(1-6) نظريات الإتصال

المجموعة A تمارين مقالية

P.23 ابحث اتصال كل من الدوال التالية

(1) $f(x) = x^2 - |2x-3|$ ، $x = 2$

بفرض $g(x) = x^2$ دالة متصلة عند $x=2$ ومشتقة عندها ... ①

$h(x) = 2x-3$ ، $J(x) = |x|$ حيث

$J(h(x)) = |2x-3|$

$x=2$ متصلة عند $h(x) = 2x-3$

$h(2) = 2(2)-3 = 1$

$x=1$ متصلة عند $J(x) = |x|$

$\therefore$ $J(h(x)) = |2x-3|$ متصلة عند $x=2$ ... ②

من ① ② $f(x) = g(x) - J(h(x))$ متصلة عند $x=2$

(2) $f(x) = \frac{x+3}{x^2+1} - \frac{3}{x}$ ، $x = -1$

بفرض

$g(x) = \frac{x+3}{x^2+1}$ متصلة عند $x=-1$ ومشتقة نسبيا عندها

$h(x) = \frac{3}{x}$ متصلة عند $x=-1$ ومشتقة نسبيا عندها

$\therefore$ $f(x) = g(x) - h(x)$ متصلة عند $x=-1$

(3) $f(x) = x^2 + 3x + |x|$ ، $x = 3$

بفرض $g(x) = x^2+3x$ متصلة عند $x=3$ ومشتقة عندها

$h(x) = |x|$ متصلة عند $x=3$ ولكنها غير مشتقة

$\therefore$ $f(x) = g(x) + h(x)$ متصلة عند $x=3$

(4) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$ ، $x=-1$

$x=-1$ متصلة عند $g(x)=\sqrt[3]{x}$

$x=-1$ متصلة عند $h(x)=x^2+1$

$h(-1)=(-1)^2+1=2\neq 0$

$x=-1$ متصلة عند $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}$ ∴

(5) $f(x)=\sqrt{x^2+5x+4}$ ، $x=-5$

بفرض:

$g(x)=x^2+5x+4$ كثيرة حدود متصلة عند $x=-5$

$g(-5)=(-5)^2+5(-5)+4=4>0$

$x=-5$ متصلة عند $f(x)=\sqrt{g(x)}$ ∴

(6) $f(x)=-x+2$ ، $g(x)=x^2-3$

(a) $(g\circ f)(x)=g(f(x))=(f(x))^2-3=(-x+2)^2-3$

$=x^2-4x+1$

(b) $(g\circ f)(-1)=(-1)^2-4(-1)+1=6$

(c) $(f\circ g)(x)=f(g(x))=-g(x)+2=-(x^2-3)+2$

$=-x^2+5$

(d) $(f\circ g)(-1)=f(g(-1))=-(-1)^2+5=4$

(7) $g(x) = x^2 + 4$ ، $f(x) = \sqrt{x}$

أوجد

ⓐ $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{g(x)} = \sqrt{x^2+4}$

ⓑ $(f \circ g)(2) = \sqrt{2^2+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

ⓒ $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 + 4 = (\sqrt{x})^2 + 4$
$= x + 4$

ⓓ $(g \circ f)(2) = 2 + 4 = 6$

---

(8) $g(x) = \dfrac{1}{x^2+16}$ ، $f(x) = \sqrt{x^2-9}$

أوجد

(a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \dfrac{1}{(\sqrt{x^2-9})^2+16}$

$= \dfrac{1}{x^2-9+16} = \dfrac{1}{x^2+7}$

(b) $(g \circ f)(-4) = \dfrac{1}{(-4)^2+7} = \dfrac{1}{23}$

$(g \circ f)(4) = \dfrac{1}{(4)^2+7} = \dfrac{1}{23}$

---

(9) $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$

ابحث اتصال $g \circ f$ عند $x = -2$

$x = -2$ عند $f(x) = 2x^2 - 3$ متصل عند $x = -2$ لأنها كثيرة حدود

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$

$x = 5$ عند $h(x) = x + 4$ متصل عند $x = 5$ لأنها كثيرة حدود

$h(5) = 5 + 4 = 9 > 0$

$x = -2$ عند $g \circ f$ متصل $\therefore$ $x = 5$ عند $g(x) = \sqrt{x+4}$ متصل $\therefore$

(10) ابحث اتصال f عند $x=4$ P. 24

$f(x)=|\sqrt{x-3}|$

نضع $g(x)=|x|$ ، $h(x)=\sqrt{x-3}$ حيث

$f(x)=(g\circ h)(x)$

(1) $h(x)=\sqrt{x-3}$ متصلة عند $x=4$ لأن

* $t(x)=x-3$ متصلة عند $x=4$

$t(4)=4-3=1>0$ *

(ج) $h(4)=\sqrt{4-3}=1$

(ح) $g(x)=|x|$ متصلة عند $x=1$

من (1) ، (ج) ، (ح) f متصلة عند $x=1$

---

(11) ابحث اتصال g عند $x=3$

$g(x)=\sqrt{x^2+1}-|x-3|$

نضع $f(x)=\sqrt{x^2+1}$

* $t(x)=x^2+1$ متصلة عند $x=3$ لأن

$t(3)=3^2+1=10>0$

$\therefore$ $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ متصلة عند $x=3$

$h(x)=|x-3|$ متصلة عند $x=3$ لأنها تركيب دالتين كل منها متصلة

$\therefore$ $g(x)=f(x)-h(x)$ متصلة عند $x=3$