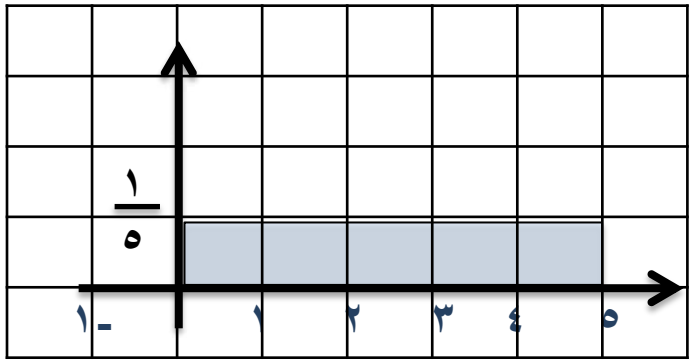
$$= ١ \times \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{٣}{٤}$$



(٣) إذا كان سـ متغيّرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

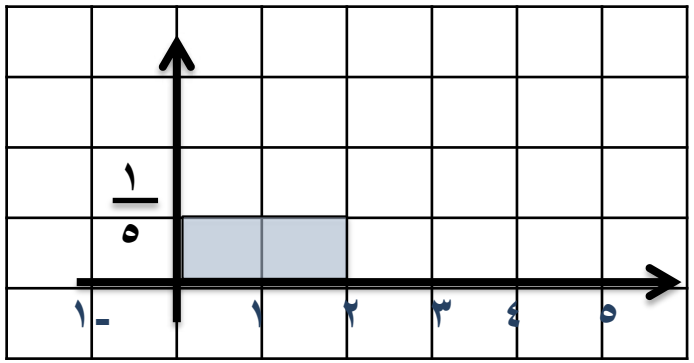
$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٥} & : \quad ٠ \leq س \leq ٥ \\ \text{صفر} & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$




فأوجد:

(أ) ل(٠ ≤ سـ ≤ ٥) = ١

**قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة د( س )**
**ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح**




**(ب) ل(سـ = ٣). = صفر**

**(جـ) ل(سـ ≥ ٢) = مساحة المنطقة المستطيلة**

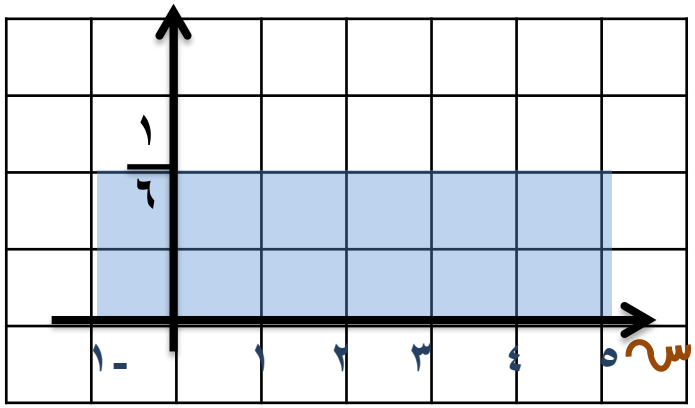
**= ٢ × $\frac{١}{٥}$**

**= $\frac{٢}{٥}$**

**(د) ل(سـ > ٢). = ١ – ل ( سـ ≥ ٢ ) = ١ - $\frac{٢}{٥}$ = $\frac{٣}{٥}$**

(٤) لتكن الدالة د:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٦} & : \ -١ \leq س \leq ٥ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$




(أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(جـ) أوجد ل(٠ < س ≤ ٣).

(د) أوجد التوقّع والتباين للدالة د.

**الحل:** أ ) لإثبات أن الدالة هي دالة كثافة احتمال يجب اثبات أن المساحة تحت المنحنى = ١

مساحة المنطقة المستطيلة

$= ٦ \times \frac{١}{٦}$

$= ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة احتمال

ب) لإثبات أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

∵ ب = ٥ ، أ = -١

فإن ب – أ = ٦

$\frac{١}{ب - أ} = \frac{١}{٦}$

يمكن وضعها على الصورة

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب - أ} & : \ أ \leq س \leq ب \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

جـ) ل ( ٠ < س ≤ ٣ )

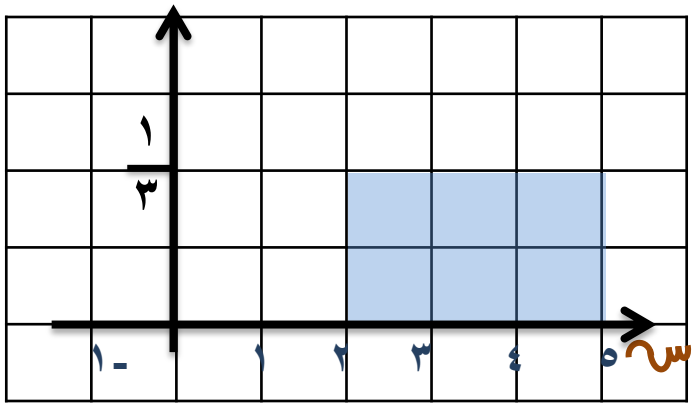
$= ٣ \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٢}$

د) التوقع $\mu = \frac{أ + ب}{٢} = \frac{-١ + ٥}{٢}$

$= ٢$

التباين $= \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢} = \frac{٣٦}{١٢}$

$= ٣$




(٥) لتكن الدالة د:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : \ ٢ \geq س \geq ٥ \\ صفر & : \ في \ ما \ عدا \ ذلك \end{cases}$$

(أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(جـ) أوجد ل(س ≥ ٤).

