حاول أن تحل (١)

ص ١٩٦

ما عدد الرموز التي يمكن تكوينها من حروف كلمة نـــواف من دون تكرار لأي حرف منها شرط ألا يبدأ الرمز بـ أ

الحـــــل

اكتب قائمة بالإمكانات بشكل مرتب كالتالي

ن و ا ف	ن و ف ا	ن أ و ف	ن أ ف و	ن ف أ و	ن ف و أ
و ن أ ف	و ن ف أ	و أ ن ف	و أ ف ن	و ف أ ن	و ف ن أ
ف ن أ و	ف ن و أ	ف أ ن و	ف أ و ن	ف أ و ن	ف و ن أ

يوجد ٣ × ٦ = ١٨ أمكانية

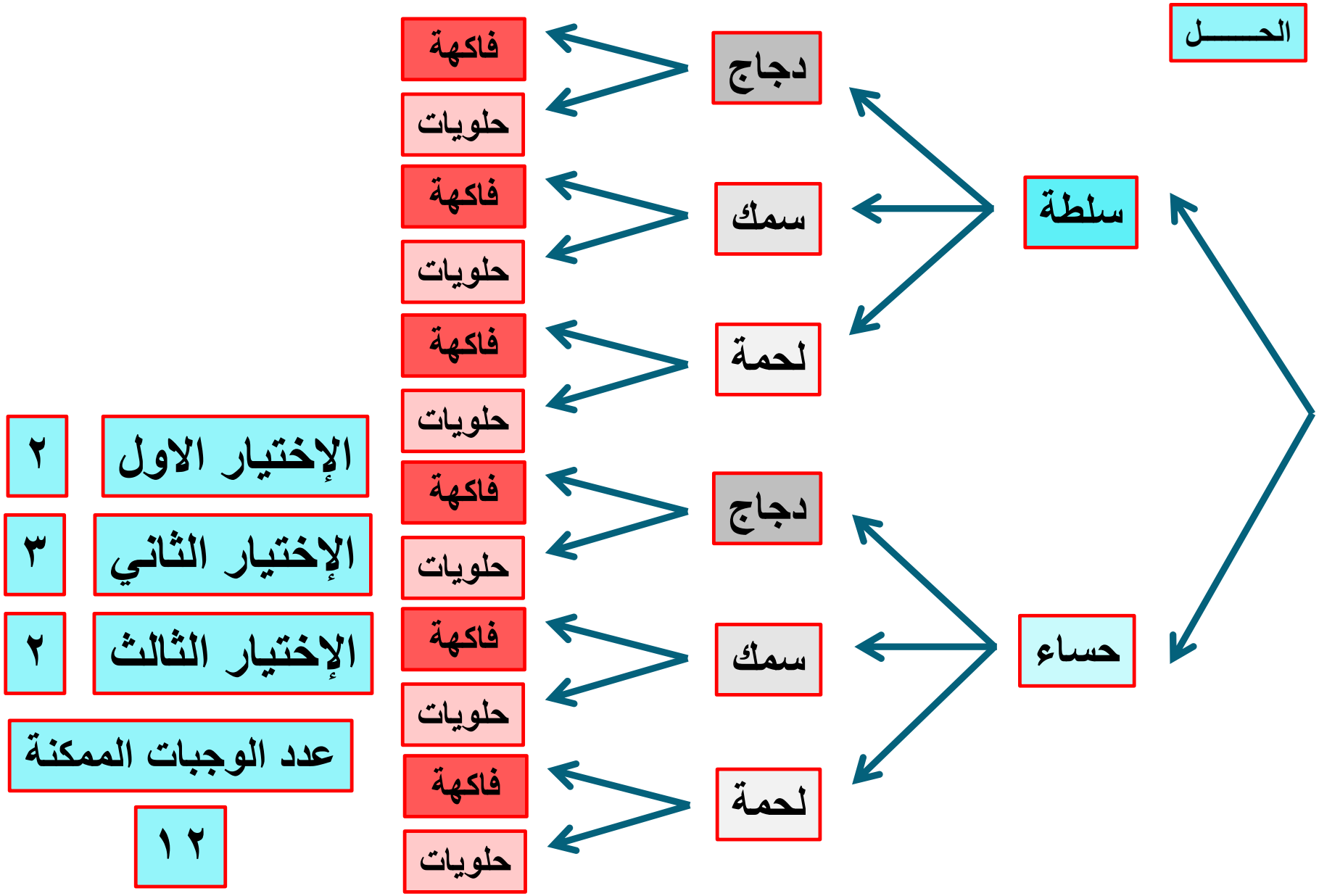
الخانة الاولى	الخانة الثانية	الخانة الثالثة	حاصل الضرب
٣	٣	٢	١٨

