وزارة التربية
مكتب الوكيل المساعد للتعليم العام

نموذج الإجابة

www.kwedufiles.com.

الفترة الدراسية الثانية

العام الدراسي : 2017 / 2018 م

Scanned with CamScanner

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول : (8 درجات)

(a) أوجد $\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3}\,dx$

الحل :

بفرض $u = \sqrt{x} + 2$ 1

$\therefore du = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx \rightarrow 2du = \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ 1 + 1

$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3}dx = \int \frac{5}{u^3}(2du)$ 1

$= \int \frac{10du}{u^3}$ $\frac{1}{2}$

$= 10\int u^{-3}du$ $\frac{1}{2}$

$= -5\,u^{-2} + C$ 1 + 1

$= \frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C$ 1

الطبعة السرية ديوان عام الوزارة
التربية
2017-2018
الدراسية ثانية نسخة التوجيه
www.kwedufiles.com.

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال.

Scanned with CamScanner

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 9$ ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات بوضع:

$f(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $\quad \therefore \; x^2 - 9 = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\quad (x-3)(x+3) = 0$

$x = 3 \quad$ أو $\quad x = -3$

$\therefore$ مساحة المنطقة المحصورة

$\frac{1}{2}$ $\quad A = \left| \int_{-3}^{3} f(x)dx \right|$

$\frac{1}{2}$ $\quad = \left| \int_{-3}^{3} (x^2 - 9)dx \right|$

1 + 1 $\quad = \left| \left[\left(\frac{x^3}{3} - 9x \right) \right]_{-3}^{3} \right|$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\quad = \left| \left[\left(\frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left(\frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$

$\frac{1}{2}$ $\quad = 36$ (وحدة مربعة)

www.kwedufiles.com.

Scanned with CamScanner

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد $\int x^3\sqrt{x^2-2}\ dx$

(6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$	بفرض $u = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = u + 2$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\therefore\ du = 2x\,dx \rightarrow xdx = \frac{1}{2}du$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \int x^3\sqrt{x^2-2}\ dx = \int \sqrt{x^2-2}\,(x^2)\,(xdx)$
$\frac{1}{2}$	$= \int \sqrt{u}\,(u+2)\,(\frac{1}{2}du)$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}\,(u+2)du$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}\int \left(u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}}\right)du$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\,u^{\frac{5}{2}} + 2 \times \frac{2}{3}\,u^{\frac{3}{2}}\right) + C$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{5}\,u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}\,u^{\frac{3}{2}} + C$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{5}\,(x^2-2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}\,(x^2-2)^{\frac{3}{2}} + C$

وزارة التربية 2017-2018 www.kwedufiles.com.

Scanned with CamScanner

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \quad \text{في} \quad [3,8]$$

الحل :

1 $$f'(x) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\, x^{\frac{1}{2}}$$

$\frac{1}{2}$ $$f'(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

1 $$L = \int_3^8 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

1 $$= \int_3^8 \sqrt{1 + x}\, dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int_3^8 (1 + x)^{\frac{1}{2}}\, dx$$

1 $$= \left[\frac{2}{3}(1 + x)^{\frac{3}{2}}\right]_3^8$$

1 + 1 $$= \left[\frac{2}{3}(9)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}}\right]$$

1 $$\therefore L = \frac{38}{3} \left(\text{وحدة طول}\right)$$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2017-2018 الفترة الرئيسية الثانية نسخة المدرس

www.kweduﬁles.com.

Scanned with CamScanner

14

(8 درجات)

السؤال الثالث:

(a) أوجد : $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx$

الحل :

$\frac{1}{2}$ حلل المقام : $x^2 + 5x + 4 = (x+4)(x+1)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4} = \frac{A_1}{x+4} + \frac{A_2}{x+1}$$

1 اضرب طرفي المعادلة في $(x+4)(x+1)$ وبسّط

$$4x + 1 = A_1(x+1) + A_2(x+4)$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ عوض عن x بـ -4 :

$$4(-4) + 1 = A_1(-4+1) + A_2(-4+4) \rightarrow A_1 = 5$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ عوض عن x بـ -1 :

$$4(-1) + 1 = A_1(-1+1) + A_2(-1+4) \rightarrow A_2 = -1$$

$\frac{1}{2}$
$$\frac{4x+1}{x^2+5x+4} = \frac{5}{x+4} + \frac{-1}{x+1}$$

www.kwedufiles.com.

