

الرياضيات

WWW.KweduFiles.Com



المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) (أ) $\frac{1}{2} = \frac{\alpha - 1}{2}$ ، $485 = \frac{1,97}{2} \times 4850$ ، نبحث في الجدول عن القيمة 4850 ، إذا $\frac{\alpha}{2} = 17$

(ب) $\frac{1}{2} = \frac{\alpha - 1}{2}$ ، القيمة 4700 ، تقع في الجدول بين القيمتين 4699 ، 4706 ، إذا $\frac{\alpha}{2} = 47$

$$\text{إذا } \frac{\alpha}{2} = \frac{1,89 + 1,88}{2} = 1,885$$

(ج) $\frac{1}{2} = \frac{\alpha - 1}{2}$ ، القيمة 4900 ، تقع في الجدول بين القيمتين 4898 ، 4901 ، إذا $\frac{\alpha}{2} = 49$

$$\text{إذا } \frac{\alpha}{2} = \frac{2,33 + 2,32}{2} = 2,325$$

(د) $\frac{1}{2} = \frac{\alpha - 1}{2}$ ، القيمة 4600 ، تقع في الجدول بين القيمتين 4599 ، 4608 ، إذا $\frac{\alpha}{2} = 46$

$$\text{إذا } \frac{\alpha}{2} = \frac{1,76 + 1,75}{2} = 1,755$$

(٢) (أ) \therefore مستوى الثقة 95% . . . $\frac{\alpha}{2} = 1,96$

WWW.KweduFiles.Com $\therefore \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,96 \times 1,96}{\sqrt{4}} = 1,96$

$$\therefore \text{هـ} = \frac{1,96}{\sqrt{4}} = \frac{1,96}{2} = 0,98$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{s} - \text{هـ} , \bar{s} + \text{هـ}) = (12,02, 12,98)$

(ج) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 64$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي.

(٣) (أ) $\frac{\alpha}{2} = \frac{1,96}{\sqrt{1000}} \times 1,96 = \frac{1,96}{\sqrt{1000}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,96}{\sqrt{1000}} \times 0,0310 = 0,0310$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{s} - \text{هـ} , \bar{s} + \text{هـ}) = (4,9690, 5,0310)$

(ج) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 1000$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي.

(٤) (أ) $\frac{\alpha}{2} = \frac{1,96}{\sqrt{250}} \times 1,96 = \frac{1,96}{\sqrt{250}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,96}{\sqrt{250}} \times 0,4383 = 0,4383$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{s} - \text{هـ} , \bar{s} + \text{هـ}) = (7,5617, 8,4383)$

(ج) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 25$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي.

$$(5) (أ) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{80} \sum_{i=1}^{80} (x_i - 4821)^2} = \sqrt{\frac{1}{80} \times 30} = \sqrt{3.75} = 1.96$$

(ب) فترة الثقة هي $(4821 + 4821 + 4821 + 4821 + 4821 + 4821 + 4821 + 4821) = (4,3179, 4,4821, 4,4821, 4,4821, 4,4821, 4,4821, 4,4821, 4,4821)$

(ج) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 80$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا

نتوقع أن 95% فترة تتحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي \bar{x} للمجتمع الإحصائي.

$$(6) (أ) \because \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2} \geq \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} 0^2} = \sqrt{0} = 0$$

$$\therefore n = 13 \therefore \text{درجات الحرية } (n-1) = 13 - 1 = 12$$

$$\therefore \text{مستوى الثقة } 1 - \alpha = 1 - 0.95 = 0.05 = \frac{\alpha}{2} \therefore \alpha = 0.05 \times 2 = 0.10$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (1126 - 11126)^2} = \sqrt{\frac{1}{12} \times 2,179} = \sqrt{179} = 13.38$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{1}{12} \times 2,1126 = 11126$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (11126, 1126 + 13.38, 1126 - 13.38) = (1126, 1127, 1125)$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

$$(1) (أ) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{7} \sum_{i=1}^{7} (1,96 - 1,92)^2} = \sqrt{\frac{1}{7} \times 0.05} = \sqrt{0.00714} = 0.25$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (147, 147 + 0.25, 147 - 0.25) = (147, 150, 147, 145)$

(ج) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 64$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا

نتوقع أن 95% فترة تتحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي \bar{x} للمجتمع الإحصائي.

$$(2) (أ) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{63} \sum_{i=1}^{63} (1,96 - 1,92)^2} = \sqrt{\frac{1}{63} \times 0.05} = \sqrt{0.000794} = 0.0281$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (58, 58 + 0.0281, 58 - 0.0281) = (58, 58.0281, 57.9719)$

$$(3) (أ) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{31} \sum_{i=1}^{31} (1,96 - 1,92)^2} = \sqrt{\frac{1}{31} \times 0.08} = \sqrt{0.00258} = 0.0227$$

(ب) فترة الثقة = $(14, 14 + 0.0227, 14 - 0.0227) = (14, 14.0227, 13.9773)$

(ج) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 32$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة

فإننا نتوقع أن 95% فترة تتحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي \bar{x} للمجتمع الإحصائي.

$$(4) (أ) \text{درجات الحرية } (n-1) = 14 = 15 - 1$$

$$\therefore n = 14 \therefore \sigma = \sqrt{\frac{1}{13} \sum_{i=1}^{13} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{13} \sum_{i=1}^{13} (145 - 140)^2} = \sqrt{\frac{1}{13} \times 5} = \sqrt{0.3846} = 0.62$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i = \frac{1}{14} \times 145 = 10.3571$$

(ب) فترة الثقة = $(10.3571 - 0.62, 10.3571 + 0.62) = (9.7371, 10.9771)$

$$(5) (أ) \frac{119,5}{407} \times 1,96 = 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(ب) فترة الثقة = (٤٦٦٦، ١٣٥، ٥٣٣٤، ٢٠٩)

(ج) عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 40$) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥٪ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي.

تمرين ١-٢

اختبارات الفرض الإحصائية

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) (أ) صياغة الفروض

$H_0: \mu = 30$ مقابل $H_a: \mu \neq 30$

(ب) σ غير معلومة $n = 150$, $\bar{x} = 30, s = 3, \text{مع} = 6,5$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{30 - 30,3}{\frac{6,5}{\sqrt{150}}}$$

(ج) \therefore مستوى الثقة ٩٥٪

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2}$$

(د) منطقة القبول هي (١,٩٦، ١,٩٦-)

(هـ) $\therefore 0,5653 \in (1,96, 1,96-)$

\therefore القرار بقبول فرض عدم $\mu = 30$

(٢) (أ) صياغة الفروض

$H_0: \mu = 5$ مقابل $H_a: \mu \neq 5$

(ب) σ غير معلومة $n = 1000$, $\bar{x} = 30, s = 4,5$, مع = ١

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{\frac{5 - 4,5}{1}} = \sqrt{0,5}$$

$$(ج) \quad 0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(1,96, 1,96 - 15,8114)$

$$(ه) \quad \therefore 15,8114 - 15,8114 = 0$$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 5$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 5$

$$(أ) صياغة الفروض: ف $\mu = 300$ مقابل ف $\mu \neq 300$$$

$$(ب) \quad \therefore \sigma \text{ غير معلومة, } n = 20 \quad (n \geq 30), \bar{s} = 280, \bar{x} = 32,2$$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}}$$

$$\therefore t = \frac{300 - 280}{\frac{32,2}{\sqrt{20}}} = 2,7777$$

(ج) درجات الحرية $(n - 1) = 19 = 1 - 20$

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$2,093 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(2,093, 2,093 - 2,7777)$

$$(ه) \quad \therefore 2,7777 - 2,7777 = 0$$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 300$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 300$

$$(أ) صياغة الفروض: ف $\mu = 35$ مقابل ف $\mu \neq 35$$$

$$(ب) \quad \therefore \sigma \text{ غير معلومة } n = 50, \bar{x} = 40, \bar{s} = 7$$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{35 - 40}{\frac{7}{\sqrt{50}}} = 0,0508$$

$$(ج) \quad 0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(1, 96, 1, 96)$

(هـ) $\therefore 5,008 \leq 1,96, 1,96$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 35$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$.

(أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 9600$ مقابل $H_1: \mu \neq 9600$

(ب) $\therefore \sigma$ غير معلومة $n = 64$, $\bar{x} = 9420$, $s = 640$

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$$2,25 = \frac{9600 - 9420}{\frac{640}{\sqrt{64}}} = 7$$

(ج) \therefore مستوى الثقة 95%

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(1, 96, 5, 96)$

(هـ) $\therefore 2,25 \leq 1,96, 1,96$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 9600$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 9600$.

(أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 16$ مقابل $H_1: \mu \neq 16$

(ب) $\therefore \sigma = 4$ (معلومة) $n = 10$, $\bar{x} = 15$

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$$2,2588 - \simeq \frac{16 - 15}{\frac{4}{\sqrt{10}}} = 7$$

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(1, 96, 1, 96)$

(هـ) $\therefore 2,2588 - \leq 1,96, 1,96$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 16$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 16$.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ) صياغة الفرض: $f: \mu = 200000$ مقابل $f: \mu \neq 200000$

(ب) $\therefore \sigma$ غير معلومة $n = 100$, $\bar{x} = 195000$, $s = 80000$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{195000 - 200000}{\frac{80000}{\sqrt{100}}} = -6.25$$

$$(ج) \therefore 0.025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0.05 = \alpha$$

$$1.96 = \frac{\alpha}{2} \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(-1.96, 1.96)$

(ه) $\therefore -6.25 \in (-1.96, 1.96)$

WWW.KweduFiles.Com

(٢) (أ) صياغة الفرض: $f: \mu = 3,5$ مقابل $f: \mu \neq 3,5$

(ب) $\therefore \sigma = 0$ (معلومة) $n = 200$, $\bar{x} = 3,3$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{3.3 - 3.5}{\frac{0.7}{\sqrt{200}}} = -4.06$$

$$(ج) \therefore 0.025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0.05 = \alpha$$

$$1.96 = \frac{\alpha}{2} \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(-1.96, 1.96)$

(ه) $\therefore -4.06 \in (-1.96, 1.96)$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 3,5$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 3,5$

(٣) (أ) صياغة الفرض: $f: \mu = 12$ مقابل $f: \mu \neq 12$

$\therefore \sigma = 1$, $\bar{x} = 3$ (معلومة) $n = 10$, $s = 11$

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$t = \frac{12 - 11}{\frac{3,1}{\sqrt{107}}} = \frac{12 - 11}{\frac{3,1}{\sqrt{107}}}$$

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

منطقة القبول هي $(1,96, 1,96 -)$

$$\therefore 1,0201 - \infty (1,96, 1,96 -) \ni 1,0201 -$$

\therefore القرار: بقبول فرض العدم $\mu = 12$.

(ب) صياغة الفروض: $F: \mu = 12$ مقابل $F: \mu \neq 12$

$\therefore \sigma$ غير معلومة، $n = 25$ ($n \geq 30$) $\bar{s} = 11,1$ مع $1,1$

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{12 - 11}{\frac{1,1}{\sqrt{25}}}$

درجات الحرية $(n - 1) = 25 - 1 = 24$

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \quad \therefore$$

$$2,064 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

منطقة القبول هي $(2,064, 2,064 -)$

$$\therefore 2,064 - \infty (2,064, 2,064 -) \ni 2,064 -$$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 12$ ونقبل فرض البديل $\mu \neq 12$.

(٤) (أ) صياغة الفروض: $F: \mu = 42,1$ مقابل $F: \mu \neq 42,1$

(ب) $\therefore \sigma$ غير معلومة $n = 80$ ، $n > 30$ ، $\bar{s} = 45,2$ مع 12

\therefore نستخدم المقياس الإحصائي $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$t = \frac{42,1 - 45,2}{\frac{12}{\sqrt{807}}} = \frac{42,1 - 45,2}{\frac{12}{\sqrt{807}}}$$

WWW.KweduFiles.Com

$$(ج) \quad \alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leftarrow \alpha = 0.05$$

$$\therefore \sigma = \frac{\alpha}{\sqrt{n}}$$

(د) منطقة القبول هي $(1.96, -1.96)$

$$(هـ) \quad \therefore \sigma = 2.3106$$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم H_0 ونقبل الفرض البديل $H_1 \neq 0$.

اختبار الوحدة الأولى

أسئلة المقال

$$(1) (أ) \quad \sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times 0.05 = 1.96$$

$$1.568 = \frac{4}{5} \times 1.96 = \frac{16}{25} \times 1.96$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (9,568, 6,432)$

$$(2) (أ) \quad \sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times 0.05 = 1.96$$

$$0.1760 \approx \frac{1.1}{100} \times 1.96$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (7,6760, 7,3240)$

$$(3) (أ) \quad \sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times 0.05 = 1.96$$

$$0.30988 \approx \frac{4}{160} \times 1.96$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (9,60988, 8,99012)$

(4) (أ) صياغة الفرض: $H_0: \mu = 100000$ مقابل $H_1: \mu \neq 100000$

$$(ب) \quad \therefore \sigma = \sqrt{100000} = 31622.7 (معلومة)$$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\therefore t = \frac{100000 - 95000}{\frac{31622.7}{\sqrt{100}}} = 1.57$$

$$(ج) \quad \alpha = 0.05 \leftarrow \alpha = 0.025 \quad \therefore$$

$$\therefore 1.96 = \frac{\alpha}{2}$$

(د) منطقة القبول هي $(1.96, -1.96)$

$$(ه) \quad \therefore (1.96, -1.96) \subseteq (-3.53, 3.53)$$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 100000$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 100000$.

(أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 22$ مقابل $H_1: \mu \neq 22$

$$(ب) \quad \therefore \sigma \text{ غير معلومة, } n = 10 \quad (\bar{s} = 20, s = 4)$$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{22 - 20}{\frac{4}{\sqrt{10}}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

(ج) درجات الحرية $(n - 1) = (10 - 1) = 9$

WWW.KweduFiles.Com \therefore

$$\therefore t = \frac{\alpha}{2} = 2.262$$

(د) منطقة القبول هي $(-2.262, 2.262)$

$$(ه) \quad \therefore (-2.262, 2.262) \ni 1.5811$$

\therefore القرار: بقبول فرض العدم $\mu = 22$

(أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 50$ مقابل $H_1: \mu \neq 50$

$$(ب) \quad \therefore \sigma = 3 \text{ (معلومة)} \quad n = 35, \bar{s} = 47$$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{s} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{50 - 47}{\frac{3}{\sqrt{35}}} = \frac{3}{\sqrt{35}}$$

$$(ج) \quad \alpha = 0.05 \leftarrow \alpha = 0.025 \quad \therefore$$

$$\therefore 1.96 = \frac{\alpha}{2}$$

(د) منطقة القبول هي $(-1.96, 1.96)$

(ه) $\therefore (1,96,1,96 - 5,916)$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 50$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 50$.

