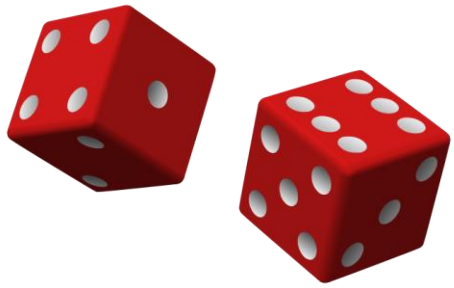
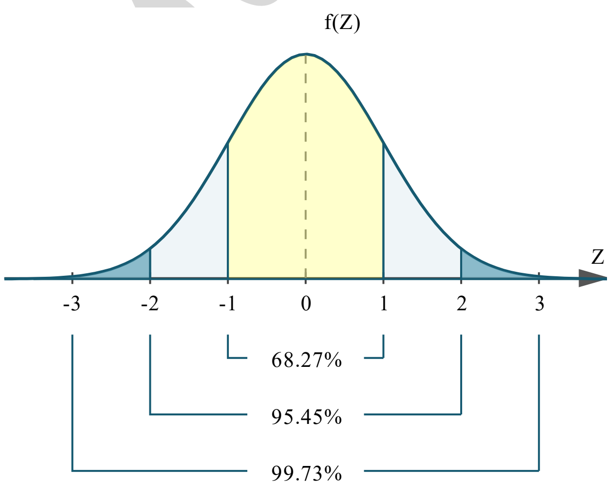


الوحدة الثامنة

الاحتمال

- المتغيرات العشوائية المتقطعة.
- المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة).



المتغيرات العشوائية المتقطعة

فضاء العينة لكل تجربة

أولاً: قطع النقود: عند القاء قطعة نقود يمكن أن نحصل فقط على كتابة T أو صورة H ويكون فضاء العينة كالتالي

قطعة واحدة: عدد عناصر الفضاء $n(S) = 2^1 = 2$ فضاء العينة $S = \{T, H\}$

قطعتي نقود: عدد عناصر الفضاء $n(S) = 2^2 = 4$ فضاء العينة:

$$S = \{(T,T),(T,H),(H,T),(H,H)\}$$

ثلاث قطع: عدد عناصر الفضاء $n(S) = 2^3 = 8$ فضاء العينة:

$$S = \{(T,T,T),(T,T,H),(T,H,T),(H,T,T),(T,H,H),(H,T,H),(H,H,T),(H,H,H)\}$$

ثانياً: حجر النرد: عند القاء حجر نرد يمكن الحصول على الأرقام من 1 إلى 6 ويكون فضاء العينة كالتالي

حجر واحد: عدد عناصر الفضاء $n(S) = 6^1 = 6$ فضاء العينة $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

حجري نرد: عدد عناصر الفضاء $n(S) = 6^2 = 36$ يمكن تمثيل فضاء العينة على المحورين الاحداثيين.

ثالثاً: مسائل السحب: عند سحب r عنصر من n عنصر فإننا نميز حالتين عند إيجاد عدد عناصر الفضاء:

سحب بالتتالي: يتم سحب العناصر بالتتالي ودون إعادة (الترتيب مهم) نستخدم التباديل $n(S) = {}_nP_r$

سحب معاً: يتم سحب العناصر معاً (الترتيب غير مهم) نستخدم التوافيق $n(S) = {}_nC_r$

المتغير العشوائي X: هو دالة مجالها فضاء العينة لتجربة S ومجالها المقابل هو $\mathbb{R}$ ومداها مجموعة جزئية من $\mathbb{R}$

نرمز له بالرمز $X(S)$: $X: S \longrightarrow \mathbb{R}$

يوجد عدة أنواع من المتغيرات العشوائية، سوف تدرس نوعين فقط منها وهما:

1) المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة).
2) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة).

ملاحظة : تستخدم الأحرف $X, Y, \ldots$ كرموز للمتغيرات العشوائية والأحرف $x, y, \ldots$ لقيم هذه المتغيرات.

