



عضو منتسب لليونسكو



□ وزارة التربية
□ مدرسة عبدالعزيز حسين المتوسطة بنين
□ منطقة العاصمة التعليمية

أوراق عمل في

هندسة المثلثات

الأشكال الرباعية

مادة الرياضيات

الصف الثامن

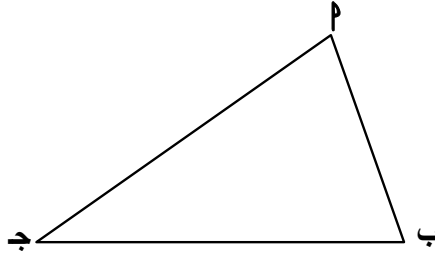
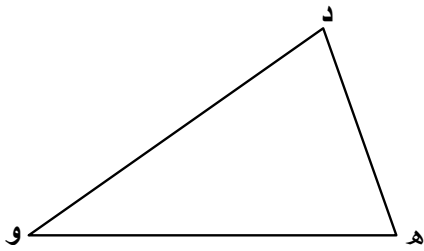
..... الاسم / الصف : ٨ /

٢٠١٧ / ٢٠١٨ م

المذكورة لا تغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين

تطابق مثلثيه بثلاثة أضلاع

١ المثلثان $\triangle P$ ب ج ، د ه و متطابقان . اكتب أزواج العناصر المتناظرة والمتطابقة .



\hat{P} \cong

$\hat{ب}$ \cong

$\hat{ج}$ \cong

$\overline{Pب}$ \cong

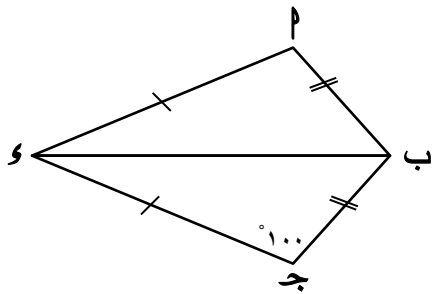
$\overline{بج}$ \cong

$\overline{جھ}$ \cong

ونقول أن : $\triangle P ب ج \cong \triangle د ه و$

الحالة (ض . ض . ض) :

يتطابق المثلثان إذا تساوى طول كل ضلع في المثلث الأول مع طول نظيره في المثلث الثاني .



٢ في الشكل المقابل :

$\overline{Pب} \cong \overline{جب}$ ، $\overline{سب} \cong \overline{سج}$

أثبت أن : $\triangle P ب و \cong \triangle ج ب و$ ، أوجد $\hat{پ}$

.....

.....

.....

.....

.....

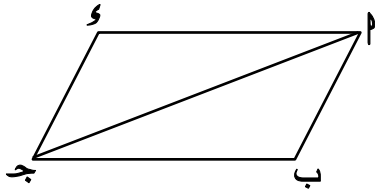
.....

.....

.....

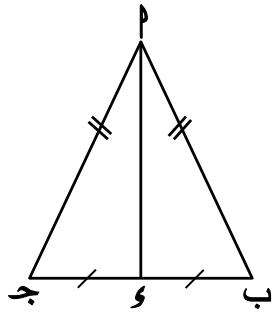
.....

.....



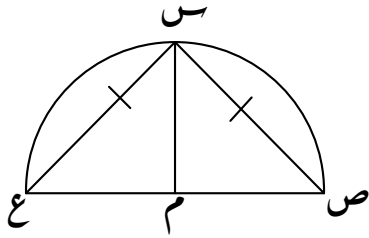
٣ في الشكل المقابل: Δ ب ج م متوازي أضلاع

أثبت أن Δ ب ج م \cong Δ ج و م



٤ في الشكل المقابل: Δ ب ج م مثلث فيه $\overline{م ج} \cong \overline{م ب}$ ، و $\overline{م ج}$ و $\overline{م ب}$ منتصف $\overline{ج ب}$

أثبت أن $\widehat{ب} = \widehat{ج}$ و $\widehat{و} = \widehat{ج}$ (بتطابق المثلثات)



٥ في الشكل المقابل: م مركز الدائرة، $\angle ص س م = \angle ج س م$

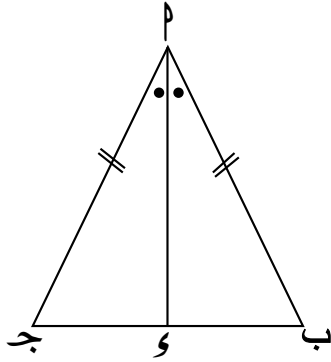
برهن أن Δ ج س م \cong Δ ص س م

تطابق مثلثيه بضلعيه والزوايه المحدده بهما

الحالته (ض. ز. ض):

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزوايه المحدده بهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.