(7) (أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 42$ مقابل $H_1: \mu \neq 42$

$\therefore \sigma$ غير معلومة $= 35$, $n = 30$, $\bar{x} = 40$, $s = 3$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{40 - 42}{\frac{3}{\sqrt{30}}} \approx \frac{-2}{\frac{3}{\sqrt{30}}} = -\frac{2\sqrt{30}}{3} \approx -2.16$$

$$0.025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0.05 = \alpha \quad \therefore$$

$$1.96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

منطقة القبول هي $(-1.96, 1.96)$

$\therefore (1,96,1,96 - 3,944)$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 42$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 42$

(ب) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 42$ مقابل $H_1: \mu \neq 42$

$\therefore \sigma$ غير معلومة, $n = 25$ ($n \geq 30$), $\bar{x} = 40$, $s = 3$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{40 - 42}{\frac{3}{\sqrt{25}}} \approx \frac{-2}{\frac{3}{5}} = -\frac{10}{3} \approx -3.33$$

درجات الحرية $(n - 1) = 24 = 1 - 25$

$$0.025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0.05 = \alpha \quad \therefore$$

$$2.064 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

منطقة القبول هي $(-2.064, 2.064)$

$\therefore (-3,333, 3,333)$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 42$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 42$.

WWW.KweduFiles.Com

بنود الصح والخطأ

- | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|
| (٥) (ب) | (٤) (أ) | (٣) (ب) | (٢) (ب) | (١) (أ) |
| (١٠) (أ) | (٩) (ب) | (٨) (أ) | (٧) (أ) | (٦) (أ) |

بنود الاختيار من متعدد

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (١٥) (ج) | (١٤) (ب) | (١٣) (أ) | (١٢) (ب) | (١١) (ب) |
| (٢٠) (ج) | (١٩) (أ) | (١٨) (ج) | (١٧) (أ) | (١٦) (ب) |
| (٢٥) (ب) | (٢٤) (د) | (٢٣) (ج) | (٢٢) (ب) | (٢١) (أ) |
| (٣٠) (ب) | (٢٩) (د) | (٢٨) (أ) | (٢٧) (أ) | (٢٦) (ب) |

تمارين إثرائية

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

WWW.KweduFiles.Com

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (28, 5157, 27, 4843)$

(٢) (أ) $\because \sigma$ غير معلوم، $n \geq 30 \therefore$ نستخدم توزيع ت.

$$\therefore n = 25$$

$$\therefore \text{درجات الحرية } (n - 1) = 24 = 1 - 25$$

$$\therefore \text{مستوى الثقة } 1 - \alpha = 0.95$$

$$\therefore 0.95 = \alpha \iff 0.95 = \alpha - 1 \therefore$$

$$\therefore 0.25 = \frac{\alpha}{2}$$

من جدول توزيع ت تكون قيمة ت $t_{0.025} = t_{0.05} = 2.064$

$$\text{هامش الخطأ } E = t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E = \frac{6}{\sqrt{25}} \times 2.064 = 4768$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (24, 4768, 19, 5232)$

(٣) (أ) صياغة الفرض: $\mu = 290,000$ مقابل $\mu \neq 290,000$

(ب) $\sigma = 70,000$ (معلومة)، $n = 1500$ ، $\bar{x} = 300,000$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{300,000 - 290,000}{\frac{70,000}{\sqrt{1500}}} = \frac{100,000}{\frac{70,000}{\sqrt{1500}}} = 5,5328$$

$$(ج) \alpha = 0,05 \leftarrow 0,025 \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(1,96, -1,96)$

(ه) $\therefore 5,5328 \in (1,96, -1,96)$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 290,000$ وقبول الفرض البديل $\mu \neq 290,000$.

(٤) (أ) صياغة الفرض: $\mu = 10$ مقابل $\mu \neq 10$

(ب) σ غير معلومة، $n = 40$ ، $\bar{x} = 9$ ، $\alpha = 0,025$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{9 - 10}{\frac{\sigma}{\sqrt{40}}} = \frac{-1}{\frac{\sigma}{\sqrt{40}}} = -1,5811$$

$$(ج) \alpha = 0,025 \leftarrow 0,05 \quad \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2} \quad \therefore$$

(د) منطقة القبول هي $(1,96, -1,96)$

(ه) $\therefore -1,5811 \in (-1,96, 1,96)$

\therefore القرار بقبول فرض العدم $\mu = 10$.

(٥) (أ) صياغة الفرض: $\mu = 150$ مقابل $\mu \neq 150$

(ب) $\sigma = 10$ (معلومة)، $n = 40$ ، $\bar{x} = 143$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{150 - 143}{\sqrt{\frac{1}{407}}} \approx 4,4272$$

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \therefore$$

$$1,96 = \frac{\alpha}{2}$$

منطقة القبول هي $(1,96, 1,96 -)$

$$\therefore 4,4272 - 4,4272 = (1,96, 1,96 -)$$

\therefore القرار: نرفض فرض العدم $\mu = 150$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 150$.

(ب) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 150$ مقابل $H_1: \mu \neq 150$

$\therefore \sigma$ غير معلومة، $n = 7$ ($n \geq 30$), $s = 143$, $\bar{x} = 8$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad \therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t.$$

$$t = \frac{150 - 143}{\sqrt{\frac{143}{7}}} \approx 2,315$$

درجات الحرية $(n - 1) = (7 - 1) = 6$

$$0,025 = \frac{\alpha}{2} \leftarrow 0,05 = \alpha \therefore$$

$$2,447 = \frac{\alpha}{2}$$

منطقة القبول هي $(2,447, 2,447 -)$

$$\therefore 2,315 - 2,315 = (2,447, 2,447 -)$$

\therefore القرار: قبول فرض العدم $\mu = 150$ ونرفض الفرض البديل $\mu \neq 150$.

$$(6) (أ) \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{1,96 - 1,96}{\frac{1,96}{\sqrt{7}}} = 0$$

$$0,8167 \approx \frac{2,5}{\sqrt{367}}$$

(ب) فترة الثقة هي $(\bar{x} - s, \bar{x} + s) = (12,4167, 10,7833)$

$$(7) \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{1,96 - 1,96}{\frac{1,96}{\sqrt{7}}} = 0$$

$$\frac{20}{\sqrt{7}} \times 1,96 = 3,92 \quad \therefore$$

$$100 = n \quad \therefore n = \sqrt{7}$$

(أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 15$ مقابل $H_1: \mu \neq 15$

(ب) σ غير معلومة، $n = 5$ ($n \geq 30$), $\bar{x} = 9$, $s = 11$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\therefore t = \frac{15 - 9}{\frac{11}{\sqrt{5}}}$$

(ج) درجات الحرية $(n - 1) = 5 - 1 = 4$

$$0.025 = \alpha \leftarrow 0.05 = \alpha \quad \therefore$$

$$\therefore t = \frac{\alpha}{2}$$

(د) منطقة القبول هي $(-2.776, 2.776)$

(هـ) $\therefore -1.2197 \in (-2.776, 2.776)$

\therefore القرار بقبول فرض العدم $\mu = 15$

(أ) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 4$ مقابل $H_1: \mu \neq 4$

(ب) σ غير معلومة، $n = 10$ ($n \geq 30$), $\bar{x} = 3.5$, $s = 1.2$

$$\therefore \text{نستخدم المقياس الإحصائي } t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{4 - 3.5}{\frac{1.2}{\sqrt{10}}}$$

(ج) درجات الحرية $(n - 1) = 10 - 1 = 9$

$$0.025 = \alpha \leftarrow 0.05 = \alpha \quad \therefore$$

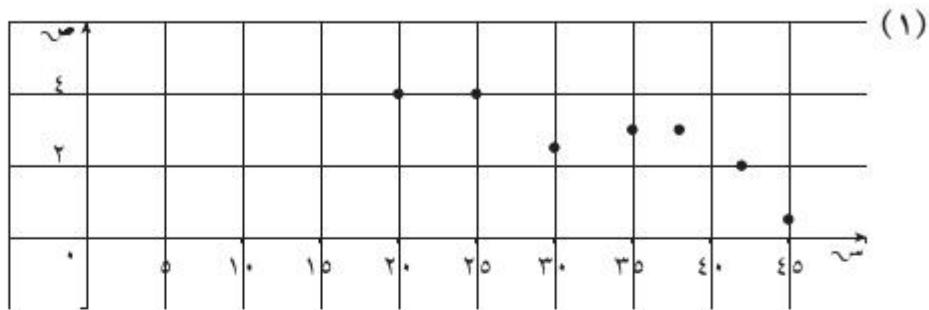
$$\therefore t = \frac{\alpha}{2}$$

(د) منطقة القبول هي $(-2.262, 2.262)$

(هـ) $\therefore -1.3176 \in (-2.262, 2.262)$

\therefore القرار بقبول فرض العدم $\mu = 4$

المجموعة أ تمارين أساسية



علاقة عكسية (سالبة).

