أجابة موضوعى بنك أسئله الرياضيات منطقه الجهراء والفروانيه

عمل / أ . أحمد نصار

بند 1-5

1-

$F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة العكسية للدالة، $f(x) = -3x^{-4}$

(a) (b)

$$F'(x) = -3x^{-4} = f(x)$$

2-

$\int \frac{1}{x^2}dx = \frac{1}{x} + C$

(a) (b)

$$\int \frac{1}{x^2}dx = \int x^{-2}dx = \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{-1}{x} + C$$

3-

إذا كانت: $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$ ، $f(2) = 1$ ، فإن $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

(a) (b)

يمكن التعويض بـ (x=2) اذا كان الناتج لايساوي 1 فالعبارة خطأ
واذا كان الناتج يساوي 1 فلابد من اجراء التكامل وإيجاد قيمة c

$$f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2)^2 + \frac{1}{2} = 2 \neq 1$$

حل آخر باستخدام التكامل

$$f(x) = \int (\frac{1}{x^2} + x)\ dx = \int (x^{-2} + x)\ dx = \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{x^2}{2} + C = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2)^2 + C = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} + C = 1 \Rightarrow C = \frac{-1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

4-

$$\int \frac{4}{3}\sqrt[3]{t^2}\,dt =$$

(a) $\frac{3t^{\frac{5}{3}}}{5}+C$ (b) $\frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5}+C$

(c) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{t^5}+C$ (d) $4\sqrt[3]{t^5}+C$

$$\int \frac{4}{3}t^{\frac{2}{3}}\,dx = \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}t^{\frac{5}{3}}+C = \frac{4t^{\frac{5}{3}}}{5}+C$$

5 & 6-

$$\int \frac{2+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}\,dx =$$

(a) $x^{\frac{1}{2}}+\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}}+C$ (b) $4x^{\frac{1}{2}}+\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}}+C$

(c) $x^{\frac{1}{2}}+\frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}}+C$ (d) $4x^{\frac{1}{2}}+\frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}}+C$

$$\int \frac{2+x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\,dx = \int 2x^{\frac{-1}{2}}+x^{\frac{1}{6}}\,dx = 2\cdot 2x^{\frac{1}{2}}+\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}}+C = 4x^{\frac{1}{2}}+\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}}+C$$

$$\int \left(\frac{x^2-4x+4}{x-2}+2\right)^2 dx =$$

(a) x^2+C (b) $2x+C$

(c) $\frac{x^2}{2}+2x+C$ (d) $\frac{1}{3}x^3+C$

$$\int \left(\frac{(x-2)(x-2)}{x-2}+2\right)^2\,dx = \int (x-2+2)^2\,dx = \int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3+C$$

7-

$$\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right) dx =$$

(a) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}}+5)+C$

(b) $\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}(x^{-\frac{2}{3}}+5)+C$

(c) $\frac{5}{3}\sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}}+5)+C$

(d) $\frac{5}{3}x^{\frac{4}{3}}(x^{\frac{2}{3}}+5)+C$

$$\int (x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{-2}{3}})\ dx = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{1}x^{\frac{1}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{5}x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{4}{3}}+5)+C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x}(x^{\frac{4}{3}}+5)+C$$

بند 2-5

1-

(2) $\int (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3}\,dx = \frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^4}+C$

ⓐ ⓑ

باشتقاق الطرف الأيمن

$$\left(\frac{3}{8}(x^2+2x+3)^{\frac{4}{3}}+C\right)' = \frac{3}{8}\cdot\frac{4}{3}(x^2+2x+3)^{\frac{1}{3}}(2x+2)$$

$$=\frac{1}{2}(x^2+2x+3)^{\frac{1}{3}}2(x+1) = (x+1)\sqrt[3]{x^2+2x+3}$$

2-

(3) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2}+C$

ⓐ ⓑ

باشتقاق الطرف الأيمن

$$\left(2\sqrt{(3x-2)}+C\right)' = \left(2(3x-2)^{\frac{1}{2}}+C\right)' = 2\times\frac{1}{2}(3x-2)^{\frac{-1}{2}}\times 3 = \frac{3}{\sqrt{(3x-2)}}$$

3-

(4) $\int (2x^2-1)(2x^3-3x+4)^5dx = \frac{1}{18}(2x^3-3x+4)^6+C$

ⓐ ⓑ

$$(2x^3-3x+4)' = 6x^2-3$$

$$\left(\frac{1}{18}(2x^3-3x+4)^6+C\right)' = \frac{1}{18}\times 6(2x^3-3x+4)^5(6x^2-3) =$$

$$\frac{1}{3}(2x^3-3x+4)^5(3)(2x^2-1) = (2x^2-1)(2x^3-3x+4)^5$$

4-

(6) $\int x(x^2+2)^7 dx =$

(a) $\frac{1}{16}(x^2+2)^8+C$ (b) $\frac{1}{4}(x^2+2)^8+C$

(c) $\frac{1}{12}(x^2+2)^6+C$ (d) $\frac{1}{3}(x^2+2)^6+C$

$$\int (x^2+2)^7 (x)\ dx = \frac{1}{2}\int (x^2+2)^7 (2x)\ dx = \frac{1}{2}\frac{(x^2+2)^8}{8}+C = \frac{1}{16}(x^2+2)^8+C$$

5-

(7) $\int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx =$

(a) $\frac{1}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}}+C$ (b) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}+C$

