تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية
ملفات الكويت التعليمية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا com.kwedufiles.www//:https

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر اضغط هنا

https://kwedufiles.com/10

* للحصول على جميع أوراق الصف العاشر في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://kwedufiles.com/10math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف العاشر في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/10math2

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف العاشر اضغط هنا

https://www.kwedufiles.com/grade10

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا bot_kwlinks/me.t//:https

الروابط التالية هي روابط الصف العاشر على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

تحليل البيانات ص١٢٢

Data Analysis

الحلقة ٤ تمارين ومسائل

(١) البيانات التالية هي درجات أحد الطلاب في ٦ اختبارات رياضيات، حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة:

٨٥، ٩٠، ٧٣، ٦٧، ٨٩، ٧٦. أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات. $= \frac{٨٥+٩٠+٧٣+٦٧+٨٩+٧٦}{٦} = ٨٠$ درجة

(٢) البيانات في الجدول أدناه هي درجات ٢٥ طالبًا في نهاية العام الدراسي لمادة الرياضيات، حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة.

الدرجة	٨٥	٨٣	٩٠	٧٦	٧٨
التكرار	٤	٥	٢	٦	٨

$= \frac{٤٨٨٥+٥٨٣+٢٨٩٠+٦٧٦+٨٧٨}{٤+٥+٢+٦+٨} = \frac{٢٠١٥}{٢٥}$

أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات. $= ٨٠٫٦$ درجة

(٣) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لمعدل نبضات القلب عند ٣٣ طالبًا من الصف العاشر أثناء وقت الاستراحة.

المتوسط الحسابي $= \frac{٢٦١+٢٦٣+٢٧٦+٢٨٧+٢٨٧+٢٨٧+٢٨٧+٢٨٧+٢٨٩+٢٨٩+٢٨٩}{١+٢+٣+٤+٣+٢+٢+٣+٥+٣+٤+٣+٢}$

$= \frac{٢٤٧٥}{٣٣} =$ ٧٥ نبضة

(٤) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٣٠ طالبًا.

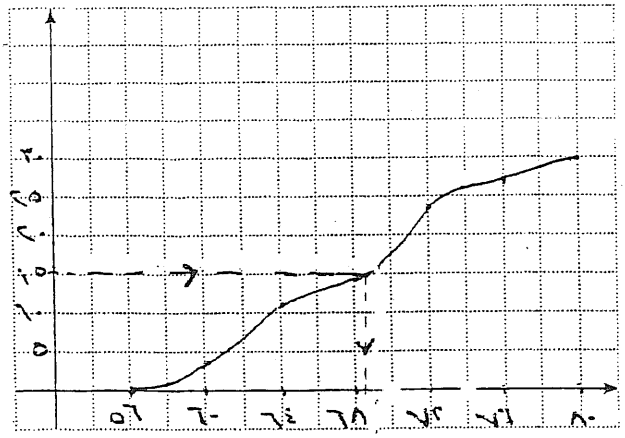
الفئة	٥٦-	٦٠-	٦٤-	٦٨-	٧٢-	٧٦-
التكرار	٣	٨	٣	٩	٤	٣

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الأوزان.

الفئة	س ر	ت ر	ت ر س ر
٥٦-	٥٨	٣	١٧٤
٦٠-	٦٢	٨	٤٩٦
٦٤-	٦٦	٣	١٩٨
٦٨-	٧٠	٩	٦٣٠
٧٢-	٧٤	٤	٢٩٦
٧٦-	٧٨	٣	٢٣٤
المجموع		$\sum_{ر=١}^{٦} ت_ر = ٣٠$	٢٠٢٨

$\bar{س} = \frac{\sum_{ر=١}^{٦} (ت_ر س_ر)}{\sum_{ر=١}^{٦} ت_ر} = \frac{٢٠٢٨}{٣٠} = ٦٧٫٦$

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد.



الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٥٦	٣	أقل من ٦٠	٣
-٦٠	٨	أقل من ٦٤	١١
-٦٤	٣	أقل من ٦٨	١٤
-٦٨	٩	أقل من ٧٢	٢٣
-٧٢	٤	أقل من ٧٦	٢٧
-٧٦	٣	أقل من ٨٠	٣٠

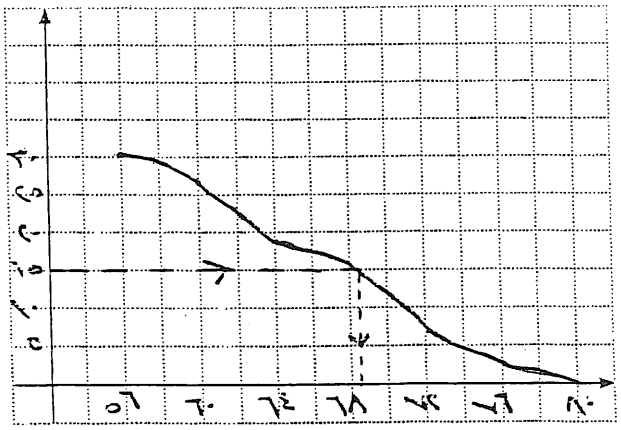
الحدود العليا للفئات

ترتيب الوسيط $= \frac{٣٠}{٢}$

$= ١٥$

الوسيط $= ٦٨,٥$ تقريباً

(جـ) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل.



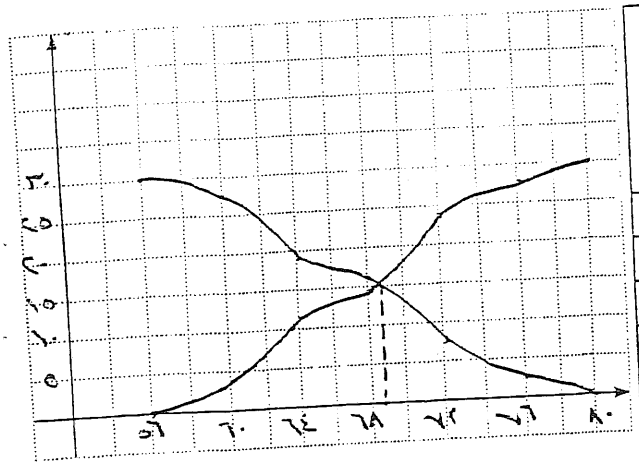
الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-٥٦	٣	٥٦ فأكثر	٣٠
-٦٠	٨	٦٠ فأكثر	٢٧
-٦٤	٣	٦٤ فأكثر	١٩
-٦٨	٩	٦٨ فأكثر	١٦
-٧٢	٤	٧٢ فأكثر	٧
-٧٦	٣	٧٦ فأكثر	٣

الحدود الدنيا للفئات

ترتيب الوسيط $= \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

الوسيط $= ٦٨,٥$ تقريباً

(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل.

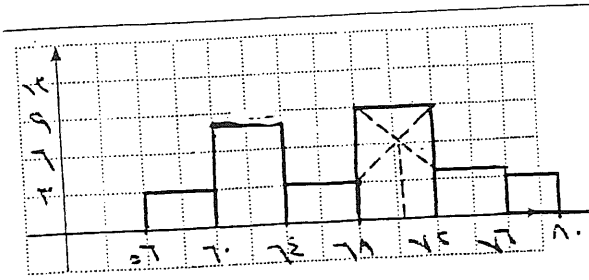


الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٥٦-	٣	أقل من ٦٠	٣	٥٦ فأكثر	٣٠
٦٠-	٨	أقل من ٦٤	١١	٦٠ فأكثر	٢٧
٦٤-	٣	أقل من ٦٨	١٤	٦٤ فأكثر	١٩
٦٨-	٩	أقل من ٧٢	٢٣	٦٨ فأكثر	١٦
٧٢-	٤	أقل من ٧٦	٢٧	٧٢ فأكثر	٧
٧٦-	٣	أقل من ٨٠	٣٠	٧٦ فأكثر	٣

الوسيط = ٦٨,٥ تقريباً

(هـ) أوجد المنوال لهذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة.

(و) أوجد المنوال لهذه الأوزان باستخدام المدرج التكراري.



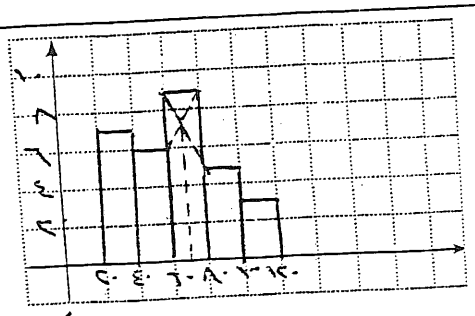
المنوال = ٧٠,٧ تقريباً

(٥) يبيّن الجدول التالي ٥ فئات تمثل توزيع المصروف اليومي لِـ ٣٠ عائلة بالدينار.

الفئة	-٢٠	-٤٠	-٦٠	-٨٠	-١٠٠
التكرار	٧	٦	٩	٥	٣

(أ) أوجد المنوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام قانون الرافعة.

(ب) أوجد المنوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام المدرج التكراري.



المنوال = ٦٩

ملاحظة - تم ١٤١ هـ - تم ١٢٥ لحل في الصفحة القادمة ص ١٢٤

رقم [٤] [د] ص ١١٤

الحمل الأصلي للقطة المتوالية = ٦٨

ف = ٤

ل١ = ٣

ل٢ = ٤

ل١ × س١ = ل٢ × (ف − س١)

٣ × س١ = ٤ (٤ − س١)

٣ س١ = ١٦ − ٤ س١

٣ س١ + ٤ س١ = ١٦ ⇐ ٧ س١ = ١٦

س١ = ١٦/٧ ≈ ٢,٢٨

المتوال = الحمل الأصلي للقطة المتوالية + س١ = ٦٨ + ٢,٢٨ ≈ ٧٠,٢

رقم [٥] [ج] ص ١١٤

الحمل الأصلي للقطة المتوالية = ٦٠

ل١ = ٦ ل٢ = ٤ ف = ١٠٠

ل١ × س١ = ل٢ × (ف − س١)

٦ × س١ = ٥ × (١٠٠ − س١)

٦ س١ = ٥٠٠ − ٥ س١ ⇐ ٦ س١ + ٥ س١ = ٥٠٠

١١ س١ = ٥٠٠ ⇐ س١ = ٥٠٠/١١ ≈ ٤٥,٤٥

المتوال = ٦٠ + ٤٥,٤٥ = ١٠٥,٤٥

أحضر عدد من أقرانك تعرف إجابته

(١) يبيّن الجدول التالي معدل درجات الحرارة العظمى والصغرى في دولة الكويت، حيث يقاس معدل الدرجة العظمى عند الساعة ٣ عصرًا ويقاس معدل الدرجة الصغرى عند الساعة ٣ فجرًا.