١ في الشكل المجاور:

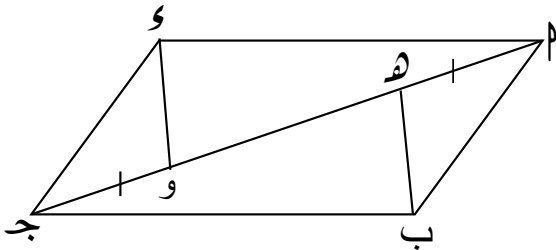


$$\overline{PS} \cong \overline{PS}, \quad \overline{PJ} \cong \overline{PS} \text{ و } \overline{PS} \text{ منصف } \widehat{JPS}$$

برهن أن: ١- $\triangle PJS \cong \triangle PPS$ و ٢- $\overline{PJ} \cong \overline{PS}$

٢- و منصف \widehat{JPS}

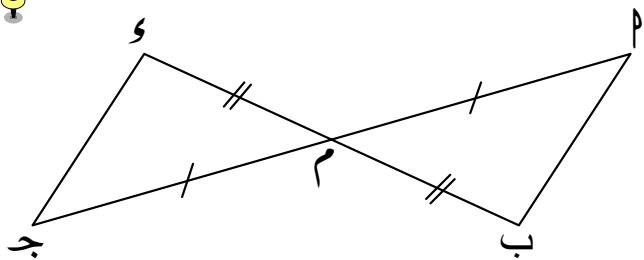
٢ في الشكل المجاور:



$\overline{JO} \cong \overline{OS}$ و متوازي أضلاع ، $\overline{PO} \cong \overline{OB}$ قطر فيه ،

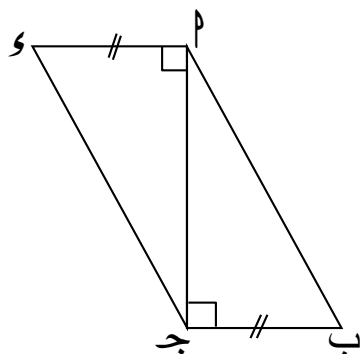
$$\overline{JO} = \overline{OS}$$

برهن أن: $\overline{JO} = \overline{OS}$ و $\overline{PO} = \overline{OB}$



٣ في الشكل المجاور: \overline{MS} منتصف \overline{SJ} ، $\overline{MP} \parallel \overline{MJ}$ ، $\overline{MS} \cong \overline{MJ}$ ، $\overline{MP} \cong \overline{MJ}$

أثبت أن $\overline{SP} \cong \overline{PJ}$



٤ في الشكل المجاور :

$$\widehat{SPJ} = \widehat{JPB} , \widehat{SPJ} = \widehat{JPB} = 90^\circ$$

برهن أن : $\overline{SP} = \overline{BJ}$



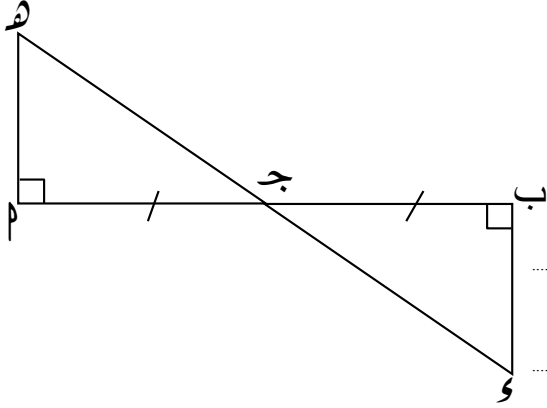
تطابق مثلثيه بزوايتيه وفضلح واصل بيه ناسيهما

الحالة (ز. ض. ز):

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلح الواصل بين رأسيهما في أحد المثلثين مع الزاويتين والضلح المناظر لها في المثلث الآخر .

١ في الشكل المقابل :

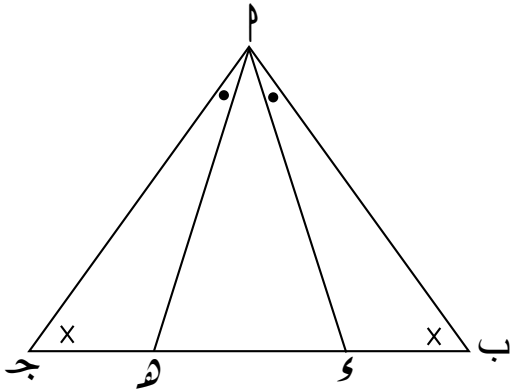
أثبت أن $\overline{م ه} \cong \overline{ب و}$

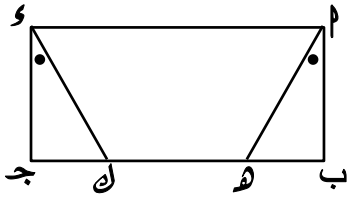


٢ في الشكل المجاور :

ق (ب) = ق (ج) ، ق (ب و) = ق (ج ه)

برهن أن : $ب و = ج ه$





٣ في الشكل المقابل: $\angle جوك = \angle ب\hat{ا}ه$ (جوك) أثبت أن $\angle ه = \angle و$

.....

.....

.....

.....

.....

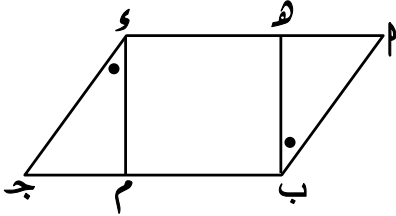
.....

.....

.....

.....

.....



٤ في الشكل المقابل: $\angle جوم = \angle ب\hat{ا}ه$ (جوم) أثبت أن $\angle م = \angle و$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

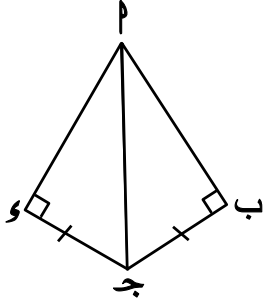
.....