(c) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}}+C$ (d) $\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}}+C$

$$\int \frac{x-1}{(x-1)^{\frac{1}{2}}}\ dx = \int (x-1)^{\frac{1}{2}}(1)\ dx = \frac{(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+C = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}+C$$

6-

(8) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} =$

(a) $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$ (b) $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

(c) $2(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$ (d) $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$

$$\int \frac{1}{(3x+1)^{\frac{1}{3}}}\ dx = \frac{1}{3}\int (3x+1)^{\frac{-1}{3}}(3)\ dx = \frac{1}{3}\frac{(3x+1)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}+C = \frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}+C$$

7-

(9) $\int \frac{(2+\sqrt{x})^{12}}{\sqrt{x}} dx =$

(a) $\frac{13}{2}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

(b) $\frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

(c) $\frac{1}{26}(2+\sqrt{x})^{13}+C$

(d) $\frac{1}{22}(2+\sqrt{x})^{11}+C$

$$\int (2+\sqrt{x})^{12}\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int (2+\sqrt{x})^{12}\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx = 2\frac{(2+\sqrt{x})^{13}}{13}+C = \frac{2}{13}(2+\sqrt{x})^{13}+C$$

بند 5-3

1-

(1) $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C$

(a) (b)

2-

(5) $(F'(x) = \sec(x)\tan(x)\ ,\ F(0) = 4) \Longrightarrow F(x) = \sec x + 3$

(a) (b)

$$F(x) = \int \sec(x)\cdot\tan(x)\ \ dx = \sec x + C$$
$$F(0) = \sec(0) + C \Rightarrow (1) + C = 4 \Rightarrow C = 3$$

3-

(6) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي:

(a) $F(x) = 8x + \csc x + C$
(b) $F(x) = 8x - \cot x + C$
(c) $F(x) = 8x - \csc x + C$
(d) $F(x) = 8x + \cot x + C$

$$F(x) = \int (8 + \csc x \cot x)\ \ dx = 8x - \csc x + C$$

4-

(7) $\int \csc(5x)\cot(5x)\,dx =$

(a) $\frac{1}{5}\csc(5x) + C$
(b) $\csc(5x) + C$
(c) $\frac{1}{5}\cot(5x) + C$
(d) $-\frac{1}{5}\csc(5x) + C$

$$\int \csc(5x)\cot(5x)\ \ dx = -\frac{1}{5}\csc(5x) + C$$

5-

إذاكانت $y(\theta=0)=-3$ ، $\frac{dy}{d\theta}=\sin\theta$ فإنّ y تساوي:

(a) $-\cos\theta$ (b) $2-\cos\theta$

(c) $-2-\cos\theta$ (d) $4-\cos\theta$

$$dy=\sin\theta\ d\theta$$

$$y=\int\sin\theta\ d\theta=-\cos\theta+C$$

$$-3=-\cos 0+C\Rightarrow -3=-1+C\Rightarrow C=-2$$

6-

(10) $\int \sec^5 x\tan x\,dx=$

(a) $\frac{5}{3}\sec^5 x+C$ (b) $\frac{1}{5}\sec^6 x+C$

(c) $\frac{1}{5}\sec^5 x+C$ (d) $-\frac{5}{3}\sec^5 x+C$

$$u=\sec x, du=\sec x\tan x\ dx$$

$$\int\sec^4 x\cdot\sec x\tan x\ dx=\int u^4\ du=\frac{u^5}{5}+C=\frac{1}{5}\sec^5 x+C$$

7-

(11) $\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2+\cot x}}dx=$

(a) $\frac{3}{2}(2+\cot x)^{\frac{2}{3}}+C$ (b) $-\frac{3}{2}(2+\cot x)^{\frac{2}{3}}+C$

(c) $-2\sqrt{2+\cot x}+C$ (d) $\frac{4}{3}(2+\cot x)^{\frac{4}{3}}+C$

$$u=2+\cot x, du=-\csc^2 x\ dx$$

$$\int(2+\cot x)^{\frac{-1}{3}}\cdot\csc^2 x\ dx=-\int(2+\cot x)^{\frac{-1}{3}}\cdot(-\csc^2 x)\ dx=$$

$$-\int u^{\frac{-1}{3}}\ du=\frac{u^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}+C=\frac{-3}{2}(2+\cot x)^{\frac{2}{3}}+C$$

8-

(12) $\int \frac{\sin(4x)}{\cos^5(4x)} dx =$

(a) $-\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x)+C$

(b) $\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x)+C$

(c) $-\cos^{-4}(4x)+C$

(d) $\cos^{-4}(4x)+C$

$$u=\cos 4x, du=-4\sin 4x \ dx$$

$$\int(\cos 4x)^{-5}\cdot\sin 4x \ dx=\frac{1}{-4}\int(\cos 4x)^{-5}\cdot(-4\sin 4x) \ dx=$$

$$\frac{-1}{4}\int u^{-5} \ du=\frac{-1}{4}\frac{u^{-4}}{-4}+C=\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x)+C$$

بند 4-5

1-

إذا كانت: $y = 4^{x-2}$ فإن: $\frac{dy}{dx} = 4x$

a b

$$y = 4^{x-2} \cdot \ln 4 \cdot (x-2)' = 4^{x-2} \cdot \ln 4$$

2-

إذا كانت: $f(x) = e^{x^2}$ فإن: $f'(x) = 2xe^{2x}$

a b

$$f'(x) = e^{x^2} \cdot (x^2)' = e^{x^2} \cdot 2x = 2xe^{x^2}$$

3-

إذا كانت: $g(x) = \ln(2x+2)$ فإن: $g'(x) = \frac{1}{2x+2}$

a b

$$g'(x) = \frac{(2x+2)'}{(2x+2)} = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}$$