(٢) $r \approx -0.9862$

(٣) $r \approx -0.9223$ ، نوع الارتباط: عكسي (سالب) قوي.

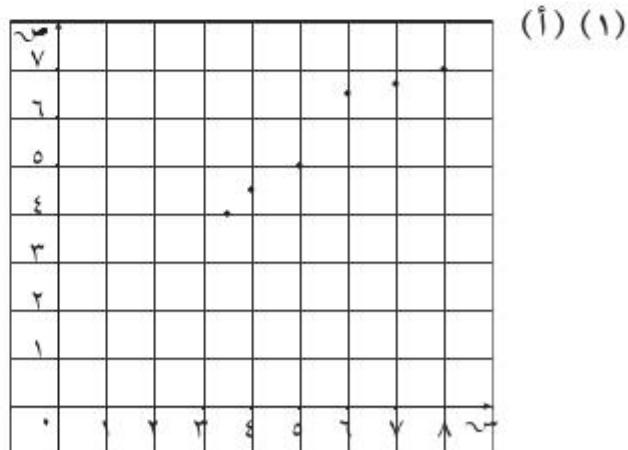
(٤) $r \approx -0.9785$ ، نوع الارتباط: عكسي (سالب) قوي.

(٥) $r \approx -0.2434$ ، نوع الارتباط عكسي (سالب) ضعيف.

(٦) $r = 1$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) تام.

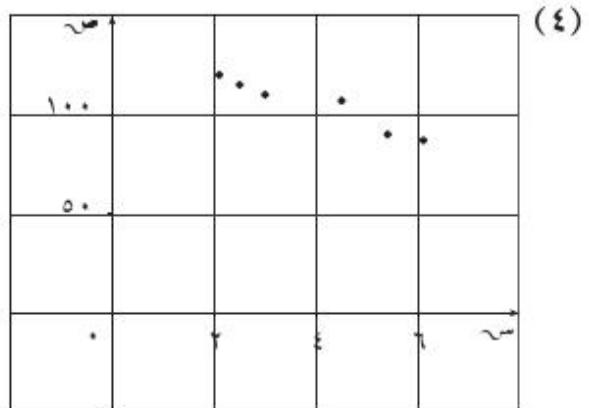
(٧) $r \approx 0.5045$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) متوسط.

المجموعة ب تمارين تعزيزية



(ب) $r \approx 0.9673$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي، والعلاقة خطية.

- (٢) $r \approx 0.9932$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي، إذاً هناك علاقة خطية بين وزن الدببة ومحيط الصدر.
- (٣) $r \approx -0.8507$ ، نوع الارتباط: عكسي (سالب) قوي، إذاً هناك علاقة خطية بين كمية استهلاك الوقود وثقل السيارة.



$r = -0.9651$ ، نوع الارتباط: عكسي (سالب) قوي، إذاً هناك علاقة خطية عكسية بين س، ص.

(٥) $r \approx 0.9930$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي.

(٦) $r = 1$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) تام.

(٧) $r = -1$ ، نوع الارتباط: عكسي (سالب) تام.

(٨) $r \approx 0.2766$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) ضعيف.

تمرين ٢-٢

الانحدار

المجموعة ١ تمارين أساسية

$$(1) \hat{y} = 10 + 0.2830x$$

$$(2) (أ) \hat{y} = 3 + 0.617x + 66,9586$$

$$(ب) \hat{y} = 3 + 0.617x + 66,9586$$

$$= 5116,542$$

$$(3) (أ) \hat{y} = 1s + 2,7802x + 6,7702$$

$$(ب) \hat{y} = -1s + 1,7702x + 6,7802$$

$$= 81,7298$$

$$(ج) مقدار الخطأ = |\hat{y}_{42} - y_{42}| = |4318 - 4|$$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ) $\hat{ص} = ٤٠,٨٣٠٥ - ١٧٨٠,٣$

(ب) $\hat{ص} = ٣ \times ٣,١٧٨٠ - ٤٠,٨٣٠٥$

$$= ٣١,٢٩٦٥$$

إذاً عدد الرواد

(٢) (أ) $\hat{ص} = ١٣٩١ - ١٠٧,٠٢١٧ + ١٠٧$

(ب) $\hat{ص} = ٩٢,٠٩٢٤$

(ج) مقدار الخطأ = $|٩٨,٢٢٢٦ - ١٠٣| = ٧٧٧٤$

مقدار الخطأ = $|٨٦,٩٨٣٩ - ٨٦| = ٩٨٣٩$

(٣) $\hat{ص} = ٣$

(٤) $\hat{ص} = ٦,٦٥٢٦ - ٦,٢١٠٥$

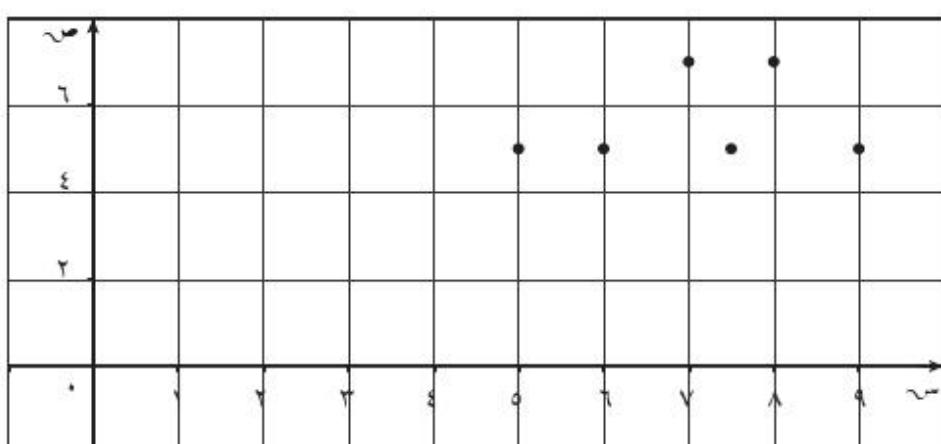
(٥) (أ) $\hat{ص} = ٠,٢٦٩٧ + ٠,١٠٤١$

(ب) $\hat{ص} = ٦,٣٠٧٢$

إذاً عدد أفراد الأسرة ٦

اختبار الوحدة الثانية

أسئلة المقال



لا علاقة.

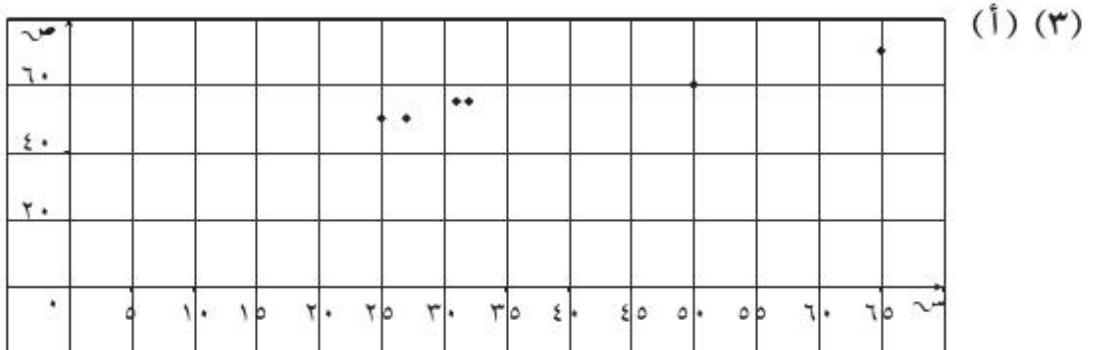
(ب) $r \approx 0.2259$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) ضعيف.