.....

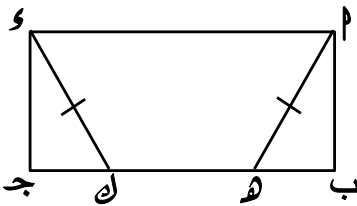
تطابق مثلثيه قائمي الزاوية

الحالة (هـ . و . ض) :

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضع في أحدهما مع وتر وضع في المثلث الثاني .



① في الشكل المقابل : أثبت أن $PS = PB$



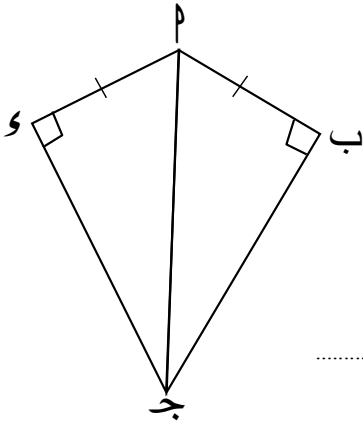
② في الشكل المقابل : أثبت أن $SP = JB$ مستطيل فيه $SP = JB$

أثبت أن $PS = PB$ $JK = JB$

٣ في الشكل المقابل :

برهن أن ١ - ب ج = و ج

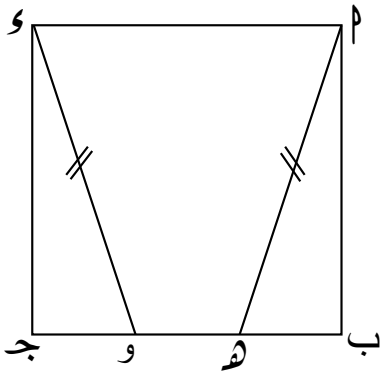
٢ - م ج ← منصف م



٤ في الشكل المجاور :

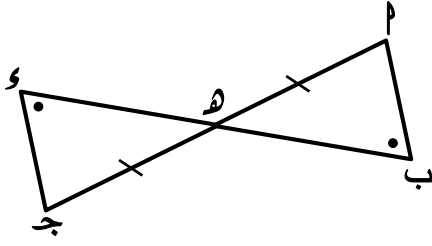
م ب ج و مربع ، م ه = و

أثبت أن : ب ه = ج و



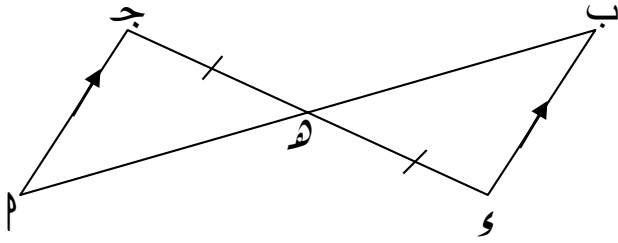
تمارين عامتا

① في الشكل المقابل :



$$\widehat{PH} = \widehat{BH} , \overline{PH} \cong \overline{BH}$$

أثبت أن $\triangle PH \cong \triangle BH$ \ominus ه منتصف \overline{PB}

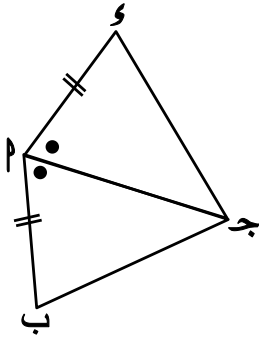


② في الشكل المقابل :

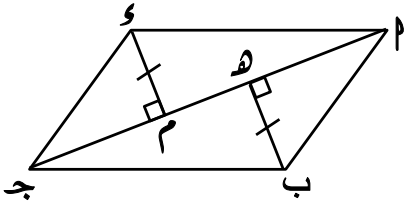
$$\overline{PH} \parallel \overline{BH} , \text{ه منتصف } \overline{PB}$$

برهن أن : ه منتصف \overline{AB}

٣) في الشكل المقابل: أثبت أن $\overline{بج} \cong \overline{بج}$

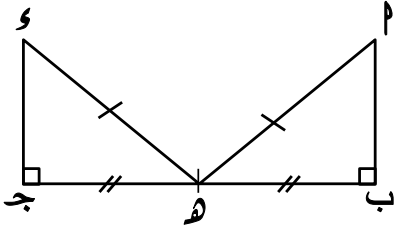


٤) في الشكل المقابل: $مب$ و $متوازي أضلاع$
مستخدماً معطيات الشكل أثبت أن $م = هـ$



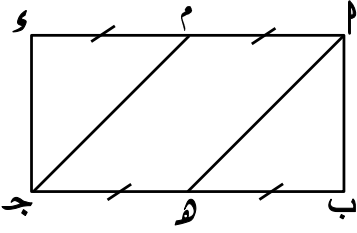
٥ في الشكل المقابل: $\overline{م ه} \cong \overline{و ه}$ ، $\widehat{ب}$ ، $\widehat{ج}$ زاويتان قائمتان