حاول أن تحل (٢)

ص ١٩٧

يقدم أحد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من : سلطة أو حساء ، دجاج أو سمك أو لحمة ، حلويات أو فاكهة استخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة

الحـــــل



مثال (٣) ص ١٩٨

تبدأ لوحات السيارات في إحدى المدن بحرفين من الحروف الأبجدية يتبعهما ثلاثة أرقام . كم عدد اللوحات التي يمكن الحصول عليها ؟ إفترض أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات التراخيص

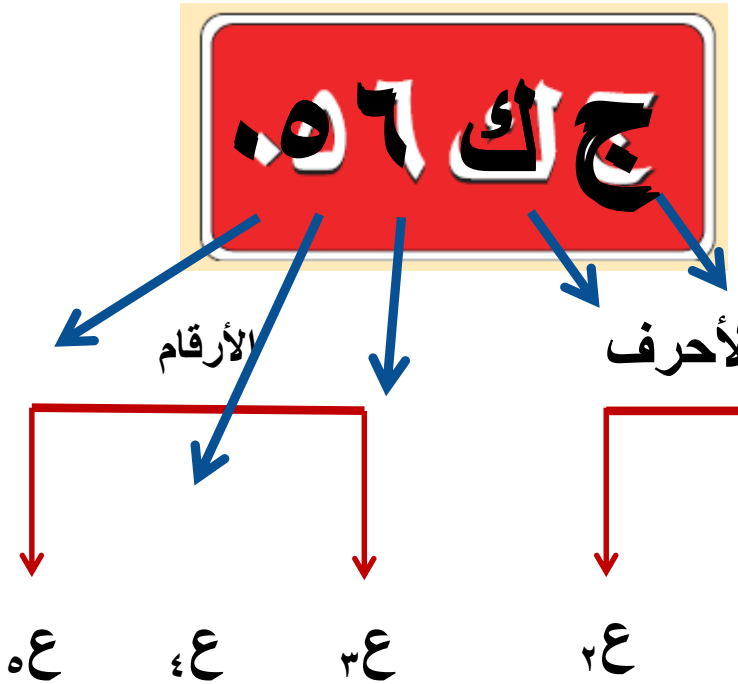
الحـــــل

ع : ختم اللوحة

ع١ : ختم الحرف الأول

ع٢ : ختم الحرف الثاني

ع٢ : ختم الرقم الأول



و هكذا لدينا العمليات

ع١	ع٢	ع٣	ع٤	ع٥
٢٨	٢٧	١٠	٩	٨

عدد الطرق لإستكمال كل عملية

عدد طرق ختم اللوحة = ٢٨ × ٢٧ × ١٠ × ٩ × ٨

= ٥٤٤٣٢٠ طريقة

ص ١٩٩

تذكر مضروب العدد

ن! = ن (ن – ١) (ن – ٢) × .....× ٣×٢×١

فمثلا

٥! = ٥×٤×٣ ×٢×١

٠! = ١

حاول أن تحل (٤)

إشترك ٢٠ جملا في في سباق للهجن ووصلت جميعها إلى خط النهاية في أوقات مختلفة (أي أنه لا يوجد أي تعادل) ما هو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق

الحـــــل

النتائج الممكنة هي

٢٠ ! = ٢٤٣٢٩٠٢٠٠٨٠٠٠٠٠٠٠٠

حاول أن تحل (٥)

ص ١٩٩

في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد ٢٠ عضوا يشكلون مجلس الأمناء يريدون اختيار