4-

إذا كانت: $y = x\ln x - x$ فإن: $y' = \ln x$

a b

$$y' = (x)'\ln x + x(\ln x)' - (x)' = \ln x + x\frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$$

5-

$$\int \frac{1}{2x}dx = \frac{\ln x}{2} + C$$

a b

$$\int \frac{1}{2x}\ dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x}\ dx = \frac{1}{2}\ln|x| + C$$

6-

$$\int \frac{1}{3x+1}dx = \ln(3x+1) + C$$

a b

$$\int \frac{1}{3x+1}\ dx = \frac{1}{3}\int \frac{3}{3x+1}\ dx = \frac{1}{3}\ln|3x+1| + C$$

7-

إذا كانت $y = e^{-5x}$، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a e^{-5x}

b $-e^{-5x}$

c $-5e^{-5x}$

d $5e^{-5x}$

$$\frac{dy}{dx} = e^{-5x} \cdot (-5x)' = e^{-5x} \cdot -5 = -5e^{-5x}$$

8-

إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $e^x(x^2 + x - 1)$ (b) $e^x(x^2 - x)$

(c) $2x e^x - e^x$ (d) $e^x(x^2 + 2x + 1)$

$$\frac{dy}{dx} = 2x\ e^x + x^2 e^x - (e^x + x\ e^x) = 2x\ e^x + x^2 e^x - e^x - x\ e^x$$
$$= x\ e^x + x^2 e^x - e^x = e^x(x\ + x^2 - 1)$$

9-

إذا كانت $y = (\ln x)^2$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $\frac{\ln x}{x}$ (b) $\frac{2\ln x}{x}$

(c) $\frac{x \ln x}{2}$ (d) $\frac{2\ln^2 x}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = 2\ln x \cdot (\ln x)' = 2\ln x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2\ln x}{x}$$

10-

إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$

(c) $\frac{1}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\frac{10}{x})'}{\frac{10}{x}} = \frac{-10x}{x^2} \cdot \frac{x}{10} = \frac{-1}{x}$$

بند 5-5

1-

(2) $\int x\sin(\pi x)\,dx = -\frac{x}{\pi}\cos(\pi x) + \frac{1}{\pi^2}\sin(\pi x) + C$ a   b

$$u = x,\ dv = \sin(\pi\ x)dx$$

$$du = dx,\ v = \frac{-\cos(\pi\ x)}{\pi}$$

$$\int u\ dv = u\cdot v - \int v\ du$$

$$\int x\sin(\pi\ x)dx = x\cdot\frac{-\cos(\pi\ x)}{\pi} - \int\frac{-\cos(\pi\ x)}{\pi}dx$$

$$= -\frac{x}{\pi}\cos(\pi\ x) + \frac{1}{\pi}\frac{\sin(\pi\ x)}{\pi} + C = -\frac{x}{\pi}\cos(\pi\ x) + \frac{1}{\pi^2}\sin(\pi\ x) + C$$

2-

(4) $\int x e^{-x}dx = -x e^{-x} + e^{-x} + C$ إيجاد مشتقة الطرف الأيمن   a   b

$$(-xe^{-x} + e^{-x} + C)' = -(1)e^{-x} - x(e^{-x}\cdot(-1)) + (e^{-x}\cdot(-1)) = -2e^{-x} + x\ e^{-x}$$

3-

(5) $\int x\sec^2 x\,dx = x\tan x - \ln|\sec x| + C$ a   b

إيجاد مشتقة الطرف الأيمن

$$(x\tan x - \ln|\sec x| + C)' = \tan x + x\sec^2 x - \frac{(\sec x)'}{\sec x}$$

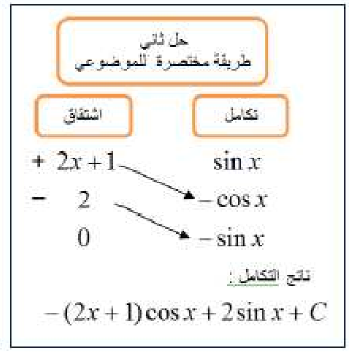
$$= \cancel{\tan x} + x\sec^2 x - \frac{\sec x\cancel{\tan x}}{\cancel{\sec x}} = x\sec^2 x$$

4-

(6) $\int (2x+1)\sin x\,dx$

(a) $(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$ (b) $-(2x+1)\cos x + 2\sin x + C$

(c) $-(x+1)\cos x - 2\sin x + C$ (d) $(2x+1)\cos x - \sin x + C$



$$u = 2x+1, dv = \sin x dx$$
$$du = 2dx, v = -\cos x$$
$$\int u\ dv = u \cdot v - \int v\ du$$
$$\int (2x+1)\sin x dx = (2x+1)\cdot(-\cos x) - \int (-\cos x) 2dx$$
$$= (2x+1)\cdot(-\cos x) + 2\sin x + C$$

5-

(7) $\int x^2 \ln(x)\,dx =$

(a) $\frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{x^3}{3} + C$ (b) $\frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

