

\*\*\*\*\*

أولا الأسئلة المقالية

السؤال الأول:

(a) أوجد

10

5

$$\int \left( \frac{x^2 - 2}{x^2} \right)^2 dx$$

$$= \int \left( \frac{x^4 - 4x^2 + 4}{x^2} \right) dx$$

$$= \int \left( x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} \right) dx$$

$$= \frac{1}{3} x^3 - 4x - \frac{4}{x} + C$$

www.kwedufiles.com

(b) أوجد

5

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)^3} dx$$

$$5 \int (\sqrt{x} + 2)^{-3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

نفرض  $u = \sqrt{x} + 2$

$$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$2 du = \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$تكامل = 10 \int u^{-3} du$$

$$= \frac{10 u^{-2}}{-2} + C$$

$$= \frac{-5}{u^2} + C$$

$$= \frac{-5}{(\sqrt{x} + 2)^2} + C$$

5

10

$$\int x \sec^2(x^2 + 2) dx$$

نفرض  $u = x^2 + 2$

$$du = 2x dx$$

$$\frac{1}{2} du = x dx$$

$$\text{الحل} = \frac{1}{2} \int \sec^2 u du$$

$$= \frac{1}{2} \tan u + C$$

$$= \frac{1}{2} \tan(x^2 + 2) + C$$

5

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(a) أوجد

$$\int 3x e^{2x+1} dx$$

$$u = 3x$$

$$du = 3 dx$$

$$dv = e^{2x+1} dx$$

$$v = \frac{1}{2} e^{2x+1}$$

$$\text{الحل} = \int u dv = uv - \int v du$$

$$= \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{2} \int e^{2x+1} dx$$

$$= \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{4} e^{2x+1} + C$$

12

السؤال الثالث: (a) لتكن الدالة f

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3}$$

6

(b)  $\int f(x) dx$

أوجد (a) الكسور الجزئية

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

$$\frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{A_1}{x-3} + \frac{A_2}{x-1}$$

$$2x-1 = A_1(x-1) + A_2(x-3)$$

$x=3 \Rightarrow 5 = 2A_1 \Rightarrow A_1 = \frac{5}{2}$

$x=1 \Rightarrow 1 = -2A_2 \Rightarrow A_2 = -\frac{1}{2}$

$$\frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{\frac{5}{2}}{x-3} + \frac{-\frac{1}{2}}{x-1}$$

$$\int f(x) dx = \frac{5}{2} \int \frac{1}{x-3} dx - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x-1} dx$$

$$= \frac{5}{2} \ln|x-3| - \frac{1}{2} \ln|x-1| + C$$

www.kwedufiles.com

6

(b) أوجد  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$

(b) أوجد

نفسه  $y = \sqrt{4-x^2}$

$y^2 = 4-x^2 \Rightarrow x^2+y^2=4$

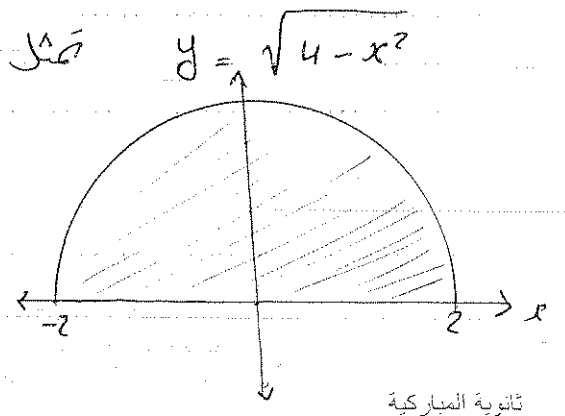
تمثل معادلة دائرة مركزها (0,0) ونصف قطرها 2

تمثل النصف العلوي لمعادلة الدائرة  $y = \sqrt{4-x^2}$

$$\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = A$$

مساحة المنطقة المظللة  $= \frac{1}{2} \pi r^2$

$$= \frac{1}{2} \pi (4) = 2\pi$$



ثانياً البنود الموضوعية

في البنود من 1 إلى 3 عبارات لكل بند ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C \quad (1)$$

$$f'(x) = 2xe^{2x} \text{ فإن } f(x) = e^{x^2} \text{ إذا كانت:} \quad (2)$$

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (3)$$

في البنود من 4 إلى 8 لكل بند أربعة اختيارات واحدة منها صحيح اختر الإجابة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها

$$(4) \text{ إذا كان: } x = -1, y = -5, \frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}} \text{ فإن } y \text{ تساوي:}$$