رئيسـا ، أمينـا للسـر ، أمينـا للصندوق

حدد كم طريقة يمكن بها الاختيار لهذه المناصب

الحـــــل

إختيار الرئيس : ٢٠ طريقة

أمين السر : ١٩ طريقة

إختيار أمين الصندوق : ١٨ طريقة

عدد الطرق التي يمكن بها إختيار الأشخاص الثلاثة هو:

$$٢٠ \times ١٩ \times ١٨ = ٦٨٤٠$$

حاول أن تحل (٦) ص ٢٠١

أوجـد قيمـة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة

$ل_{٣}^{٥}$ ، $ل_{٤}^{١٠}$ ، $ل_{٤}^{ن}$

(أ) $ل_{٣}^{٥}$ الحـــل يمكن الحل بطريقتين

الطريقة الأولى

$$ل_{٣}^{٥} = \frac{!٥}{!(٣-٥)} = \frac{!٥}{!٢}$$

$$= \frac{!٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥}{!٢}$$

$$= ٣ \times ٤ \times ٥$$

$$= ٦٠$$

الطريقة الثانية

نبدأ بـ ٥

$ل_{٣}^{٥}$ = ٣ × ٤ × ٥ = ٦٠

٣ أعداد

تابع حاول أن تحل (٦) ص ٢٠١

أوجـد قيمـة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة

$ل_{٣}^{٥}$ ، $ل_{٤}^{١٠}$ ، $ل_{٤}^{ن}$

(ب) $ل_{٤}^{١٠}$ الحـــل يمكن الحل بطريقتين

الطريقة الأولى

$$ل_{٤}^{١٠} = \frac{!١٠}{!(٤-١٠)!} = \frac{!١٠}{!٦}$$

$$= \frac{!٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠}{!٦}$$

$$= ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠$$

$$= ٥٠٤٠$$

الطريقة الثانية

نبدأ بـ ١٠

$ل_{٤}^{١٠} = ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧$

٤ أعداد

$$= ٥٠٤٠$$

تابع حاول أن تحل (٦) | ص ٢٠١

أوجـد قيمـة كل تبديل بدون استخدام الآلة الحاسبة بصورة مباشرة

$ل_{٣}^{٥}$ ، $ل_{٤}^{١٠}$ ، $ل_{٤}^{ن}$

(جـ) $ل_{٤}^{ن}$

الحـــل

يمكن الحل بطريقتين

الطريقة الأولى

$$ل_{٤}^{ن} = \frac{ن!}{(ن - ٤)!}$$

$$= \frac{ن(ن-١)(ن-٢)\ldots \times ٣ \times ٢ \times ١}{(ن-٤)(ن-٥)\ldots \times ٣ \times ٢ \times ١}$$

$$= ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)$$

الطريقة الثانية

نبدأ بـ ن

$$ل_{٤}^{ن} = ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)$$

٤ أعداد

١٤/٠٤/٢٠١٦

حاول أن تحل (٨)

ص ٢٠٢

ما عدد اللجان المكونة من شخصين ، والتي يمكن تكوينها من مجموعة أربعة أشخاص؟

الحـــــل

عدد اللجان = $\binom{٤}{٢}$

$= \frac{!٤}{!٢\ !(٤-٢)} = \frac{!٢ \times ٣ \times ٤}{!٢\ !٢} = ٦$

ملاحظة هامة

يمكن إيجاد الناتج من الألة كالتالي

4	SHIFT	÷	2	=

(٩) $ق_{٥}^{١٤}$

الحل

$$\frac{ل_{٥}^{١٤}}{!٥} = \frac{ل_{٥}^{١٤}}{!٥}$$

$$٢٠٠٢ = \frac{١٠\times١١\times١٢\times١٣\times١٤}{١\times٢\times٣\times٤\times٥}$$

(١٠) $ق_{٤٦}^{٤٨}$

الحل

$$= \frac{!٤٨}{!(٤٨-٤٦)!٤٦} = \frac{!٤٨}{!٤٦!٢}$$

$$= \frac{!٤٨}{!٢} \div \frac{٤٨\times٤٧\times٤٦!}{!٤٦} = \frac{٤٨\times٤٧}{١\times٢}$$

$$= ١١٢٨$$

حاول أن تحل (٩)