(c) $\frac{1}{3}x^3\ln(x) + \frac{x^3}{9} + C$ (d) $-\frac{1}{3}x^3\ln(x) - \frac{x^3}{9} + C$

$$u = \ln x, dv = x^2 dx$$
$$du = \frac{1}{x}dx, v = \frac{x^3}{3}$$
$$\int u\ dv = u \cdot v - \int v\ du$$
$$\int x^2 \ln x dx = \frac{1}{3}x^3 \ln x - \int \frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}dx = \frac{1}{3}x^3\ln x - \int \frac{x^2}{3}\cdot dx =$$
$$= \frac{1}{3}x^3\ln x - \frac{1}{3}\frac{x^3}{3} + C = \frac{1}{3}x^3\ln x - \frac{x^3}{9} + C$$

بند 5-6

1-

(1) $\int \frac{4dx}{(x+3)(x+7)} = \ln|x+3| + \ln|x+7| + C$

a b

$$\frac{4}{(x+3)(x+7)} = \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x+7)}$$
$$4 = A(x+7) + B(x+3)$$
$$4 = A(-7+7) + B(-7+3) \Rightarrow 4 = -4B \Rightarrow B = -1$$
$$4 = A(-3+7) + B(-3+3) \Rightarrow 4 = 4A \Rightarrow A = 1$$
$$\int \frac{4}{(x+3)(x+7)}dx = \int \left(\frac{1}{(x+3)} + \frac{-1}{(x+7)}\right)dx =$$
$$\ln|x+3| - \ln|x+7| + C$$

حل آخر إيجاد مشتقة الطرف الأيمن ثم توحيد المقامات

$$(\ln|x+3| + \ln|x+7| + C)' = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+7} = \frac{x+7+x+3}{(x+3)(x+7)} = \frac{2x+10}{(x+3)(x+7)}$$

لا يساوي الطرف الأيسر

2-

(5) $\int \frac{6}{x^2-9}dx =$

a $\ln|x+3| - \ln|x-3| + C$ $\ln(x-3) - \ln(x+3) + C$

c $\ln|x+3| + \ln|x-3| + C$ d $\ln|x-3| - \ln|x+3| + C$

$$\frac{6}{(x+3)(x-3)} = \frac{A}{(x+3)} + \frac{B}{(x-3)}$$
$$6 = A(x-3) + B(x+3)$$
$$6 = A(3-3) + B(3+3) \Rightarrow 6 = 6B \Rightarrow B = 1$$
$$6 = A(-3-3) + B(-3+3) \Rightarrow 6 = -6A \Rightarrow A = -1$$
$$\int \frac{6}{(x+3)(x-3)}dx = \int \left(\frac{-1}{(x+3)} + \frac{1}{(x-3)}\right)dx =$$
$$-\ln|x+3| + \ln|x-3| + C$$

3-

الدالة النسبية: $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزئية هي $f(x)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}$

(b) $\frac{1}{2(x-2)}+\frac{1}{2(x+2)}$

(c) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}$

(d) $\frac{1}{2(x-2)}-\frac{1}{2(x+2)}$

$$\frac{x}{(x-2)(x+2)}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x+2)}$$

$$x=A(x+2)+B(x-2)$$

$$-2=A(-2+2)+B(-2-2)\Rightarrow -2=-4B\Rightarrow B=\frac{1}{2}$$

$$2=A(2+2)+B(2-2)\Rightarrow 2=4A\Rightarrow A=\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{x^2-4}=\frac{1}{2(x-2)}+\frac{1}{2(x+2)}$$

بند 5-7

1-

(5) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\pi}\sqrt{1-x^2}\,dx = 1$ (a) (b)

$y=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow y^2 = 1-x^2 \Rightarrow x^2+y^2 = 1$ معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 1

$y=\sqrt{1-x^2}$ معادلة النصف العلوي من الدائرة

$\frac{1}{\pi}\int\sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(1) = \frac{1}{2}$ مساحة النصف العلوي من الدائرة

2-

(6) $\int_{2}^{3} f(x)\,dx + \int_{3}^{5} f(x)\,dx - \int_{5}^{2} f(x)\,dx = 0$ (a) (b)

$$\int_{2}^{3} f(x)dx + \int_{3}^{5} f(x)dx - \int_{5}^{2} f(x)dx = \int_{2}^{5} f(x)dx + \int_{2}^{5} f(x)dx = 2\int_{2}^{5} f(x)dx$$

3-

$\int_{2}^{4} f(x)\,dx + \int_{4}^{2} g(x)\,dx = 0$ لا يمكن تطبيق الخواص لأن الدالتين مختلفتين (a) (b)

4-

(8) إذا كان: $\int_{3}^{-1} g(x)dx = 2$ ، $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x)+3g(x)+1)dx$ تساوي:

(a) 18 (b) -6 (c) 6 (d) 12

$$2\int_{-1}^{3} f(x)dx + 3\int_{-1}^{3} g(x)dx + \int_{-1}^{3}(1)dx = 2\times 4 + 3\times(-2) + (3-(-1)) = 8-6+4 = 6$$

5-

لتكن: $f(x) = x^2 + 5$ فإن: $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل قيم a تنتمي إلى:

(a) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$ (b) $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}^+$

- لكى يبقى الرقم الاعلى فى حدود التكامل موجب ويبقى الرقم الاسفل فى حدود التكامل سالب ولا يتم عكس الاشارات فيصبح ناتج التكامل اقل من صفر.