(a)  $\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$

(b)  $3x^{\frac{1}{3}} + 2$

(c)  $3x^{\frac{1}{3}} - 2$

(d)  $3x^{\frac{1}{3}}$

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx = \quad (5)$$

(a)  $\frac{1}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b)  $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$

(c)  $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d)  $\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

(6) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f$  حيث  $f(x) = 8 + \csc x \cot x$  هي:

(a)  $F(x) = 8x + \csc x + C$

(b)  $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c)  $F(x) = 8x - \csc x + C$

(d)  $F(x) = 8x + \cot x + C$

(7) إذا كانت  $y = (\ln x)^2$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $\frac{\ln x}{x}$

(b)  $\frac{2 \ln x}{x}$

(c)  $\frac{x \ln x}{2}$

(d)  $\frac{2 \ln^2 x}{x}$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \quad (8)$$

(a) 4

(b) 2

(c) 0

(d)  $\pi$

إجابات البنود الموضوعية

- |   |   |              |              |   |
|---|---|--------------|--------------|---|
| 1 | a | <del>b</del> |              |   |
| 2 | a | <del>b</del> |              |   |
| 3 | a | <del>b</del> |              |   |
| 4 | a | b            | <del>c</del> | d |
| 5 | a | <del>b</del> | c            | d |
| 6 | a | b            | <del>c</del> | d |
| 7 | a | <del>b</del> | c            | d |
| 8 | a | <del>b</del> | c            | d |

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

قسم الرياضيات  
ثانوية المباركية

نموذج (2) اختبار الفترة الدراسية الثالثة للصف الثاني عشر (علمي)

أولا الأسئلة المقالية

السؤال الأول:  
a) أوجد

10

5

$$\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$$

$$= \int \frac{(\sqrt[3]{x+1})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x+1})}{\sqrt[3]{x+1}} dx$$

$$= \int (x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1) dx$$

$$= \frac{\frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}}}{\frac{3}{5}} - \frac{\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}}}{\frac{3}{4}} + x + C$$

$$\frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + x + C$$

b) أوجد

5

$$\int x(x+1)^5 dx$$

نفس

$$u = x+1$$

$$du = dx$$

$$x = u - 1$$

$$\int (u-1)u^5 du$$

$$\int (u^6 - u^5) du$$

$$\frac{u^7}{7} - \frac{u^6}{6} + C$$

$$\frac{1}{7}(x+1)^7 - \frac{1}{6}(x+1)^6 + C$$

$\frac{5}{5}$

$\frac{10}{10}$

$$\int (3 + \sin 2x)^6 \cos 2x \, dx$$

نفرض  $u = 3 + \sin 2x$

$$du = 2 \cos 2x \, dx \quad \frac{1}{2} du = \cos 2x \, dx$$

$$\text{التكامل} = \frac{1}{2} \int u^6 \, du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^7}{7} + C$$

$$= \frac{1}{14} (3 + \sin 2x)^7 + C$$

$\frac{5}{5}$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(b) أوجد

$$\int x e^{x-5} \, dx$$

$$u = x$$

$$dv = e^{x-5} \, dx$$

$$du = dx$$

$$v = e^{x-5}$$

$$\text{التكامل} = \int u \, dv = u \, v - \int v \, du$$

$$= x e^{x-5} - \int e^{x-5} \, dx$$

$$= x e^{x-5} - e^{x-5} + C$$

12

6

السؤال الثالث: (a) أوجد  $\int \frac{3+x+x^2}{x^3+3x^2} dx$

$$x^3 + 3x^2 = x^2(x+3)$$

$$\frac{3+x+x^2}{x^3+3x^2} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x^2} + \frac{A_3}{x+3}$$