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
معدل الدرجة العظمى	١٨	٢٠	٢٥	٣٠	٣٨	٤٣	٤٥	٤٥	٤٣	٣٧	٢٨	٢١
معدل الدرجة الصغرى	٧	٩	١٣	١٨	٢٣	٢٨	٣٠	٢٨	٢٥	٢٢	١٦	٩

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات العظمى والمتوسط الحسابي لمعدل الدرجات الصغرى.

ماذا تلاحظ؟

(ب) رتب تصاعديًا معدل الدرجات العظمى ومعدل الدرجات الصغرى، ثم أوجد الوسيط لكل مجموعة.

(جـ) ما المنوال لمعدل درجات الحرارة العظمى؟

ما المنوال لمعدل درجات الحرارة الصغرى؟

(٢) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأهداف الفرق في مباريات كأس العالم لسنة ٢٠٠٦.

الأهداف	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار (عدد الفرق)	٧	١٣	١٨	١٢	١٠	٢	٢

أوجد المتوسط الحسابي للأهداف.

(٣) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري على فئات لقياسات أرجل ٥٠ رياضيًا في أحد النوادي.

الفئة	-٣٨	-٤٠	-٤٢	-٤٤
التكرار	١١	١٦	١٧	٦

(أ) أوجد المتوسط الحسابي للقياسات.

الفئة	$س_ر$	$ت_ر$	$ت_ر س_ر$
-٣٨	٣٩	١١	٤٢٩
-٤٠	٤١	١٦	٦٥٦
-٤٢	٤٣	١٧	٧٣١
-٤٤	٤٥	٦	٢٧٠
المجموع		٥٠	٢٠٨٦

$$\bar{س} = \frac{\sum_{ر=١}^{٤} ت_ر س_ر}{\sum_{ر=١}^{٤} ت_ر} = \frac{٢٠٨٦}{٥٠} = ٤١٫٧٢$$

رقم (١) ص ١١٥ (أ)

- المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات العظمى =

$$\frac{٢١+٢٨+٣٧+٤٣+٤٥+٤٥+٤٣+٣٨+٣٠+٢٥+٢٠+١٨}{١٢} = \frac{٣٩٣}{١٢} = ٣٢,٧٥$$

- المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات الصغرى =

$$\frac{٩+١٦+٢٢+٢٥+٢٨+٣٠+٢٨+٢٣+١٨+١٣+٩+٧}{١٢} = \frac{٢٢٨}{١٢} = ١٩$$

رقم (١) ص ١١٥ (ب)

- الترتيب التصاعدي لمعدل الدرجات العظمى:

١٨ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٥ ، ٢٨ ، ٣٠ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٤٣ ، ٤٣ ، ٤٥ ، ٤٥

الوسيط = $\frac{٣٠+٣٧}{٢} = ٣٣,٥$

- الترتيب التصاعدي لمعدل الدرجات الصغرى:

٧ ، ٩ ، ٩ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٢٨ ، ٢٨ ، ٣٠

الوسيط = $\frac{١٨+٢٢}{٢} = ٢٠$

رقم (١) ص ١١٥ (ج)

المنوال لمعدل الدرجات العظمى = ٤٣ ، ٤٥

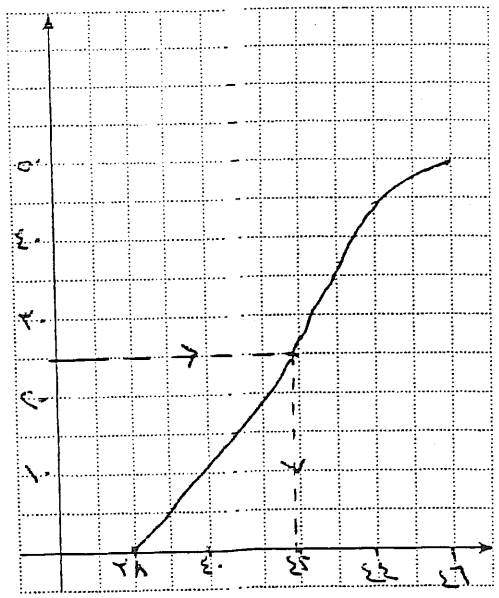
المنوال لمعدل الدرجات الصغرى = ٩ ، ٢٨

رقم (٢) ص ١١٥

المتوسط الحسابي = $\frac{٢٠×٧+١٣×١+١٨×٢+١٢×٣+١٠×٤+٢٨×٢+٣٦×٢}{٢+٢+١٠+١٢+١٨+١٣+٧} = \frac{١٤٧}{٦٤}$

$= ٢,٣$

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المجتمع الصاعد.

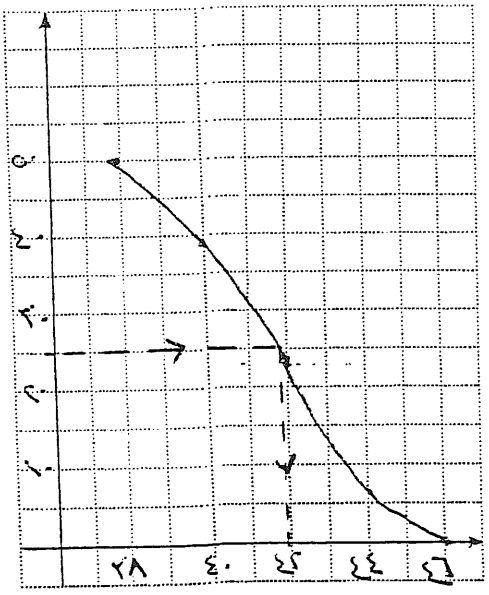


الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٣٨	١١	أقل من ٤٠	١١
-٤٠	١٦	أقل من ٤٢	٢٧
-٤٢	١٧	أقل من ٤٤	٤٤
-٤٤	٦	أقل من ٤٦	٥٠

ترتيب الوسيط $= \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$

الوسيط $\approx ٤١,٩$

(ج) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل.



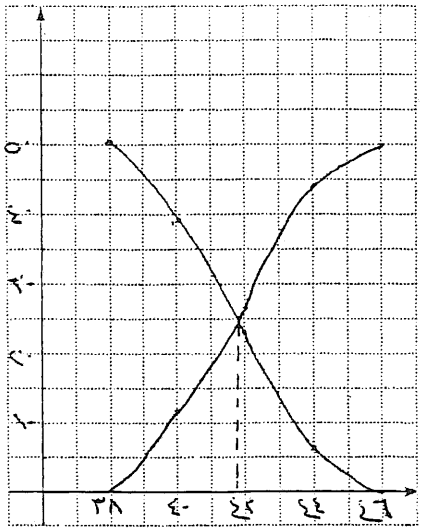
الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-٣٨	١١	٣٨ فأكثر	٥٠
-٤٠	١٦	٤٠ فأكثر	٣٩
-٤٢	١٧	٤٢ فأكثر	٢٣
-٤٤	٦	٤٤ فأكثر	٦

ترتيب الوسيط $= \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$

الوسيط $\approx ٤١,٩$

(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل معًا.

الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٣٨-	١١	أقل من ٤٠	١١	٣٨ فأكثر	٥٠
٤٠-	١٦	أقل من ٤٢	٢٧	٤٠ فأكثر	٣٩
٤٢-	١٧	أقل من ٤٤	٤٤	٤٢ فأكثر	٢٣
٤٤-	٦	أقل من ٤٦	٥٠	٤٤ فأكثر	٦



الوسيط = ٤١,٨

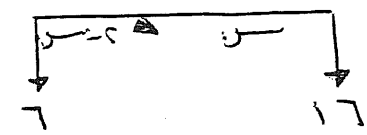
(هـ) أوجد المنوال لهذه القياسات باستخدام قانون الرافعة .

(و) أوجد المنوال لهذه القياسات باستخدام المدرج التكراري.

المنوال = ٤٢,٣

(هـ) الحد الأدنى للفئة المنوالية = ٤٢

ف = ٢ ل١ = ١٦ ل+١ = ٦



ل١ × س = ل+١ (ف - س)

١٦ س = ٦ (٢ - س)

١٦ س = ١٢ - ٦ س

١٦ س + ٦ س = ١٢

٢٢ س / ٢٢ = ١٢ / ٢٢

س = ٠,٥٥

∴ المنوال = ٤٢ + ٠,٥٥

= ٤٢,٥٥

تمرّن
١٠-٢

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الأرباعيات
Quartiles

التجميع وعرض البيانات وتحليلها

(١) أوجد المدى لقيم البيانات التالية:

(أ) ٧، ٤، ٦، ٨، ٩، ١٠، ٥، ٤، ٣.

المدى = ١٠ - ٣ = ٧

(ب) ١٧، ٢٠، ١١، ٢٣، ١٥، ١٨، ١٩، ١٢، ١٦.

المدى = ٢٣ - ١١ = ١٢

(٢) أوجد الوسيط ($ل_٢$) والأرباعي الأدنى ($ل_١$) والأرباعي الأعلى ($ل_٣$) والمدى الأرباعي ومجمل الأعداد الخمسة للبيانات: ٥٢، ٦٠، ٥٠، ٥٤، ٥٩، ٦٥، ٦٦، ٦٤، ٩٥، ٦٢.

