مراجعة للصف الثاني عشر العلمي

الريـــــــاضيات

الفصل الدراسي الثاني

إعداد : أ . عمــار رمضان الصالح

نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر العلمي الدور الثاني
للعام ٢٠١٦ / ٢٠١٧

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية)
للصف الثاني عشر علمي (2016 / 2017 م)
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

تعليمات هامة

1) الإمتحان في (11) صفحة مختلفة عدا صفحات الغلاف و التعليمات و القوانين
2) الزمن ساعتان و 45 دقيقة
3) الإمتحان ينقسم إلى قسمين :
أ) القسم الأول :
أسئلة المقال و عددها 4 أسئلة لكل سؤال 14 درجة من صفحة (1) إلى صفحة (8)
ب) القسم الثاني :
البنود الموضوعيه و تتكون من 10 بنود درجاتها 14 درجة ، درجة لكل من البندين (1 ، 2) و درجة و نصف لكل بند من (3) إلى (10) وهي من صفحة (9) إلى صفحة (10)
4) إجابة البنود الموضوعيه في صفحة (11)
5) القوانين في صفحة مستقلة
6) الدرجة الكلية (70)
7) تلغى درجة البند الموضوعي في حال تم تظليل أكثر من إختيار أو عدم تظليل أي إختيار
8) لن تصرف أية أوراق إضافية للإجابة غير هذه الأوراق المخصصة للإمتحان

نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر العلمي الدور الثاني
للعام ٢٠١٦ / ٢٠١٧

للصف

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int xe^x \, dx$$

تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2016 / 2017

تابع السؤال الأول :

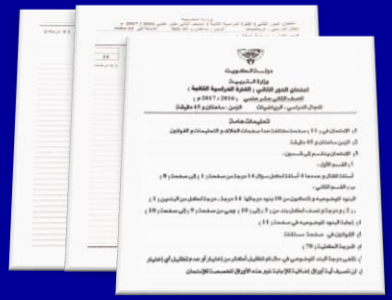
(8 درجات)

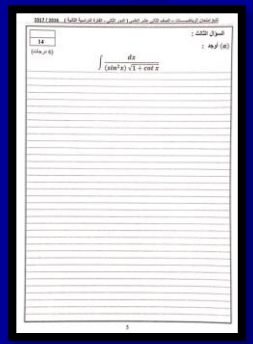
(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

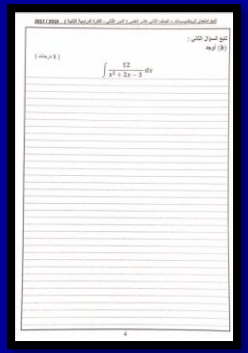
$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

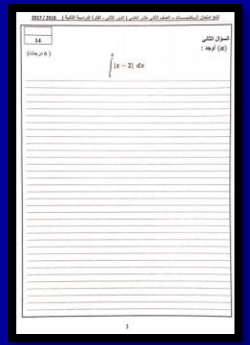
في الفترة : $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

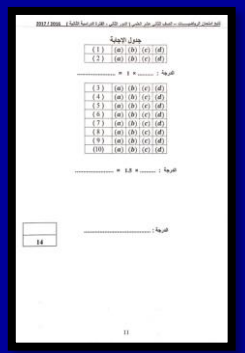
نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر العلمي الدور الثاني
للعام ٢٠١٦ / ٢٠١٧