$$3+x+x^2 = A_1(x)(x+3) + A_2(x+3) + A_3(x^2)$$

$$x=0 \Rightarrow 3 = 3A_2 \quad A_2 = 1$$

$$x=-3 \Rightarrow 9 = 9A_3 \quad A_3 = 1$$

$$x=1 \Rightarrow 5 = 4A_1 + 4A_2 + A_3$$

$$5 = 4A_1 + 4 + 1$$

$$0 = 4A_1 \quad A_1 = 0$$

$$\int \frac{3+x+x^2}{x^3+3x^2} dx = \int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{1}{x+3} dx$$

$$= -\frac{1}{x} + \ln|x+3| + C$$

6

(b) أوجد

$$\int_{-1}^3 |x-2| dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-x+2) dx + \int_2^3 (x-2) dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-x+2) dx + \int_2^3 (x-2) dx$$

$$\left[-\frac{x^2}{2} + 2x\right]_{-1}^2 + \left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_2^3$$

$$= \left[-2+4\right] - \left[-\frac{1}{2}-2\right] + \left[\frac{9}{2}-6\right] - \left[2-4\right] = 5$$



ثانياً البنود الموضوعية

في البنود من 1 إلى 3 عبارات لكل بند ظلل في ورقة الإجابة  
 (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ

$$\int_2^4 f(x) dx + \int_4^2 g(x) dx = 0 \quad (1)$$

$$\int \frac{-6dx}{x^2 + 3x} = -2\ln|x + 3| + 2\ln|x| + C \quad (2)$$

$$\int x \sin(\pi x) dx = -\frac{x}{\pi} \cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2} \sin(\pi x) + C \quad (3)$$

في البنود من 4 إلى 8 لكل بند أربعة اختيارات واحدة منها صحيح  
 اختر الإجابة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها

$$\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx = \quad (4)$$

(a)  $-\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

(b)  $\ln|e^x - 4| + C$

(c)  $-\ln|e^x - 4| + C$

(d)  $\frac{1}{2} \ln|e^x - 4| + C$

$$\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt{2 + \cot x}} dx = \quad (5)$$

(a)  $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(b)  $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

(c)  $-2\sqrt{2 + \cot x} + C$

(d)  $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + C$

$$\text{إذا } F(x) = \int (x+1)(2x^2 + 4x - 1) dx \text{ ، فإن } F(-2) = \frac{9}{8} \text{ ، تساوي } F(x) \text{ تساوي:} \quad (6)$$

(a)  $\frac{1}{8}(2x^2 + 4x - 1)^2 + \frac{5}{4}$

(b)  $\frac{1}{8}(2x^2 + 4x - 1)^2 + 1$

(c)  $\frac{1}{4}(2x^2 + 4x - 1)^2 + 1$

(d)  $4(2x^2 + 4x - 1)^2 - 1$

$$\int \left( \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx = \quad (7)$$

(a)  $x^2 + C$

(b)  $2x + C$

(c)  $\frac{x^2}{2} + 2x + C$

(d)  $\frac{1}{3}x^3 + C$

$$\int \frac{x^3 + 2}{x^2 - x} dx = \quad (8)$$

(a)  $\frac{x^2}{2} + 3\ln|x - 1| + 2\ln|x| + C$

(b)  $\frac{x^2}{2} - x + 3\ln|x - 1| + 2\ln|x| + C$

(c)  $\frac{x^2}{2} - 3\ln|x - 1| + 2\ln|x| + C$

(d)  $\frac{x^2}{2} + x + 3\ln|x - 1| - 2\ln|x| + C$

إجابات البنود الموضوعية

- |   |              |              |   |              |
|---|--------------|--------------|---|--------------|
| 1 | a            | <del>b</del> |   |              |
| 2 | a            | <del>b</del> |   |              |
| 3 | <del>a</del> | b            |   |              |
| 4 | a            | <del>b</del> | c | d            |
| 5 | <del>a</del> | b            | c | d            |
| 6 | a            | <del>b</del> | c | d            |
| 7 | a            | b            | c | <del>d</del> |
| 8 | a            | b            | c | <del>d</del> |

www.kwedufiles.com

أولا الأسئلة المقالية

السؤال الأول:  
a) أوجد

$$\int \frac{x^2 - 3x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$= \int \left( \frac{x^2}{x^{\frac{1}{3}}} - \frac{3x}{x^{\frac{1}{3}}} \right) dx$$