الترتيب التصاعدي للبيانات: ٥٠، ٥٢، ٥٤، ٥٩، ٦٠، ٦٢، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٩٥

$ل_٢ = \frac{٦٠+٦٢}{٢} = ٦١$ $ل_١ = ٥٤$ $ل_٣ = ٦٥$ المدى الأرباعي = ٦٥ - ٥٤ = ١١

مجمل الأعداد الخمسة: (٥٠، ٥٤، ٦١، ٦٥، ٩٥)

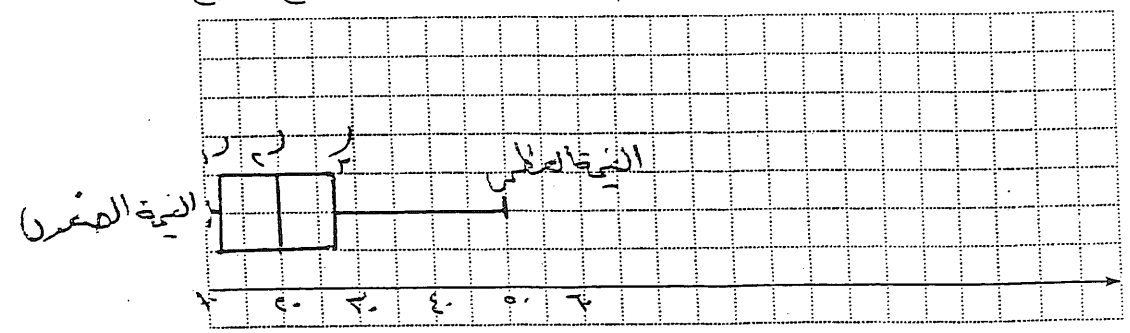
(٣) (أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة للقيم التالية التي تمثل أوزان أكياس من الأرز: ١١، ١٢، ١٣، ١٧، ٢٣، ٢٦، ٢٧، ٥٠.

الترتيب التصاعدي: ١١، ١٢، ١٣، ١٧، ٢٣، ٢٦، ٢٧، ٥٠

$ل_٢ = \frac{١٧+٢٣}{٢} = ٢٠$ $ل_١ = \frac{١٢+١٣}{٢} = ١٢,٥$ $ل_٣ = \frac{٢٦+٢٧}{٢} = ٢٦,٥$

مجمل الأعداد الخمسة: (١١، ١٢,٥، ٢٠، ٢٦,٥، ٥٠)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم البيانات في (أ). ماذا تستنتج؟ اشرح.



(٤) يبيّن الجدول التالي تواريخ وأطوال الأعاصير التي اجتاحت إحدى المدن في سنة ١٩٩٥.

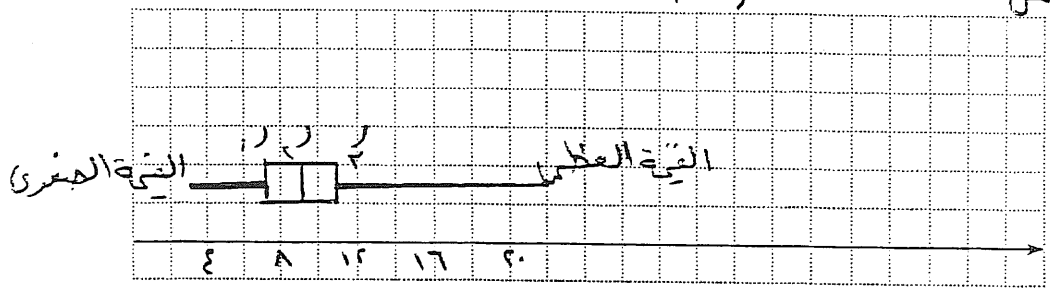
التاريخ	٤/١٧	٤/١٨	٤/١٩	٥/٦	٥/٧	٦/٨	٦/٩
طول الإعصار (بالكيلومتر)	٣	٧	١١	٢٠	١٠	٨	٩

ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين مع القيمة المتطرفة. وفسّر النتائج.

ترتيب البيانات: ٣، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ٢٠

ل٢ = ٩ ل١ = ٧ ل٣ = ١١

مجمل الأعداد الخمسة (٣، ٧، ٩، ١١، ٢٠)



مجموعة تمارين تعزيزية

(١) أوجد المدى، الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي ومجمل الأعداد الخمسة للبيانات التالية:

(أ) ٤٩، ٥٨، ٦٢، ٦٤، ٦٧، ٧٧، ٨٠.

المدى = ٨٠ − ٤٩ = ٣١ ل٢ = ٦٤ ل١ = ٥٨ ل٣ = ٧٧

المدى الأرباعي = ٧٧ − ٥٨ = ١٩ مجمل الأعداد الخمسة (٤٩، ٥٨، ٦٤، ٧٧، ٨٠)

(ب) ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٩، ١١٠.

المدى = ١١٠ − ١٠٠ = ١٠ ل٢ = $\frac{١٠٣+١٠٤}{٢}$ = ١٠٣,٥ ل١ = $\frac{١٠١+١٠٢}{٢}$ = ١٠١,٥ ل٣ = $\frac{١٠٩+١١٠}{٢}$

المدى الأرباعي = ١٠٧ − ١٠١,٥ = ٥,٥ مجمل الأعداد الخمسة (١٠٠، ١٠١,٥، ١٠٣,٥، ١٠٧، ١١٠)

(ج) ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٧، ١٩، ١٩، ٢٠.

المدى = ٢٠ − ١١ = ٩ ل٢ = ١٥ ل١ = $\frac{١٢+١٣}{٢}$ = ١٢,٥ ل٣ = $\frac{١٩+١٩}{٢}$ = ١٩

المدى الأرباعي = ١٩ − ١٢,٥ = ٦,٥

مجمل الأعداد الخمسة (١١، ١٢,٥، ١٥، ١٩، ٢٠)

(٢) يبيّن الجدول التالي عدد أكبر الزلازل التي حدثت في العالم حيث قوتها تخطت ٧ درجات على مقياس ريختر وذلك بين ١٩٨٥ و١٩٩٤.

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
عدد الزلازل	١٤	١٣	١٢	٨	٧	١٣	١١	٣٣	١٥	١٤

(أ) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

ترتيب البيانات تصاعدياً: ٦، ٧، ٨، ١١، ١١، ١٣، ١٤، ١٤، ١٥، ٣٣

$ل_٢ = \frac{١١+١٣}{٢} = ١٢$

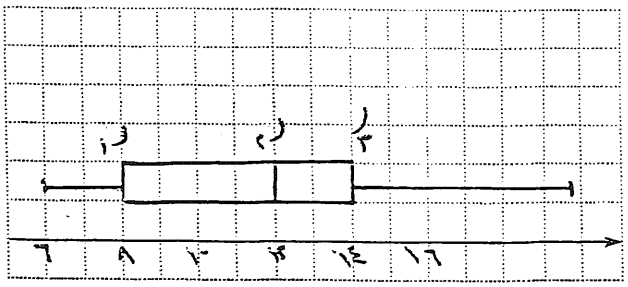
$ل_١ = ٨$

$ل_٣ = ١٤$

المدى الارباعي $= ١٤ - ٨ = ٦$

مجمل الأعداد الخمسة (٦ ، ٨ ، ١٢ ، ١٤ ، ٣٣)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات بدون القيمة المتطرفة.



(٣) يبيّن الجدول التالي معدل دخل الفرد السنوي في بعض الدول العربية بالدولار الأميركي بحسب البنك الدولي (أعداد تقريبية).

الدولة	الإمارات العربية المتحدة	المملكة العربية السعودية	دولة الكويت	سلطنة عمان	دولة قطر	لبنان	الأردن	تونس	سورية	مملكة البحرين
معدل الدخل بآلاف الدولارات	٢٤	١٠	٢٢	٩	٢٩	٦	٢	٣	١	١٤

(أ) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

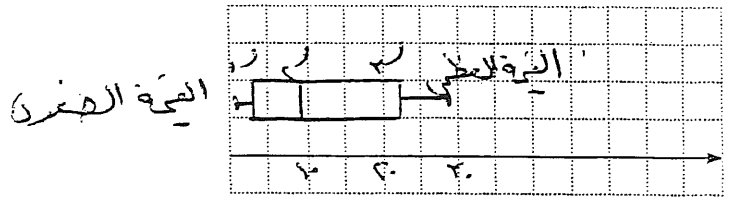
ل١ ل٢ ل٣

الترتيب التصاعدي للبيانات: ١، ٢، ٣، ٦، ٩، ١٠، ١٤، ٢٢، ٢٤، ٢٩

ل٢ = (١٠+٩)/٢ = ٩,٥ ل١ = ٣ ل٣ = ٢٢

المدى الأرباعي = ٢٢-٣ = ١٩ مجمل الأعداد الخمسة (١، ٣، ٩,٥، ٢٢، ٢٩)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟ اشرح.



يبين مخطط الصندوق أن المنطقة المحصورة بين الوسيط والأرباعي الأدنى هما الأصغر من بين الوسيط والأرباعي الأعلى (أي أن هناك تقارب بين دخل الفرد في شرق الدل).

ومخطط الصندوق لا يبين وجود قيمة متطرفة.

الانحراف المعياري
Standard Deviation

المجموعة الأولى: أساسية

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية (يمكن استخدام الآلة الحاسبة):

(أ) ٥٢، ٦٣، ٥٤، ٧٠، ٦٦.

$\bar{س} = \frac{٥٢ + ٦٣ + ٥٤ + ٧٠ + ٦٦}{٥} = \frac{٣٠٥}{٥} = ٦١$

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^{٢}
٥٢	−٩	٨١
٦٣	٢	٤
٥٤	−٧	٤٩
٧٠	٩	٨١
٦٦	٥	٢٥
	المجموع = ٢٤٠	

التباين $= ع^{٢} = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \bar{س})^{٢}}{ن}$

$= \frac{٢٤٠}{٥} = ٤٨$

الانحراف المعياري $= ع = \sqrt{٤٨} = ٦,٩$

(ب) ١، ٢، ١٧، ١٢، ١٥، ٨، ١٠، ١٥.

$\bar{س} = \frac{١ + ٢ + ١٧ + ١٢ + ١٥ + ٨ + ١٠ + ١٥}{٨}$

$\bar{س} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^{٢}
١	−٩	٨١
٢	−٨	٦٤
١٧	٧	٤٩
١٢	٢	٤
١٥	٥	٢٥
٨	−٢	٤
١٠	٠	٠
١٥	٥	٢٥
	المجموع = ٢٥٢	

التباين $= ع^{٢} = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \bar{س})^{٢}}{ن}$

$ع^{٢} = \frac{٢٥٢}{٨} = ٣١,٥$

الانحراف المعياري $= ع = \sqrt{٣١,٥} = ٥,٦$

(ج) ١٣، ١٥، ١٧، ١٨، ١٢، ١٩، ١١.