بند 6-1

1-

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = b$ ، $x = a$ هي: $\int_a^b f(x)dx$

ⓐ ⓑ

لم يحدد هل الدالة بأكبر أو أصغر من الصفر

$$A = \int_a^b f(x)dx, \forall f(x) \geq 0$$

$$A = -\int_a^b f(x)dx, \forall f(x) \leq 0$$

$$A = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

2-

مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ ومحور السينات في $[-2,2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)dx$

ⓐ ⓑ

آله حاسبة

منحنى دالة تربيعية
متماثل حول محول السينات
ويقطعه عند x= 2 , x=-2
وفتحته للأسفل

$$A = \left|\int_{-2}^2 4 - x^2 dx\right|$$

$$A = \left|2\int_0^2 4 - x^2 dx\right|$$

3-

إذا كانت: $\forall x \in [a,b] \quad f(x) \le 0$ فإن مساحة المنطقة المحددة

بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a,b]$ هي: $\int_b^a f(x)dx$

(a) (b)

$$A = -\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx$$

4-

إذا كان منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$.

فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A = \int_{-1}^{3} f(x)dx$

(a) (b)

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$
$$x = 3, x = -1 \Rightarrow f(0) = -3 < 0$$
$$A = -\int_{-1}^{3} f(x)dx$$

5-

مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = |x|$

في الفترة $[-2,2]$ هي: 2 وحدة مساحة

(a) (b)

طريقة 1

$$f(x) \ge 0$$
$$A = \int_{-2}^{2} |x| dx = 4$$

آله حاسبة

طريقة 2

$$|x| = 0 \Rightarrow x = 0, 0 \in (-2,2)$$
$$A = \left|\int_{-2}^{0} x dx\right| + \left|\int_{0}^{2} x dx\right| = 4$$

6-

مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ ومحور السينات هي:

(a) 9π units^2 (b) 6π units^2

(c) 3π units^2 (d) $\frac{9}{2}\pi$ units^2

مساحة نصف دائرة مركزها (0 , 0) ونصف قطرها 3

$$A=\frac{1}{2}(\pi\cdot r^2)=\frac{1}{2}\pi\cdot 3^2=\frac{9}{2}\pi$$

7-

مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة g : $g(x)=(x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0,4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)dx$ = -8 (b) $-2\int_0^2 g(x)dx$ = 8

(c) $\int_0^4 g(x)dx$ = 0 (d) $-2\int_2^4 g(x)dx$ = -8

$$x-2=0\Rightarrow x=2\Rightarrow 2\in(0,4)$$

$$A=\left|\int_0^2 (x-2)^3\,dx\right|+\left|\int_2^4 (x-2)^3\,dx\right|=|-4|+|4|=8$$

آله حاسبة

8-

مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x) = 2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -\sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$ ، $x = 4$ هي:

(a) 20 units^2

(b) $\frac{8}{3} \text{ units}^2$

(c) $\frac{40}{3} \text{ units}^2$

(d) 8 units^2

$$-\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 4 \notin (0,4)$$

$$A = \left| \int_0^4 (2 + \sqrt{x})dx \right| = 13.333$$

بند 6-2

1-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو: $V=\pi\int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$

(a) (b)

$$V=\pi\int_1^8 (\sqrt[3]{x})^2 dx$$

2-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=2\sqrt{x}$ في الفترة $[1,4]$ هو: $V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$

(a) (b)

$$V=\pi\int_1^4 (2\sqrt{x})^2 dx\pi=\int_1^4 4xdx$$

$$V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$$

$$=\pi\int_0^1 4xdx+\pi\int_1^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx=\pi\int_1^4 4xdx$$

3-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=\frac{1}{2}x^2$ هو: $V=\pi\int_0^2 \left(x-\frac{1}{2}x^2\right)dx$

(a) (b)

$$\frac{1}{2}x^2=x\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-x=0\Rightarrow x(\frac{1}{2}x-1)=0$$

$$x=0,\frac{1}{2}x-1=0\Rightarrow\frac{1}{2}x=1\Rightarrow x=2$$

$$V=\pi\int_0^2 (x)^2-\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 dx=\pi\int_0^2 x^2-\frac{1}{4}x^4 dx$$

4-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة
بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^3$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = 8$, $x = 0$ يساوي حجم المجسم الناتج
من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة h : $h(x) = -8$, $x = 0$ (b) (a)

$$x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$
$$g(x) \geq f(x) \geq 0 \forall x \in (0,2)$$
$$V = \pi \int_0^2 (8)^2 - (x^3)^2 dx = \pi \int_0^2 64 - x^6 dx = \frac{768}{7}\pi$$
$$x^3 = -8 \Rightarrow x = -2$$
$$h(x) \leq f(x) \leq 0 \forall x \in (-2,0)$$
$$V = \pi \int_{-2}^0 (-8)^2 - (x^3)^2 dx = \pi \int_{-2}^0 64 - x^6 dx = \frac{768}{7}\pi$$

5-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى
الدالة f : $f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 6π (b) 18 (c) 18π (d) 81π

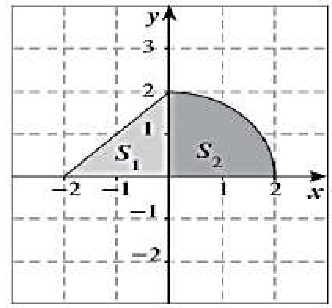
$$V = \pi \int_{-1}^1 (3)^2 dx = 18\pi$$

6-

(6) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4+2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π



الحجم = حجم نصف كرة (نصف قطرها 2)
+ حجم مخروط (نصف قطر قاعدته 2 و ارتفاعه 2)