ه منتصف $\overline{ب ج}$ أثبت أن $\Delta م ب ه \cong \Delta و ج ه$

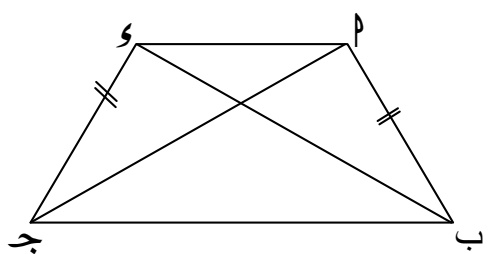


٦ في الشكل المقابل: $\overline{ب ج}$ ومستطيل. ه منتصف $\overline{ب ج}$ ، م منتصف $\overline{ا و}$

أثبت أن: $\Delta م ب ه \cong \Delta ج و م$

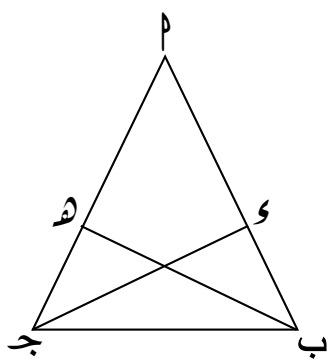


٧ في الشكل المقابل : م ب ج و شبه منحرف متطابق الضلعين



برهن أن : $\triangle م ب ج \cong \triangle و ج ب$

٨ في الشكل المجاور :

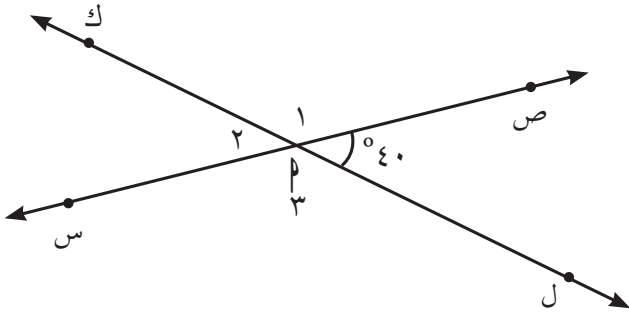


م ب ج مثلث متطابق الضلعين فيه م ب = م ج ، م هـ = م س

أثبت أن : $\triangle م و ج \cong \triangle م هـ ب$

المستقيمتان المتوازيتان

١ في الشكل المقابل:



س ص ، ك ل يتقاطعان في النقطة م
أوجد $\hat{1}$ ، $\hat{2}$ ، $\hat{3}$.

.....

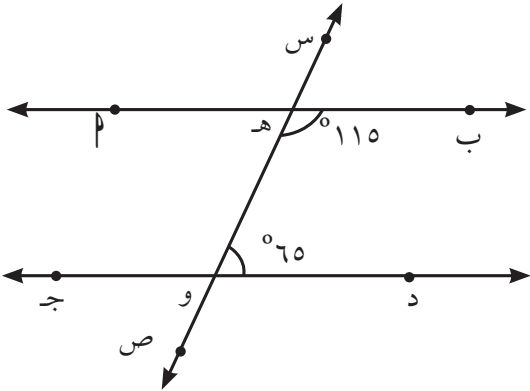
.....

.....

نتيجة: يتوازي مستقيمان في المستوى إذا تحقق أحد الشروط التالية:

- ١ إذا قطعهما ثالث وشكل زاويتين متبادلتين لهما القياس نفسه.
- ٢ إذا قطعهما ثالث وشكل زاويتين متناظرتين لهما القياس نفسه.
- ٣ إذا قطعهما ثالث وشكل زاويتين متحالفتين متكاملتين.

٢ في الشكل المقابل:



استخدم المعطيات لتثبت $م ب // ج د$

.....

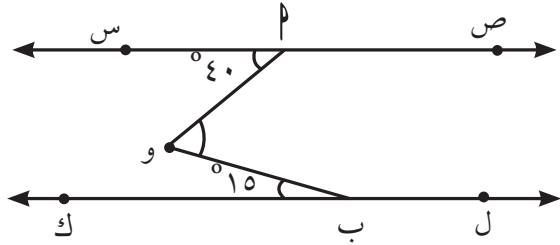
.....

.....

.....

.....

٢ في الشكل المقابل:



$$\overleftrightarrow{س ص} \parallel \overleftrightarrow{ك ل}$$

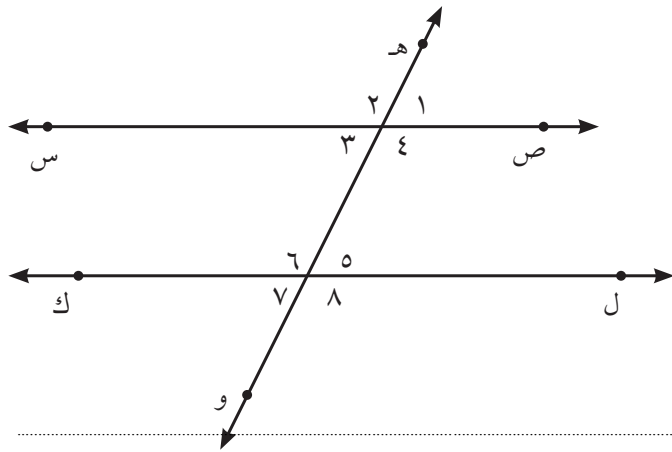
م نقطة تنتمي إلى س ص ،

ب نقطة تنتمي إلى ك ل ،

$$\widehat{س م} = 40^\circ ، \widehat{ك ب} = 15^\circ$$

أوجد: $\widehat{م و ب}$

٤ في الشكل المقابل:



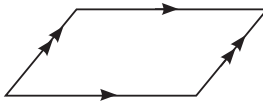
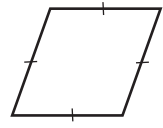
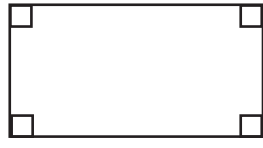
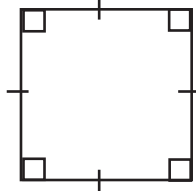
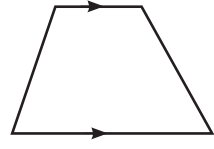
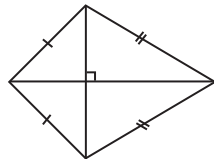
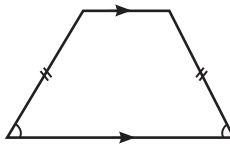
$$\overleftrightarrow{س ص} \parallel \overleftrightarrow{ك ل} ، \text{ هو قاطع}$$

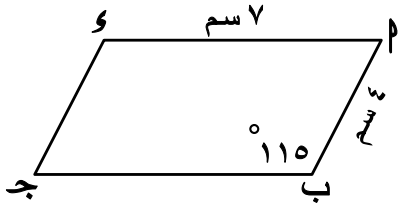
$$\widehat{ص} = 60^\circ$$

أوجد: $\widehat{أ}$ ، $\widehat{ب}$ ، $\widehat{ج}$ ، $\widehat{د}$ ،

$\widehat{ه}$ ، $\widehat{و}$ ، $\widehat{ز}$ مع ذكر السبب

الأشكال الرباعية

| اسم الشكل | رسم الشكل | تعريف الشكل | خواص الشكل |
|----------------------------|---|---|---|
| متوازي الأضلاع |  | هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين. | <ul style="list-style-type: none"> - الأضلاع المتقابلة متطابقة. - يتقاطع القطران في منتصفهما. - نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له. - كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس. - كل زاويتين متتاليتين متكاملتان. |
| المعيّن |  | هو متوازي أضلاع له ضلعان متجاوران متطابقان. | <ul style="list-style-type: none"> - أضلاعه الأربعة متطابقة. - القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر. - كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين فيه. |
| المستطيل |  | هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة. | <ul style="list-style-type: none"> - زواياه الأربع قائمة. - قطراه متطابقان ويتقاطعان في منتصفهما. |
| المربع |  | هو متوازي أضلاع له ضلعان متجاوران متطابقان وزاوية قائمة. هو معيّن له زاوية قائمة. هو مستطيل له ضلعان متجاوران متطابقان. | <ul style="list-style-type: none"> - قطراه متطابقان ومتعامدان ويتقاطعان في منتصفهما. - زواياه الأربع قائمة وأضلاعه متطابقة. - قطر المربع يصنع مع كل ضلع من أضلاع المربع زاوية قياسها 45°. |
| شبه المنحرف |  | هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان فقط. | |
| الطائرة الورقية |  | هو شكل رباعي فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. | <ul style="list-style-type: none"> - القطران متعامدان. - أحد القطرين ينصف الآخر. |
| شبه المنحرف متطابق الضلعين |  | | <ul style="list-style-type: none"> - قطرا شبه المنحرف متطابق الضلعين متطابقان. - زاويتا قاعدة شبه المنحرف متطابق الضلعين متطابقان. |



١ في الشكل المقابل : \overline{AB} و \overline{CD} متوازي الأضلاع ،

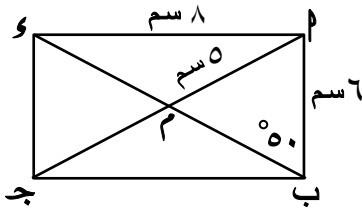
و $(\widehat{B}) = 115^\circ$ ، $DM = 7$ سم ، $AB = 4$ سم

أكمل ما يلي مع ذكر السبب :

و $(\widehat{D}) =$ السبب:

و $(\widehat{M}) =$ السبب:

طول $\overline{BC} =$ السبب:



٢ في الشكل المقابل : \overline{AB} و \overline{CD} مستطيل ، $DM = 8$ سم ، $AB = 6$ سم

و $(\widehat{B}) = 50^\circ$ ، $DM = 5$ سم

أكمل ما يلي بدون قياس مع ذكر السبب :

و $(\widehat{M}) =$ السبب:

و $(\widehat{C}) =$ السبب:

طول $\overline{BC} =$ السبب:

طول $\overline{BC} =$ السبب:

٣ في الشكل المقابل : \overline{AB} و \overline{CD} متوازي الأضلاع ، $DM = 3$ سم ، $BO = 5$ سم

و $(\widehat{C}) = 80^\circ$ ، و $(\widehat{D}) = 70^\circ$

أكمل ما يلي مع ذكر السبب :

و $(\widehat{B}) =$ السبب:

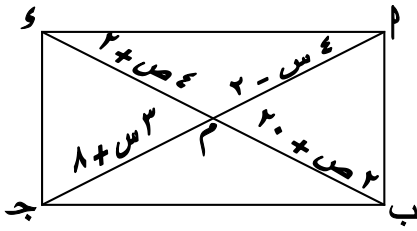
و $(\widehat{A}) =$ السبب:

طول $\overline{AD} =$ السبب:

طول $\overline{AD} =$ السبب:

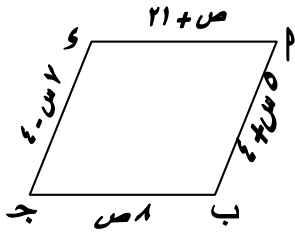
❶ في الشكل المقابل ، m ب ج و مستطيل

احسب قيم s ، v



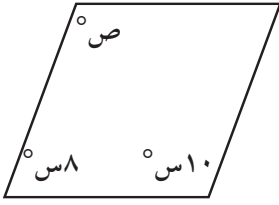
❷ في الشكل المجاور m ب ج و معين ،

احسب قيم s ، v

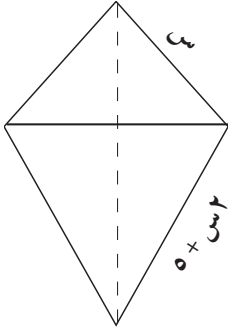




متوازي أضلاع



١ أوجد قيمة المجهول في الشكل المجاور :

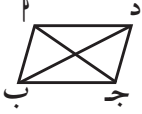


٢ في الشكل المقابل : طائرة ورقية طول ضلعها الأصغر س ،

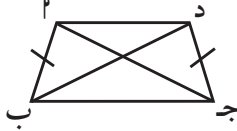
وطول الضلع الأكبر (٥ + ٢س) ،

إذا كان محيطها ١٩٠ سم ، فاحسب أطوال أضلاعها

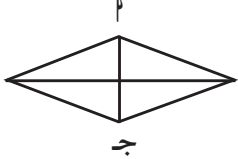
حدد الإجابة الصحيحة لكل من :

١ إذا كان  متوازي أضلاع، فإن: _____

- (أ) قطراه متعامدان
(ب) قطراه متناصفان
(ج) قطراه متساويان
(د) $\widehat{د ب}$ منصف داخلي للزاويتين: $\widehat{ا ج}$ ، $\widehat{ب ج}$

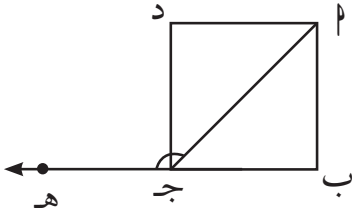
٢ إذا كان  شبه منحرف متطابق الضلعين، فإن: _____

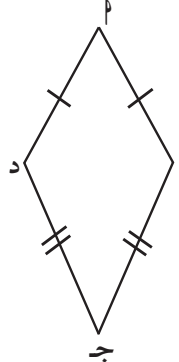
- (أ) قطراه متطابقان
(ب) قطراه متناصفان
(ج) $\widehat{د}$ ، $\widehat{ب}$ متتامتان
(د) قطراه متعامدان

٣ إذا كان  $\widehat{ب}$ معين، فإن: _____

- (أ) قطراه متطابقان
(ب) زواياه متساوية القياس
(ج) قطراه متعامدان ومتناصفان
(د) $\widehat{د}$ ، $\widehat{ب}$ متتامتان

٤ إذا كان $\widehat{ا ب ج د}$ مربع $\Rightarrow \widehat{ب ج ا} \leftarrow$ فإن $\widehat{ا ج ه} =$ _____
(أ) 90° (ب) 100° (ج) 135° (د) 45°



٥ إذا كان  طائرة ورقية فإن: _____

- (أ) أضلاعه الأربعة متطابقة
(ب) كل ضلعين متقابلين متطابقين
(ج) قطراه متعامدان وفيه زوجان من الأضلاع المتجاورة متطابقة
(د) $\widehat{ا ج} = \widehat{ب ج}$



① ارسم متوازي الأضلاع P ب ج د الذي فيه $P = ب = ٧$ سم ، و $(\widehat{P ب ج}) = ١٢٠^\circ$ ، ب ج = ٥ سم .

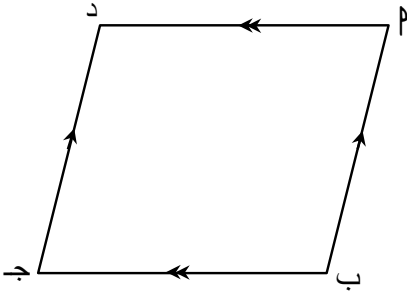
② ارسم متوازي الأضلاع س ص ع ل الذي فيه س ص = ٦ سم ، ص ع = ٤ سم ، و $(\widehat{س ص ع}) = ٨٠^\circ$

الكشف عن متوازي الأضلاع

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع:

١ يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توازي كل ضلعين متقابلين فيه.