ص ٢٠٣

إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعبا فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبا من بين لاعبي هذا الفريق (يمكن لأي لاعب لاعب اللعب في كل أي مركز)؟

الحـــــل

عدد الفرق $= \binom{٢٠}{١١}$

$= \frac{!٢٠}{!٥\ !(٢٠ - ١١)} = \frac{!٢٠}{!٥\ !٩} = ١٦٧٩٦٠$

ملاحظة هامة

يمكن إيجاد الناتج من الألة كالتالي

12	SHIFT	÷	5	=

حاول أن تحلل (١٠)

ص ٢٠٣

أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني , ألراد منظمو الزيارة إعداد لوائح للطلاب لإستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالب علما بأن عدد الطلاب هو ٦٠ طالبا , فما عدد اللوائح المختلفة التي يمكن إعدادها لهذه الزيارة ؟

الحـــــل

عدد اللوائح $= \binom{٦٠}{١٥}$

$= \frac{!٦٠}{!١٥\ (٦٠ - ١٥)!} = \frac{!٦٠}{!١٥\ !٤٥}$

$= ٥,٣١٩٤٠٨٩١٩ \times ١٠^{١٣}$

ملاحظة هامة

يمكن إيجاد الناتج من الألة كالتالي

51 | SHIFT | ÷ | 10 | =

حاول أن تحل (١١)

ص ٢٠٤

في ما يلي ، حدد ما إذا كان المثال يبين تبديلا أو توفيقا

(أ) اختبار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة تلاوة القرآن

الحـــــل

(أ) توافيقا

(ب) مراكز المشاركين الثلاثة في مسابقة تلاوة القرآن

الحـــــل

(أ) تباديلا

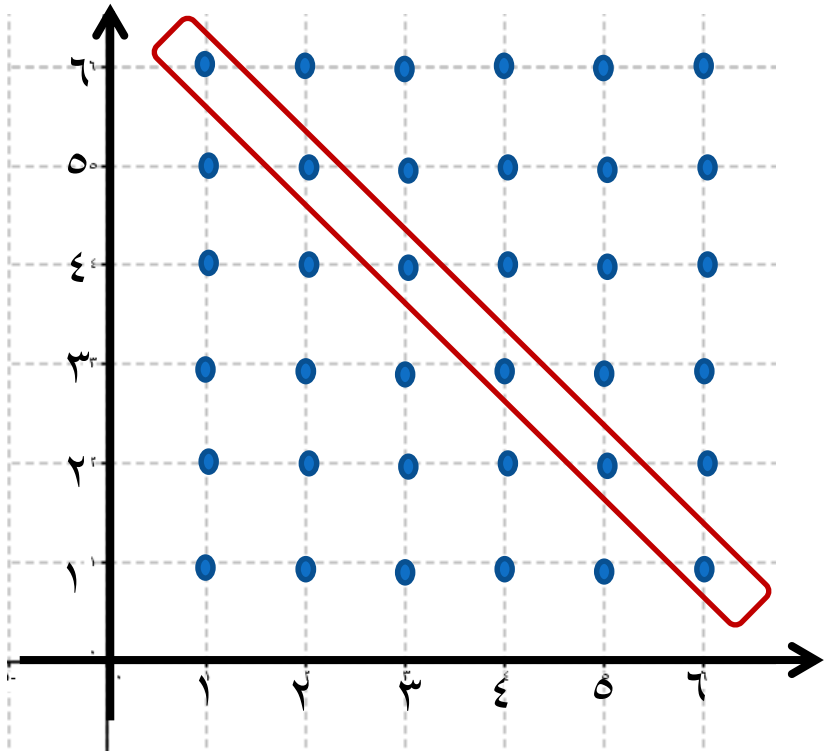
حاول أن تحل (١) ص ٢٠٦

في لعبة « رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين " والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين

في المثال (١)

(أ) ما احتمال الحدث " ب "ظهور عددين مجموعهما يساوي ٧ ؟

الحـــــل



$$ل (ب) = \frac{ن (ب)}{ن (ف)} = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$$