$$= \int \left( x^{\frac{5}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} \right) dx$$

$$= \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}} - 3 \cdot \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{8} x^2 \sqrt[3]{x^2} - \frac{9}{5} x \sqrt[3]{x^2} + C$$

b) أوجد

$$\int x^2 \sqrt{x-1} dx$$

$$u = x - 1 \quad du = dx$$

$$x = u + 1$$

$$x^2 = u^2 + 2u + 1$$

$$\int (u^2 + 2u + 1) u^{\frac{1}{2}} du = \int \left( u^{\frac{5}{2}} + 2u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$$= \frac{2}{7} u^{\frac{7}{2}} + 2 \cdot \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{7} (x-1)^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5} (x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} + C$$

5

10

$$\int \sec^4 x \tan x \, dx$$

$$\int \sec^3 x \cdot \sec x \tan x \, dx$$

$$u = \sec x \quad du = \sec x \tan x \, dx$$

$$\int u^3 \, du$$

$$= \frac{1}{4} u^4 + C$$

$$= \frac{1}{4} \sec^4 x + C$$

5

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(a) أوجد

$$\int x^2 e^x \, dx$$

$$u = x^2$$

$$du = 2x \, dx$$

$$dv = e^x \, dx$$

$$v = e^x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$= x^2 e^x - 2 \int x e^x \, dx$$

$$* \int x e^x \, dx =$$

$$u = x$$

$$du = dx$$

$$dv = e^x \, dx$$

$$v = e^x$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$= x e^x - \int e^x \, dx$$

$$= x e^x - e^x + C$$

$$\therefore \int x^2 e^x \, dx = x^2 e^x - 2 [x e^x - e^x] + C$$

$$= e^x [x^2 - 2x + 2] + C$$

12

6

السؤال الثالث: (a) أوجد  $\int \frac{x^2 - 5x + 6}{x} dx$

$$\int \left( \frac{x^2}{x} - \frac{5x}{x} + \frac{6}{x} \right) dx$$

$$= \int \left( x - 5 + \frac{6}{x} \right) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} - 5x + 6 \ln|x| + C$$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

6

(b) أوجد  $\int_1^3 \left( 3e^x + \frac{e}{x} \right) dx$

$$= \left[ 3e^x + e \ln|x| \right]_1^3$$

$$= \left[ 3e^3 + e \ln 3 \right] - \left[ 3e + e \ln 1 \right]$$

$$= 3e^3 + e \ln 3 - 3e$$

ثانياً البنود الموضوعية

في البنود من 1 إلى 3 عبارات لكل بند ظلل في ورقة الإجابة  
 (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ

(1) إذا كانت،  $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ، فإن  $f(2) = 1$ ،  $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$  (1)

(2)  $\int x \sqrt{x+2} dx = \frac{3}{7}(x+2)^{\frac{7}{3}} - \frac{3}{2}(x+2)^{\frac{4}{3}} + C$  (2)

(3)  $(F'(x) = \sec(x) \tan(x), F(0) = 4) \Rightarrow F(x) = \sec x + 3$  (3)

في البنود من 4 إلى 8 لكل بند أربعة اختيارات واحدة منها صحيح  
 اختر الإجابة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها

(4)  $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx =$  (4)

(a)  $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

(b)  $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

(c)  $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

(d)  $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{6}x^{\frac{1}{2}} + C$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(5) إذا كانت  $y = x^2 e^x - x e^x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  يساوي (5)

(a)  $e^x(x^2 + x - 1)$

(b)  $e^x(x^2 - x)$

(c)  $2x e^x - e^x$

(d)  $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(6)  $\int x^2 \ln(x) dx =$  (6)

(a)  $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{3} + C$

(b)  $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

(c)  $\frac{1}{3}x^3 \ln(x) + \frac{x^3}{9} + C$

(d)  $-\frac{1}{3}x^3 \ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

(7)  $\int \frac{2x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} dx =$  (7)

(a)  $2 + 2 \ln|x-1| - \frac{9}{2} \ln|x+1| + C$

(b)  $\frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{9}{2} \ln|x+1| + C$

(c)  $2x + \frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{9}{2} \ln|x+1| + C$