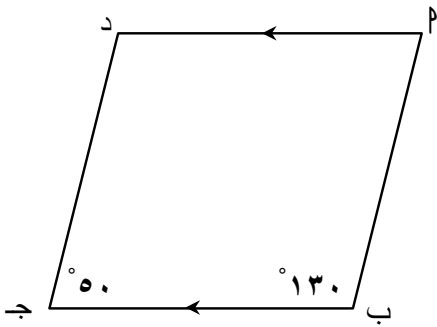
١ في الشكل المقابل: تحقق من أن الشكل الرباعي P ب ج د متوازي أضلاع



٢ في الشكل المقابل: P ب ج د شكل رباعي فيه $\overline{P} \parallel \overline{D}$ و $\overline{B} \parallel \overline{G}$ ،

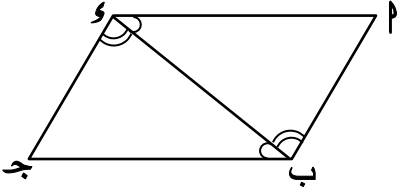
$$\text{و } \hat{P} = 130^\circ \text{ ، و } \hat{G} = 50^\circ$$

أثبت أن الشكل الرباعي P ب ج د متوازي أضلاع .



٣ في الشكل المقابل:

استخدم البيانات في الشكل لتثبت أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

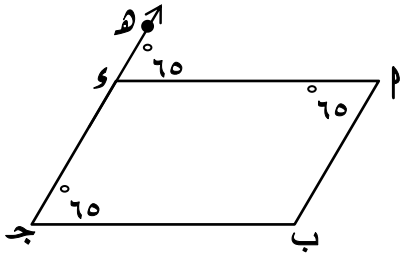
.....

.....

.....

٤ في الشكل المقابل: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 65^\circ$

أثبت أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

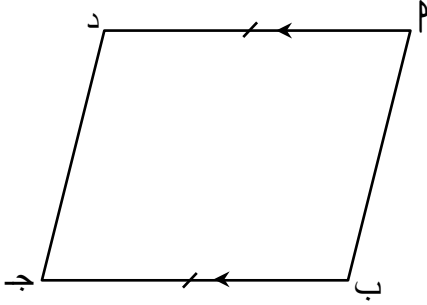
.....

.....

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع:

٣ يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق وتوازي ضلعان متقابلان فيه.

١ في الشكل المقابل: تحقق من أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع



.....

.....

.....

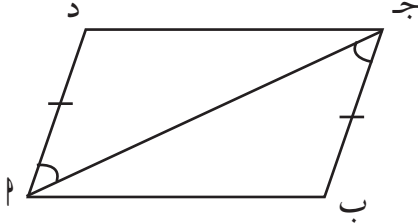
.....

.....

.....

٢ في الشكل المقابل:

أثبت أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

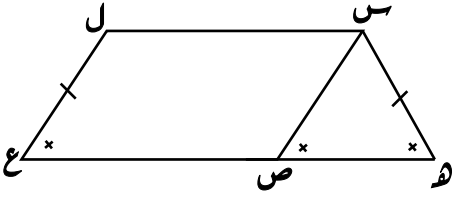
.....

.....

٣ في الشكل المقابل: $\widehat{و} = \widehat{هـ} = \widehat{و} = \widehat{س ص هـ} = \widehat{و} = \widehat{ع}$

$$هـ س = ع ل$$

أثبت أن الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

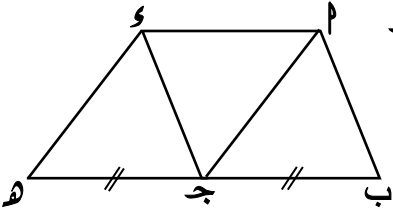
.....

.....

.....

٤ في الشكل المقابل: $ب ج و متوازي أضلاع$ $ب ج = ج هـ$ ، $هـ \Rightarrow ب ج$ ←

أثبت أن الشكل $ب ج هـ و متوازي أضلاع$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

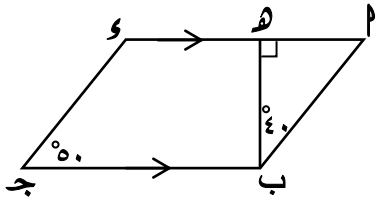
.....

.....

.....

.....

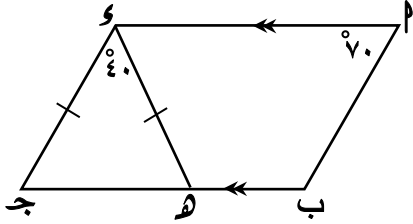
.....



٣ في الشكل المقابل: $\overline{م} \parallel \overline{ج}$ ، $\widehat{ه} = \widehat{ج}$ ، و $\widehat{ه} = \widehat{ب}$

و $\widehat{ه} = \widehat{ب}$ ، $\overline{م} \perp \overline{ج}$ ،

برهن أن الشكل $م ب ج و$ متوازي أضلاع



٤ في الشكل المقابل: $\overline{م} \parallel \overline{ج}$ ، $\widehat{ه} = \widehat{ج}$ ، و $\widehat{ه} = \widehat{ب}$

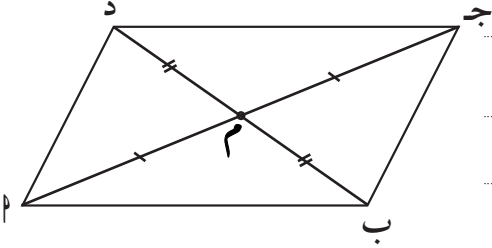
و $\widehat{ه} = \widehat{ب}$ ، $\widehat{ه} = \widehat{ج}$ ، و $\widehat{ه} = \widehat{ب}$

برهن أن الشكل $م ب ج و$ متوازي أضلاع

حالات الكشف عن متوازي الأضلاع:

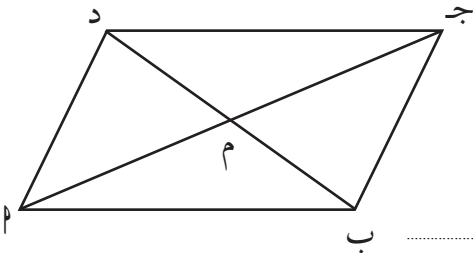
٥ يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر.