(ب) ما احتمال الحدث " جـ "ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣ ؟

$$ل (جـ) = \frac{ن (جـ)}{ن (ف)} = \frac{٠}{٣٦} = ٠$$

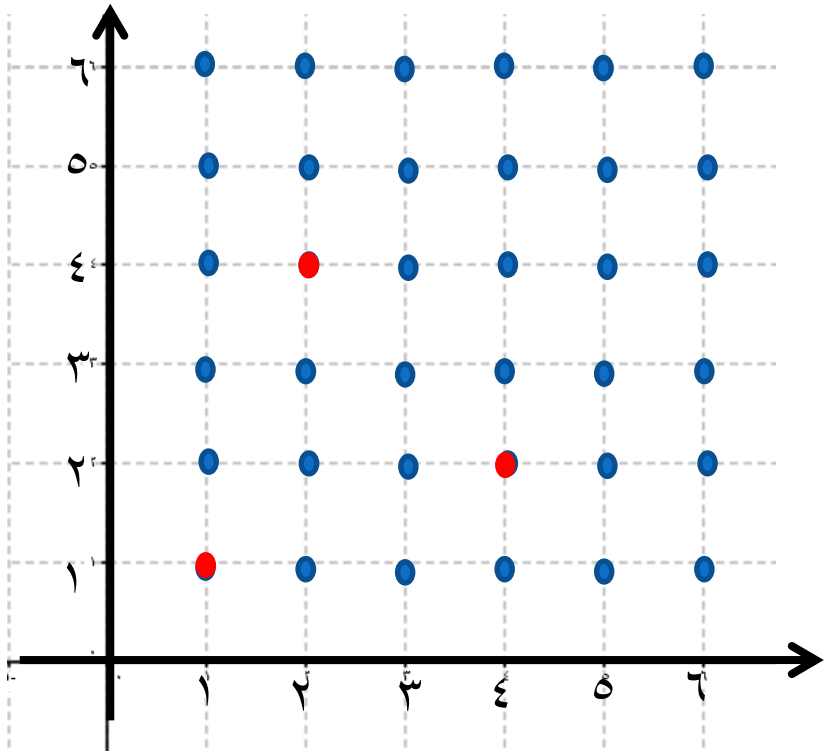
في لعبة « رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين " والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين

تابع حاول أن تحل (١)

ص ٢٠٦

في المثال (١)

(جـ) ما احتمال الحدث " د "ظهور عددين أحدهما مربعا للأخر ؟



الحـــــل

$$ل (د) = \frac{ن (جـ)}{ن (ف)} = \frac{٣}{٣٦} = \frac{١}{١٢}$$

ص ٢٠٥

ولأن أي حدث هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ، فإن عدد النواتج في الحدث ما
يكون دائما أصغر من أو يساوي عدد نواتج فضاء العينة .
لذلك فإن احتمال وقوع حدث ما، هو عدد ينتمي إلى الفترة [٠ ، ١]

خواص الإحتمال لحدث ما

ليكن أ حدث في فضاء عينة ف منته و غير خال فإن :

(١) ٠ ≤ ل (أ) ≤ ١

(٢) إذا كان أ = { } إذا ل (أ) = ٠ و يسمى حدثا مستحيلا

(٣) إذا كان أ = ف إذا ل (أ) = ١ و يسمى حدثا مؤكدا

(٤) مجموع إحتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١

معلومة مفيدة

فضاء العينة في تجربة رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين هو نفسه فضاء العينة في تجربة رمي حجر نرد مرتين متتاليتين

حاول أن تحل (٢)

ص ٢٠٧

في تجربة رمي حجري نرد متمايزين معا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما ،
ب هو " مجموع أصغر من ١٣ "
فما احتمال وقوع الحدث ب ؟

الحل

عدد النواتج الممكنة = ٣٦

أكبر مجموع في الرميتين = ١٢ مجموع في الرميتين أصغر من ١٣

كل عددين مجموعهما في أصغر من ١٣ الحدث ب حدث مؤكد

$$ل_{١٨}(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{٣٦}{٣٦} = ١$$

حاول أن تحل (٣)