(أ) $r \approx 0.9803$ (٢)

(ب) $\hat{r} = 51,9392 + 4934,7275$ مس

(ج) $\hat{r}_{14} = 12206,2105$

(د) مقدار الخطأ = $|11946,5195 - 12400| = 453,4805$



علاقة خطية طردية.

WWW.KweduFiles.Com (ب) $r \approx 0.9784$

(ج) $\hat{r} = 4612 + 38,7908$ مس

(د) $\hat{r}_{14} = 4428$

(د) مقدار الخطأ = $|62,1058 - 60| = 2,1058$

(أ) (أ) $\hat{r} = 13745 + 0,8893$ مس

(ب) $\hat{r}_8 = 13745 + 0,8993$

$7,33185 =$

إذاً عدد أفراد الأسرة هو ٧

(٥) $\hat{r} = 1 + 2$ مس

(٦) $\hat{r} = 3 -$ مس

بنود الصح والخطأ

(أ) (٥)

(أ) (٤)

(أ) (٣)

(ب) (٢)

(أ) (١)

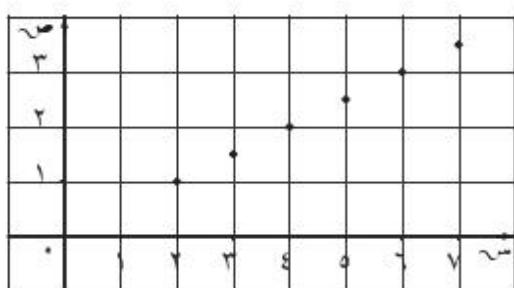
بنود الاختيار من متعدد

- (١٠) (ب) (٩) (أ) (٨) (د) (٧) (ب) (٦) (د)
 (١٥) (ج) (١٤) (د) (١٣) (ج) (١٢) (أ) (١١) (ج)

تمارين إثرائية

١ = ✓ (١) (أ) (١)

(ب)



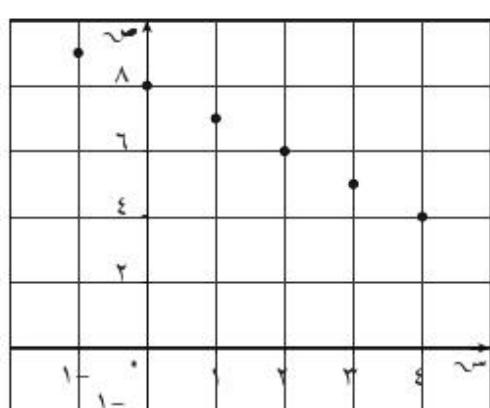
$$(ج) \hat{ص} = \frac{1}{3} س$$

$$(د) \hat{ص} = \frac{1}{3} س$$

(هـ) الارتباط تام، إذاً لـ كل س مقدار الخطأ = |صس - $\hat{ص}_س$ |

١ - = ✓ (٢) (أ)

(ب)

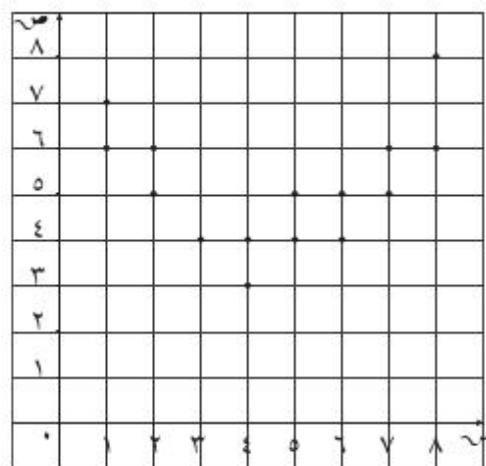


$$(ج) \hat{ص} = ٨ - س$$

$$(د) \hat{ص} = ٢, ٥ - ٨$$

(هـ) الارتباط تام، إذاً لـ كل س مقدار الخطأ = |صس - $\hat{ص}_س$ |

(أ) (٣)

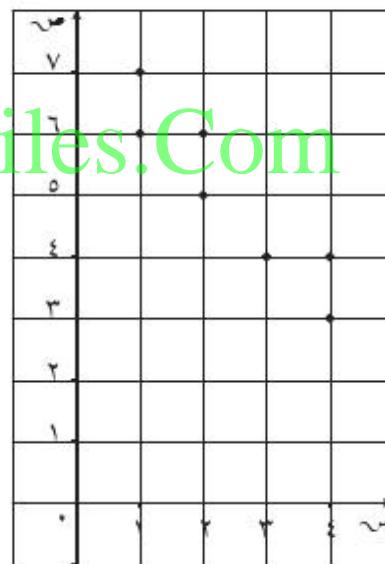


$$(ب) س \approx 1290 ,$$

$$\hat{ص} = 4,8036 + 0,0714س$$

$$(ج) مقدار الخطأ = |5,0178 - 4,0178| = 1,0178$$

(د)



علاقة خطية عكssية (سالبة)

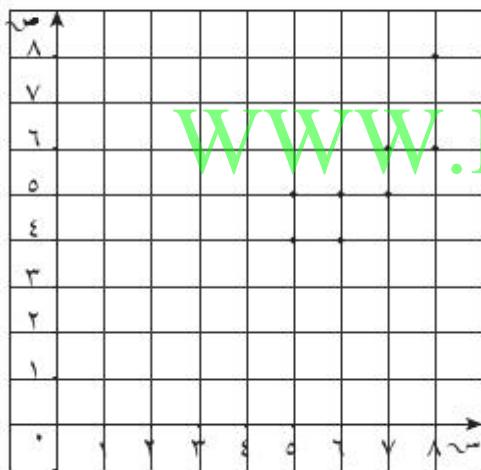
(هـ) س $\approx -0,9254$ (سالبة قوية) ، س $\approx 0,7800$ (موجبة قوية)

$$(و) \hat{ص}' = 5,05 - 7,5س ، \hat{ص}'' = 10,85 + 0,05س$$

$$\hat{ص}' = 5,05 = |4,35 - 4| = 4,35 - 4 ، مقدار الخطأ = 4,35 - 3 \times 1,05 - 7,5$$

$$(ز) \hat{ص}'' = 10,85 = |4,95 - 4| = 4,95 - 4 ، مقدار الخطأ = 4,95 - 6 \times 0,05 - 10,85$$

$$مقدار الخطأ = 4,95 - 4,5$$



علاقة خطية طردية (موجبة)

(٤) (أ) $\hat{S} = 1 + 7 + 0$

(ب) $\hat{S}_h = 1 - 3 \times 0.5 = 4.5$ ، إذا حجم مبيعاته هو ٣٠٥٠٠ دينار.

(٥) $R \approx -0.2434$ ، نوع الارتباط: عكسي (سالب) ضعيف.

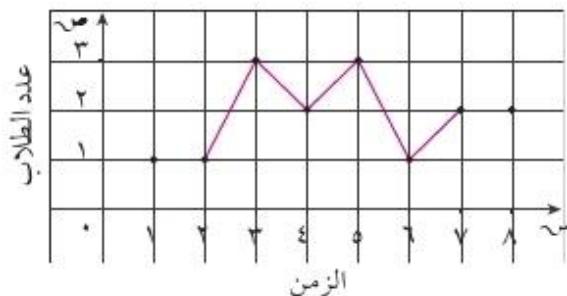
(٦) $R \approx 0.8253$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) قوي.