$\bar{س} = \frac{١٣+١٥+١٧+١٨+١٢+١٩+١١}{٧} = \frac{١٠٥}{٧} = ١٥$

س − $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^{٢}$
−٢	٤
٠	٠
٢	٤
٣	٩
−٣	٩
٤	١٦
−٤	١٦
المجموع = ٥٨	

التباين $= ع^{٢} = \frac{٥٨}{٧} = ٨,٣$

الانحراف المعياري $= ع = \sqrt{٨,٣} = ٢,٩$

(د) ٣٥٠، ٤٨٠، ٦١٠، ٢٣٠، ٧٢٠، ٥٨٠.

هل تتغير النتيجة إذا قسمت هذه القيم على ١٠؟ اشرح.

$\bar{س} = \frac{٣٥٠+٤٨٠+٦١٠+٢٣٠+٧٢٠+٥٨٠}{٦} = \frac{٢٩٧٠}{٦}$

$\bar{س} = ٤٩٥$

س − $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^{٢}$
−١٤٥	٢١٠٢٥
−١٥	٢٢٥
١١٥	١٣٢٢٥
−٢٦٥	٧٠٢٢٥
٢٢٥	٥٠٦٢٥
٨٥	٧٢٢٥
المجموع = ١٦٢٥٥٠	

التباين $= ع^{٢} = \frac{١٦٢٥٥٠}{٦} = ٢٧٠٩١,٧$

الانحراف المعياري $= ع = \sqrt{٢٧٠٩١,٧} = ١٦٤,٥$

إذا قسمنا الأعداد على ١٠ لتتغير القيم (الانحراف المعياري الناتج لكونه هو الآخر مقسوماً على ١٠)

$\bar{س} = ٤٩,٥$

س − $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^{٢}$
−١٤,٥	٢١٠,٢٥
−١,٥	٢,٢٥
١١,٥	١٣٢,٢٥
−٢٦,٥	٧٠٢,٢٥

$ع^{٢} = \frac{١٦٢,٥}{٦} = ٢٧٠٩$

$ع = \sqrt{٢٧٠٩} = ١٦,٥$

$(س - \bar{س})^2$	$س - \bar{س}$	$س$
٢١٠,٢٥	- ١٤,٥	٣٥
٢,٢٥	- ١,٥	٤٨
١٣٢,٢٥	١١,٥	٦١
٧٠٢,٢٥	- ٢٦,٥	٢٣
٥٠٦,٢٥	٢٢,٥	٧٢
٧٢,٢٥	٨,٥	٥٨
١٦٢٥,٥		

الإجابة بالخلف

(٢) تبيّن البيانات التالية درجات ٢٢ طالبًا في مادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

٧، ٩، ١٢، ١٠، ٥، ٣، ٤، ٢٣، ١٤، ١٦، ١٩، ١٧، ٢٠، ١١، ١٥، ١٦، ١٨، ١٣، ٩، ٧

(أ) كوّن جدولًا تكراريًا لقيم هذه البيانات. ثمّ أوجد المتوسط الحسابي.

الدرجة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
التكرار	٢	١	١	٢	١	٢	٢	١	٢	١	١	١	٢	١	١	١

المتوسط الحسابي $= \bar{س} = \frac{٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ١٤ + ١٨ + ٢٠ + ١١ + ٢٤ + ١٣ + ١٤ + ١٥ + ٢٢ + ١٧ + ١٨ + ١٩}{٢٢}$

$\bar{س} = \frac{٢٤٢}{٢٢} = ١١$

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه الدرجات. ماذا تستنتج؟

التباين $= ع^2 = \frac{٢(٤-١١)^2 + (٥-١١)^2 + (٦-١١)^2 + ٢(٧-١١)^2 + (٨-١١)^2 + ٢(٩-١١)^2 + ٢(١٠-١١)^2 + (١١-١١)^2 + ٢(١٢-١١)^2 + (١٣-١١)^2 + (١٤-١١)^2 + (١٥-١١)^2 + ٢(١٦-١١)^2 + (١٧-١١)^2 + (١٨-١١)^2 + (١٩-١١)^2}{٢٢}$

$ع^2 = \frac{٩٨ + ٣٦ + ٢٥ + ٣٢ + ٩ + ٨ + ٢ + ٠ + ٢ + ٤ + ٩ + ١٦ + ٥٠ + ٣٦ + ٢٩ + ٦٤}{٢٢}$

$ع^2 = \frac{٤٤٠}{٢٢} = ٢٠$

الانحراف المعياري $= ع = \sqrt{٢٠} = ٤,٥$ تقريبًا.

(٣) يبيّن الجدول التالي الطاقة الكهربائية المستهلكة بالميغاواط/ ساعة خلال خمسة أيام متتالية في إحدى المدن.

اليوم	١	٢	٣	٤	٥
الطاقة المستهلكة	٤٨,٠	٥٣,٢	٥٢,٣	٤٦,٦	٤٩,٩

أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

$$\bar{س} = \frac{٤٨ + ٥٣,٢ + ٥٢,٣ + ٤٦,٦ + ٤٩,٩}{٥}$$

$$\bar{س} = \frac{٢٥٠}{٥} = ٥٠$$

$س_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^٢$
٤٨	-٢	٤
٥٣,٢	٣,٢	١٠,٢٤
٥٢,٣	٢,٣	٥,٢٩
٤٦,٦	-٣,٤	١١,٥٦
٤٩,٩	-٠,١	٠,٠١
		٣١,١

$$\text{التباين} = ع^٢ = \frac{٣١,١}{٥} = ٦,٢٢$$

$$\text{الانحراف المعياري} = ع = \sqrt{٦,٢٢} = ٢,٥$$

المجموعة العاشرة تمارين عامة

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية، ماذا تستنتج؟

(أ) ٥، ٧، ٦، ٤، ٨، ٩، ٣.

$س_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^٢$
٥	-١	١
٧	١	١
٦	٠	٠
٤	-٢	٤
٨	٢	٤
٩	٣	٩
٣	-٣	٩
		٢٨

$$\bar{س} = \frac{٥ + ٧ + ٦ + ٤ + ٨ + ٩ + ٣}{٧} = \frac{٤٢}{٧} = ٦$$

$$\text{التباين} = ع^٢ = \frac{٢٨}{٧} = ٤$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}}$$

$$= \sqrt{٤} = ٢$$

(ب) ٣٤، ٤٥، ٣٧، ٤٢، ٣٦، ٤٣، ٤٤، ٣٩.

$$\bar{س} = \frac{٣٤ + ٤٥ + ٣٧ + ٤٢ + ٣٦ + ٤٣ + ٤٤ + ٣٩}{٨}$$

$$\bar{س} = ٤٠$$

س ر	س ر − س̄	(س ر − س̄)²
٣٤	−٦	٣٦
٤٥	٥	٢٥
٣٧	−٣	٩
٤٢	٢	٤
٣٦	−٤	١٦
٤٣	٣	٩
٤٤	٤	١٦
٣٩	−١	١
		١١٦

$$ع^٢ = \frac{١١٦}{٨} = ١٤,٥$$

$$ع = \sqrt{١٤,٥} \approx ٣,٨$$

(٢) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لاستهلاك الطاقة الكهربائية بالميغاواط/ ساعة طيلة شهر أغسطس في إحدى المدن:

الكمية	٣٣	٣٦	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٩	٥٠	٥٢	٥٣	٥٤
التكرار	٤	١	٣	٣	٢	٢	٢	١	٢	١	٣	٢	١	١	٢	١

(أ) أوجد المتوسط الحسابي.

$$= \frac{٣٣ \times ٤ + ٣٦ \times ١ + ٣٩ \times ٣ + ٤٠ \times ٣ + ٤١ \times ٢ + ٤٢ \times ٢ + ٤٣ \times ٢ + ٤٤ \times ١ + ٤٥ \times ٢ + ٤٦ \times ١ + ٤٧ \times ٣ + ٤٩ \times ٢ + ٥٠ \times ١ + ٥٢ \times ١ + ٥٣ \times ٢ + ٥٤ \times ١}{٤ + ١ + ٣ + ٣ + ٢ + ٢ + ٢ + ١ + ٢ + ١ + ٣ + ٢ + ١ + ١ + ٢ + ١}$$

$$\bar{س} = \frac{١٢٥٤}{٣١} = ٤٠,٥$$

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات باستخدام الآلة الحاسبة.

$$ع^٢ = \frac{٤(٣٣ - ٤٠,٥)^٢ + ٣(٣٦ - ٤٠,٥)^٢ + ٣(٣٩ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٤٠ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٤١ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٤٢ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٤٣ - ٤٠,٥)^٢ + ١(٤٤ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٤٥ - ٤٠,٥)^٢ + ١(٤٦ - ٤٠,٥)^٢ + ٣(٤٧ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٤٩ - ٤٠,٥)^٢ + ١(٥٠ - ٤٠,٥)^٢ + ١(٥٢ - ٤٠,٥)^٢ + ٢(٥٣ - ٤٠,٥)^٢ + ١(٥٤ - ٤٠,٥)^٢}{٣١}$$

$$ع^٢ = ٤٩,٦ \quad \Rightarrow ع = \sqrt{٤٩,٦} = ٧,٠٥$$

(٣) يبيّن الجدول التالي متوسط استهلاك الفرد خلال سنة للطاقة الكهربائية بالكيلوواط/ ساعة وذلك من سنة ٢٠٠٠ إلى سنة ٢٠٠٨. أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
الكمية	١٢٣٠٥	١٢ ٦٧٧	١٢ ٨٣٢	١٢ ٩٩٢	١٢ ٩٤٠	١٢ ٦٧٣	١٣ ٠٦١	١٢ ٥٢٧	١٣ ١٤٢

حد رتم ٣١ ، ص ٢٩ ← لتذكر

(٤) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لكمية المياه بالسنتيلتر الموجودة في ١٠٠ عبوة. سعة العبوة الواحدة المفترضة ١٠٠ سنتيلتر.