ص ٢٠٧

في المثال السابق ما احتمال اختيار قطعتي حلوى عشوائيا ليستا بالشوكولاتة؟

اشترى ناصر علبة حلوى تحتوي على ١٢ قطعة بينها ٤ قطع بالشوكولاتة ، يريد ناصر أخذ قطعتين من العلبة معا عشوائيا فما احتمال أن يختار قطعتين بالشوكولاتة ؟

الحل

التجربة إختيار قطعتي حلوى من بين ١٢ قطعة دون الإعتماد على الترتيب

عدد نواتج التجربة ن (ب) = $\binom{١٢}{٢}$ = $\frac{ل_{٢}^{١٢}}{!٢}$ = $\frac{١٢ \times ١١}{٢ \times ١}$ = ٦٦

الحدث أ : إختيار قطعتين ليس بالشكولاته , دون إعتماد الترتيب .

عدد نواتج التجربة ن (أ) = $\binom{٨}{٢}$ = $\frac{ل_{٢}^{٨}}{!٢}$ = $\frac{٨ \times ٧}{٢ \times ١}$ = ٢٨

ل (أ) = $\frac{ن (أ)}{ن (ف)}$ = $\frac{٢٨}{٦٦}$ = $\frac{١٤}{٣٣}$

حاول أن تحل (٥)

ص ٢٠٩

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان
ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦
أوجد كلا من :

(١) ل (أ ∩ ب)

(٢) ل ($\overline{ب}$)

الحل

(١) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل (أ ∩ ب)

٠,٦ = ٠,٣ + ٠,٥ - ل(أ ∩ ب)

ل(أ ∩ ب) = ٠,٢

2) ل ($\overline{ب}$) = ١ – ل (ب)

= ١ – ٠,٥ = ٠,٥

حاول أن تحل (٦)

ص ٢١٠

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل(أ) = ٠,٥ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

اوجد احتمال عدم وقوع الحدث أ أو الحدث ب

الحل

احتمال عدم وقوع الحدث أ أو الحدث ب = ل ($\overline{أ \cup ب}$)

ل(أ ∪ ب) = ل (أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب)

= ٠,٥ + ٠,٦ - ٠,٢

= ٠,٩

ل ($\overline{أ \cup ب}$) = ١ - ل(أ ∪ ب)

= ١ - ٠,٩ = ٠,١

حاول أن (٨)

ص ٢١٢

في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات وملاحظة الوجه العلوي
ما احتمال ان يكون الناتج (ص ، ك ، ص) ؟

الحل

ر : «الرمية الاولى ص » ر = { ص } ل (ر) = ٠,٥

م : «الرمية الثانية ك » م = { ك } ل (م) = ٠,٥

ن : «الرمية الثالثة ص » ن = { ص } ل (ن) = ٠,٥

الأحداث مستقلة إذن

ل (ر ∩ م ∩ ن) = ل (ر) × ل (م) × ل (ن)