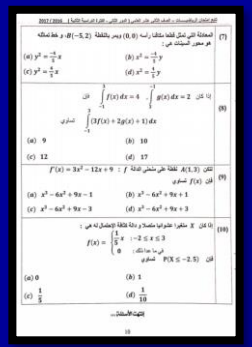


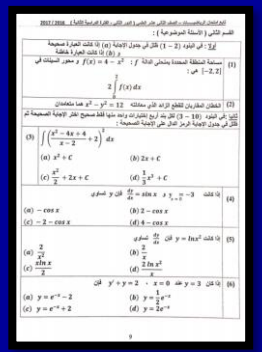


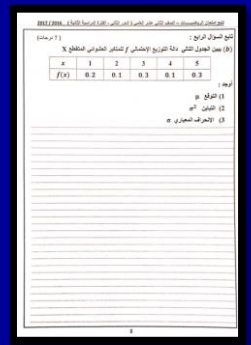


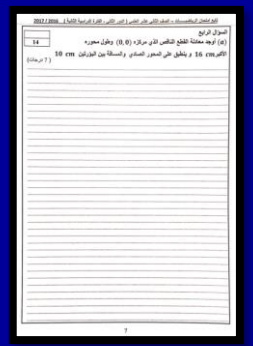




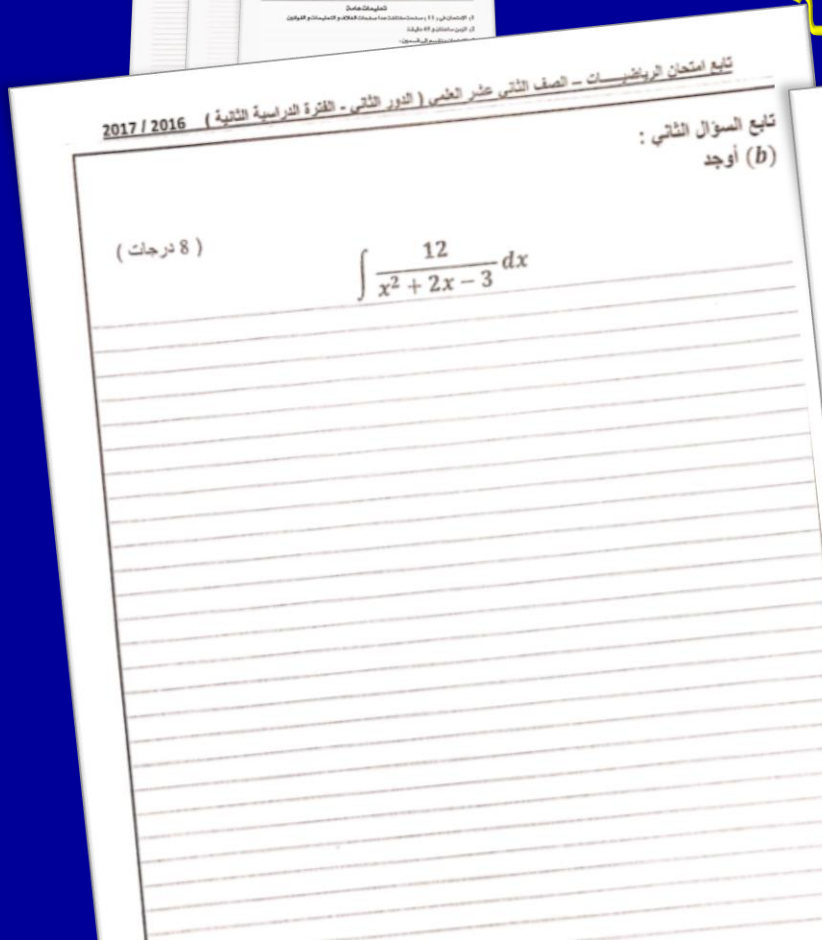


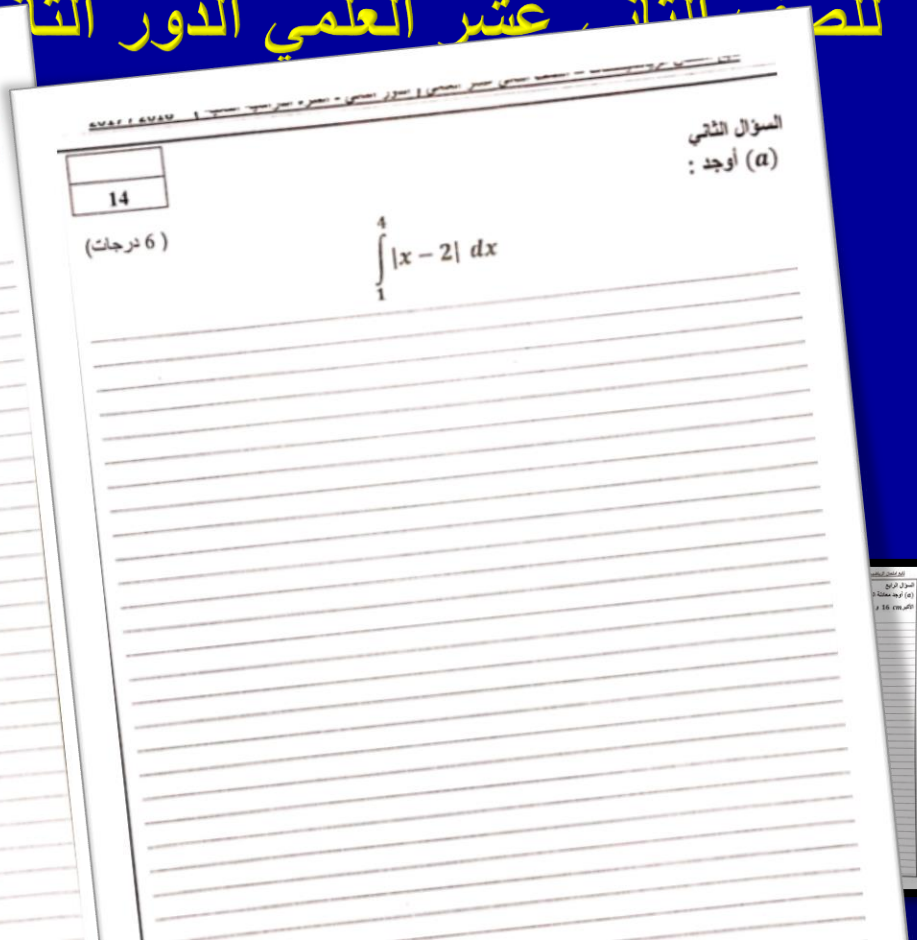




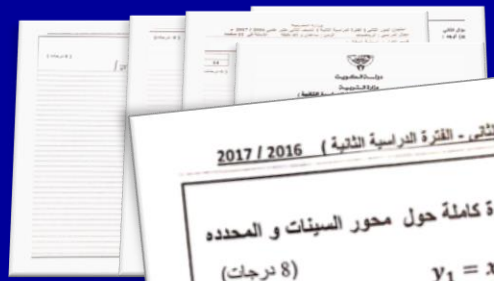


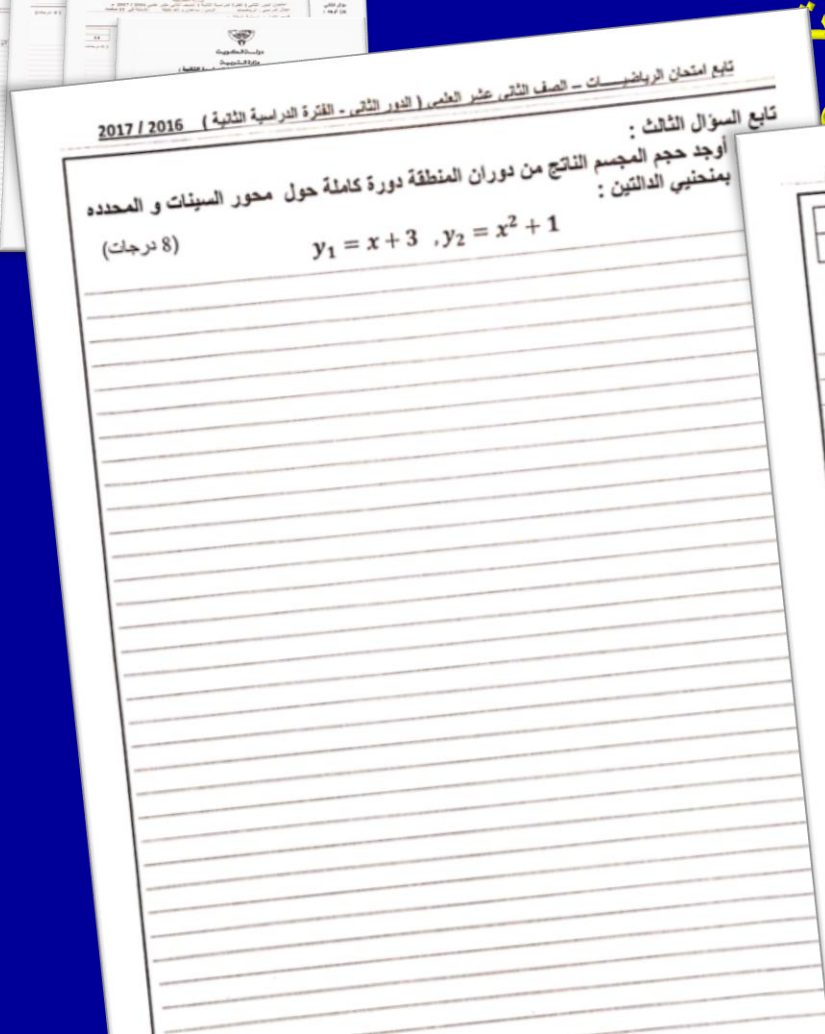
نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر العلمي الدور الثا





نموذج اختبار الرياضيات



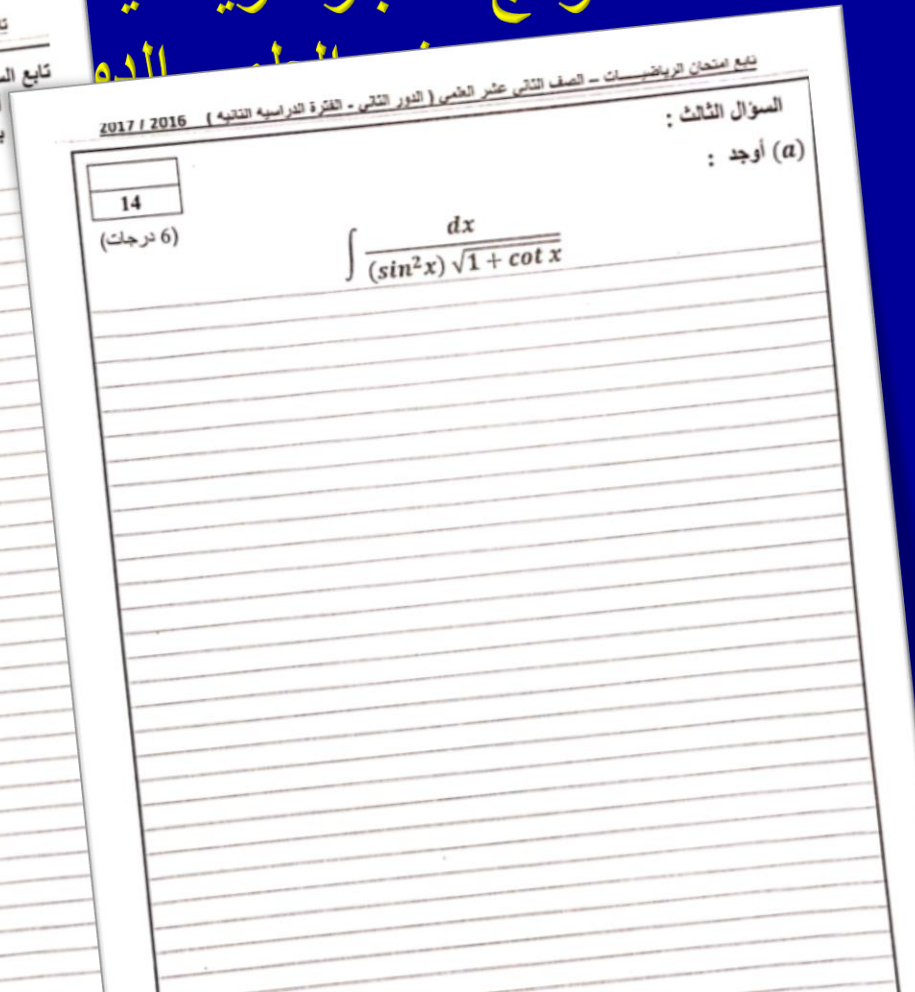

تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2017 / 2016

تابع السؤال الثالث :

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

$y_1 = x + 3 \quad , y_2 = x^2 + 1$

(8 درجات)


تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2017 / 2016

السؤال الثالث :

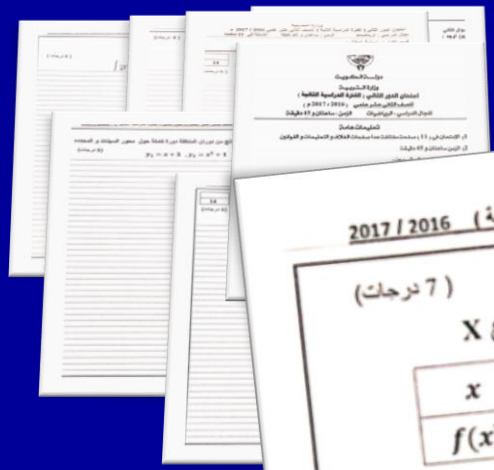
أوجد : (a)

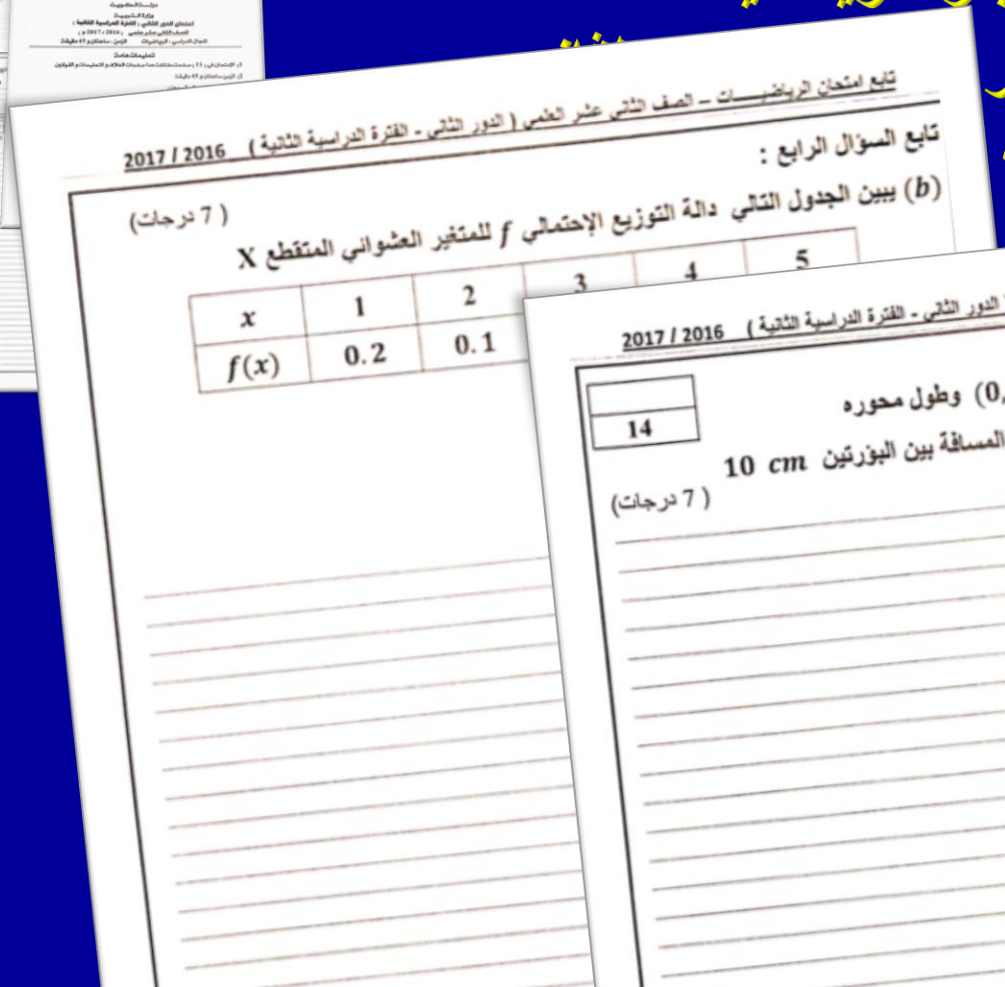
14

(6 درجات)

