دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات
نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية - للصف الحادي عشر علمي

(الأسئلة في 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/2018

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع اسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية ثم حوله للصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية (9 درجات)

الحل :

1 $\quad \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad = \frac{2-2\sqrt{3}i}{3+1}$

$\frac{1}{2}$ $\quad = \frac{2-2\sqrt{3}i}{4}$

1 $\quad = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\frac{1}{2}$ $\quad x = \frac{1}{2} \quad , y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

1 $\quad r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$

1 $\quad tan\,\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\right| = \sqrt{3}$ نفرض أن α زاوية الاسناد

$\frac{1}{2}$ $\quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$

$\frac{1}{2}$ $\quad x > 0 \quad , y < 0$ θ تقع في الربع الرابع

1 $\quad \theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

1 $\quad z = \left(cos\frac{5\pi}{3} + i\,sin\frac{5\pi}{3}\right)$ الصورةالمثلثية هي :

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3cos(2x) \quad , -\pi \leq x \leq \pi$

ثم ارسم بيانها

(5 درجات)

الحل :

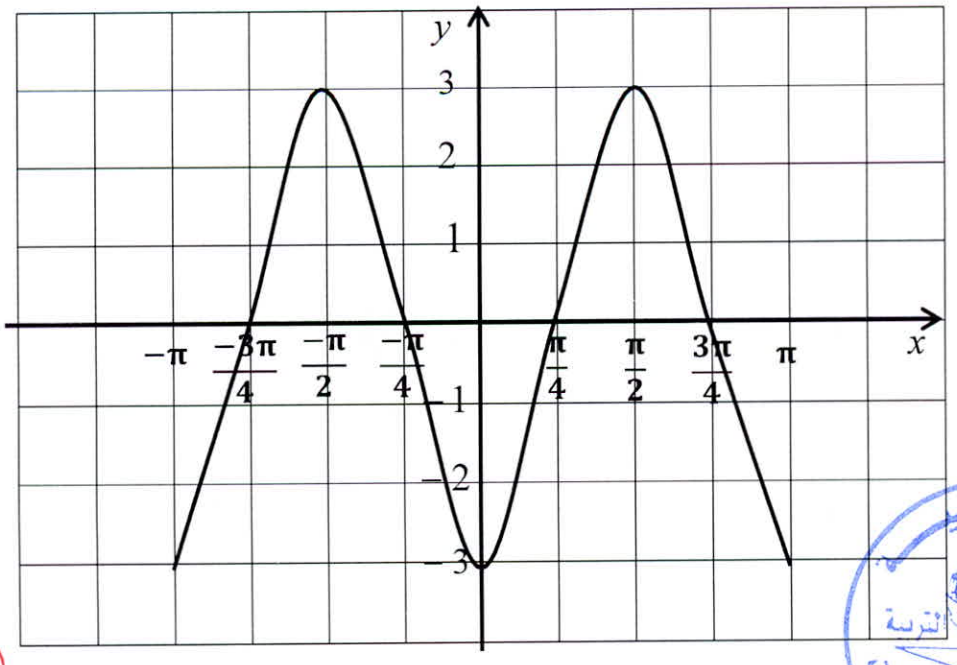
1 **السعة :** $|a| = |-3| = 3$

1 **الدورة:** $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

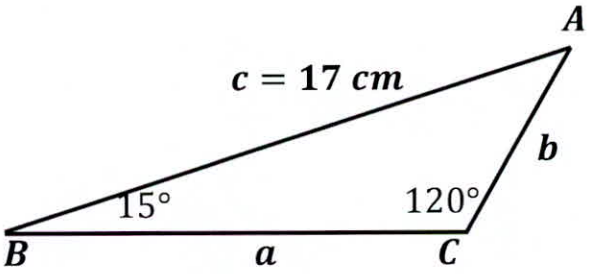
x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$y = -3cos(2x)$	-3	0	3	0	-3

الرسم
كل دورة
$1\frac{1}{2}$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC **(6 درجات)**



الحل: لحل المثلث نوجد α , b , a

1 $$\alpha = 180° - (15° + 120°) = 45°$$

1 $$\frac{sin\alpha}{a} = \frac{sin\beta}{b} = \frac{sin\gamma}{c}$$

1 $$\frac{sin45°}{a} = \frac{sin15°}{b} = \frac{sin120°}{17}$$

1 $$b = \frac{17 \times sin15°}{sin120°}$$

$\frac{1}{2}$ $$b \approx 5.08\ cm$$

1 $$a = \frac{17 \times sin45°}{sin120°}$$

$\frac{1}{2}$ $$a \approx 13.88\ cm$$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $2sin^2x - 3sinx - 2 = 0$ **(8 درجات)**

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $(2sinx + 1)(sinx - 2) = 0$

$(2sinx + 1) = 0$ أو $(sinx - 2) = 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $sin\,x = \frac{-1}{2}$ أو $sinx = 2$