المتغير العشوائي المتقطع

تعريف: يكون المتغير العشوائي X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا إذا كانت مجموعة القيم الممكنة له (المدى) $X(S)$ هي مجموعة متقطعة أي قابلة للعد، من الأعداد الحقيقية سواء أ كانت منتهية أم غير منتهية.

تمرين : "حاول أن تحل 1 صفحة 104"

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية، ثم حدّد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا.

1) المتغير العشوائي X يمثل عدد الكتابات.
2) المتغير العشوائي Y يمثل مكعب عدد الكتابات.
3) المتغير العشوائي Z يمثل عدد الكتابات مطروح ممن عدد الصور.

الحل:

عناصر مدى المتغير العشوائي Z	عناصر مدى المتغير العشوائي Y	عناصر مدى المتغير العشوائي X	عناصر فضاء العينة S

اولاً: التوزيع الاحتمالي

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا مداه $\{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ فإن **دالة التوزيع الاحتمالي** f تعرّف كالتالي:

$$f(x_i) = P(X = x_i) \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	...
$f(x_i)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	...

بيانياً: تمثل دالة التوزيع الاحتمالي بمجموعة النقاط في المستوى الإحداثي التي تمثل الأزواج المرتبة $(x_i, f(x_i))$

تمرين:

عند رمي حجر نرد مرة واحدة، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن: "حاول أن تحل 2 صفحة 144"

"مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4، و 1- لغير ذلك"

1) فضاء العينة S وعدد عناصر فضاء العينة $n(S)$

2) مدى المتغير العشوائي X.

3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر المدى

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل:

تـمـريـن: "حاول أن تحل 3 صفحة 146"

عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن: "عدد الصور" فأوجد ما يلي:

1) فضاء العينة S وعدد عناصر فضاء العينة $n(S)$ 2) مدى المتغير العشوائي X.

3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X 4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل:

خواص دالة التوزيع الاحتمالي:

1) $0 \leq f(x) \leq 1.$

2) $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \cdots = 1$

تـمـريـن: "حاول أن تحل 4 صفحة 147"

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.35	0.15	0.1	0.2	k

فأوجد قيمة k

الحل:

تـمـريـن: "كراسة 4 صفحة 55"

إذا كان X متغير عشوائي متقطع مداه هو: $\{1, 2, 3, 4\}$ وكان: $f(1) = 0.1$, $f(3) = 0.4$, $f(4) = 0.2$

فأوجد $f(2)$ ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل:

تمرين:

"حاول أن تحل 6 صفحة 149"

صندوق يحتوي 10 كرات متماثلة منها 7 كرات بيضاء و3 كرات حمراء، سحبت 3 كرات معاً من الصندوق، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن عدد الكرات البيضاء، فأوجد ما يلي:

1) عدد عناصر فضاء العينة $n(S)$

2) مدى المتغير العشوائي X.

3) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل:

تمرين: "كراسة 5 صفحة 55"

صندوق يحتوي 10 كرات متماثلة منها 4 كرات بيضاء و6 كرات حمراء، سحبت 5 كرات عشوائية معاً من الصندوق، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن عدد الكرات البيضاء، فأوجد ما يلي:

1) عدد عناصر فضاء العينة $n(S)$

2) مدى المتغير العشوائي X.

3) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل:

ثانياً: التوقع (الوسط) والتباين للمتغيرات العشوائية المتقطعة

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا له دالة توزيع احتمالي f، مداه $X(S) = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ فإن:

التوقع μ: $\mu = \sum x_i f(x_i) = x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) + x_3 f(x_3) + \cdots$

التباين σ^2: $\sigma^2 = \sum \left({x_i}^2 f(x_i) \right) - \mu^2$

الانحراف المعياري σ "الجذر التربيعي للتباين" : $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

تمرين: "حاول أن تحل 7 صفحة 147"