(٧) $R \approx 0.6117$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) متوسط.

(٨) $R \approx 0.4286$ ، نوع الارتباط: طردي (موجب) ضعيف.

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) (أ)



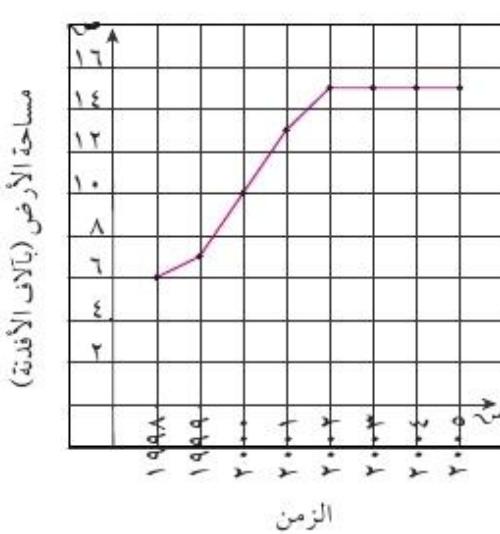
(ب) الاتجاه عام للسلسلة الزمنية في تزايد.

(٢) (أ)



WWW.KweduFiles.Com

(٣) (أ)

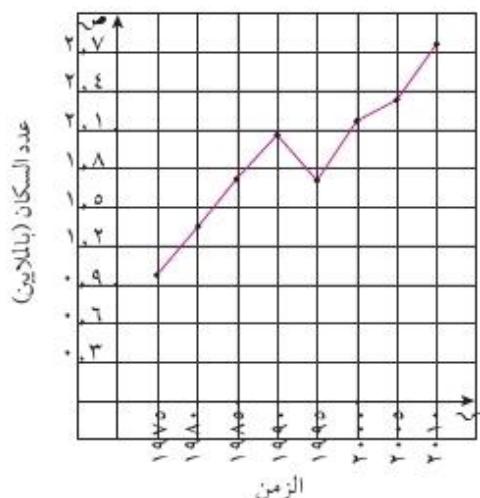


(ب) الاتجاه العام في زيادة مستمرة، لأن الرسم البياني هو على شكل خط منكسر تصاعدي.

(ب) الاتجاه العام في زيادة مستمرة حتى سنة ٢٠٠٢ وثبتات من سنة ٢٠٠٢ حتى ٢٠٠٥.

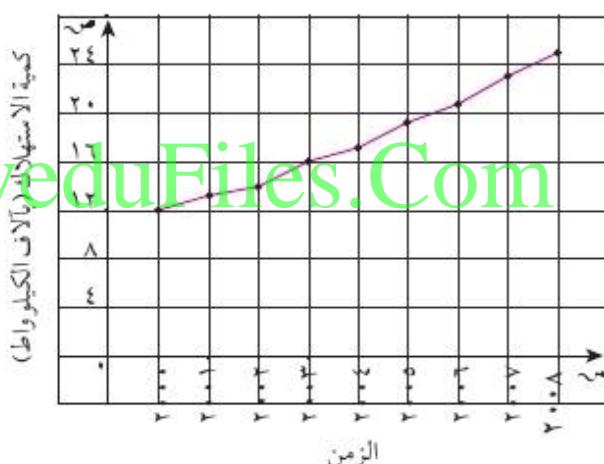
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ)



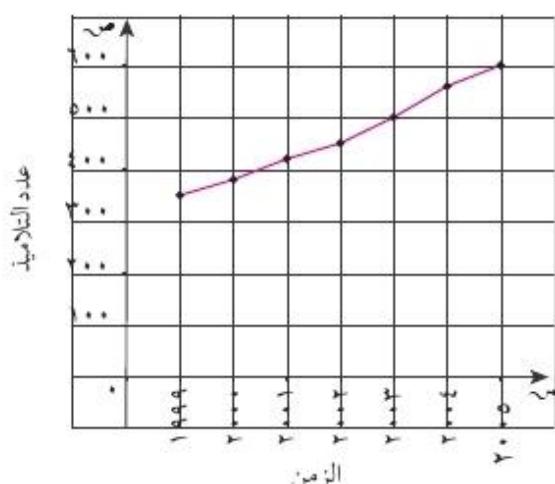
(ب) الاتجاه العام في عدد السكان إلى تزايد.

(٢) (أ)



(ب) الاتجاه العام في زيادة مستمرة.

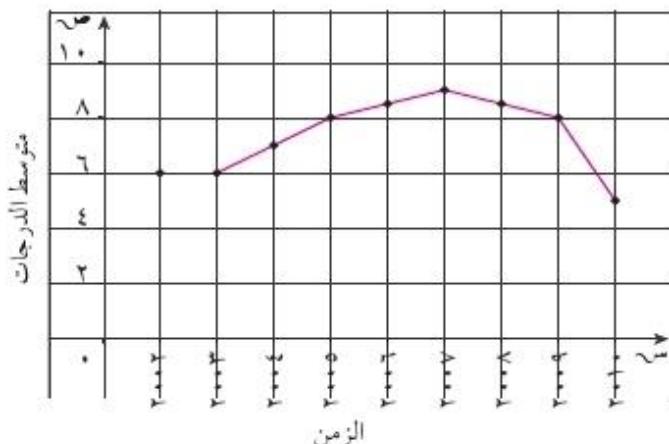
(٣) (أ)



(ب) الاتجاه العام في زيادة مستمرة.

المجموعة ١ تمارين أساسية

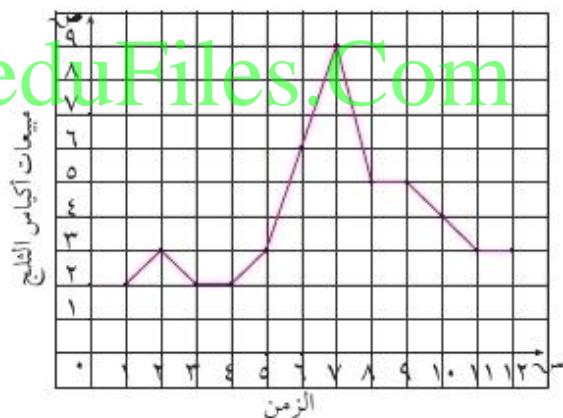
(١) (أ)



(ب) تغير دوري، وبعد أن كان متوسط الدرجات في تزايد مستمر من سنة ٢٠٠٢ حتى ٢٠٠٧ ، أصبح يتناقص من سنة ٢٠٠٧ حتى ٢٠١٠ .

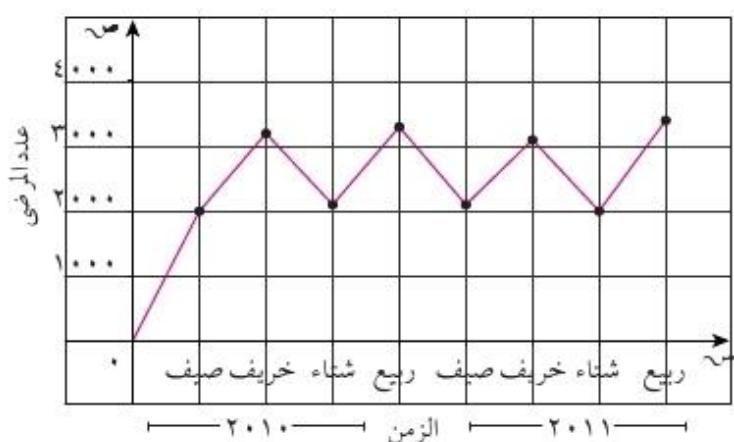
(٢) (أ)