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(r)^3 + \frac{1}{3} \times \pi(r)^2(h)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(2)^3 + \frac{1}{3} \times \pi(2)^2(2) = 8\pi$$

7-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4-x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

الحجم = حجم كرة (نصف قطرها 2)

$$V = \frac{4}{3}\pi(r)^3 = \frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{32}{3}\pi$$

8-

حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $x = 0$, $y = -2$ ومنحنى الدالة f : $f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 16π (c) 8π (d) 2π

$$-\sqrt{x} = -2 \Rightarrow x = 4$$
$$y(1) = -2, f(1) = -\sqrt{1} = -1 \Rightarrow y \le f(x) \le 0$$
$$V = \pi \int_0^4 (-2)^2 - (-\sqrt{x})^2\, dx = 8\pi$$

بند 3-6

1-

منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: $x+\sqrt{x}-$ ويمر بالنقطة $A(1,1)$

معادلته: $f(x)=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+x^2+\frac{2}{3}$

(a) (b)

$$f'(x)=-(x)^{\frac{1}{2}}+x$$

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{x^2}{2}+c=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{x^2}{2}+c$$

2-

لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x)=3x^2-12x+9$ فإن

معادلة الدالة f هي $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$

(a) (b)

$$f(x)=\frac{3x^3}{3}-12\cdot\frac{x^2}{2}+9x+c=x^3-6x^2+9x+c$$

$$f(1)=1^3-6(1)^2+9(1)+c=3\Rightarrow 4+c=3\Rightarrow c=-1$$

3-

معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي:

(a) $-\frac{x^2}{2}+3x-4$ (b) $\ln|3-x|+3$ (c) $-\frac{x^2}{2}+3x+4$ (d) $3-\ln|3-x|$

$$f'(x)=\frac{-1}{-x+3}=\frac{1}{x-3}$$

$$f(x)=\int\frac{1}{x-3}dx=\ln|x-3|+c$$

$$f(2)=\ln|2-3|+c=3\Rightarrow c=3$$

4-

معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x, y) هو: $2x-3\sqrt{x}$ ويمر بالنقطة $A(4,-2)$ هي:

(a) $x^2+2\sqrt{x^3}-2$ (b) $x^2-2\sqrt{x^3}$ (c) $x^2-2\sqrt{x^3}-2$ (d) $\frac{x^2}{2}-2\sqrt{x^3}+2$

$$f'(x)=2x-3x^{\frac{1}{2}}$$

$$f(x)=\frac{x^2}{2}-3\cdot\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c=x^2-2x^{\frac{3}{2}}+c=x^2-2\sqrt{x^3}+c$$

$$f(4)=4^2-2(4)^{\frac{3}{2}}+c=-2\Rightarrow c=-2$$

بند 4-6

1-

المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية والدرجة الأولى.

ⓐ ⓑ

من الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

2-

إذا كان $y = 1$, عند $x = 0$, $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$

ⓐ ⓑ

$$y' = -y \Rightarrow y = k\,e^{-x}$$
$$1 = k\,e^{-(0)} \Rightarrow 1 = k \Rightarrow y = e^{-x}$$

3-

(8) المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من:

ⓐ الرتبة الأولى والدرجة الثانية.

ⓑ الرتبة الثانية والدرجة الأولى.

ⓒ الرتبة الثانية والدرجة الثانية.

ⓓ الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

$$\frac{4(y'')^2 + 4y''x + x^2}{xy} = 3$$

4-

حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عندما $x = 1$ هو:

a) $y = x^2 + 3$

b) $y = x^2 - 3$

c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$

d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

$$dy = 2xdx \Rightarrow \int dy = \int 2xdx \Rightarrow y = x^2 + c$$
$$-2 = 1 + c \Rightarrow c = -3$$

5-

إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإنّ:

a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$

b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$

d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

$$y' = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c_1 \Rightarrow y = \frac{2x^4}{3\times 4} + \frac{3x^3}{2\times 3} + c_1x + c_2$$

6-

حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

(a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$ (b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}\right)} + 1$ (d) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)} + 1$

$$2y' = -y + 1 \Rightarrow y' = \frac{-1}{2}y + \frac{1}{2}$$

$$y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} - \left(\frac{1}{2} \div \frac{-1}{2}\right) \Rightarrow y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$$3 = k\,e^{-\frac{1}{2}(5)} + 1 \Rightarrow 2 = k\,e^{-\frac{5}{2}} \Rightarrow \frac{2}{e^{-\frac{5}{2}}} = k \Rightarrow k = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$y = 2e^{\frac{5}{2}}\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1 \Rightarrow y = 2e^{(-\frac{1}{2}+\frac{5}{2})x} + 1$$

بند 7-1

1-

معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4,0)$ ودليله $x = 4$ هي: $y^2 = -16x$

a b

البؤرة (4,0-) تقع على محور السينات
محور التماثل هو محور السينات

$$p = -4 \Rightarrow y^2 = 4px$$
$$\Rightarrow y^2 = 4(-4)x \Rightarrow y^2 = -16x$$

2-

$y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ، بؤرته $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$

a b

هذه المعادلة للقطع المكافئ محور تماثلها هو محور السينات
لابد أن تكون البؤرة (p , 0)