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

فأوجد: 1) التوقع μ 2) التباين σ^2 3) الانحراف المعياري σ

الحل:

تـمـريـن:

"كراسة 7 صفحة 56"

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	7	8	9	10
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

فأوجد: 1) التوقع μ 2) التباين σ^2 3) الانحراف المعياري σ

الحل:

ثالثاً : دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع

تـعـريـف: دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع عند قيمة a هي احتمال وقوع المتغير العشوائي X بحيث يكون X أصغر من أو يساوي a أي أن:

$$F(a) = P(X \leq a)$$

مـلاحظة : **مجال دالة التوزيع التراكمي هو $\mathbb{R}$ والمجال المقابل يساوي المدى وهو $[0,1]$**

تـمـريـن: "حاول أن تحل 9 صفحة 153"

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

فإذا كانت F دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X

فأوجد: $F(0)\,, F(1)\,, F(3.5)\,, f(4)\,, F(5)\,, F(8)$

الحل:

خواص دالة التوزيع التراكمي

1) $P(X > a) = 1 - P(x \leq a) = 1 - F(a)$

2) $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

تـمـريـن: "كراسة 9 صفحة 56"

الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X:

x	-1	3	5	7
$F(x)$	0.1	0.45	0.7	1

أوجد:

3) $P(X > 3)$		2) $P(3 < X \leq 7)$		1) $P(-1 < X \leq 5)$

الحل:

رابعاً: توزيع ذات الحدين

تـعريـف: تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

1) تتكوّن التجربة من عدد n من المحاولات المستقلة والمتماثلة.
2) كل محاولة يكون لها ناتجان فقط مثل (نجاح أو فشل).
3) احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز P

" وتسمى كل محاولة من محاولات التجربة **بمحاولة برنولي**"

$$P(X=x)=f(x)=\ {}_{n}C_{x}\times P^{x}\times(1-P)^{n-x}\ ,\qquad n\in\mathbb{Z}^{+}$$

n عدد المحاولات.

X مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي وهي $\{0,1,2,\dots,n\}$.

x عدد مرات النجاح في n من المحاولات.

P احتمال النجاح. $(1-P)$ احتمال الفشل.

يسمى توزيع المتغير العشوائي X بتوزيع **ذي الحدين** للمعلمتين $P\ ,n$

تـمـريـن: "حاول أن تحل 11 صفحة 158"

إذا كان X متغيراً عشوائياً ذو حدين معلمتيه هما: $n=7\ ,P=0.6$ فأوجد:

أوجد:

2) $P(2<X\leq 4)$ 1) $P(X=1)$

الحل:

تـمـريـن:

عند إلقاء حجر نرد منتظم **7** مرات متتالية، أوجد:

a) احتمال ظهور العدد 2 خمس مرات.

b) احتمال ظهور العدد 2 مرة واحدة على الأقل.

c) احتمال ظهور العدد 2 مرة واحدة على الأكثر.

الحل:

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدين

التوقع μ: $\mu = n \times P$

التباين σ^2: $\sigma^2 = n \times P \times (1 - P)$

الانحراف المعياري σ "الجذر التربيعي للتباين" : $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

تـمـريـن: "حاول أن تحل 12 صفحة 158"

ينتج مصنع سيارات 350 سيارة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة 0.02 فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

الحل:

تـمـريـن:

في تجربة إلقاء قطعة نقود **8** مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة.

الحل:

بعض الأسئلة الموضوعية الهامة

(1) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. (b) (a)

(2) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. (b) (a)

(3) دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة a هي احتمال وقوع المتغير العشوائي X بحيث يكون X أصغر من أو يساوي a. (b) (a)

(9) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية فإن $n(S) = 6$. (b) (a)

(6) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون:

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

(b) (a)

(7) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون:

$$P(X < a) = 1 - F(a)$$

(b) (a)

(11) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	1	2	3
$f(x)$	K	$2K$	$2K$

فإن قيمة K تساوي:

(a) 0.5 (b) 0.2 (c) 1 (d) 0.4

(16) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا لدالة التوزيع الاحتمالي f وكان التوقع $= 0.5$ ، $\sum x^2 f(x) = 4.25$،
فإن الانحراف المعياري هو:

(a) 4　　(b) 2　　(c) 3.75　　(d) 1

(17) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي X معطاة في الجدول التالي:

x	0	1	2	3
$F(x)$	0.1	0.3	0.7	1

فإن $f(2) =$

(a) 0.7　　(b) 0.3　　(c) 0.4　　(d) 1

(19) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X «ظهور صورة» يساوي:

(a) 2　　(b) 1　　(c) $\frac{1}{2}$　　(d) 4

(20) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا يأخذ القيم $1.5 , 1 , -1$ وكان: $P(X = -1) = 0.6$, $P(X = 1) = 0.3$
فإن $P(X > 0) = ...$

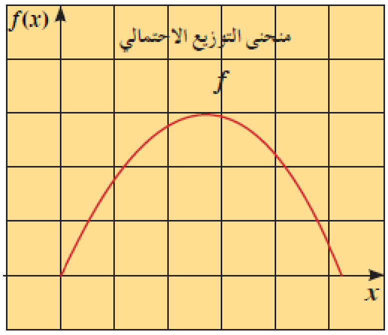
(a) 0.6　　(b) 0.9　　(c) 0.4　　(d) 0.7

المتغيرات العشوائية المتصلة

تعريف: هو المتغير التي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل $X = \{x: a \leq x \leq b\}$ هي مجموعة غير قابلة للعد. منتهية.

أمثلة عن التغيرات المستمرة: كتلة مجوعة طلاب، درجة حرارة الانسان، المسافة المقطوعة بسيارة

أولاً : التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتصل



يمثل بيانياً بمنحنى يعرف بمنحنى التوزيع الاحتمالي ونسمي الدالة $f(x)$ بدالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل

خواص دالة كثافة الاحتمال

1) $f(x)$ هي دالة متصلة على مجالها.

2) $f(x) \geq 0$ لكل قيم x التي تنتمي لمجال الدالة.

3) قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة $f(x)$ ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح.

4) يمكن إيجاد الاحتمال $P(a \leq X \leq b)$ بحساب المساحة تحت المنحنى $f(x)$ بين القيمة a, b من الشكل.

5) تنعدم المساحة المظللة في الشكل إذا كان $a = b$ أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن: $P(X = a) = 0$

تمرين:

"حاول أن تحل 1 صفحة 162"

إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & : \quad -3 \le x \le 3 \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

$a)\ P(X < 2)$ $\quad$ $b)\ P(-1 < X \le 1)$ $\quad$ $c)\ P(-1.5 < X < 2.5)$ $\quad$ $d)\ P(X = 0)$

الحل:

تمرين:

"حاول أن تحل 2 صفحة 163"

إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x : & 0 \le x \le 2 \\ 0 : & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

$a)\ P(X < 1)$ $\quad b)\ P(X \geq 1)$ $\quad c)\ P(X > 0.5)$ $\quad d)\ P(X = 1)$

الحل:

ثانياً: التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

* إن دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a, b]$ هي:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & : \quad a \leq x \leq b \\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

* **التوقع** (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

* **التباين** (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

تمرين:

"حاول أن تحل 3 صفحة 164"

لتكن الدالة f:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : \ 1\le x\le 3\\ 0 & : \ \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

1) أثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

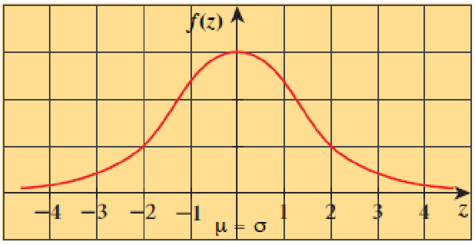
2) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

3) أوجد: $P(2<X\le 3)$

4) أوجد التوقع والتباين للدالة f

الحل:

ثالثاً: التوزيع الاحتمالي الطبيعي $N(\mu,\sigma)$



منحنى التوزيع الطبيعي $N(\mu,\sigma^2)$

خواص دالة التوزيع الاحتمالي الطبيعي:

1) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
2) يكون بيان المنحنى على شكل جرس متماثل حول محوره $\overline{x}=\mu$.
3) يمتد المنحنى من طرفيه إلى $\pm\infty$ (لا يقطع السينات).
4) المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح.
5) المستقيم الرأسي $\overline{x}=\mu$ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منها نصف

التوزيع الطبيعي المعياري $N(0,1)$

هو توزيع طبيعي متوسطه الحسابي $\overline{x}=0$ وانحرافه $\sigma=1$ ويحسب احتماله من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

* إذا لم يكن التوزيع الطبيعي معياري يمكن تحويل التوزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي **معياري**:

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}$$

لإيجاد $P(a\le X\le b)$:

1) نوجد القيمة المعيارية المناظرة للقيمة a بالتعويض في العلاقة: $z_1=(a-\mu)/\sigma$
2) نوجد القيمة المعيارية المناظرة للقيمة b بالتعويض في العلاقة: $z_2=(b-\mu)/\sigma$
3) نستخدم العلاقة: $P(a\le X\le b)=P(z_1\le Z\le z_2)$
4) نوجد الاحتمال من جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

تمرين: "حاول أن تحل 4 و 5 صفحة 166-167"

إذا كان Z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

$a)\ P(z < 0.95)$ $\quad b)\ P(z \geq 0.71)$ $\quad c)\ P(1.45 \leq z \leq 3.26)$

$d)\ P(z < -0.12\square)$ $\quad e)\ P(-3.2 \leq z \leq -0.1)$ $\quad f)\ P(-5.26 \leq z \leq 0.69)$

الحل:

تمرين: "كراسة 10 صفحة 65"

إذا كان المتغير X يمثل درجات الطلاب في مادة الرياضيات. إذا كان توزيع هذه الدرجات يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه $\mu = 40$ وانحرافه المعياري $\sigma = 8$ فأوجد:

$a)\ P(X \geq 45)$ $b)\ P(30 \leq X \leq 65)$

الحل:

بعض الأسئلة الموضوعية الهامة

(1) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل.

(a) (b)

(2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل.

(a) (b)

(3) إذا كانت الدالة f معرفة كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : \quad 0 \le x \le 1 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

(a) (b)

(6) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول $x = \mu$.

(a) (b)

(7) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد.

(a) (b)

(8) إذا كان X متغيّرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : \quad 0 \le x \le 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

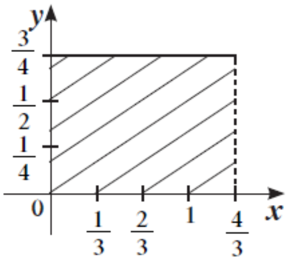
فإن $P(X = 1) = ...$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) ليس أيًا مما سبق

(17) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن: $P(0 \le z \le 2.35) = ...$

(a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218

(10) الدالة التي تعبّر عن الرسم البياني التالي هي:



(a) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<\frac{3}{4}\\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(b) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<\frac{4}{3}\\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(c) $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{3} & : \quad 0<x<\frac{4}{3}\\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(d) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<4\\ 0 & : \quad \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

---

(11) الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي:

(a) الطبيعي (b) ذات الحدين

(c) الطبيعي المعياري (d) المنتظم

---

(12) التوقّع هو:

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

---

(13) التباين هو:

(a) $\frac{4}{27}$ (b) $\frac{16}{9}$ (c) $\frac{16}{108}$ (d) $\frac{108}{16}$

---

(15) $P\left(X>\frac{4}{12}\right)=\ldots$

(a) $\frac{2}{6}$ (b) $\frac{6}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

---

(16) $P(0<X<1)=\ldots$

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) 1 (d) $\frac{3}{4}$