(d)  $x + \frac{1}{2} \ln|x-1| - 9 \ln|x+1| + C$

(8)  $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx =$  (8)

(a) 1

(b) -1

(c) 0

(d)  $\frac{1}{2}$

إجابات البنود الموضوعية

- |   |              |              |              |   |
|---|--------------|--------------|--------------|---|
| 1 | a            | <del>b</del> |              |   |
| 2 | <del>a</del> | b            |              |   |
| 3 | <del>a</del> | b            |              |   |
| 4 | a            | b            | <del>e</del> | d |
| 5 | <del>a</del> | b            | c            | d |
| 6 | a            | <del>b</del> | c            | d |
| 7 | a            | b            | <del>c</del> | d |
| 8 | <del>a</del> | b            | c            | d |

www.kwedufiles.com

\*\*\*\*\*

أولا الأسئلة المقالية

السؤال الأول :

(a) إذا كان  $f(0) = 2$ ,  $f(x) = \int x(3x - 2) dx$  أوجد  $f(x)$

$f(x) = \int (3x^2 - 2x) dx$

$f(x) = x^3 - x^2 + C$

$f(0) = 0 - 0 + C = 2 \Rightarrow C = 2$

$f(x) = x^3 - x^2 + 2$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(b) أوجد

$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$

نضع  $u = 4 - x^2$   $x^2 = u - 4$

$du = -2x dx$

$-\frac{1}{2} du = x dx$

$x^4 = u^2 - 8u + 16$

الحل =  $\int (4 - x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot x^4 \cdot x dx$

$= -\frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} (u^2 - 8u + 16) du = -\frac{1}{2} \int (u^{\frac{5}{2}} - 8u^{\frac{3}{2}} + 16u^{\frac{1}{2}}) du$

$= -\frac{1}{2} \left[ \frac{2}{7} \cdot u^{\frac{7}{2}} - 8 \cdot \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} + 16 \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right] + C$

$= -\frac{1}{7} (4 - x^2)^{\frac{7}{2}} + \frac{8}{5} (4 - x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{16}{3} (4 - x^2)^{\frac{3}{2}} + C$



5

10

$$\int (2 \tan x - \csc^2 x) dx$$

$$\int \tan x dx$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$u = \cos x \quad du = -\sin x dx$$

$$= -\int \frac{du}{u} = -\ln|u| + C$$

$$= -\ln|\cos x| + C$$

$$= \ln|\sec x| + C$$

$$\int (2 \tan x - \csc^2 x) dx$$

$$= 2 \ln|\sec x| + \cot x + C$$

www.kwedufiles.com

(a) أوجد  $\int e^x \sin x dx$

$$u = e^x \quad dv = \sin x dx$$

$$du = e^x dx \quad v = -\cos x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx$$

$$* \int e^x \cos x dx =$$

$$u = e^x \quad dv = \cos x dx$$

$$du = e^x dx \quad v = \sin x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= e^x \sin x - \int e^x \sin x dx$$

$$= \int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \sin x dx$$

$$2 \int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + e^x \sin x$$

$$\int e^x \sin x dx = -\frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C$$

12

6

السؤال الثالث: (a) أوجد  $\int \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 4} dx$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 4 \overline{) x^2 - 3x + 7} \\ \underline{-(x^2 + 4x + 4)} \phantom{7} \\ -7x + 3 \phantom{7} \\ \phantom{-7x} + 7 \phantom{7} \\ \phantom{-7x} \underline{+ 7} \\ \phantom{-7x} \phantom{+ 7} 0 \end{array}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 4} = 1 + \frac{x + 3}{x^2 - 4x + 4} \quad x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$$

$$\frac{x + 3}{x^2 - 4x + 4} = \frac{A_1}{(x - 2)} + \frac{A_2}{(x - 2)^2}$$

$$x + 3 = A_1(x - 2) + A_2$$

$$x = 2 \Rightarrow 5 = A_2$$

$$\text{اختبار } x = 0 \Rightarrow 3 = -2A_1 + 5 \quad A_1 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{نتيجة} &= \int 1 dx + \int \frac{1}{x-2} dx + \int \frac{5}{(x-2)^2} dx \\ &= x + \ln|x-2| + \frac{-5}{x-2} + C \end{aligned}$$

www.kweduffiles.com

6

(b) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن

$$\int_1^3 (x^2 + 1) dx \geq \int_1^3 (x - 1) dx$$

فرض  $f(x) = x^2 + 1$  ،  $g(x) = x - 1$  ،  $R$  كصلة على  $[1, 3]$

$$f(x) - g(x) = x^2 + 1 - x + 1 = x^2 - x + 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(2) = -7$$