١ في الشكل المقابل: تحقق من أن الشكل الرباعي P ب ج د متوازي أضلاع

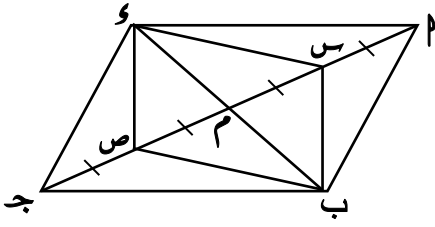


٢ في الشكل المقابل: إذا كان $\Delta ب م \cong \Delta د م ج$

أثبت أن الشكل P ب ج د متوازي أضلاع

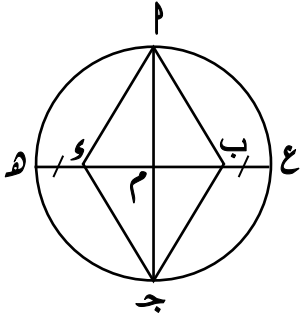


٣٣ في الشكل المقابل: ا ب ج و متوازي أضلاع ، س منتصف م م ، ص منتصف ج م



أثبت أن الشكل س ب ص و متوازي أضلاع

٤٤ في الشكل المقابل: م مركز الدائرة ، ع ب = ه و ، أثبت أن ا ب ج و متوازي أضلاع.

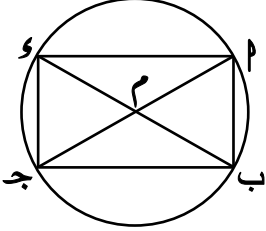


متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة

أولا : المستطيل :

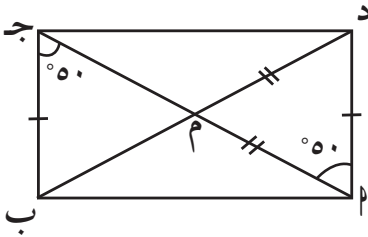
يكون متوازي الأضلاع مستطيلا إذا كانت إحدى زواياه قائمة .

يكون متوازي الأضلاع مستطيلا إذا تطابق قطراه .



❶ في الشكل المقابل : م مركز الدائرة

أثبت أن الشكل م ب ج و مستطيل



❷ في الشكل المقابل : م ب ج د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م .

$$د م = م ب ، ج د = د م$$

$$\angle ج = \angle د ، \angle م = \angle ب$$

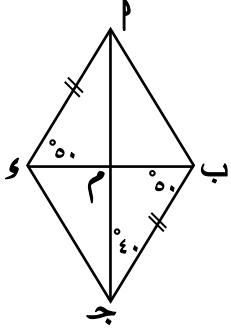
أثبت أن الشكل م ب ج د مستطيل

متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة

ثانياً: المعين:

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه .

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا تعامد قطراه .



١ في الشكل المقابل : و (م و م) = و (ج ب م) = هـ ، و (ب ج م) = ع .
أثبت أن الشكل م ب ج و معين .

.....

.....

.....

.....

.....

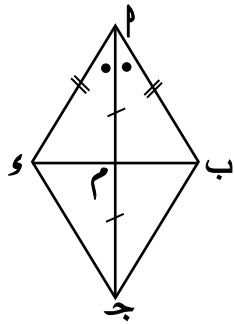
.....

.....

.....

.....

.....



٢ في الشكل المقابل م ب = م و ، و م = م ج ، م م ← منصف (ب م و)

أثبت أن الشكل م ب ج و معين

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ اختر الإجابة الصحيحة في كل من الحالات التالية :

| ج | ب | ٢ | |
|------|---------------------|-------------------------------|--|
| معين | مستطيل | متوازي أضلاع وليس مستطيلاً | ١. يبين الرسم قطرين في الشكل الرباعي الذي هو:  |
| معين | مستطيل | متوازي أضلاع | ٢. يبين الرسم قطرين في الشكل الرباعي الذي هو:  |
| مربع | معين | مستطيل | ٣. إذا كان قطران في متوازي أضلاع متعامدين، فإنه: |
| مربع | معين | مستطيل | ٤. إذا كانت إحدى الزوايا في متوازي أضلاع زاوية قائمة، فإنه: |
| مربع | معين | مستطيل | ٥. إذا تطابق ضلعان متجاوران في متوازي أضلاع فإنه: |
| مربع | معين وليس مربعاً | مستطيل وليس مربعاً | ٦. إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين ومتعامدين، فإنه: |

متوازي الأضلاع في حالاته الخاصة