= ٠,٥ × ٠,٥ × ٠,٥ = ٠,١٢٥

حل أخر

ن (ف) = ٣٢ = ٨

الحدث أ = {(ص ، ك ، ص)}

ن (أ) = ١

ل (أ) = ٠,١٢٥

السحب بدون إرجاع
أحداث غير مستقلة

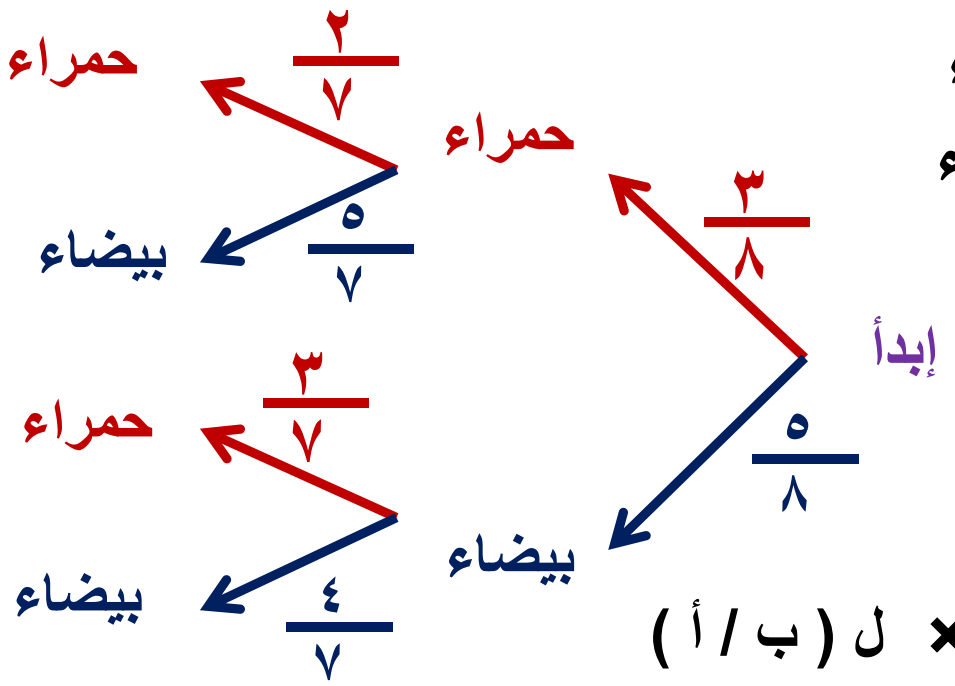
(١٦) علبة تحتوي على ٣ كرات حمراء اللون و٥ كرات بيضاء اللون. سحب سالم كرة، من دون إعادتها إلى العلبة ثمّ سحب كرة ثانية من العلبة. ليكن الحدث أ: «الكرة الأولى حمراء»، الحدث ب: «الكرة الثانية بيضاء».

١. احسب: (أ) ل (أ). (ب) ل (ب/ أ). (جـ) ل (أ ∩ ب)

الحـــــل

أ الكرة الأولى حمراء

ب الكرة الأولى بيضاء



$$ل(أ) = \frac{٣}{٨}$$

$$ل(ب/أ) = \frac{٥}{٧}$$

$$ل(أ \cap ب) = ل(أ) \times ل(ب/أ)$$

$$= \frac{٣}{٨} \times \frac{٥}{٧} = \frac{١٥}{٥٦}$$

حاول أن تحل (١٠)

ص ٢١٥

في تجربة عشوائية ،

إذا كان ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب / أ) = ٠,٢

أوجد ل (أ ∩ ب)

الحل

ل (أ ∩ ب) = ل (أ) × ل (ب / أ)

ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ × ٠,٢ = ٠,٠٦

حاول أن تحل (١١)

ص ٢١٥

في تجربة القاء حجر نرد منتظم إذا كان الحدث
ب «الحصول على عدد زوجي » ، والحدث أ «الحصول على عدد أولى»
احسب ل (ب / أ)

الحل

ب = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ }

$ل(أ) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٦}$

$ل(ب / أ) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} = \frac{١}{٦} \div \frac{١}{٢} = \frac{١}{٣}$

(١٧) ليكن ل (أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٧ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨ . احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب) (ب) ل(أ/ ب). (جـ) ل(ب/ أ)

الحـــــل

(أ) ل (أ ∩ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∪ ب)

ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ + ٠,٧ + ٠,٨

ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

(ب) ل(أ / ب) = $\frac{\text{ل (أ ∩ ب)}}{\text{ل (ب)}}$ = $\frac{٠,٢}{٠,٧}$ = $\frac{٢}{٧}$

(جـ) ل(ب / أ) = $\frac{\text{ل (أ ∩ ب)}}{\text{ل (أ)}}$ = $\frac{٠,٢}{٠,٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

(١٨) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٥ , ٠، ل(ب) = ٥ , ٠.

احسب: ل(ب/ أ).

الحـــــل

أ , ب حدثان مستقلان

$$ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب)$$

$$ل(أ \cap ب) = ٠,٥ \times ٠,٥ = ٠,٢٥$$

$$ل(ب / أ) = \frac{ل(أ \cap ب)}{ل(أ)} = \frac{٠,٢٥}{٠,٥} = ٠,٥$$