الفترة	-٨٦	-٩٠	-٩٤	-٩٨	-١٠٢	-١٠٦
التكرار	٥	١٠	٣٩	٣٢	٩	٥

أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

الفئة	س ر	ت ر	ت ر س ر
-٨٦	٨٨	٥	٤٤٠
-٩٠	٩٢	١٠	٩٢٠
-٩٤	٩٦	٣٩	٣٧٤٤
-٩٨	١٠٠	٣٢	٣٢٠٠
-١٠٢	١٠٤	٩	٩٣٦
-١٠٦	١٠٨	٥	٥٤٠
		١٠٠	٩٧٨٠

$\bar{س} = \frac{٩٧٨٠}{١٠٠} = ٩٧,٨ \simeq ٩٨$

$ع^٢ = \frac{٥(٩٨-٨٨)^٢ + ١٠(٩٨-٩٢)^٢ + ٣٩(٩٨-٩٦)^٢ + ٣٢(٩٨-١٠٠)^٢ + ٩(٩٨-١٠٤)^٢ + ٥(٩٨-١٠٨)^٢}{٥+٩+٣٢+٣٩+١٠+٥}$

$ع^٢ = \frac{٥٠٠ + ٣٦٠ + ١٥٦ + ١٢٨ + ٣٢٤ + ٥٠٠}{١٠٠} = ١٩,٦٨$

$ع = \sqrt{١٩,٦٨} = ٤,٤$

مثال (٣) ص ١٢٧

$\bar{س} = \frac{١٢٣٠٥ + ١٢٦٧٧ + ١٢٨٣٢ + ١٢٩٩٢ + ١٢٩٤٠ + ١٢٦٧٣ + ١٣٠٦١ + ١٢٥٢٧ + ١٣١٤٢}{٩}$

$\bar{س} = ١٢٧٩٤٫٣ \simeq ١٢٧٩٤$

$س_ر$	$س_ر - \bar{س}$	$(س_ر - \bar{س})^٢$
١٢٣٠٥	-٤٨٩	٢٣٩١٢١
١٢٦٧٧	-١١٧	١٣٦٨٩
١٢٨٣٢	٣٨	١٤٤٤
١٢٩٩٢	١٩٨	٣٩٢٠٤
١٢٩٤٠	١٤٦	٢١٣١٦
١٢٦٧٣	-١٢١	١٤٦٤١
١٣٠٦١	٢٦٧	٧١٢٨٩
١٢٥٢٧	-٢٦٧	٧١٢٨٩
١٣١٤٢	٣٤٨	١٢١١٠٤
		٥٩٣٠٩٧

$ع^٢ = \frac{٥٩٣٠٩٧}{٩} = ٦٥٨٩٩٫٧$

$ع = \sqrt{٦٥٨٩٩٫٧} = ٢٥٦٫٧$ تقريباً

تمرَّنْ
١٠-٤

طرق العد
Methods of Counting

المجموعة الشاملة وعناصرها وتمثيلها بالأشكال

في التمارين (١ - ٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من بين ثلاثة حروف: ع، ل، م دون تكرارها (دون الاهتمام بالمعنى)؟ ٣×٢×١ = ٦

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ مرورًا بالقرية ب؟

٣ × ٤ = ١٢

(٣) الرئيس ونائب الرئيس: يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم عدد الأزواج التي يمكن أن تكوّن من رئيس ونائب رئيس؟

٣ × ٤ = ١٢

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

(٤) أرقام الهاتف: كم عدد أرقام الهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علمًا بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

٨ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠ × ١٠ = ٨ × ١٠^٦ = ٨٠٠٠٠٠٠

(٥) لوحات الترخيص: كم عدد لوحات الترخيص التي يمكن أن تكونها من رقمين يتبعهما حرفان ثم ثلاثة أرقام بدون أن تتكرر أي حروف أو أرقام؟

(٦) رمي حجر نرد: عند رمي حجري نرد أحدهما أحمر والثاني أخضر معًا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما. كم عدد النواتج الممكنة؟

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) ${}^{٨}ل_{٥}$

(٨) ${}^{١٢}ل_{٧}$

(٩) ${}^{١١}ق_{٥}$

(١٠) ${}^{١٨}ق_{٤}$

في التمارين (١١-١٣)، حل المسائل التالية:

(١١) تكوين اللجان: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة التي يمكن انتخابها؟

(١٢) شراء أقراص حاسوب مدمجة: لدى جيهان نقود تكفي لشراء ثلاثة أقراص حاسوب مدمجة فقط من بين ٤٨ قرصًا. كم عدد مجموعة أقراص الحاسوب التي يمكن شراؤها؟

(١٣) يجري مدير شؤون الموظفين مقابلات شخصية مع ثمانية أشخاص مرشحين لثلاث وظائف شاغرة. كم عدد المجموعات المكونة من ثلاثة أشخاص التي يمكن توظيفها؟

المجموعات: تمارين متعددة

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من ثلاثة حروف دون تكرارها من بين ٤ حروف ل، ع، ب، هـ؟

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ والرجوع إلى القرية أ مرورًا بالقرية ب في كل اتجاه؟

(٣) تذاكر الطيران: عندما تطلب تذكرة طيران يمكنك أن تحجز في الدرجة الأولى أو درجة رجال الأعمال أو الدرجة السياحية. يمكنك أيضًا أن تختار مكانك إلى جانب نافذة الطائرة أو في الممر أو في الكرسي الأوسط، إلا في حالة عدم وجود كرسي أوسط كما هو الحال في الدرجة الأولى حيث يوجد كرسيان فقط. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكن أن تحجز بها مكانك على متن الطائرة؟ ٢ × ٢ + ٣ × ٢ = ٦ + ٩ = ١٥

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

* (٤) رقم التأمين الاجتماعي: كم عدد بطاقات التأمين الاجتماعي التي يمكن تكوينها من تسعة أرقام بدون الصفر؟

$$٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩ = ٩^{٩}$$

* (٥) لوحات الترخيص: كم عدد لوحات الترخيص المكونة من خمسة رموز مكونة من ثلاثة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر يتبعها حرفين مختلفين؟ ٢٦ × ٢٥ × ٢٤ × ٨ × ٧ × ٦ × ٥ = ٣٨١٠٢٤

* (٦) إلقاء العملة: كم عدد النواتج الممكنة عند رمي قطعة نقود منتظمة عشر مرات متتالية؟ $٢^{١٠}$

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) $ل_{٦}^{١٨} + ق_{٣}^{٥}$ = ١٨ × ١٧ × ١٦ × ١٥ × ١٤ × ١٣ + $\frac{١٠!}{٥!}$ = ١٠ + ١٣٣٦٠٨٠ = ٢٦٦٠٩٠

(٨) $\frac{ل_{٧}^{١١}}{٧! \div ١٠!}$ = $\frac{١١!}{١٠! \times ١٠}$ = $\frac{٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤}$ = ٣٣٠

(٩) $ق_{١٥}^{٢٤} - ل_{٣}^{٥}$ = $\frac{٢٤!}{١٩! \times ٥!}$ − ٣ × ٤ × ٥ = ١٣٠٧٤٤

(١٠) $ق_{١١}^{١٨}$ = $\frac{١٨!}{١٤! \times ١٦!}$ = $\frac{١٧ \times ١٨}{١ \times ٢}$ = ١٥٣

* (١١) إلقاء العملة: خلال الاقتراع وذلك بإلقاء عملة معدنية ٢٠ مرة، تم تسجيل ظهور الصورة أو الكتابة في كل مرة. كم عدد المرات (من جميع مرات الإلقاء) التي يتم فيها الحصول على ٧ صور؟

$$\binom{٢٠}{٧} = \frac{٢٠!}{١٣! \times ٧!} = \frac{١٤ \times ١٥ \times ١٦ \times ١٧ \times ١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}$$ = ٧٧٥٢٠

* (١٢) ضع $(س + ص)^{١٥٠}$ على صورة مضروب، وفسّر.

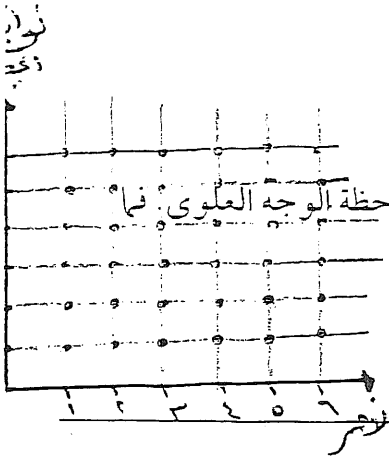
$$\frac{١٥٠!}{١٧٠! \cdot ١٨٠!}$$

تمرّن
١٠ - ٥

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الاحتمال المشروط

Conditional Probability



في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي: فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال وقوع كل حدث مما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين ٩.

$\frac{١}{٩} = \frac{٤}{٣٦}$ =

(٢) مجموع العددين الظاهرين هو عدد زوجي.

$= \frac{١٨}{٣٦} - \frac{١}{٢}$

(٣) العدد الظاهر على الحجر الأحمر أكبر من العدد الظاهر على الحجر الأخضر.

$= \frac{١٥}{٣٦} = \frac{٥}{١٢}$

في التمارين (٤-٩)، ج تتضمن عينة لألوان الحلوى التقليدية التي ينتجها مصنع للحلوى وهي:
ج = {البني، الأخضر، البرتقالي، الأحمر، البرونزي، الأصفر}.
احتمال كل حدث في ج يساوي نسبة إنتاج هذا اللون من الحلوى من إجمالي الألوان. وقد صرح المسؤول في هذا المصنع ببعض المعلومات عن احتمال الإنتاج في الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي	البرونزي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	٠,١	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من علبة مفتوحة حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أن تأخذ حلوى بالألوان التالية:

(٤) البني أو البرونزي؟ = ٠,٣ + ٠,١ = ٠,٤

(٥) الأحمر أو الأخضر أو البرتقالي؟ = ٠,٢ + ٠,١ + ٠,١ = ٠,٤

(٦) الأحمر؟ = ٠,٢

(٧) أي لون عدا الأحمر؟ $= ١ - (٠,٢) = ٠,٨$

(٨) أي لون عدا البرتقالي أو الأصفر؟ $= ١ - (٠,١ + ٠,٢) = ٠,٧$

(٩) أي لون عدا البني أو البرونزي؟ $= ١ - (٠,٣ + ٠,١) = ٠,٦$

في التمارين (١٠-١٣)، ما احتمال أن يحقق رمز عدد عشوائي مكوّن من رقمين من ١ إلى ٩ الشروط التالية؟

(١٠) رقمان عشوائيان. الأول فردي والثاني من مضاعفات العدد ٤. $\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩} = \frac{٧}{٩}$

(١١) رقمان عشوائيان. الأول زوجي والثاني فردي. $\frac{٤}{٩} + \frac{٥}{٩} = ١$

(١٢) رقمان عشوائيان. كلا الرقمين أصغر من ٧. $\frac{٦}{٩} \times \frac{٦}{٩} = \frac{٣٦}{٨١}$

(١٣) رقمان عشوائيان. الرقم الثاني هو الرقم الأول نفسه.