لا تكون المعادلة جذور حقيقية  $f(x) - g(x) \neq 0$  ولها  $\Delta < 0$

أي أنها موجبة دائماً

$$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R$$

$$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [1, 3]$$

$$(x^2 + 1) \geq (x - 1) \quad \forall x \in [1, 3]$$

$$\int_1^3 (x^2 + 1) dx \geq \int_1^3 (x - 1) dx$$

ثانياً البنود الموضوعية

في البنود من 1 إلى 3 عبارات لكل بند ظلل في ورقة الإجابة  
 إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ (a)

$$\int x(x^2 - 1)^{10} dx = \frac{1}{18}(x^2 - 1)^9 + C \quad (1)$$

$$(F'(x) = \cos x + \sin x, F(\pi) = 1) \implies F(x) = \sin x - \cos x \quad (2)$$

$$\int x e^{-x} dx = -x e^{-x} + e^{-x} + C \quad (3)$$

في البنود من 4 إلى 8 لكل بند أربعة اختيارات واحدة منها صحيح  
 اختر الإجابة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها

$$\int (\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}) dx = \quad (4)$$

- (a)  $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$       (b)  $\frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}}(x^{-\frac{2}{3}} + 5) + C$   
 (c)  $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}} + 5) + C$       (d)  $\frac{5}{3} x^{\frac{4}{3}}(x^{\frac{2}{3}} + 5) + C$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(5) إذا كانت  $y = (\ln x)^2$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $\frac{\ln x}{x}$       (b)  $\frac{2 \ln x}{x}$   
 (c)  $\frac{x \ln x}{2}$       (d)  $\frac{2 \ln^2 x}{x}$

$$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx = \quad (6)$$

- (a) 2      (b)  $2\sqrt{2}$       (c) 4      (d) 8

$$\int \frac{6}{x^2 - 9} dx = \quad (7)$$

- (a)  $\ln|x+3| - \ln|x-3| + C$       (b)  $\ln(x-3) - \ln(x+3) + C$   
 (c)  $\ln|x+3| + \ln|x-3| + C$       (d)  $\ln|x-3| - \ln|x+3| + C$

$$\int (2x+1) \sin x dx = \quad (8)$$

- (a)  $(2x+1) \cos x + 2 \sin x + C$       (b)  $-(2x+1) \cos x + 2 \sin x + C$   
 (c)  $-(x+1) \cos x - 2 \sin x + C$       (d)  $(2x+1) \cos x - \sin x + C$

إجابات البنود الموضوعية

- |   |              |              |              |              |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | a            | <del>b</del> |              |              |
| 2 | <del>a</del> | b            |              |              |
| 3 | a            | <del>b</del> |              |              |
| 4 | <del>a</del> | b            | c            | d            |
| 5 | a            | <del>b</del> | c            | d            |
| 6 | a            | b            | <del>c</del> | d            |
| 7 | a            | b            | c            | <del>d</del> |
| 8 | a            | <del>b</del> | c            | d            |

www.kwedufiles.com

نموذج (5) اختبار الفترة الدراسية الثالثة للصف الثاني عشر (علمي)

أولا الأسئلة المفألية

السؤال الأول :

(a) أوجد  $f(x) = \int \frac{(\frac{1}{x} + 4)^5}{x^2} dx$

$u = \frac{1}{x} + 4$  .....  $du = -\frac{1}{x^2} dx$  .....