3-

(8) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(-5,0)$ هي:

a $x^2 = 20y$ b $y^2 = 20x$ c $x^2 = -20y$ d $y^2 = -20x$

البؤرة (5,0-) تقع على محور السينات
محور التماثل هو محور السينات

$$p = -5 \Rightarrow y^2 = 4px$$
$$\Rightarrow y^2 = 4(-5)x \Rightarrow y^2 = -20x$$

4-

(9) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل هي:

ⓐ $y^2 = \frac{-1}{2}x$ ⓑ $y^2 = \frac{1}{2}x$ ⓒ $x^2 = \frac{-1}{2}y$ ⓓ $x^2 = \frac{1}{2}y$

مفتوح من أسفل
محور التماثل هو محور الصادات المعادلة $x^2 = 4py$
البؤرة تنتمي إلى الإتجاه السالب من محور الصادات $p < 0$

5-

النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي:

ⓐ $(1,1)$ ⓑ $(1,0)$ ⓒ $(0,1)$ ⓓ $(0,0)$

رأس القطع المكافئ هي نقطة الأصل

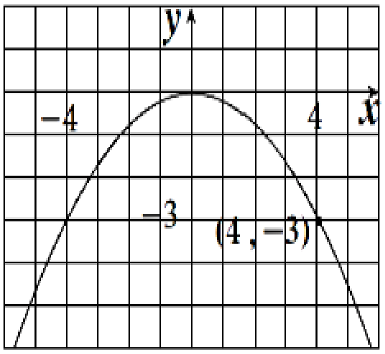
6-

المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطتين $A(-5,-2), B(-5,2)$ هي:

ⓐ $y^2 = -\frac{4}{5}x$ ⓑ $x^2 = -\frac{4}{5}y$ ⓒ $y^2 = \frac{4}{5}x$ ⓓ $x^2 = \frac{4}{5}y$

القطع يمر في الربع الثاني والربع الثالث
فتحة القطع لليسار محور التماثل هو محور السينات $y^2 = 4px$
البؤرة تنتمي إلى الإتجاه السالب من محور السينات $p < 0$

7-



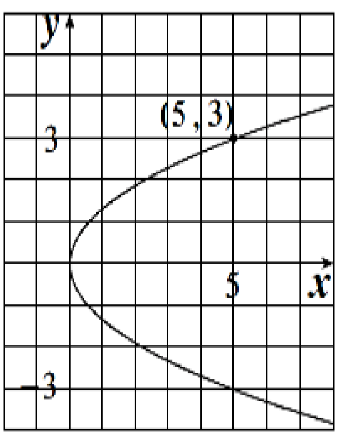
معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:

ⓐ $y=\frac{4}{3}$ ⓑ $y=\frac{9}{20}$

ⓒ $y=-\frac{1}{12}$ ⓓ $y=-\frac{4}{3}$

$$x^2=4py$$
$$(4)^2=4p(-3)$$
$$p=\frac{16}{-12}\Rightarrow$$
$$p=\frac{-4}{3}\Rightarrow y=\frac{4}{3}$$

8-



معادلة القطع المكافئ للبيان التالي هي:

ⓐ $x^2=-\frac{25}{3}y$ ⓑ $y^2=\frac{9}{5}x$

ⓒ $x^2=\frac{25}{3}y$ ⓓ $y^2=\frac{5}{9}x$

$$y^2=4px$$
$$(3)^2=4p(5)$$
$$4p=\frac{9}{5}\Rightarrow$$
$$y^2=\frac{9}{5}x$$

بند 2-7

1-

a b رأسي القطع للقطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{9^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$ هما: $(-9,0)$، $(9,0)$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$$a^2=9^2 \Rightarrow a=9$$

2-

a b النقطة $(\sqrt{33},0)$ هي إحدى بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{7^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$$a^2=7^2 \Rightarrow a=7$$
$$b^2=4^2 \Rightarrow b=4$$
$$c^2=a^2-b^2=49-16=33 \Rightarrow c=\sqrt{33}$$

3-

a b طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته $25x^2+9y^2=225$ يساوي 10 units

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$$
$$a^2=25 \Rightarrow a=5$$
$$2a=10$$

4-

النقطتان الطرفيتان للمحور الأصغر للقطع الناقص الذي معادلته $4x^2+9y^2=36$ هما:

(a) $(\pm 2, 0)$ (b) $(\pm 3, 0)$

(c) $(0, \pm 2)$ (d) $(0, \pm 3)$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات
النقطتان الطرفيتان على المحور الأصغر (الصادات)

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$$

$$a^2=9 \Rightarrow a=3$$

$$b^2=4 \Rightarrow b=2$$

5-

(7) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm 7, 0)$ والنقطتان الطرفيتان لمحوره الأصغر $(0, \pm 6)$ هي:

(a) $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{36}=1$ (b) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{85}=1$

(c) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$ (d) $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{49}=1$

$$b=6, c=7$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$49=a^2-36 \Rightarrow a^2=49+36=85$$

$$\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{36}=1$$

البؤرتان تقعان على محور السينات
المحور الأكبر
ينطبق على محور السينات

6-

(8) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الأصل وطول محوره الأكبر 9 units وطول محوره الأصغر 4 units هي:

(a) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

(b) $\frac{x^2}{20.25}+\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

(d) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{20.25}=1$

$$2a=9 \Rightarrow a=4.5 \Rightarrow a^2=20.25$$

$$2b=4 \Rightarrow b=2 \Rightarrow b^2=4$$

$$\frac{x^2}{20.25}+\frac{y^2}{4}=1$$

البؤرتان تقعان على محور السينات
المحور الأكبر
ينطبق على محور السينات

7-

معلق

8-

طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ يساوي:

(a) 12 units

(b) $2\sqrt{41}$ units

(c) 16 units

(d) 20 units

$$2a=2\times 10=20$$

بند 3-7

1-

$x^2 - y^2 = 4$ هي معادلة قطع زائد.