(١٤) تأجير السيارات: لدى شركة لتأجير السيارات ٢٥ سيارة للإيجار، ٢٠ منها من الحجم الكبير و٥ سيارات من الحجم المتوسط. إذا تم اختيار سيارتين بشكل عشوائي للإيجار لمدة يوم واحد، فما احتمال أن تكون السيارتان من الحجم الكبير؟ $ن(ف) = \binom{٢٥}{٢} = ٣٠٠$ $ن(أ) = \binom{٢٠}{٢} = ١٩٠$ $ل(أ) = \frac{١٩٠}{٣٠٠} = ٠,٦$

(١٥) اكتب لتتعلم: علل لماذا العبارة التالية غير صحيحة: احتمال أن يبيع بائع الحواسيب ٠، ١، ٢ أو ٣ أجهزة حاسوب في أي يوم من الأيام هو: ٠,١٢ ، ٠,٤٥ ، ٠,٣٨ ، ٠,١٥ ، ٠ بحسب الترتيب.

$٠,١٢ + ٠,٤٥ + ٠,٣٨ + ٠,١٥ + ٠ = ١,٠$ وهذا هو فقط لو كان مجموع الاحتمالات = ١

(١٦) علبة تحتوي على ٣ كرات حمراء اللون و٥ كرات بيضاء اللون. سحب سالم كرة، من دون إعادتها إلى العلبة ثمّ سحب كرة ثانية من العلبة. ليكن الحدث أ: «الكرة الأولى حمراء»، الحدث ب: «الكرة الثانية بيضاء».

١. احسب: (أ) ل (أ). $= \frac{٣}{٨}$

(ب) ل (ب/أ). $= \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} = \frac{\frac{٥}{٧} \times \frac{٣}{٨}}{\frac{٣}{٨}} = \frac{٥}{٧}$

(جـ) ل (أ ∩ ب). $= ل(أ) \times ل(ب/أ) = \frac{٣}{٨} \times \frac{٥}{٧} = \frac{١٥}{٥٦}$

٢. لنفترض أن السحب الثاني تم بعد إعادة الكرة التي سحبت أولًا.

(أ) احسب: ل(ب). = $\frac{٥}{٨}$

(ب) احسب: ل(ب/ أ). = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})} = \frac{\frac{٥}{٨} \times \frac{٣}{٨}}{\frac{٣}{٨}} = \frac{٥}{٨}$

(١٧) ليكن ل (أ) = ٠,٣، ل(ب) = ٠,٧، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨. احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب). = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب) = ٠,٣ + ٠,٧ − ٠,٨ = ٠,٢

(ب) ل(أ/ ب). = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{ب})} = \frac{٠,٢}{٠,٧} = \frac{٢}{٧}$

(جـ) ل(ب/ أ) = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})} = \frac{٠,٢}{٠,٣} = \frac{٢}{٣}$

(١٨) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٥، ل(ب) = ٠,٥.

∵ أ، ب حدثان مستقلان ∴ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)

احسب: ل(ب/ أ).

ل(ب/ أ) = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})} = \frac{٠,٢٥}{٠,٥} = ٠,٥$ = ٠,٥ × ٠,٥ = ٠,٢٥

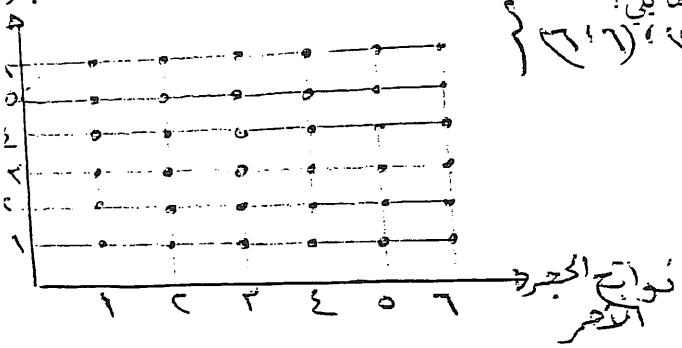
المجموعة ب: تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي لهما. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال ونوع كل حدث في ما يلي؟

ف = {(١،١)، (١،٢)، (١،٣)، ..... (٦،٤)، (٦،٥)، (٦،٦)}

(١) مجموع العددين الظاهرين أصغر من ١٠.

= $\frac{٣٠}{٣٦} = \frac{٥}{٦}$ حدث مركب



(٢) العددان الظاهران عددان فرديان. = $\frac{١٨}{٣٦} = \frac{١}{٢}$ حدث مركب

(٣) العددان الظاهران عددان زوجيان. = $\frac{١٨}{٣٦} = \frac{١}{٢}$ حدث مركب

في التمرين (٤)، حل المسألة التالية:

(٤) رقم التأمين الاجتماعي: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم تأمين اجتماعي مكون من تسعة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر؟

(٥) ما احتمال اختيار رقمًا عشوائيًا واحدًا من ١ إلى ٩ يحقق الشرطين التاليين:

رقم أولي أو من مضاعفات الرقم ٦. $= \frac{٤}{٩} + \frac{١}{٩} = \frac{٥}{٩}$

في التمارين (٦-١١)، ينتج المصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان الموضحة بالجدول. يوضح الجدول التالي احتمال إنتاج الحلوى بحسب لونها:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من كل من علبتين مفتوحتين حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أخذ حلوى بالألوان التالية؟

(٦) كلتاهما بنية اللون. $= ٠,٣ \times ٠,٣ = ٠,٠٩$

(٧) كلتاهما برتقالية اللون. $٠,١ \times ٠,١ = ٠,٠١$

* (٨) واحدة حمراء وواحدة خضراء. $٠,٢ \times ٠,٢ \times ٢ = ٠,٠٤$

(٩) الأولى بنية اللون والثانية صفراء. $٠,٣ \times ٠,٢ = ٠,٠٦$

(١٠) ولا واحدة صفراء. $٠,٨$

(١١) الأولى ليست حمراء والثانية ليست برتقالية. $٠,٨ \times ٠,٩ = ٠,٧٢$

* في التمارين (١٢-١٧)، ألقيت ثلاث عملات معدنية من فئة العشرة فلوس تحمل تواريخ من ١٩٩٤ إلى ١٩٩٦. فما احتمال كل حدث مما يلي؟

(١٢) ظهور الصورة على عملة بتاريخ ١٩٩٤ فقط. $= \frac{١}{٢ \times ٢ \times ٢}$

(١٣) ظهور الصورة على عملتين بتاريخ ١٩٩٥، ١٩٩٦.

(١٤) ظهور الصورة على الثلاث عملات. $\frac{١}{٨}$

(١٥) ظهور الصورة على عملتين فقط. $\frac{٣}{٨}$

(١٦) ظهور الصورة على عملة واحدة على الأقل. $\frac{٧}{٨}$

(١٧) ظهور الصورة على عملتين على الأقل. $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(١٨) أسباب الوفاة: قامت الحكومة بتحديد سبب واحد لكل حالة وفاة، فوجدت أن البيانات الناتجة تشير إلى أن ٤٥٪ من حالات الوفاة تسببها الأزمات القلبية ومرض في الأوعية الدموية وأن ٢٢٪ يسببها مرض السرطان.

(أ) ما احتمال أن يكون موت شخص تم اختياره بشكل عشوائي سببه مرض في الأوعية الدموية أو مرض السرطان؟ ٠٫٤٥ + ٠٫٢٢ = ٠٫٦٧

(ب) ما احتمال أن تكون وفاة هذا الشخص نتيجة لأسباب أخرى؟

١ − ٠٫٦٧ = ٠٫٣٣

(١٩) رمى حمد مرتين متتاليتين هرمًا منتظمًا مرقمًا من ١ إلى ٤ ولاحظ رقم الوجه الذي استقر عليه الهرم ويحسب ناتج جمع الأرقام التي يلاحظها.

(أ) ممَّ يتألف الناتج؟ وما هو عدد النواتج الممكنة؟

ف = {(١، ١)، (١، ٢)، (١، ٣)، (١، ٤)، ... ... ، (٤، ٤)}

ن(ف) = ١٦

(ب) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع يساوي ٦ علمًا أن نتيجة الرمية الأولى ٣».

$\frac{١}{١٦}$ =

(جـ) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع هو أكبر من ٧ علمًا أن نتيجة الرمية الأولى ٢».

صفر

(٢٠) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٧ .

احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب) = ٠,٢ × ٠,٧ = ٠,١٤

(ب) ل(ب/أ) = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{أ})} = \frac{٠,١٤}{٠,٢} = ٠,٧$

(جـ) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٢ + ٠,٧ − ٠,١٤ = ٠,٧٦

(د) ل(أ/ب) = $\frac{\text{ل}(\text{أ} \cap \text{ب})}{\text{ل}(\text{ب})} = \frac{٠,١٤}{٠,٧} = ٠,٢$

اختبار الوحدة العاشرة

(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لعدد الرجال والإناث غير المتزوجين في إحدى الدول.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث
٢٠-	٤٥٠٠	٣٤٠٠
٣٠-	٤٨٠	٣٠٠
٤٠-	٣٧٠	٢٤٠
٥٠-	٢٩٠	٢٥٠
٦٠-	١٨٠	٢١٠
٧٠-	١١٠	٢٢٠
٨٠-	٣٠	١٤٠

(أ) أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات والتكرار المتجمع الصاعد.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد (رجال)	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل (إناث)
٢٠-	٤٥٠٠	٣٤٠٠	أقل من ٣٠	٤٥٠٠	٢٠ فأكثر	٤٧٦٠
٣٠-	٤٨٠	٣٠٠	أقل من ٤٠	٤٩٨٠	٣٠ فأكثر	١٣٦٠
٤٠-	٣٧٠	٢٤٠	أقل من ٥٠	٥٣٥٠	٤٠ فأكثر	١١٦٠
٥٠-	٢٩٠	٢٥٠	أقل من ٦٠	٥٦٤٠	٥٠ فأكثر	٨٧٠
٦٠-	١٨٠	٢١٠	أقل من ٧٠	٥٨٢٠	٦٠ فأكثر	٦٦٠
٧٠-	١١٠	٢٢٠	أقل من ٨٠	٥٩٣٠	٧٠ فأكثر	٤٤٠
٨٠-	٣٠	١٤٠	أقل من ٩٠	٥٩٦٠	٨٠ فأكثر	٣٠٠

(ب) أوجد المتوسط الحسابي لأعمار الرجال والإناث.