WWW.KweduFiles.Com



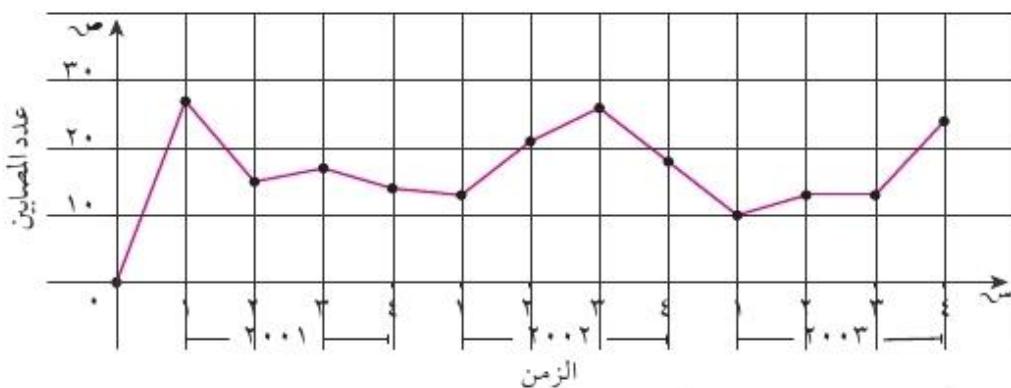
(ب) تنوع الإجابات. مثال: شهر ٧ أي شهر يوليو كان حار جداً.

(٣) (أ)



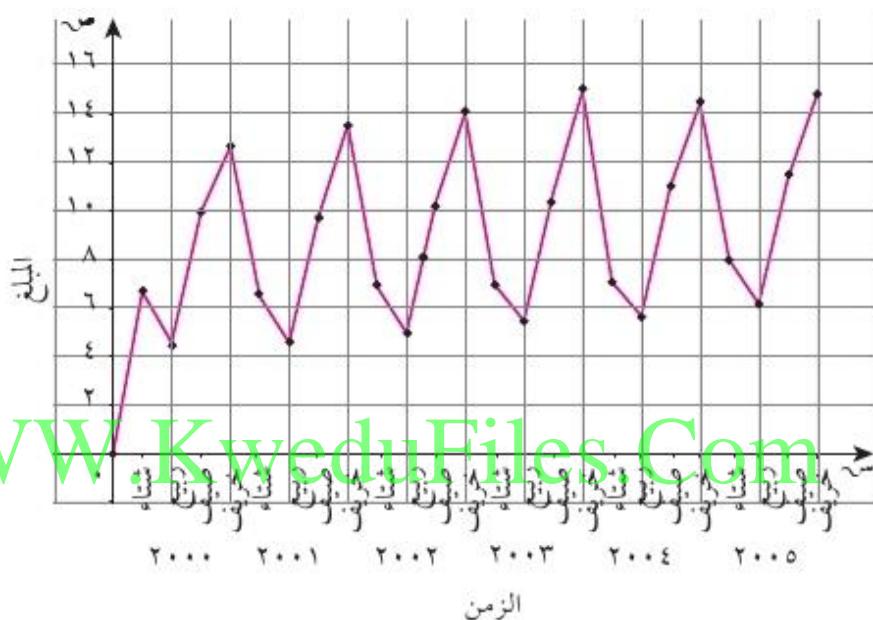
(ب) هناك تغير موسمي ففي كل خريف يزداد عدد المرضى ليعود ويتناقص في كل شتاء.

(٤) (أ)



(ب) لا، اتجاه عام للسلسلة الزمنية.

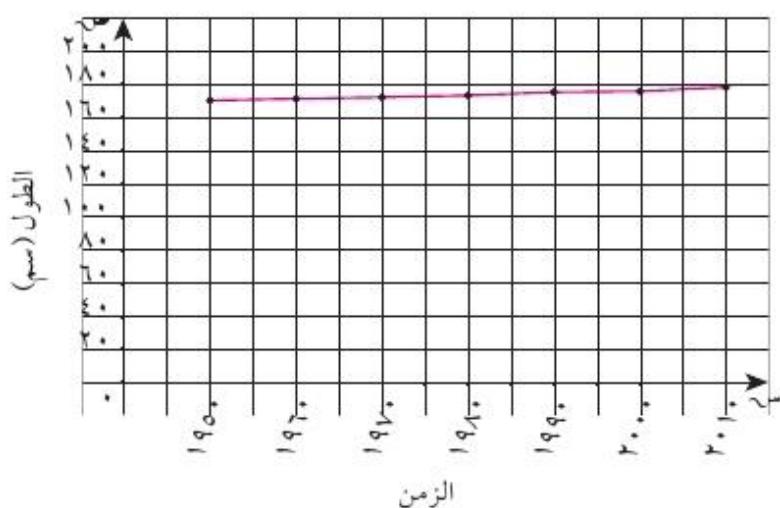
(٤) (ب)



(ب) نعم، الاتجاه العام للسلسلة في تزايد.

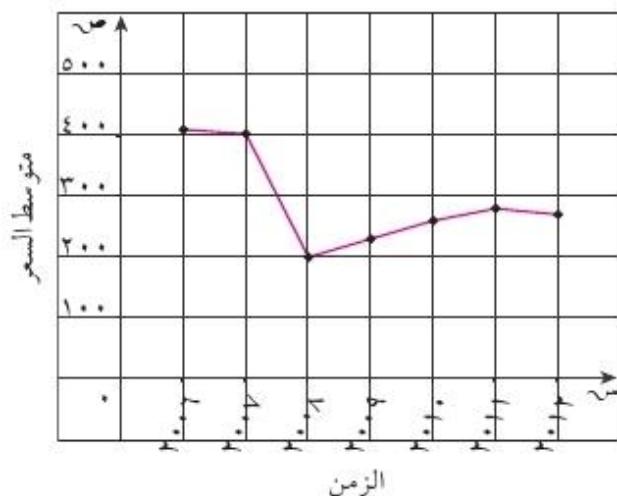
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(٤) (أ)



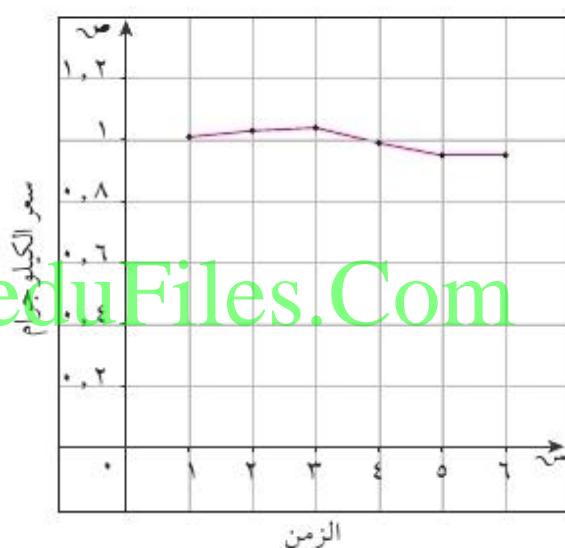
(ب) الاتجاه العام لطول الرجال في هذا البلد في تزايد مستمر.

(٢) (أ)



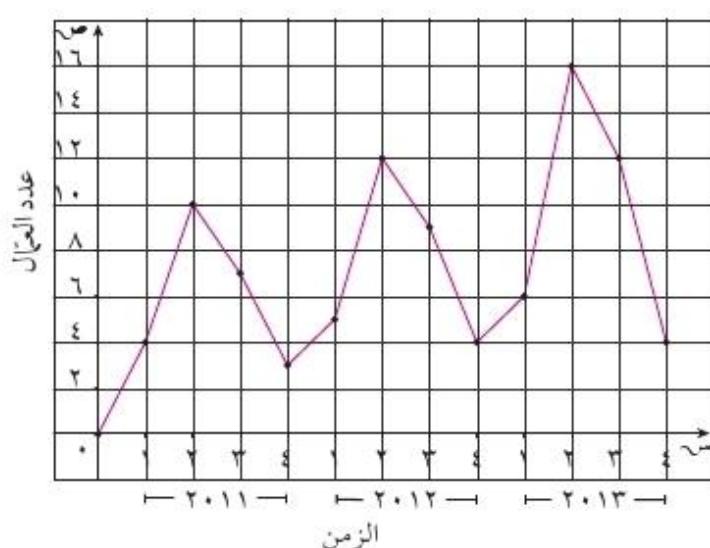
(ب) تغير مفاجئ في سنة ٢٠٠٨ يتمثل بانخفاض جذري لسعر أسهم الشركة.