(د) أوجد ل(٣ ≥ س ≥ ٤).

(هـ) أوجد التوقّع والتباين للدالة د.

**الحل:** أ )

مساحة المنطقة المستطيلة

$= ٣ \times \frac{١}{٦}$

$= ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة احتمال

ب) ∵ ب = ٥ ، أ = ٢

فإن ب – أ = ٣

$\frac{١}{ب - أ} = \frac{١}{٣}$

يمكن وضعها على الصورة

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{ب - أ} & : \ أ \geq س \geq ب \\ صفر & : \ في \ ما \ عدا \ ذلك \end{cases}$$

جـ) ل ( س ≥ ٤ )

$= ٢ \times \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}$

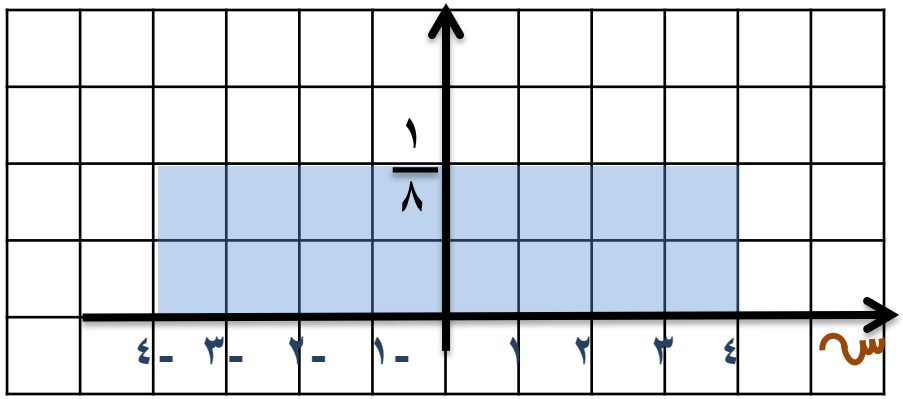
د) ل ( ٣ ≥ س ≥ ٤ )

$= ١ \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$

د) التوقع $\mu = \frac{أ + ب}{٢} = \frac{٢ + ٥}{٢}$

$= \frac{٧}{٢}$

التباين $= \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢} = \frac{٩}{١٢} = \frac{٣}{٤}$




(٦) لتكن الدالة د:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٨} & : \ -٤ \leq س \leq ٤ \\ صفر & : \ في \ ما \ عدا \ ذلك \end{cases}$$

(أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال

(ب) أوجد ل(-٥ , ٠ ≤ س ≤ ٥ , ١).

(جـ) أوجد التوقّع والتباين للدالة د.

**الحل:** أ ) لإثبات أن الدالة هي دالة كثافة احتمال يجب اثبات أن المساحة تحت المنحنى = ١

مساحة المنطقة المستطيلة

$= ٨ \times \frac{١}{٨}$

$= ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة احتمال

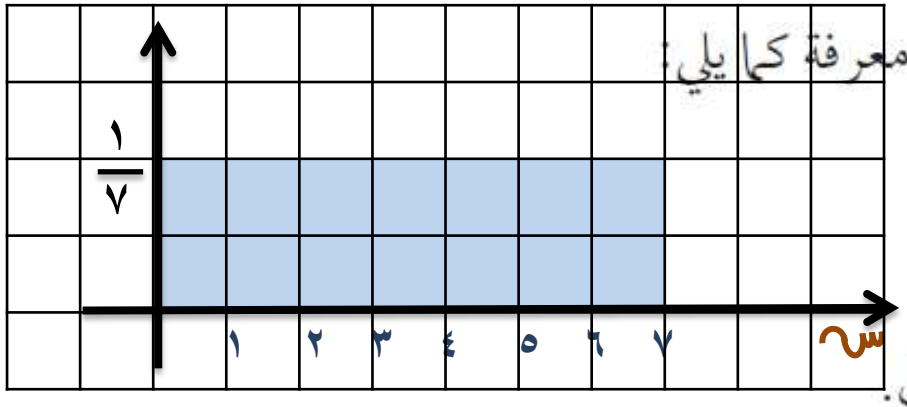
ب) ل (-٥, ٠ ≤ س ≤ ٥, ١ )

$= ٢ \times \frac{١}{٨} = \frac{١}{٤}$

د) التوقع $\mu = \frac{أ + ب}{٢} = \frac{-٤+٤}{٢}$

= صفر

التباين $= \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢} = \frac{٦٤}{١٢} = \frac{١٦}{٣}$




(٧) الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرفة كما يلي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٧} & : \ ٠ \leq س \leq ٧ \\ \text{صفر} & : \ \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) أوجد ل$\left(٠ \leq س \leq \frac{٧}{٨}\right)$.

(جـ) أوجد التوقّع والتباين للدالة د.

**الحل:** أ ) لإثبات أن الدالة هي دالة كثافة احتمال يجب اثبات أن المساحة تحت المنحنى = ١

مساحة المنطقة المستطيلة

$= ٧ \times \frac{١}{٧}$

$= ١$

∴ الدالة هي دالة كثافة احتمال

ب) ل $\left(٠ \leq س \leq \frac{٧}{٨}\right)$

$= \frac{٤٩}{٨} \times \frac{١}{٧} = \frac{٧}{٨}$

د) التوقع $\mu = \frac{أ + ب}{٢} = \frac{٠ + ٧}{٢}$

$= \frac{٧}{٢}$

التباين $= \frac{(ب - أ)^{٢}}{١٢} = \frac{٤٩}{١٢}$