تابع لـ ٢٠٠٧ [١٣٧]

رقم [١] ص ١٣٧ (ن) المتوسط الحسابي لأعمار الرجل

الفئة	س ر	ت ار	ت ار س ر
٢٠ -	٢٥	٤٠٠	١١٢٥٠٠
٣٠ -	٣٥	٤٨٠	١٦٨٠٠
٤٠ -	٤٥	٣٧٠	١٦٦٥٠
٥٠ -	٥٥	٢٩٠	١٥٩٥٠
٦٠ -	٦٥	١٨٠	١١٧٠٠
٧٠ -	٧٥	١١٠	٨٢٥٠
٨٠ -	٨٥	٣٠	٢٥٥٠
		٥٩٦٠	١٨٤٤٠٠

$\bar{س} = \frac{١٨٤٤٠٠}{٥٩٦٠} \simeq ٣٠٩$ سنة.

المتوسط الحسابي لأعمار الإناث

الفئة	س ر	ت ار	ت ار س ر
٢٠ -	٢٥	٣٤٠٠	٨٥٠٠٠
٣٠ -	٣٥	٣٠٠	١٠٥٠٠
٤٠ -	٤٥	٢٤٠	١٠٨٠٠
٥٠ -	٥٥	٢٥٠	١٣٧٥٠
٦٠ -	٦٥	٢٠٠	١٣٦٥٠
٧٠ -	٧٥	٢٢٠	١٦٥٠٠
٨٠ -	٨٥	١٤٠	١١٩٠٠
		٤٧٦٠	١٦٢١٠٠

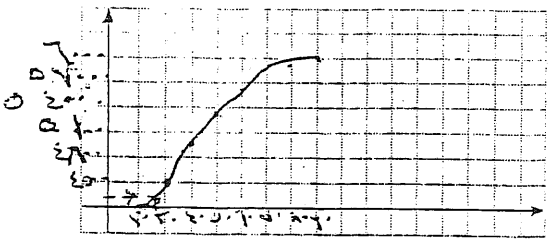
$\bar{س} = \frac{١٦٢١٠٠}{٤٧٦٠}$

$= ٣٤ر١$ سنة

١٣٧ ذكر

التكرار المتجمع الصاعد

(جـ) أوجد الوسيط لأعمار الرجال والوسيط لأعمار الإناث مستخدمًا منحنى التكرار المتجمع الصاعد لكل من أعمار الرجال والإناث. ثمّ اشرح ما يمثله كل عدد.



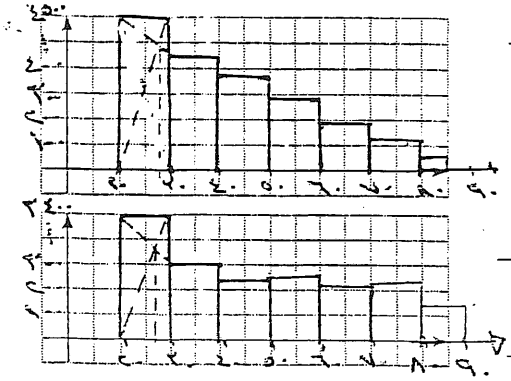
ب الوسيط (رجال) = ٥٩٦٠ / ٢ = ٢٩٨٠

الوسيط = ٢٩

ترتيب الوسيط (إناث) = ٤٧٦٠ / ٢ = ٢٣٨٠

الوسيط = ٢٨

(د) أوجد المنوال لأعمار الرجال والمنوال لأعمار الإناث باستخدام المدرج التكراري. ماذا تلاحظ؟



المنوال = ٢٨ تقريبًا (رجال)

المنوال = ٢٨ (إناث)

تقارب المنوال في الاثنين

(٢) جاءت درجات أحمد السنة الماضية في اختبار مادة العلوم حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ١٧، ١٠، ١٥، ١٢، ١٣، ٩، ١٦، ٨، ١٤، ١٦.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات $\overline{س}$.

$$\overline{س} = \frac{١٧ + ١٠ + ١٥ + ١٢ + ١٣ + ٩ + ١٦ + ٨ + ١٤ + ١٦}{١٠} = \frac{١٣٠}{١٠} = ١٣$$

(ب) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لهذه الدرجات.

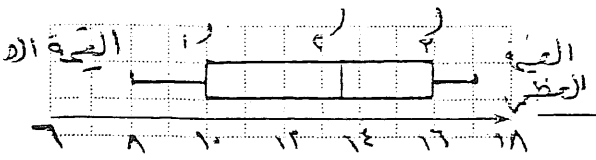
الترتيب التصاعدي: ٨، ٩، ١٠، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٦، ١٧

$ل_٢ = \frac{١٣ + ١٤}{٢} = ١٣,٥$ $ل_١ = ١٠$ $ل_٣ = ١٦$

المدى = ١٧ − ٨ = ٩ المدى الأرباعي = ١٦ − ١٠ = ٦

مجمل الأعداد الخمسة (٨، ١٠، ١٣,٥، ١٦، ١٧)

(ج) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين. ماذا تلاحظ؟



الوسيط أقرب إلى الربيع الأعلى

(د) أوجد الانحراف المعياري لهذه الدرجات ع.

(٣) بيّنت دراسة إحصائية على ١٠٠ طالب النتيجة التالية حول جنس الطالب ولون عينيه.

	أسود	عسلي	المجموع
ولد	٣٠	٢٥	٥٥
بنت	٢٧	١٨	٤٥
المجموع	٥٧	٤٣	١٠٠

لدى اختيار طالب عشوائيًا (كل الخيارات متساوية الفرص).

نسمي: الحدث و: «الطالب هو ولد»

الحدث أ: «لون عيني الطالب أسود»

الحدث ع: «لون عيني الطالب عسلي»

الحدث ب: «الطالب هو بنت»

(أ) احسب ل(أ).

$$ل(أ) = \frac{٥٧}{١٠٠} = ٠,٥٧$$

(ب) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا ولون عينيه أسود (ل (و ∩ أ))؟

$$ل(و \cap أ) = \frac{٣٠}{١٠٠} = ٠,٣$$

(ج) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا ولون عينيه عسلي (ل (و ∩ ع))؟

$$ل(و \cap ع) = \frac{٢٥}{١٠٠} = ٠,٢٥$$

رقم [٩] [د] ص ١٣٩

س	ك	ك س	س − س̄	(س − س̄)²
١٧	١	١٧	٤	١٦
١٠	١	١٠	−٣	٩
١٥	١	١٥	٢	٤
١٤	١	١٤	−١	١
١٣	١	١٣	٠	٠
٩	١	٩	−٤	١٦
١٦	١	١٦	٣	٩
٨	١	٨	−٥	٢٥
١٤	١	١٤	١	١
١٦	١	١٦	٣	٩
				٩٠

س̄ = ١٣

ع² = ٩٠ / ١٠ = ٩

ع = √٩ = ٣

(د) تحقق من أن: و = (و ∩ أ) ∪ (و ∩ ع)، ما احتمال ل (و)؟

ن(و) = ٢٥ + ٣٠ = ٥٥ و = ٥٥

ل(و) = ٥٥/١٠٠ = ٠,٥٥

(هـ) في هذا السؤال، نفترض أن الطالب المختار هو ولد. فما احتمال أن يكون لون عينيه أسود. نسمي هذا الاحتمال ل(أ/ و).

ل(أ/و) = ل(أ ∩ و) / ل(و) = ٣٠/١٠٠ / ٥٥/١٠٠ = ٣٠/٥٥ حل آخر: ٣٠/٥٥

(و) أوجد علاقة بين ل (أ/ و)، ل (و)، ل(و ∩ أ).

ل(أ/و) = ل(و ∩ أ) / ل(و)

(٤) إذا كانت درجات أحد الطلاب في اختبارات مادة الرياضيات على مدار السنة حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ٧، ١٠، ١٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٥، ٨، ١٧.

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه الدرجات.

الترتيب التصاعدي: ٧، ٨، ٩، ١٠، ١٢، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧

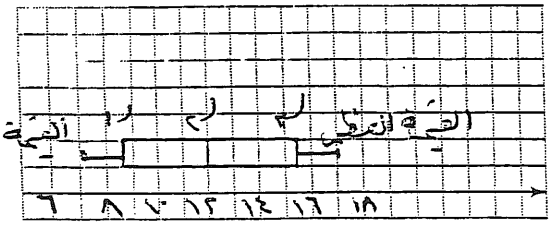
المدى = ١٧ − ٧ = ١٠ ر٢ = ١٢ ر١ = ٨,٥ ر٣ = ١٥,٥

المدى الأرباعي = ١٥,٥ − ٨,٥ = ٧

مجمل الأعداد الخمسة (٧، ٨,٥، ١٢، ١٥,٥، ١٧)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لتمثيل قيم هذه الدرجات. ماذا تلاحظ؟

الوسيط أقرب إلى الأرباعي الأعلى



تمارين إثرائية

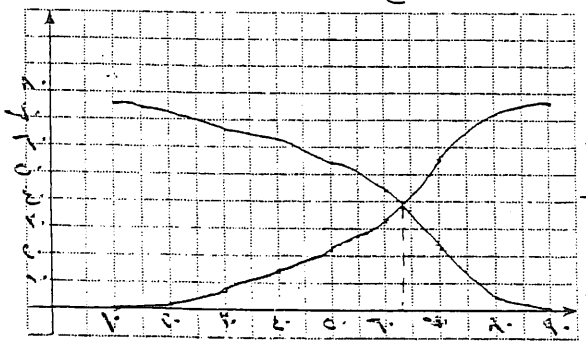
(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٧٥ رأسًا من قطيع المها العربية بالكيلوجرام.