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x)\sqrt{1+\cot x}}$$

نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر
للعام ٢٠١٦





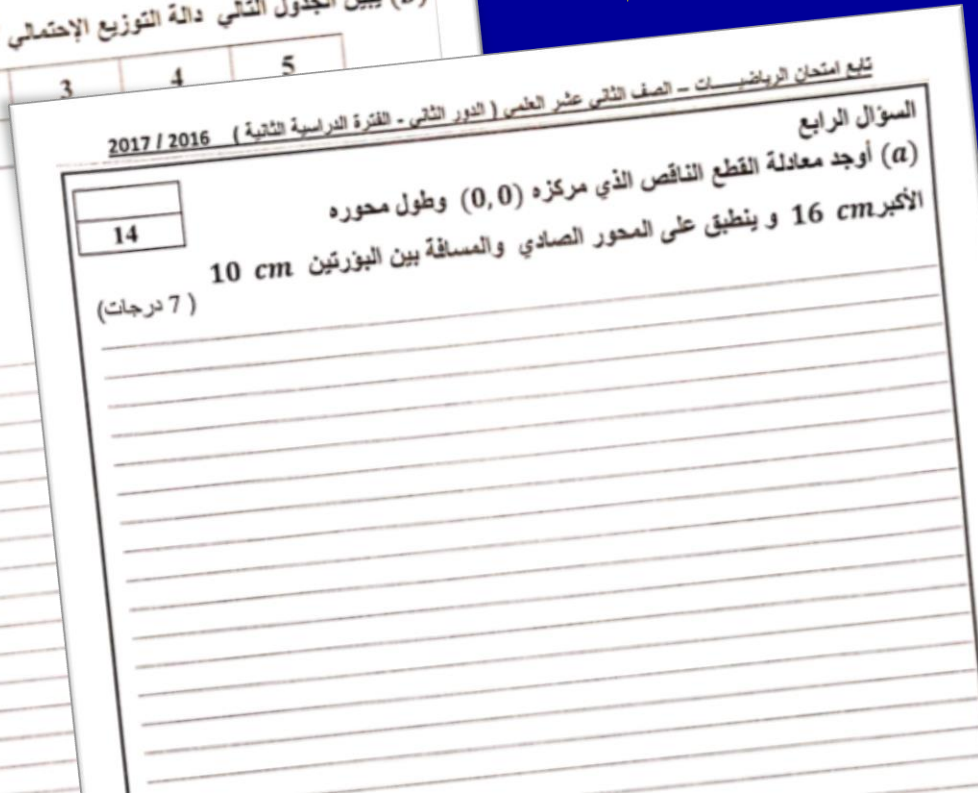
تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2017 / 2016

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

(7 درجات)

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1			



تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2017 / 2016

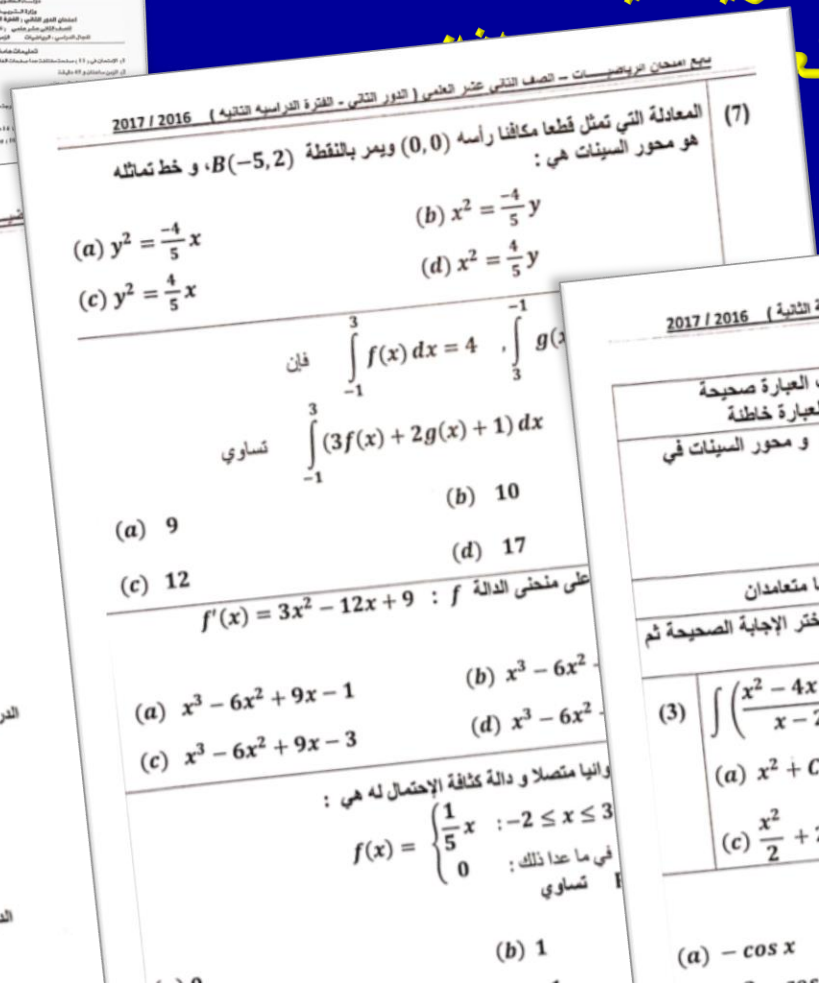
السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0,0)$ وطول محوره الأكبر $16\ cm$ و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين $10\ cm$

(7 درجات)

نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر العلمي
للعام ٢٠١٦


تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2017 / 2016

(7) المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $B(-5,2)$، و خط تماثله هو محور السينات هي :

$(a)\ y^2 = \frac{-4}{5}x$ $(b)\ x^2 = \frac{-4}{5}y$

$(c)\ y^2 = \frac{4}{5}x$ $(d)\ x^2 = \frac{4}{5}y$

فإن $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = 4$ ، $\int_{3}^{-1} g(x$

تساوي $\int_{-1}^{3} (3f(x) + 2g(x) + 1)\,dx$

$(a)\ 9$ $(b)\ 10$

$(c)\ 12$ $(d)\ 17$

على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$(a)\ x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ $(b)\ x^3 - 6x^2$

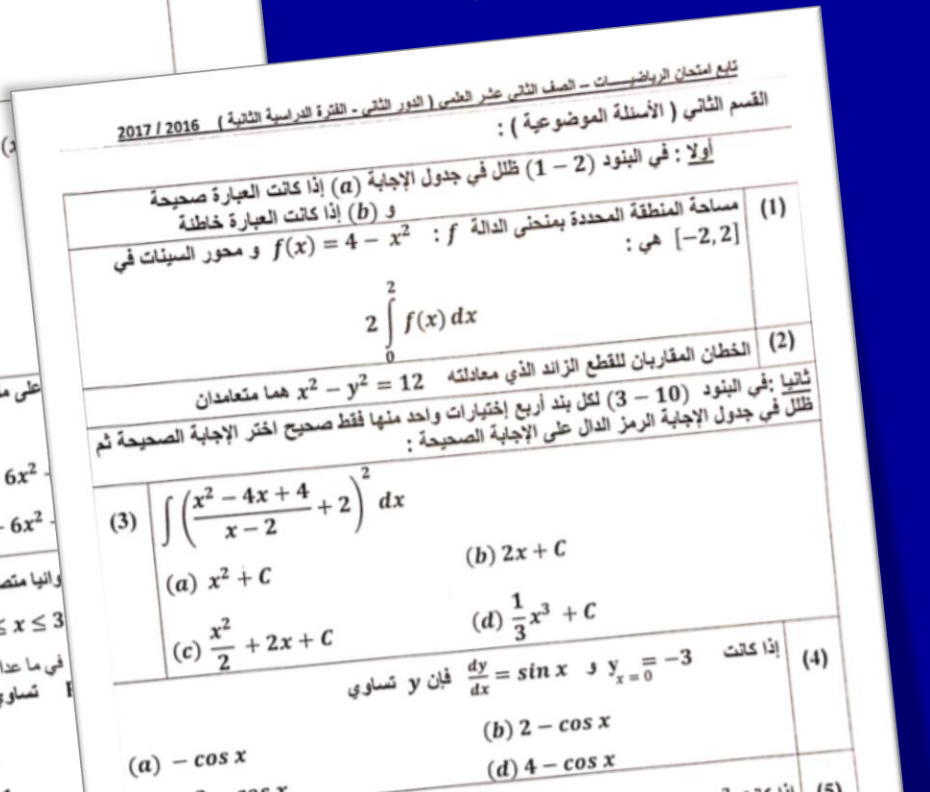
$(c)\ x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ $(d)\ x^3 - 6x^2$

وانيا متصلا و دالة كثافة الإحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

تساوي

$(b)\ 1$


تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية) 2017 / 2016

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1-2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ و محور السينات في $[-2,2]$ هي :

$$2\int_{0}^{2} f(x)\,dx$$

(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان

ثانيا :في البنود $(3-10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2\right)^2 dx$