(٣) (أ)



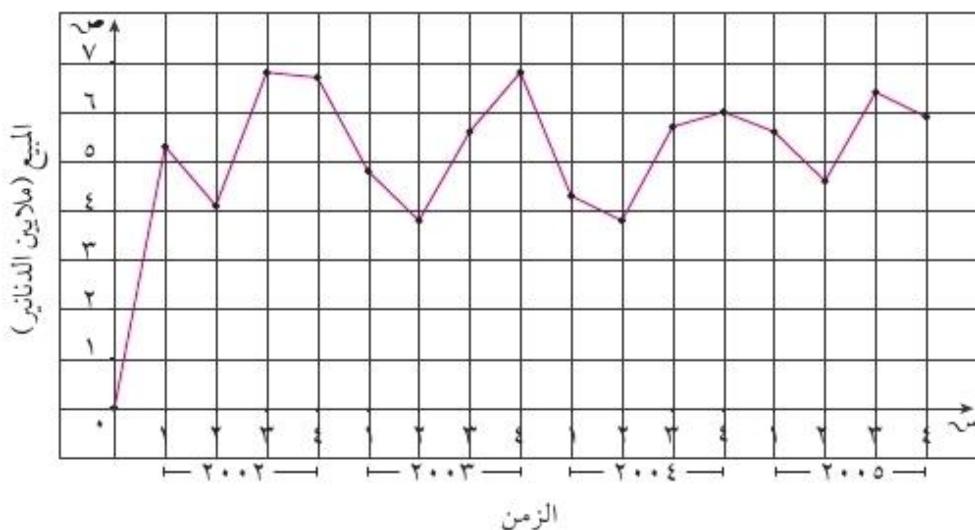
(ب) الاتجاه العام يظهر أن السعر إلى تناقض.

(٤) (أ)



(ب) الاتجاه العام للسلسلة دوري يترايد في الفصل الثالث.

(٥) (أ)



(ب) الاتجاه العام للسلسلة دوري يتزايد في الشهرين ٣ و ٤ .

تمرين ٣-٣

تحليل السلسلة الزمنية

المجموعة الممارين أساسية
www.Kwedufiles.Com

$$(1) \hat{ص} = 12,6143 - 12,6190 \times س$$

$$(ب) \hat{ص}_{٢٠١٦} = 12,6143 - 12,6190 \times ٢٠١٦ \approx ٦,٤٧٦$$

$$(ج) مقدار الخطأ = |\hat{ص}_{٢٠١٦} - ص_{٢٠١٦}| = |12,6143 - 12,6190| = ٠,٤٧٦$$

$$مقدار الخطأ = |\hat{ص}_{٢٠١٦} - ص_{٢٠١٦}| = |12,6143 - 12,6190| = ٠,٤٧٦$$

$$(2) \hat{ص} = ٤ + ٧٠ س$$

$$(ب) \hat{ص}_{٩٥} = ٩٥ \times ٤ + ٧٠ = ٦٣$$

$$(ج) \hat{ص}_{٧٥} = ٧٥ \times ٤ + ٧٠ = ٣٥$$

$$\text{القيمة الجدولية: } \hat{ص}_{٧٥} = ٣٥$$

$$\text{مقدار الخطأ} = |35 - 35| = ٠$$

(٣) (أ) $\hat{ص} = 44,7619 + 44,8286 \times 5$

(ب) $\hat{ص} = 44,7619 + 44,8286 \times 8$

(ج) مقدار الخطأ = $|ص - \hat{ص}| = |70 - 68,0763| = 1,9237$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ) $\hat{ص} = 0,952 + 24,2286 \times 3$

(ب) $\hat{ص} = 0,952 + 24,2286 \times 4$

(ج) مقدار الخطأ = $|\hat{ص} - ص| = |781 - 781| = 0$

أي أن مقدار الخطأ هو حوالي 781 كيلوجرام.

(٢) (أ) $\hat{ص} = 7,4976 - 7,6057 \times 7$

(ب) $\hat{ص} = 7,4976 - 7,6057 \times 9$

(ج) مقدار الخطأ = $|\hat{ص} - ص| = |5,5 - 6,8419| = 1,3419$

www.KweduFiles.Com
اختبار الوحدة الثالثة

أسئلة المقال

(١) (أ) $\hat{ص} = 5833 - 2370 \times 17,9167$

(ب) $\hat{ص} = 5833 - 2370 \times 2209,333$

تقدير سنة ٢٠١٤ هو حوالي ٢٠٩ مليون كيلوجرام.

(ج) مقدار الخطأ = $|\hat{ص} - ص| = |1305 - 2316,8332| = 1011,8332$

أي أن مقدار الخطأ هو حوالي ١٠١٢ مليون كيلوجرام.

(٢) (أ) $\hat{ص} = 4286 + 120 \times 12$

(ب) $\hat{ص} = 4286 + 120 \times 17$

أي أن مقدار المبيعات حوالي ٣٢٤

(ج) مقدار الخطأ = $|\hat{ص} - ص| = |148 - 168,4286| = 20,4286$



$$(3) \hat{ص} = ٤٨ + ٨ , ٦٨ , ١ س$$

$$(ب) \hat{ص} = ٥ \times ١ , ٤٨ + ٨ , ٦٨$$

أي أن إنتاج الغاز سنة ٢٠١٢ يقدر بـ $١٦,٠٨ \times ١٠^٨$ متر مكعب.

بنود الصح والخطأ

- | | | |
|----------|----------|----------|
| (٣) (أ) | (٢) (ب) | (١) (ب) |
| (٦) (أ) | (٥) (ب) | (٤) (أ) |
| (٩) (أ) | (٨) (أ) | (٧) (ب) |
| (١٢) (ب) | (١١) (ب) | (١٠) (أ) |
| (١٥) (أ) | (١٤) (ب) | (١٣) (أ) |
| (١٨) (ج) | (١٧) (ب) | (١٦) (أ) |
| (٢١) (ب) | (٢٠) (ب) | (١٩) (د) |
| (٢٤) (أ) | (٢٣) (د) | (٢٢) (د) |

WWW.KweduFiles.Com
تمارين إثرائية

$$(1) \hat{ص} = ١٤٢٩ - ١٦٤ , ٦٠٧١ - ٢٠٧١ س$$

$$(ب) \hat{ص} = ١٤٢٩ - ١٦٤ , ٦٠٧١ - ٢٠٧١$$

أي حوالي ١٣٣ راكباً.

$$(ج) مقدار الخطأ = | \hat{ص} - ص | = | ١٥٠ - ١٦١ , ٥٣٥٨ |$$

$$\text{مقدار الخطأ} = | \hat{ص} - ص | = | ٢٢٠ - ١٥١ , ١٠٧٤ |$$

$$(2) \hat{ص} = ١٤٢٦ + ٢٢٢ , ٢١٤٣ س$$

$$(ب) \hat{ص} = ١٤٢٦ - ٢٢٢ , ٢١٤٣ + ٥٨ , ٢٠٤ , ٢٨٥٦$$

أي عدد الزبائن حوالي ٦٠٤.

$$(ج) مقدار الخطأ = | \hat{ص} - ص | = | ٣١٥ - ٤٥٤ , ٩٩٩٨ |$$