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠
التكرار	١	٧	٥	٨	١١	٢٢	١٧	٤

(أ) أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

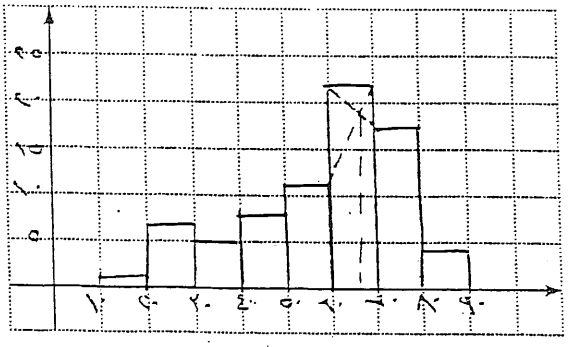
الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-١٠	١	أقل من ٢٠	١	١٠ فأكثر	٧٥
-٢٠	٧	أقل من ٣٠	٨	٢٠ فأكثر	٧٤
-٣٠	٥	أقل من ٤٠	١٣	٣٠ فأكثر	٦٧
-٤٠	٨	أقل من ٥٠	٢١	٤٠ فأكثر	٦٢
-٥٠	١١	أقل من ٦٠	٣٢	٥٠ فأكثر	٥٤
-٦٠	٢٢	أقل من ٧٠	٥٤	٦٠ فأكثر	٤٣
-٧٠	١٧	أقل من ٨٠	٧١	٧٠ فأكثر	٢١
-٨٠	٤	أقل من ٩٠	٧٥	٨٠ فأكثر	٤

(ب) أوجد الوسيط لقيم هذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل معًا.



الوسيط = ٦٣,٥ تقريباً

(جـ) أوجد المنوال لقيم هذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة وباستخدام المدرج التكراري.



المنوال = ٦٦

(د) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأوزان.

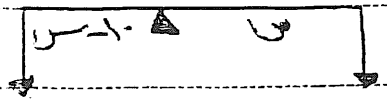
تمرين ١ (ج) ص ١٤١

الحد الأدنى للفئة المئوية = ٦٠

ف = ١٠ ، $ل_{١}$ = ١١ ، $ل_{٢}$ = ١٧

$ل_{١} - س_{ر}$ = $ل_{٠}$ (ف − $س_{ر}$)

١١ − $س_{ر}$ = ١٧ (١٠ − $س_{ر}$)



١١ − $س_{ر}$ = ١٧٠ − ١٧ $س_{ر}$

١١ $س_{ر}$ + ١٧ $س_{ر}$ = ١٧٠

٢٨ $س_{ر}$ = ١٧٠ ⇐ $س_{ر}$ = $\frac{١٧٠}{٢٨}$ ≈ ٦,١

∴ المئوال = ٦٠ + ٦,١ = ٦٦,٦

تمرين ١ (د) ص ١٤١

الفئة	س	ك	ك س
١٠ −	١٥	١	١٥
٢٠ −	٢٥	٧	١٧٥
٣٠ −	٣٥	٥	١٧٥
٤٠ −	٤٥	٨	٣٦٠
٥٠ −	٥٥	١١	٦٠٥
٦٠ −	٦٥	٢٢	١٤٣٠
٧٠ −	٧٥	١٧	١٢٧٥
٨٠ −	٨٥	٤	٣٤٠
المجموع		٧٥	٤٣٧٥

$\bar{س}$ = $\frac{٤٣٧٥}{٧٥}$

$\bar{س}$ = ٥٨,٣ تقريباً

(٢) سجل أحد الاشخاص أسعار الحاسوب بالدينار الكويتي من عدة محلات لبيع هذه الأجهزة كما يلي: ٢٥٠، ٢٤٥، ٢٦٠، ٢٥٥، ٢٤٠، ٢٦٥، ٢٣٥، ٢٧٠، ٢٦٥.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأسعار $\bar{س}$.

$$\bar{س} = \frac{٢٥٠ + ٢٤٥ + ٢٦٠ + ٢٥٥ + ٢٤٠ + ٢٦٥ + ٢٦٥ + ٢٣٥ + ٢٧٠ + ٢٦٥}{١٠} = ٢٥٥,$$

(ب) أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه الأسعار ع.

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^{٢}
٢٥٠	−٥	٢٥
٢٤٥	−١٠	١٠٠
٢٦٠	٥	٢٥
٢٥٥	٠	-
٢٤٥	−١٥	٢٢٥
٢٦٥	١٠	١٠٠
٢٦٥	١٠	١٠٠
٢٣٥	−٢٠	٤٠٠
٢٧٠	١٥	٢٢٥
٢٦٥	١٠	١٠٠
		١٣٠٠

$$ع^{٢} = \frac{١٣٠٠}{١٠} = ١٣٠$$

$$ع = \sqrt{١٣٠} = ١١,٤$$

(٣) حلوى محشوة بالفول السوداني: ينتج مصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان، كما يوضح الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا أخذت ثلاث قطع من علبة واحدة، فكم عدد الألوان التي يحتمل الحصول عليها؟

(٤) تسلية: في إحدى الألعاب يتم رمي خمسة أحجار نرد متمايزة في وقت واحد وملاحظة الوجه العلوي لها. كم عدد النواتج التي يمكن تمييزها إذا كان لكل حجر لون مختلف؟

٦ × ٦ × ٦ × ٦ × ٦ = ٦^{٥}

(٥) المعلم والامتحان النهائي: أعطى معلم طلابه ٢٠ سؤالًا للاستذكار على أن يحتوي الامتحان النهائي على ثمانية أسئلة منها. كم عدد الامتحانات النهائية المختلفة التي يمكن وضعها؟

(٦) مسح للخريجين: اختارت إحدى الكليات عددًا من دفعة عام ١٩٩٦ المكونة من ٢٥٤ خريجًا من بينهم ١٧٢ سيدة، حيث التحق ١٢٤ سيدة بالدراسات الجامعية و٥٨ رجلًا. فما احتمال كل من الأحداث التالية؟

(أ) أن يكون الخريج سيدة.

(ب) أن يلتحق الخريج بالدراسات الجامعية.

(جـ) أن يكون الخريج سيدة وقد التحقت بالدراسات الجامعية.

(٧) تحديد نوع الطفل: افترض أن احتمال أن يكون الطفل المولود حديثًا من نوع معين هو ٥٠٪، في عائلة مكونة من أربعة أطفال. فما احتمال كل حدث معطى؟

(أ) كل الأطفال إناث.

(ب) كل الأطفال من نوع مختلف.

(جـ) كل الأطفال إما ذكور أو إناث.

(٨) عند إشارة المرور التي تتألف من ثلاثة ألوان لاحظنا أن:

٢٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الخضراء.

٦٥٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الصفراء (كما يطلب قانون المرور).

٩٧٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الحمراء.

قررنا مراقبة سلوك سيارة عند إشارة المرور. لنفترض أنه عند وصول السيارة إلى الإشارة، لون الإشارة عشوائي وأن احتمال أن يكون اللون هو الأخضر ٠,٦، احتمال أن يكون اللون هو الأصفر ٠,١، احتمال أن يكون اللون هو الأحمر ٠,٣.

(أ) ما احتمال أن تكون السيارة المراقبة قد توقفت؟

(ب) تجاوزت السيارة الإشارة. فما احتمال أن تكون قد تجاوزت الإشارة عندما كان لونها أحمرًا.

= ١ - ٣ر٠ = ٧ر٠

(٩) نشاط تدريبي صيفي يعرض نشاطًا لغويًا ورياضيًا. الجدول يعطي توزيعًا لـ ١٥٠ متدربًا بحسب اللغة والرياضة التي تم اختيارها:

	كرة سلة	كرة قدم	ركوب الخيل	المجموع
إنكليزي	٤٥	١٨	٢٧	٩٠
فرنسي	٣٣	٩	١٨	٦٠
المجموع	٧٨	٢٧	٤٥	١٥٠

تم اختيار متدرب عشوائيًا.

(أ) ما احتمال الحدث أ: «المتدرب يمارس كرة السلة أو يدرس الفرنسية»

$\frac{٧٨}{١٥٠} + \frac{٦٠}{١٥٠} - \frac{٣٣}{١٥٠} = \frac{١٠٥}{١٥٠} = ٧ر٠$

(ب) ما احتمال الحدث ب: «المتدرب يمارس ركوب الخيل ويدرس اللغة الفرنسية»؟

$\frac{١٨}{١٥٠} = ١٢ر٠$

(جـ) ما احتمال الحدث جـ: «يدرس اللغة الإنكليزية علمًا أنه يمارس كرة السلة»؟

$\frac{٤٥}{٦٥٠} = ٣ر٠$

(د) ما احتمال الحدث د: «يمارس كرة القدم علمًا أنه يدرس اللغة الفرنسية»؟

$= \frac{9}{150} = 0.6$

(هـ) هل الحدثان ر: «يمارس ركوب الخيل»، ن: «يدرس اللغة الإنكليزية» هما حدثان مستقلان؟

$ل(ر) = \frac{45}{150}$ $ل(ن) = \frac{90}{150}$ $ل(ر \cap ن) = \frac{27}{150}$

$ل(ر) \times ل(ن) = \frac{90}{150} \times \frac{45}{150} = 0.18$ $ل(ر \cap ن) = 0.18$

∴ الحدثان مستقلان

(١٠) أرقام الهاتف: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم هاتف مكوّن من سبعة أرقام دون تكرار أي منها؟

$\frac{7}{9} = 0.7$

(١١) ما احتمال اختيار رقم واحد عشوائي من ١ إلى ٩ يحقق الشروط التالية: عدد فردي أو من مضاعفات العدد ٤؟

$= \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

(١٢) في فصل الشتاء، أصابت موجة زكام ربع المواطنين. ثلث المواطنين تلقوا لقاحًا ضد الزكام، ولسبب عدم فاعلية اللقاح ١٠٠٪ نفترض أن مريضًا مصابًا بالزكام من ١٠ قد تلقى لقاحًا.

ما احتمال أن يكون مواطنًا من بين الذين تلقوا اللقاح ما زال مصابًا بالزكام؟

احتمال أن يكون مواطن تلقى اللقاح $= \frac{1}{3}$ $ل(P)$

احتمال أن يكون مواطن مصاب بالزكام $= \frac{1}{4}$ $ل(د)$

احتمال أن يكون مواطن مصاب بالزكام وتلقى لقاح $= \frac{1}{10}$ $ل(P \cap د)$

احتمال أن يكون مواطن تلقى اللقاح وما زال مصاب بالزكام $= ل(د/P)$

$= \frac{ل(P \cap د)}{ل(د)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{5}$