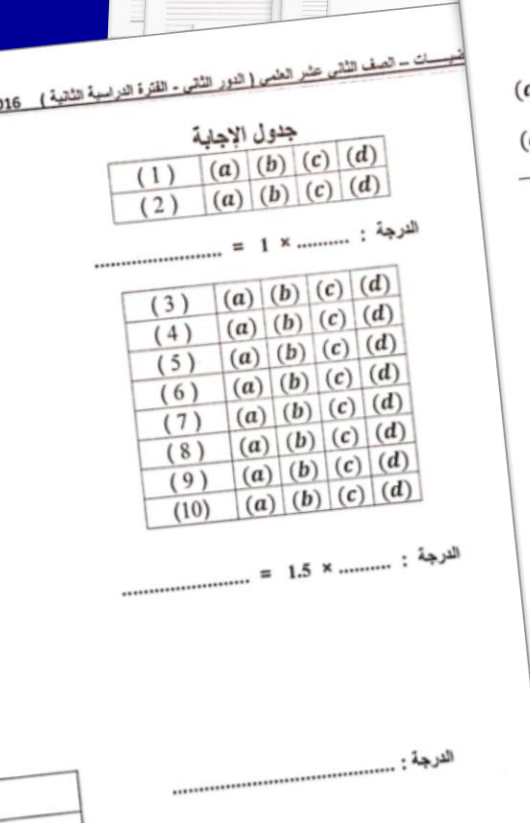
$(a)\ x^2 + C$ $(b)\ 2x + C$

$(c)\ \frac{x^2}{2} + 2x + C$ $(d)\ \frac{1}{3}x^3 + C$

(4) إذا كانت $y_{x=0} = -3$ و $\frac{dy}{dx} = \sin x$ فإن y تساوي

$(a)\ -\cos x$ $(b)\ 2 - \cos x$

$(d)\ 4 - \cos x$


016) تابع امتحان الرياضيات – الصف الثاني عشر العلمي (الدور الثاني - الفترة الدراسية الثانية)

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

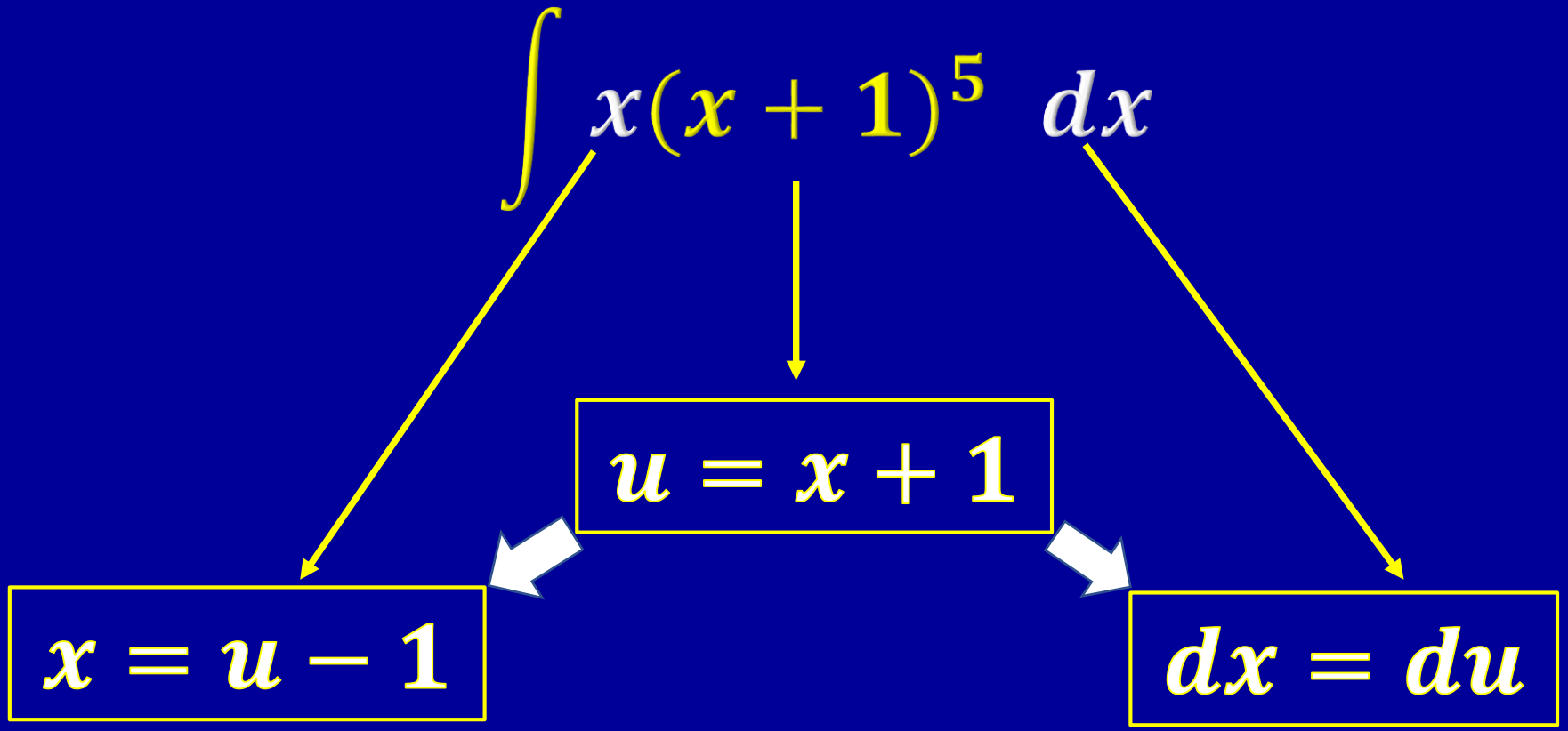
الدرجة : ..... × 1.5 = ...

الدرجة : .....

نموذج اختبار الرياضيات
للصف الثاني عشر العلمي الدور الثاني
للعام ٢٠١٦ / ٢٠١٧

السؤال الأول

أوجد : $\int x(x+1)^5 \, dx$


$\int x(x+1)^5\ dx$
$u = x + 1$
$x = u - 1$
$dx = du$

$$\int x(x+1)^5 \, dx$$

$$= \int (u-1)u^5 du$$

$$= \int (u^6 - u^5) du$$

$$= \frac{u^7}{7} - \frac{u^6}{6} + C \quad = \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{6} + C$$

$$u = x + 1$$

$$x = u - 1$$

$$dx = du$$

السؤال الثانى أوجد :

$$\int (1 + cosx)^6 \, sinx \, dx$$

$$\int (1 + cosx)^6 \, sinx \, dx$$

$$u = 1 + cosx$$

$$-du = sinxdx$$

$$du = -sinxdx$$

$$\int (1+cosx)^6\, sinx dx$$

$$u = 1 + cosx$$

$$du = -sinx dx$$

$$-du = sinx dx$$

$$= \int u^6\,(-du)$$

$$= -\int u^6\, du$$

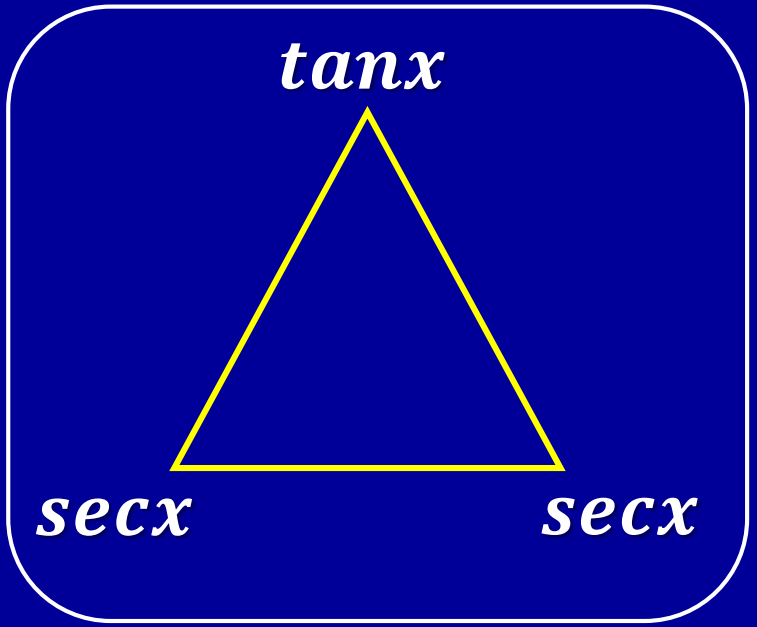
$$= -\frac{1}{7}u^7 + c \quad = -\frac{1}{7}(1+cosx)^7 + c$$

السؤال الثالث أوجد:

$$\int sec^4 x \, tanx \, dx$$

$$\int sec^4 x\, tanx\, dx$$

$$= \int sec^3 x.\, secx.\, tanx\, dx$$



$$u = secx \quad \Rightarrow \quad du = s\, ecx\, tanx\, dx$$

$$\int sec^4 x \, tanx \, dx$$

$$= \int sec^3 x . secx . tanx \, dx$$

$u = secx$

$du = s\,ecx \, tanx \, dx$

$$= \int u^3 \, du \quad = \frac{u^4}{4} + c$$

$$= \frac{sec^4 x}{4} + c$$

السؤال الرابع أوجد:

$$\int x \sin x \, dx$$

السؤال الرابع

أوجد: $\int x \sin x \, dx$

الحل:

$u = x$ ⟵ $dv = \sin x \, dx$

$du = dx$ ⟶ $v = -\cos x$

$$\int u \, dv = u\,v - \int v \, du$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int (-\cos x) \, dx$$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$