$sinx = 2$ عندما

$y = sin\,x$ مداها $[-1, 1]$

$\frac{1}{2}$ $2 \notin [-1, 1]$

$\frac{1}{2}$ $\therefore sin\,x = 2$ ليس لها حل

نأخذ $sinx = \frac{-1}{2}$

بفرض أن α هي زاوية الاسناد للزاوية x

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore sin\alpha = |sinx| = \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$ $\because sinx < 0$ x تقع في الربع الثالث أو الرابع

$\frac{1}{2}$ عندما x تقع في الربع الثالث $x = (\pi + \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in Z$

$x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$

$\frac{1}{2}$ $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

$\frac{1}{2}$ عندما x تقع في الربع الرابع $x = (2\pi - \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in Z$

$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$

$\frac{1}{2}$ $x = \left(\frac{11\pi}{6}\right) + 2k\pi$

1 حل المعادلة: $k \in Z \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad , x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

السؤال الثالث: (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-cos\,x} + \frac{1}{1+cos\,x} = 2\csc^2 x$ **(6 درجات)**

الحل :

	$\textbf{L. H. S} : \frac{1}{1-cosx} + \frac{1}{1+cosx}$
1 + 1	$= \frac{1+cosx+1-cosx}{(1-cosx)(1+cosx)}$
1	$= \frac{2}{(1+cosx)(1+cosx)}$
1	$= \frac{2}{1-cos^2x}$
1	$= \frac{2}{sin^2x}$
1	$= 2csc^2x$
	$= R.H.S$

تابع السؤال الثالث: **(8 درجات)**

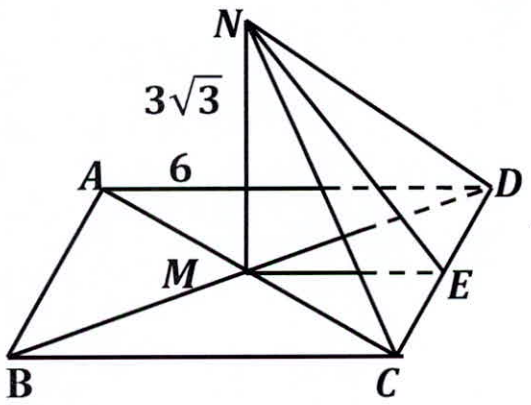
(b) $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 6cm$

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه

بحيث $MN = 3\sqrt{3}\ cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $NCD\ ,ABCD$

الحل :



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \overline{MN} \perp (ABCD)$, $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\because E$ منتصف $\overline{CD}$ معطى

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ (2) خواص المثلث المتطابق الضلعين

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CD} \perp (MNE)$, $\overline{NE} \subset (MNE)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$

$\frac{1}{2}$ $\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين $NCD\ ,ABCD$

$\frac{1}{2}$ $\therefore M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

في المثلث BCD E منتصف $\overline{CD}$ معطى

$\frac{1}{2}$ M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل)

$\frac{1}{2}$ $\therefore ME = \frac{1}{2}\ BC$ $, AD = BC = 6cm$

$\frac{1}{2}$ $\therefore ME = \frac{1}{2} \times 6 = 3\ cm$

في المثلث MEN القائم الزاوية في $\hat{M}$ (من خواص المستقيم العمودي مع مستو)

1 $$tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

1 $$\therefore m(M\hat{E}N) = 60°$$

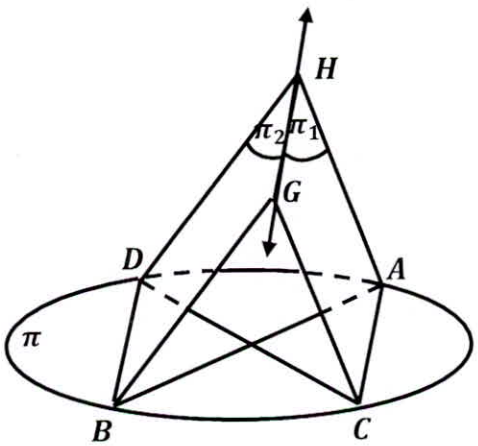
قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $NCD\ ,ABCD$ هو $60°$

السؤال الرابع : **(14 درجة)** **(7 درجات)**

(a)في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π ،

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

$\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان 1

$\therefore$ الشكل $ACBD$ مستطيل 1

$\therefore \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$ (1) 1

$\because \overleftrightarrow{AC} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{BD} \subset \pi_2$, $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ (2) 1

من (1) و (2)

$\therefore \overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{DB}$ 1

$\overleftrightarrow{GH} // \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$ 1

$\therefore \overleftrightarrow{GH} // \pi$ 1

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

وزارة التربية
الكمبيوتر
الشخصي
لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الرابع : **(7 درجات)**

(b) حل المعادلة : $_nC_4 = {}_nC_{n-2}$

الحل:

1	$\frac{n!}{(n-4)! \times 4!} = \frac{n!}{2! \times (n-2)!}$
1 + 1	$\frac{1}{(n-4)! \times 4 \times 3 \times 2!} = \frac{1}{2! \times (n-2)(n-3)(n-4)!}$
1	$\frac{1}{4 \times 3} = \frac{1}{(n-2)(n-3)}$
$\frac{1}{2}$	$4 \times 3 = (n-2)(n-3)$
$\frac{1}{2}$	$12 = n^2 - 5n + 6$
$\frac{1}{2}$	$n^2 - 5n - 6 = 0$
$\frac{1}{2}$	$(n-6)(n+1) = 0$
1	$n = 6$, $n = -1$ مرفوضة

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $B(\sqrt{2}, 135°)$ هي $B(-1,1)$

(2) معادلة الدالة المثلثية $y = a\ sin(b\theta)$ حيث السعة 5 و الدورة 3π

يمكن أن تكون $y = 5\ sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$

(3) إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين .

(4) $\frac{1-\cos 2x}{2} = 2\cos^2\frac{x}{2}$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 33 - 56i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = 7 + 4i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = -7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(c) $\begin{cases} z_1 = 7 + 4i \\ z_2 = 7 - 4i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = 7 - 4i \\ z_2 = -7 + 4i \end{cases}$

(6) في المثلث ABC: $AC = 40\ cm\ , AB = 30\ cm\ , m(\widehat{A}) = 120°$

فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريبا :

(a) $68\ cm$ (b) $36\ cm$ (c) $60.8\ cm$ (d) $21\ cm$

(7) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7\ cm\ , 8\ cm\ , 9\ cm$ هي :

(a) $6\sqrt{5}\ cm^2$ (b) $12\sqrt{5}\ cm^2$ (c) $16\sqrt{3}\ cm^2$ (d) $18\sqrt{3}\ cm^2$

(8) $sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}sinx+\frac{\sqrt{3}}{2}cosx$ (b) $\frac{1}{2}(sinx+cosx)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}sinx+\frac{1}{2}cosx$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}sinx-\frac{1}{2}cosx$

---

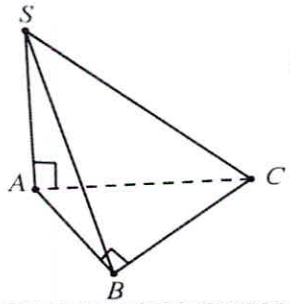
(9) $\frac{sin2x}{1+cos2x}$ تساوي :

(a) $cscx$ (b) $csc2x\,cosx$ (c) $tan2x$ (d) $tanx$

---

(10) إذا كان $\pi_1//\pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l}\subset\pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m}\subset\pi_2$ فإن :

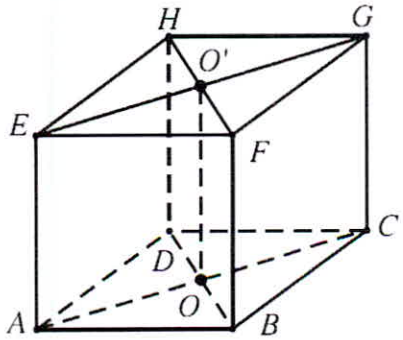
(a) $\overleftrightarrow{l}//\overleftrightarrow{m}$ (b) $\overleftrightarrow{l}\perp\overleftrightarrow{m}$ (c) $\overleftrightarrow{l}\cap\overleftrightarrow{m}=\emptyset$ (d) $\overleftrightarrow{l},\overleftrightarrow{m}$ متخالفان



(11) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B})=90°$ ، $\overrightarrow{SA}\perp(ABC)$ فإن:

(a) $\overrightarrow{CB}\perp(SAB)$ (b) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين (d) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$



(12) في الشكل المقابل ABCDEFGH مكعب ،
O مركز المربع $ABCD$ ، O' مركز المربع $EFGH$
فإن $(DHFB),(EACG)$ هما :

(a) متطابقان (b) متعامدان

(c) متوازيان (d) ليس أيا مما سبق

---

(13) في مفكوك $(2a-3b)^6$ الحد الذي معامله 2 160 هو :

(a) الحد الخامس (b) الحد الرابع (c) الحد الثالث (d) الحد الثاني

---

(14) إذا كان الحدثان m,l مستقلان ، $P(m)=\frac{1}{3}$, $P(l)=\frac{9}{10}$ فإن $P(m\cap l)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{30}$ (c) $\frac{11}{30}$ (d) $\frac{3}{10}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	**a**	b	c	d
(3)	**a**	b	c	d
(4)	a	**b**	c	d
(5)	a	b	c	**d**
(6)	a	b	**c**	d
(7)	a	**b**	c	d
(8)	a	b	**c**	d
(9)	a	b	c	**d**
(10)	a	b	**c**	d
(11)	**a**	b	c	d
(12)	a	**b**	c	d
(13)	a	b	**c**	d
(14)	a	b	c	**d**

14

لكل بند درجة واحدة فقط