(a) (b)

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$

2-

الخطّان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان.

(a) (b)

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{12} = 1$$

$$a^2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12}$$

$$b^2 = 12 \Rightarrow b = \sqrt{12}$$

$$y = \pm \frac{b}{a} x \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} x \Rightarrow y = x, y = -x$$

ناتج ضرب ميلي الخطين المقاربين = -1

3-

إحداثيات بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{18}=1$ هما: $(0,3)$, $(0,-3)$.

a b

المحور القاطع محور الصادات

$$a^2=9 \Rightarrow a=3$$
$$b^2=18 \Rightarrow b=3\sqrt{2}$$
$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow c^2=9+18=27 \Rightarrow c=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$$

4-

نقطتا طرفي المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{25}-y^2=1$ هما: $B_1(1,0)$, $B_2(-1,0)$.

a b

المحور القاطع محور السينات
المحور المرافق محور الصادات
نقطة طرفي المحور المرافق (0 , b) , (0 , -b)

5-

(5) معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(0,\pm 3)$ وطول محوره القاطع 4 هي:

a $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$
b $\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{4}=1$
c $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{5}=1$
d $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$

البؤرتان تقعان على محور الصادات
المحور القاطع محور الصادات

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$$
$$c=3, 2a=4 \Rightarrow a=2$$
$$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow 9=4+b^2 \Rightarrow b^2=5$$
$$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{5}=1$$

6-

(6) إذا كانت معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{3}=1$ ، فيمرّ أحد الخطين المقاربين له في النقطة:

ⓐ $\left(2,\ 2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$ ⓑ $\left(\sqrt{\frac{5}{3}},\ 2\right)$

ⓒ $\left(2\sqrt{\frac{3}{5}},\ 2\right)$ ⓓ $\left(\sqrt{\frac{5}{3}},\ 2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$

المحور القاطع محور السينات

بالتعويض بقيم x فنحصل على y

$$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}x \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{3}{5}}x$$

$$x=2 \Rightarrow y=\pm 2\sqrt{\frac{3}{5}}$$

7-

(7) معادلة القطع الزائد الذي نقطتي تقاطعه مع المحور السيني هما $(\pm 6,0)$ هي:

ⓐ $y^2-x^2=36$ ⓑ $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{49}=1$

ⓒ $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{36}=1$ ⓓ $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{4}=1$

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$a=6 \Rightarrow \frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

8-

(8) البعد بين بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته: $50y^2 - 25x^2 - 100 = 0$ بوحدة الطول يساوي:

(a) $\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{6}$

(c) 6 (d) $2\sqrt{2}$

المحور القاطع محور السينات

$$\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$$

$$a^2 = 2, b^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 2 + 4 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{6}$$

9-

(10) نقطتا تقاطع القطع الزائد الذي معادلته: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$ مع محور السينات هما:

(a) $(\pm 7, 0)$ (b) $(\pm 5, 0)$

(c) $(0, \pm 5)$ (d) ليس أيًّا مما سبق

المحور القاطع محور السينات

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 0$$

a= 5 , -5

بند 7-4

1-

(1) إذا كانت $e < 1$، فإن القطع هو قطع ناقص.

(a) (b)

2-

إذا $a = 6$ ، $b = 9$ في القطع الناقص فإنّ $c = 3\sqrt{13}$

لابد أن يكون a>b في القطع الناقص

(a) (b)

$a < b$

3-

لأيّ معادلة قطع مكافئ فإنّ $e = 1$

(a) (b)

4-

المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{10} = 1$ هو محور الصادات.

(a) (b)

5-

(8) إذا كانت $a = 7$ ، $c = 2\sqrt{10}$ ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

على المحور السيني

(a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$

(b) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

(c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$

(d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{2\sqrt{10}}{7} < 1 \Rightarrow a^2 = 49$$

معادلة قطع ناقص

6-

(9) أيّ معادلة مما يلي تمثل قطعًا زائدًا معادلة أحد دليليه $y = \frac{25}{7}$؟

(a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$

(b) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = 1$

(c) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$

(d) $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{24} = 1$

نريد معادلة قطع زائد
محوره القاطع هو محور الصادات

7-

إذا كانت معادلة أحد المقاربين $y = \frac{-7}{5}x$ والاختلاف المركزي $e = \frac{\sqrt{74}}{5}$ فمعادلة القطع الزائد هي:

(a) $\frac{y^2}{7} - \frac{x^2}{5} = 1$

(b) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{5} = 1$

(c) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$

(d) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$

بالتجربة في الإختيارات (d)

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$
$$b^2 = 7 \Rightarrow b = 7$$
$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 25 + 49 = 74$$

8-

الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$ هو:

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c) $\frac{36}{25}$ (d) $\frac{25}{36}$

$$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$
$$b^2 = 25 \Rightarrow b = 5$$
$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 36 - 25 = 11 \Rightarrow c = \sqrt{11}$$

9-

لأيّ قطع ناقص يكون:

(a) $a > c$ (b) $a < c$

(c) $a = ec$ (d) $a = c$