السؤال الخامس أوجد:

$$\int x \ln x \, dx$$

السؤال الخامس

أوجد: $\int x \ln x \, dx$

الحل:

$$u = \ln x \qquad dv = x\,dx$$

$$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \tfrac{1}{2}x^2$$

$$\int u\,dv = u\,v - \int v\,du$$

$$\int x \ln x \, dx = \tfrac{1}{2}x^2 \ln x - \int \tfrac{1}{2}\, x \, dx$$

$$\int x \ln x \, dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}\, x^2 + C$$

السؤال السادس أوجد:

$$\int x^2 \, e^{x+2} \, dx$$

السؤال السادس

أوجد: $\int x^2\, e^{x+2} dx$

الحل:

$u = x^2$ ، $dv = e^{x+2}\, dx$

$du = 2x dx$ ، $v = e^{x+2}$

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$$\int x^2\, e^{x+2} dx = x^2 e^{x+2} - 2\int x.\, e^{x+2}\, dx \quad (1)$$

$$\int x.\, e^{x+2}\, dx$$

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد:

$$\int x.\, e^{x+2}\, dx$$

$$\int x^2\, e^{x+2} dx = x^2 e^{x+2} - 2\int x.\, e^{x+2}\, dx \qquad (1)$$

$$u = x \qquad dv = e^{x+2}\, dx$$

$$du = dx \qquad v = e^{x+2}$$

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$$\int x\, e^{x+2} dx = x\, e^{x+2} - \int e^{x+2}\, dx$$

$$\int x\, e^{x+2} dx = x\, e^{x+2} - e^{x+2} + C_1 \qquad (2)$$

من (١) و (٢) نحصل على:

$$\int x^2\, e^{x+2} dx = x^2 e^{x+2} - 2\int x.\, e^{x+2}\, dx \qquad (1)$$

$$\int x^2\, e^{x+2} dx = x^2 e^{x+2} - 2\left(x\, e^{x+2} - e^{x+2} + C_1\right)$$

$$= x^2 e^{x+2} - 2x\, e^{x+2} + 2e^{x+2} + C$$

$$= (x^2 - 2x\ + 2)e^{x+2} + C$$

حيث $C = -2C_1$

السؤال السابع أوجد :

$$\int \frac{4x^2 - 4x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$$

$$\int \frac{4x^2 - 4x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$$

$$x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$$

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{x^3 - 4x^2 + 4x} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x-1} + \frac{A_3}{(x-1)^2}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = A_1(x-1)^2 + A_2x(x-1) + A_3x$$

$$4x^2 - 4x + 1 = A_1(x-1)^2 + A_2x(x-1) + A_3x$$

نعوض $x = 1$

$$4(1)^2 - 4(1) + 1 = A_1(0) + A_2(0) + A_3(1) \quad \Rightarrow A_3 = 1$$

نعوض $x = 0$

$$4(0)^2 - 4(0) + 1 = A_1(1) + A_2(0) + A_3(0) \quad \Rightarrow A_1 = 1$$

نعوض $A_3 = 1$ $A_1 = 1$ $x = 2$

$$4(2)^2 - 4(2) + 1 = (1)(2-1)^2 + A_2(2)(2-1) + (1)(2)$$

$$\Rightarrow A_2 = 3$$

$$\frac{4x^2-4x+1}{x^3-4x^2+4x}=\frac{1}{x}+\frac{3}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\int \frac{4x^2-4x+1}{x^3-4x^2+4x}\,dx = \int \left(\frac{1}{x}+\frac{3}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}\right)dx$$

$$= \int \frac{1}{x}\,dx + 3\int \frac{1}{x-1}\,dx + \int \frac{1}{(x-1)^2}\,dx$$

$$= ln|x| + 3ln|x-1| - \frac{1}{x-1} + C$$

السؤال دون حساب قيمة التكامل أثبت أن:

الثامن:

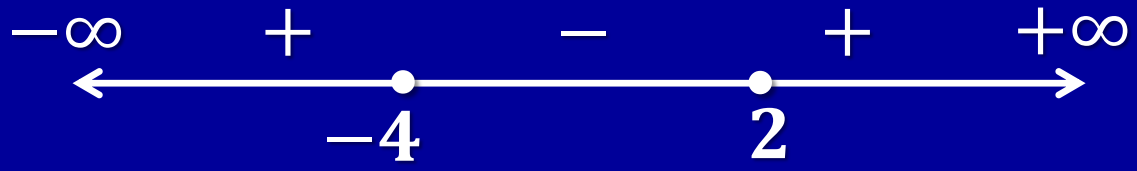
$$\int_{-4}^{2} \left(x^2 + 2x - 8\right) dx \leq 0$$

$$\int_{-4}^{2} (x^2 + 2x - 8)\,dx \leq 0$$

دون حساب قيمة التكامل أثبت أن:

$$f(x) = x^2 + 2x - 8$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 4) = 0$$



$$f(x) \leq 0 \quad \forall \quad x \in [-4, 2]$$

$$f(x) \leq 0 \quad \forall \quad x \in [-4, 2]$$

$$\therefore x^2 + 2x - 8 \leq 0 \quad \forall \quad x \in [-4, 2]$$

$$\int_{-4}^{2} (x^2 + 2x - 8)dx \leq 0$$

السؤال التاسع

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيى الدالتين :

$$y_1 = x^2 + 2 \quad , \quad y_2 = -2x + 5$$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيى الدالتين :

$$y_1 = x^2 + 2 \quad , \quad y_2 = -2x + 5$$

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع نضع : $y_1 = y_2$

$$x^2 + 2 = -2x + 5 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -3 \quad , x = 1$$

مساحة المنطقة هي :

$$A = \left| \int_{-3}^{1} (y_2 - y_1)dx \right| = \left| \int_{-3}^{1} [-2x + 5 - x^2 - 2]\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-3}^{1} (3 - 2x - x^2)dx \right| = \left| \left[3x - x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_{-3}^{1} \right|$$

$$A = \left| \left((3 \times 1) - 1^2 - \frac{(1)^3}{3} \right) - \left((3 \times -3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3} \right) \right|$$

$$A = \frac{32}{3} \text{ (units square)}$$

السؤال العاشر

اوجد حجم المجســـــم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين :

$$y_1 = x + 3 \quad , \quad y_2 = x^2 + 1$$

$$y_1 = x + 3 \quad , \quad y_2 = x^2 + 1$$

نجد نقاط التقاطع بوضع :

$$y_1 = y_2$$

$$x + 3 = x^2 + 1 \longrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1 \qquad x = 2$$

$y_1 = x + 3$, $y_2 = x^2 + 1$

نأخذ قيمة اختيارية في $(-1, 2)$ ولتكن $x = 0$

$y_1 = 3$ $y_2 = 1$

$y_1 \geq y_2 \geq 0$, $\forall\, x \in [-1, 2]$

$$V = \pi \int_{-1}^{2} \left[{y_1}^2 - {y_2}^2 \right] dx$$

$$V = \pi \int_{-1}^{2} \left[(x+3)^2 - (x^2+1)^2 \right] dx$$

$$V = \pi \int_{-1}^{2} \left[(x+3)^2 - (x^2+1)^2\right] dx$$

$$v = \pi \int_{-1}^{2} \left[(x^2+6x+9) - (x^4+2x^2+1)\right] dx$$

$$= \pi \int_{-1}^{2} (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx$$

$$= \pi \left[\left(-\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 8x\right)\right]_{-1}^{2}$$

$$= \frac{117}{5}\pi \quad \textit{units cube}$$

السؤال الحادي عشر

أوجد طول القوس من منحني الدالة f

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}}$$

في الفترة $[0, 6]$

$$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + \left(f'_{(x)}\right)^2}\, \mathbf{d}x$$

$$f'_{(x)} = \frac{1}{3}. \mathbf{2} .\frac{3}{2}(3+2x)^{\frac{\mathbf{1}}{2}}$$

$$f'_{(x)} = (3+2x)^{\frac{\mathbf{1}}{2}} \longrightarrow \left(f'_{(x)}\right)^2 = 3+2x$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + \left(f'_{(x)}\right)^2}\, \mathbf{d}x$$

$$= \int_0^6 \sqrt{1 + 3 + 2x}\, \mathbf{d}x$$

$$= \int_0^6 \sqrt{\mathbf{4} + 2x}\, \mathbf{d}x$$

$$= \int_0^6 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}}\, \mathbf{d}x$$

$$= \frac{1}{\mathbf{2}} \int_0^6 \mathbf{2}\, (4 + 2x)^{\frac{1}{2}}\, \mathbf{d}x$$

$$= \frac{1}{\mathbf{2}} \left[\frac{(4 + 2x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^6$$

$$L = \frac{1}{2}\left[\frac{(4+2x)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^6 = \frac{1}{3}\left[(4+2x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^6$$

$$= \frac{1}{3}\left[(4+2(\mathbf{6}))^{\frac{3}{2}} - (4+2(\mathbf{0}))^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$L = \frac{56}{3} \ \boldsymbol{units}$$

السؤال الثانى عشر

حل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x}$$

بفصل المتغيرات

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{2}{x} dx$$

نكامل الطرفين

$$\ln|y| = 2\ln|x| + c$$

$$\ln|y| = 2\ln|x| + c \longrightarrow \ln|y| = \ln x^2 + c$$

$$|y| = e^{\ln x^2 + c} \longrightarrow |y| = e^{\ln x^2} \cdot e^c$$

$$|y| = x^2 \cdot e^c \longrightarrow |y| = e^c \cdot x^2$$

$$y = \pm e^c \cdot x^2 \longrightarrow y = k \cdot x^2 \qquad k = \pm e^C$$

السؤال الثالث عشر

إذا كانت: $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ معادلة قطع ناقص

فأوجد:

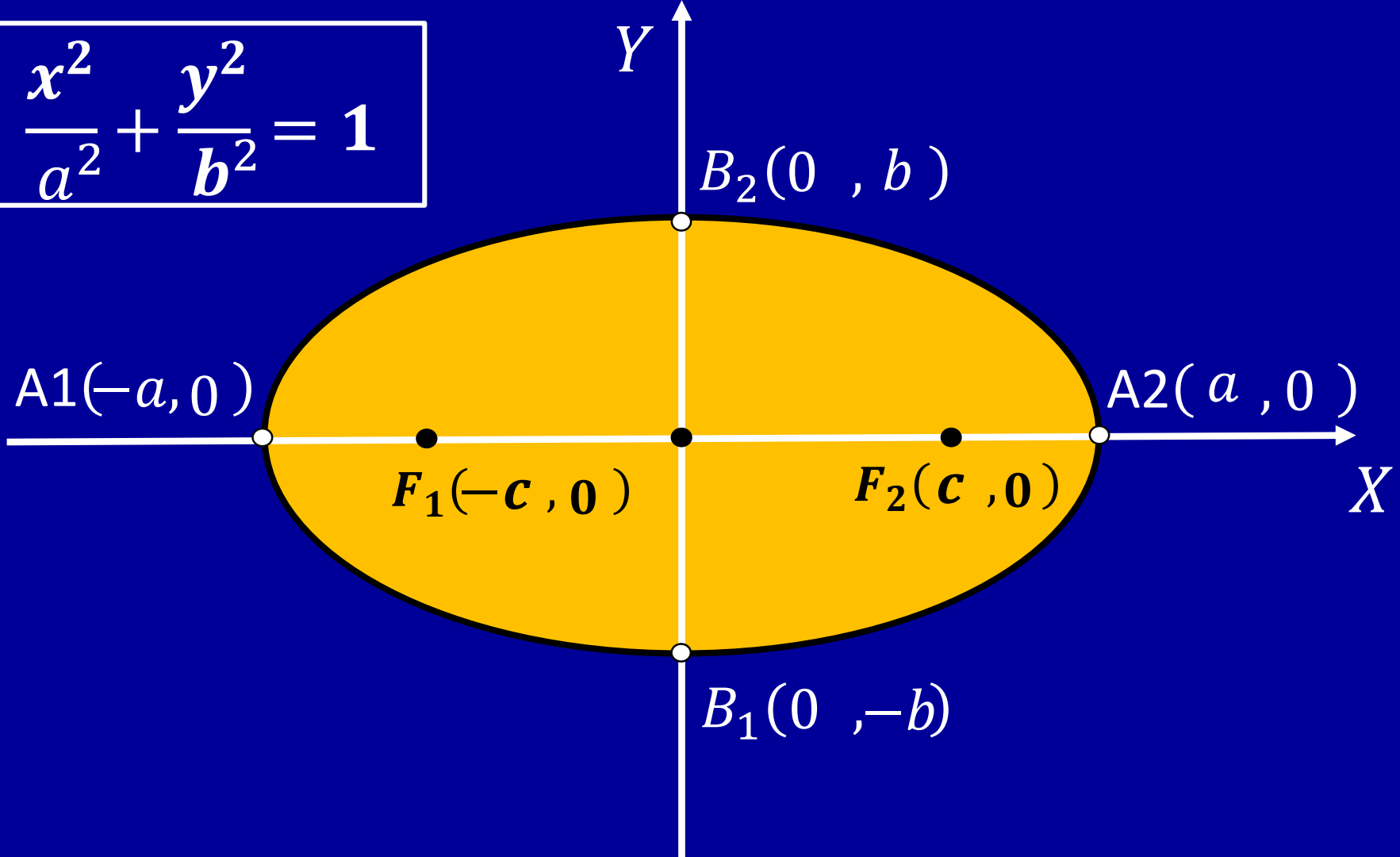
١) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

٢) البؤرتين.

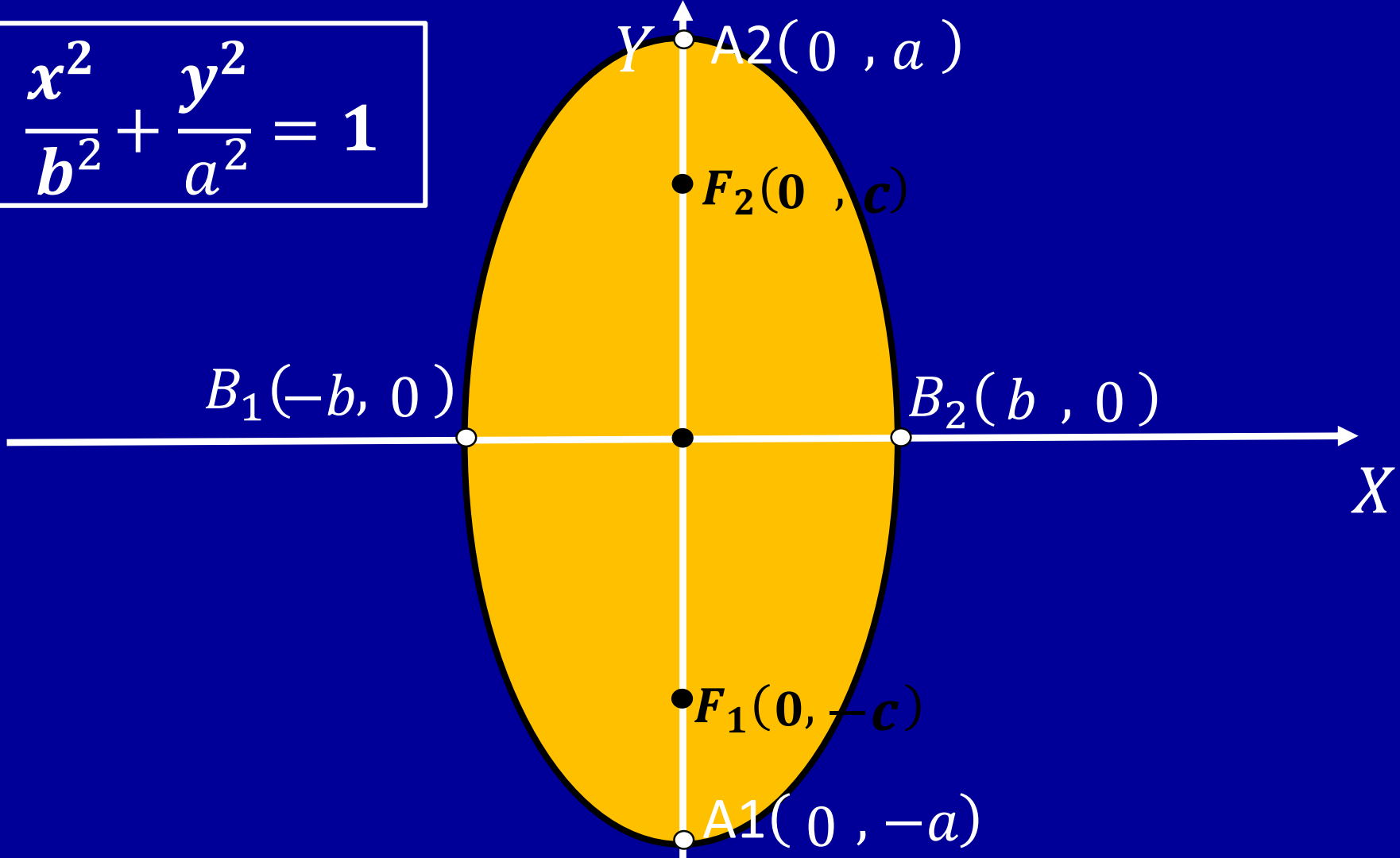
٣) معادلة دليلي القطع.

٤) طول كل من المحورين.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$



السؤال الثالث عشر

إذا كانت: $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ معادلة قطع ناقص

فأوجد:

١) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

٢) البؤرتين.

٣) معادلة دليلي القطع.

٤) طول كل من المحورين.

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$$

معادلة القطع الناقص على الصورة: $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

$a^2=9$ $\quad b^2=4$ $\quad c^2=a^2-b^2=5$

$a=3$ $\quad b=2$ $\quad \boldsymbol{c=\sqrt{5}}$

رأسا القطع الناقص هما: $A_1(0,-3), A_2(0,3)$

طرفا المحور الأصغر هما: $B_1(-2,0), B_2(2,0)$

البؤرتان: $F_1(0, -\sqrt{5}), F_2(0, \sqrt{5})$

معادلتي الدليلين: $y = -\frac{a^2}{c}$ $y = \frac{a^2}{c}$

$y = \frac{-9}{\sqrt{5}}$ $y = \frac{9}{\sqrt{5}}$

طول المحور الأكبر: $2a = 2 \times 3 = 6$

طول المحور الأصغر: $2b = 2 \times 2 = 4$

السؤال الرابع عشر

حدد نوع القطع في ما يلي ثم أوجد معادلته .

الإختلاف المركزي $e = 1$ و البؤرة $F\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

الإختلاف المركزي $e = 1$ و البؤرة $F\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

القطع هو قطع مكافئ , و $p = \frac{1}{2}$

محور السينات هو محور التماثل

معادلة القطع هي :

$$\therefore \quad y^2 = 4px$$

$$y^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)x$$

$$\therefore \quad y^2 = 2x$$

السؤال الخامس عشر

حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته .

اختلافه المركزي (e = 2) و معادلة أحد دليليه : $x = 1$

اختلافه المركزي (e = 2) و معادلة أحد دليليه : $x = 1$

$1 < 2$ ، e =2 القطع هو قطع زائد .

معادلة أحد دليليه x = 1

المحور القاطع (الأساسي) ينطبق على محور السينات ومركزه (0 , 0) .