$\int u^5 du = -\int u^5 du$

$= -\frac{u^6}{6} + C$

$= -\frac{(\frac{1}{x} + 4)^6}{6} + C$

(b) أوجد

$\int (e^{2x} + \frac{3}{x}) dx$

$\int e^{2x} dx + \int \frac{3}{x} dx$

$= \frac{1}{2} e^{2x} + 3 \ln|x| + C$

$$\frac{5}{10}$$

$$\int x \ln x \, dx$$

$$u = \ln x$$

$$dv = x \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} \, dx$$

$$v = \frac{1}{2} x^2$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{1}{2} x^2 \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x \, dx$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

5

$$\int \sqrt{\tan x} \sec^2 x \, dx$$

(a) أوجد

$$u = \tan x$$

$$du = \sec^2 x \, dx$$

$$\int u^{\frac{1}{2}} \, du$$

$$= \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{2}{3} (\tan x)^{\frac{3}{2}} + C$$

12

6

السؤال الثالث: (a) أوجد  $\int \frac{x^3 - 2}{x^2 + x} dx$

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 + x} = (x-1) + \frac{x-2}{x^2+x}$$

$$x^2 + x = x(x+1)$$

$$\frac{x-2}{x^2+x} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x+1}$$

$$x-2 = A_1(x+1) + A_2(x)$$

$$x=0 \Rightarrow -2 = A_1$$

$$x=-1 \Rightarrow -3 = -A_2 \quad A_2 = 3$$

$$\int \frac{x^3 - 2}{x^2 + x} dx = \int (x-1) dx + \int \frac{-2}{x} dx + \int \frac{3}{x+1} dx$$

$$= \frac{x^2}{2} - x - 2 \ln|x| + 3 \ln|x+1| + C$$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(b) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن

$$\int_0^3 x\sqrt{x+1} dx$$

$$u = x+1$$

$$x = u-1$$

$$du = dx$$

$$= \int_1^4 (u-1) u^{\frac{1}{2}} du$$

$$x=3 \quad u=4$$

$$x=0 \quad u=1$$

$$= \int_1^4 (u^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{1}{2}}) du$$

$$= \left[ \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right]_1^4$$

$$= \frac{2}{5} (4)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} (4)^{\frac{3}{2}} - \left[ \frac{2}{5} - \frac{2}{3} \right]$$

$$= \frac{116}{15}$$

ثانياً البنود الموضوعية

في البنود من 1 إلى 3 عبارات لكل بند ظلل في ورقة الإجابة  
إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ

(b) إذا كانت:  $F(x) = x^3 + 6x^2 + 15x + 400$  فإن  $F(x) = \int (3x^2 - 12x + 15) dx$ ,  $F(0) = 400$  (1)

(a)  $\int (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3} dx = \frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^4} + C$  (2)

(b) إذا كانت:  $g(x) = \ln(2x+2)$  فإن:  $g'(x) = \frac{1}{2x+2}$  (3)

في البنود من 4 إلى 8 لكل بند أربعة اختيارات واحدة منها صحيح  
اختر الإجابة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها

$\int (2x+1)\sin x dx$  (4)

(a)  $(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$

(b)  $-(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$

(c)  $-(x+1)\cos x - 2\sin x + C$

(d)  $(2x+1)\cos x - \sin x + C$

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx =$  (5)

(a) 4

(b) 2

(c) 0

(d)  $\pi$

$\int \frac{7x-7}{x^2-3x-10} dx =$  (6)

(a)  $4\ln|x+2| + 3\ln|x-5| + C$

(b)  $3\ln|x+2| + 2\ln|x-5| + C$

(c)  $4\ln|x-5| + 3\ln|x+2| + C$

(d)  $4\ln|x-5| - 3\ln|x+2| + C$

$\int \frac{e^x}{e^x-4} dx =$  (7)

(a)  $-\frac{1}{2}(e^x-4) + C$

(b)  $\ln|e^x-4| + C$

(c)  $-\ln|e^x-4| + C$

(d)  $\frac{1}{2}\ln|e^x-4| + C$

$\int \frac{\sin(4x)}{\cos^5(4x)} dx =$  (8)