معادلة الدليل هي :

$$x = \frac{a^2}{c} \Rightarrow 1 = \frac{a^2}{c} \Rightarrow \boxed{a^2 = c} \quad \dots\dots (1)$$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \boxed{c = 2a} \quad \dots\dots (2)$$

بحل معادلتين (1) , (2)

$\boxed{c = 2a}$ $\boxed{a^2 = c}$

$$a^2 = 2a \implies a\,(\,a - 2\,) = 0$$

$\therefore$ $a = 0$ مرفوضة أو قيمة مقبولة $a = 2$

$\therefore$ $a = 2$

$$c = 2(2) = 4$$

$\because$ $c^2 = a^2 + b^2 \implies 16 = 4 + b^2$ $\therefore$ $b^2 = 12$

معادلة القطع الزائد هي : $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \implies \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{12} = 1$

السؤال السادس عشر

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغيرالعشوائي X يعبّر عن «عدد الكتابات» فأجـد ما يلي

فضاء العينة S وعدد عناصره $n(S)$

مدى المتغير العشوائي X

احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي

دالة التوزيع الاحتمالي $f(x)$ للمتغير العشوائي X

فضاء العينة

$$S = \{ (H,H,H) \quad (T,H,H) \quad (H,T,H) \quad (H,H,T) \quad (T,T,T) \quad (H,T,T) \quad (T,H,T) \quad (T,T,H) \}$$

عدد عناصر فضاء العينة

$n(s) = 8$

عناصر فضاء العينة S	عدد الكتابات في كل عنصر
(H,H,H)	0
(T,H,H)	1
(H,T,H)	1
(H,H,T)	1
(T,T,H)	2
(T,H,T)	2
(H,T,T)	2
(T,T,T)	3

∴ مدى المتغير العشوائي :

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

$$p(x=0) = \frac{1}{8}$$

$$p(x=1) = \frac{3}{8}$$

$$p(x=2) = \frac{3}{8}$$

$$p(x=3) = \frac{1}{8}$$

$p(x=0)=\frac{1}{8}$	$p(x=1)=\frac{3}{8}$	$p(x=2)=\frac{3}{8}$	$p(x=3)=\frac{1}{8}$

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

X	0	1	2	3
f (x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

السؤال السابع عشر

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6} : -3 \le x \le 3 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

$(a)\quad p(x<1)$

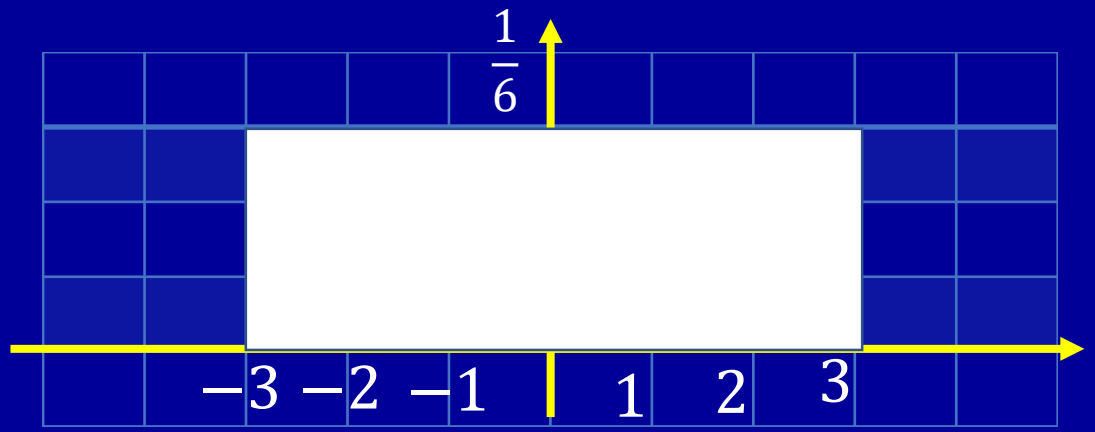
$(b)\quad p(-1<x<1)$

$(c)\quad p(-1.5<x<2.5)$

$(d)\quad p(x=0)$

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} : -3 \le x \le 3 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$



(a) $p(x < 1)$

(b) $p(-1 < x < 1)$

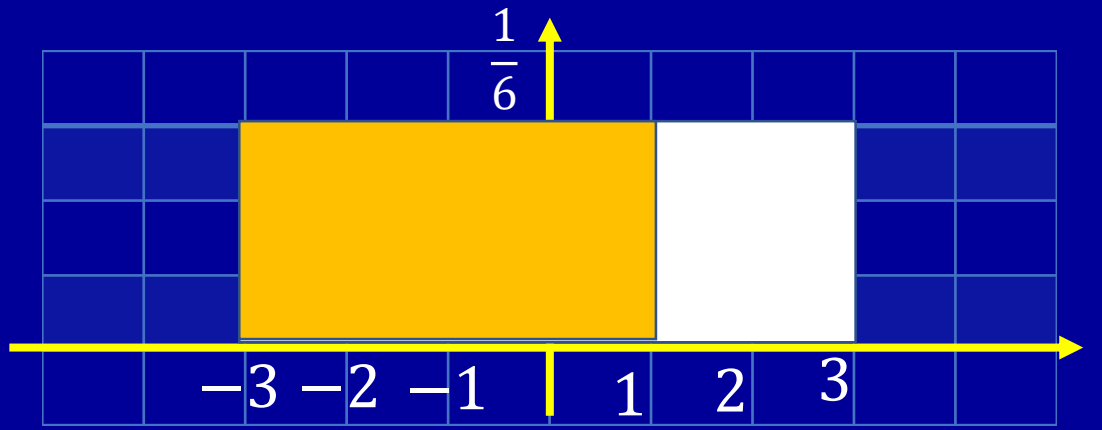
(c) $p(-1.5 < x < 2.5)$

(d) $p(x = 0)$

$(b)\quad p(-1 < x < 1)$

$(c)\quad p(-1.5 < x < 2.5)$

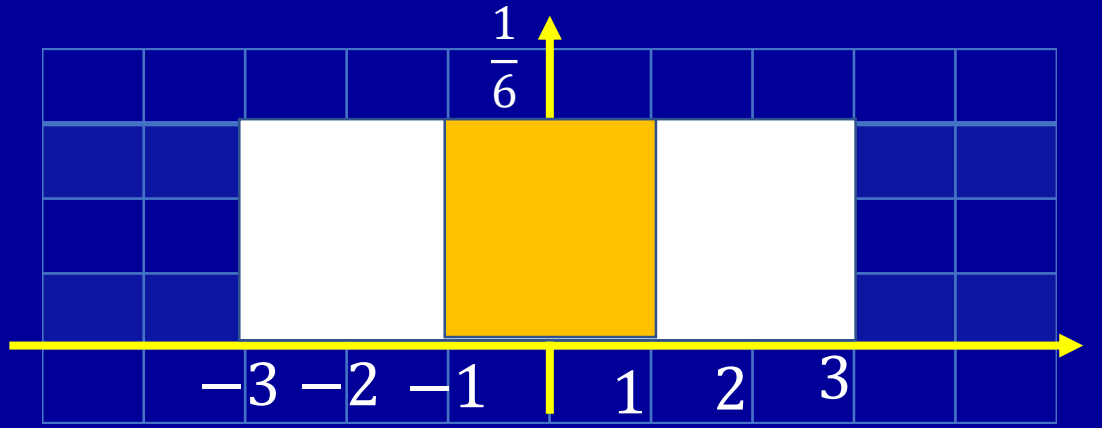
$(d)\quad p(x = 0)$



$$(a)\quad p(x < 1) = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

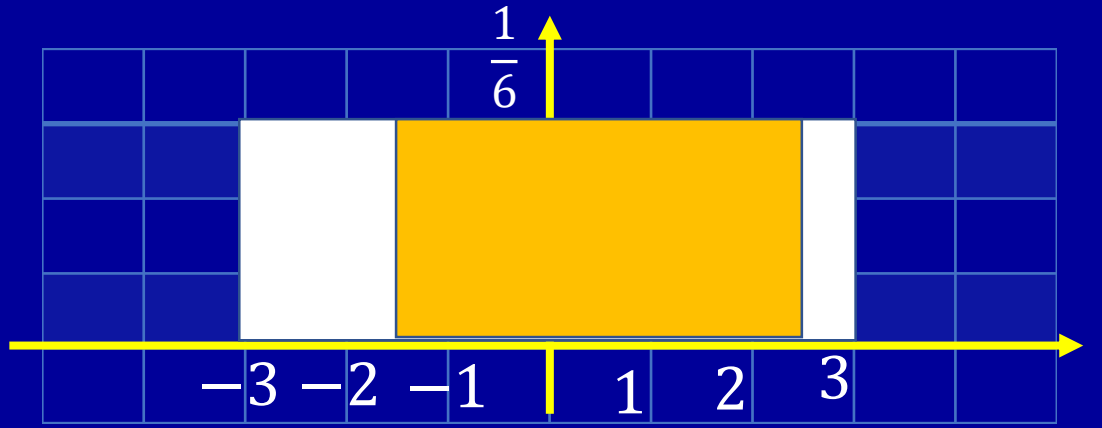
$(c)\quad p(-1.5 < x < 2.5)$

$(d)\quad p(x = 0)$

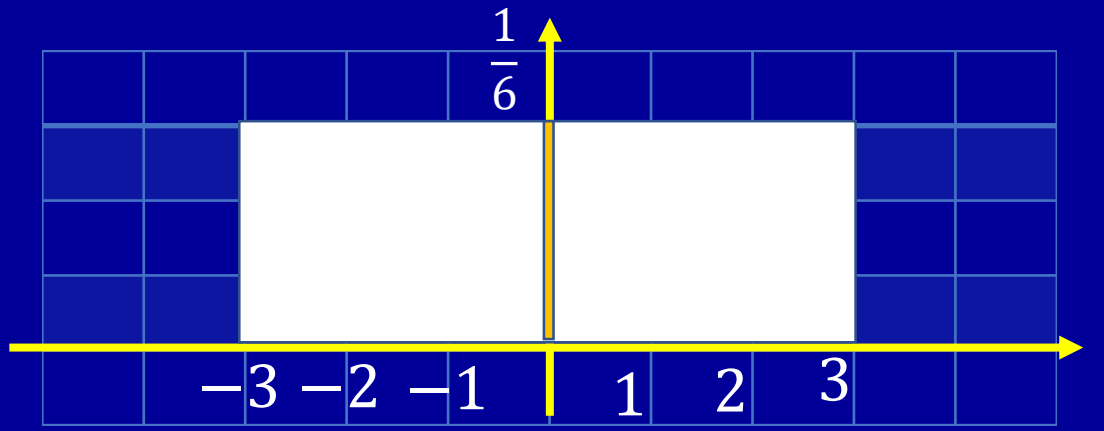


$$(b)\quad p(-1 < x < 1) = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$(d)\quad p(x = 0)$



$$(c)\quad p(-1.5 < x < 2.5) \;=\; 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$



$(d) \quad p(x = 0) = 0$

السؤال الثامن عشر

إذا كان x متغيرا عشوائيا متصلا دالة كثافته الاحتمالية هي:

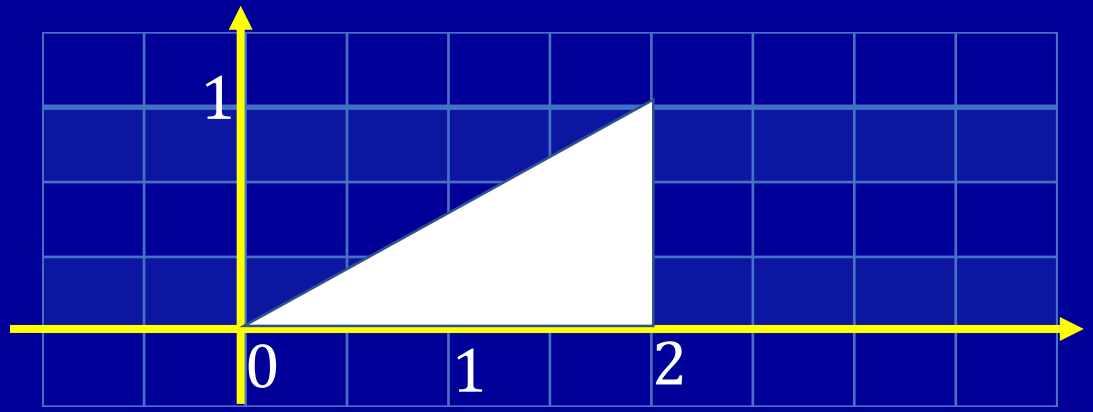
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x : 0\le x\le 2\\ 0 : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

أوجد :

$(a)\quad p(x<1)\qquad (b)\quad p(x\ge 1)\qquad (c)\quad p(x=1)$

إذا كان x متغيرا عشوائيا متصلا دالة كثافته الاحتمالية هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & : 0 \le x \le 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$



أوجد :

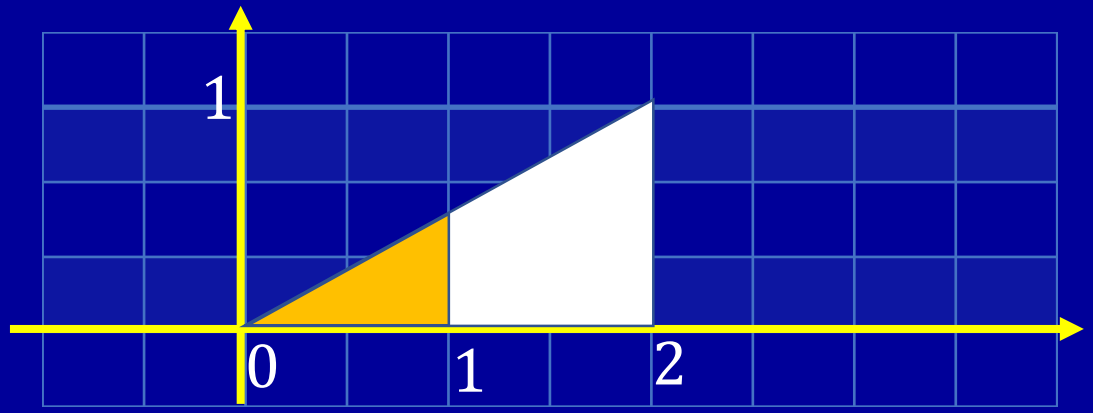
$(a)\quad p(x<1)$

$(b)\quad p(x\ge 1)$

$(c)\quad p(x=1)$

إذا كان x متغيرا عشوائيا متصلا دالة كثافته الاحتمالية هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & : 0 \le x \le 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$



أوجد :

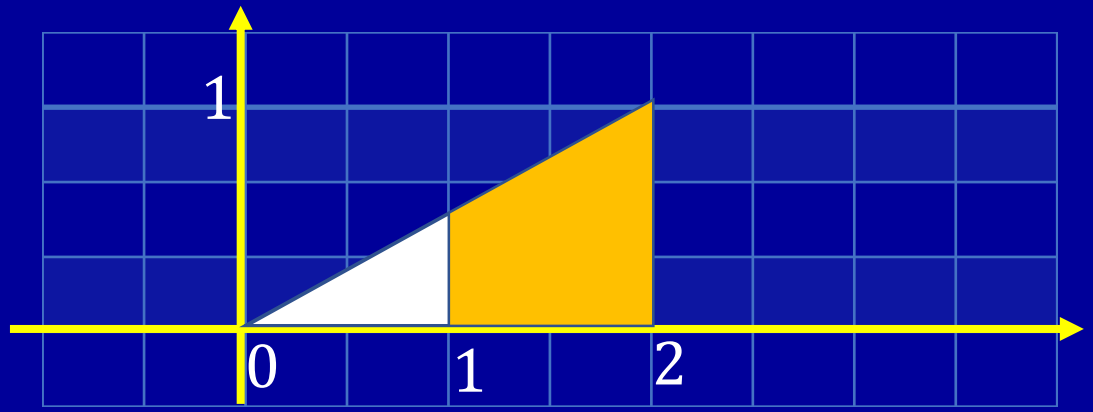
$(b)\quad p(x \ge 1)$

$(c)\quad p(x = 1)$

$$(a)\quad p(x < 1) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

إذا كان x متغيرا عشوائيا متصلا دالة كثافته الاحتمالية هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x : 0 \le x \le 2 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$



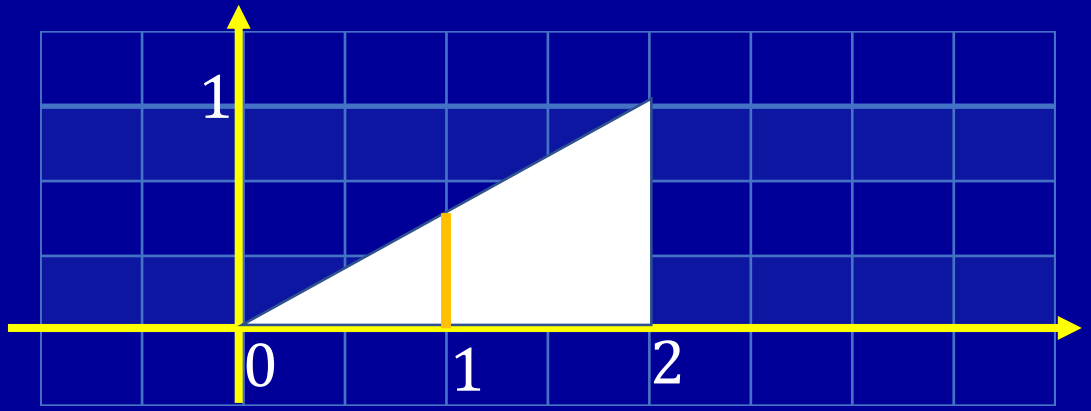
أوجد :

$(c) \quad p(x = 1)$

$(b) \quad p(x \ge 1) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

إذا كان x متغيرا عشوائيا متصلا دالة كثافته الاحتمالية هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \le x \le 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$



أوجد :

$$(c) \quad p(x = 1) = 0$$

السؤال التاسع عشر

يبين الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X

X	1	2	3	4	5
f (x)	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فأوجد :

١) التوقع μ

٢) التباين σ^2

٣) الانحراف المعياري σ

X	1	2	3	4	5
f (x)	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فأوجد :

٢) التباين σ^2

٣) الانحراف المعياري σ

١) التوقع

$$\mu = \sum x_i f(x_i) =$$

$$= 1 \cdot 0.43 + 2.0 \cdot 29 + 3 \cdot 0.17 + 4 \cdot 0.09 + 5 \cdot 0.02$$

$$= 1.98$$

X	1	2	3	4	5
f (x)	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فأوجد :

٣) الانحراف المعياري σ

٢) التباين

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 \ f(x_i) - \mu^2 =$$

$$= 1^2 \times 0.43 + 2^2 \times 0.29 + 3^2 \times 0.17 + 4^2 \times 0.09 + 5^2 \times 0.02 - (1.98)^2$$

$$= \mathbf{1.1396}$$

فأوجد :

X	1	2	3	4	5
f (x)	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

٣) الانحراف المعياري

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1.1396} \approx 1.0675$$

وختاما

أشكر لكم حسن المتابعة

وأتمنى لكم التوفيق

أ. عَمّـــار رَمَضان الصالح