(a)  $-\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x) + C$

(b)  $\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x) + C$

(c)  $-\cos^{-4}(4x) + C$

(d)  $\cos^{-4}(4x) + C$



أولا الأسئلة المقالية

السؤال الأول :  
a) أوجد

10

$$\int (x+2)\sqrt{x^2+4x-5} dx$$

$$u = x^2 + 4x - 5 \quad du = (2x + 4) dx$$

$$\frac{1}{2} du = (x+2) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\frac{1}{3} (x^2 + 4x - 5)^{\frac{3}{2}} + C$$

b) أوجد

$$\int \sec x (\sec x + \tan x) dx$$

$$\int [\sec^2 x + \sec x \tan x] dx$$

$$= \tan x + \sec x + C$$

(a) أوجد

$$\int (2x+1) \ln(x+1) dx$$

$$u = \ln(x+1)$$

$$dv = (2x+1) dx$$

$$du = \frac{1}{x+1} dx$$

$$v = x^2 + x = x(x+1)$$

$$\int u dv = u v - \int v du$$

$$= (x^2+x) \ln(x+1) - \int x(x+1) \cdot \frac{1}{x+1} dx$$

$$= (x^2+x) \ln(x+1) - \int x dx$$

$$= (x^2+x) \ln(x+1) - \frac{x^2}{2} + C$$

5

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

(b) أوجد

$$\int \frac{4x-6}{x^2-3x+5} dx$$

$$u = x^2 - 3x + 5$$

$$du = (2x-3) dx$$

$$2du = (4x-6) dx$$

$$= 2 \int \frac{du}{u}$$

$$= 2 \ln |u| + C$$

$$= 2 \ln |x^2 - 3x + 5| + C$$

12

(a) السؤال الثالث:  

$$f(x) = \frac{-x+10}{x^2+x-12}$$

6

أوجد  $\int f(x) dx$

$$x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$$

$$\frac{-x+10}{x^2+x-12} = \frac{A_1}{x-3} + \frac{A_2}{x+4}$$

$$-x+10 = A_1(x+4) + A_2(x-3)$$

$$x=3 \Rightarrow 7 = 7A_1 \quad A_1=1$$

$$x=-4 \Rightarrow 14 = -7A_2 \quad A_2=-2$$

$$\int \frac{-x+10}{x^2+x-12} dx = \int \frac{1}{x-3} dx + \int \frac{-2}{x+4} dx$$

$$= \ln|x-3| - 2 \ln|x+4| + C$$

[www.kwedufiles.com](http://www.kwedufiles.com)

6

(b) أوجد

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$$

نفرض  $u = \tan x$

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 1$$

$$du = \sec^2 x dx$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 0$$

$$\int_0^1 u du$$

$$= \left[ \frac{1}{2} u^2 \right]_0^1$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \right] - [0] = \frac{1}{2}$$

ثانياً البنود الموضوعية

في البنود من 1 إلى 3 عبارات لكل بند ظلل في ورقة الإجابة  
 (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ

$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx, k \in R$  (b) (1)

إذا كانت الدالة  $f$  متصلة على  $[2, 4]$   
 $\int_2^4 f(x) dx + \int_4^2 f(x) dx = 0$  (a) (2)

$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2}$  (b) (3)

في البنود من 4 إلى 8 لكل بند أربعة اختيارات واحدة منها صحيح  
 اختر الإجابة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها

(4) إذا كان:  $x = -1$ ,  $y = -5$ ,  $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$ , فإن  $y$  تساوي:

- (a)  $-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$  (b)  $3x^{\frac{1}{3}} + 2$   
 (c)  $3x^{\frac{1}{3}} - 2$  (d)  $3x^{\frac{1}{3}}$

$\int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx =$  (5)

- (a)  $\frac{1}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$  (b)  $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + C$   
 (c)  $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$  (d)  $\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}} + C$

(6) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f$  حيث  $f(x) = 8 + \csc x \cot x$  هي:

- (a)  $F(x) = 8x + \csc x + C$  (b)  $F(x) = 8x - \cot x + C$   
 (c)  $F(x) = 8x - \csc x + C$  (d)  $F(x) = 8x + \cot x + C$

(7) إذا كانت  $y = (\ln x)^2$ , فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

- (a)  $\frac{\ln x}{x}$  (b)  $\frac{2 \ln x}{x}$   
 (c)  $\frac{x \ln x}{2}$  (d)  $\frac{2 \ln^2 x}{x}$

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx =$  (8)

- (a) 4 (b) 2 (c) 0 (d)  $\pi$