$\frac{1}{2}$
$$\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx = \int \left(\frac{5}{x+4} + \frac{-1}{x+1}\right) dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$$= \int \left(\frac{5}{x+4}\right) dx - \int \left(\frac{1}{x+1}\right) dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$$\therefore \int \frac{4x+1}{x^2+5x+4}\,dx = 5[ln|x+4|] - [ln|x+1|] + C$$

Scanned with CamScanner

تابع السؤال الثالث: **(6 درجات)**

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $B(1,4)$, $A(-1,4)$ ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

الحل :

∵ منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين $B(1,4)$, $A(-1,4)$ ورأسه نقطة الأصل

1 ∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = 4Py$

بالتعويض عن (x,y) بإحداثيات النقطة B نحصل على :

1 $(1)^2 = 4P(4)$

$1 = 16P$

1 $P = \frac{1}{16}$

www.kwedufiles.com.

1 ∴ معادلة القطع المكافئ هي : $x^2 = \frac{1}{4}\, y$

1 البؤرة : $F(0,P) = F(0,\frac{1}{16})$

$\frac{1}{2}$ معادلة الدليل : $y = -P$

$\frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{16}$

Scanned with CamScanner

14

السؤال الرابع:

(8 درجات)

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

a) اثبت أن f هي دالة كثافة احتمال

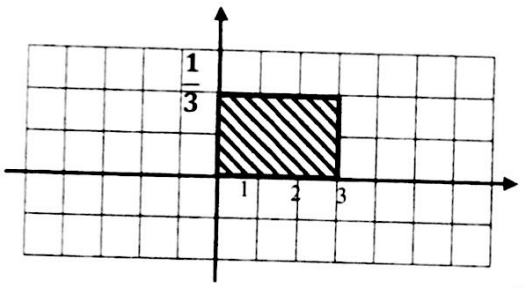
b) اثبت أن f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

c) أوجد التوقع و التباين للدالة f

الطبعة المصرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الثانية نسخة التجريبية

الحل :

نرسم بيان الدلة f :



1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

$= 3 \times \frac{1}{3} = 1$

www.kwedufiles.com.

∴ الدالة f هي دالة كثافة احتمال

2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \le x \le b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$\because a = 0 \ , b = 3 \rightarrow b - a = 3$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \le x \le 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

∴ الدالة f هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

3) التوقع : $\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$

التباين : $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4}$

Scanned with CamScanner

تابع السؤال الرابع: (6 درجات)

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\ ,\ y)$ هو : $2x + 5$ فأوجد معادلة منحنى الدالة f إذا كان يمر بالنقطة $P\ (-2\ ,\ 3)$

الحل :

ميل العمودي $= \dfrac{-1}{f'(x)}$ حيث $f'(x) \neq 0$

$\therefore f'(x) = \dfrac{-1}{2x+5}$ — 1

$f(x) = \int f'(x)\ dx$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore f(x) = \int \dfrac{-1}{2x+5}\ dx$ — $\frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{-1}{2} ln|2x + 5| + C$ — 1 + 1

www.kwedufiles.com.

لتعيين الثابت **C** نعوض بالنقطة $P(-2\ ,\ 3)$ في المعادلة السابقة فنحصل على :

$3 = \dfrac{-1}{2} ln|1| + C$ — $\frac{1}{2}$

$C = 3$ — $\frac{1}{2}$

∴ معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$f(x) = \dfrac{-1}{2} ln|2x + 5| + 3$ — 1

Scanned with CamScanner

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) إذا كانت : $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$, $f(2) = 1$ فإن : $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

---

(2) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون : $P(X > a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود (3 -10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(3) إذا كان : $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن :

a) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 +$ b) $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$ d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

www.kwedufiles.com.

---

(4) $\int (\frac{x^2-4x+4}{x-2} + 2)^2 \, dx =$

a) $2x + c$ b) $x^2 + c$

c) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$ d) $\frac{1}{3}x^3 + c$

---

(5) إذا كانت : $y = ln\left(\frac{10}{x}\right)$, فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي

a) $-\frac{10}{x}$ b) $\frac{10}{x}$ c) $\frac{1}{x}$ d) $-\frac{1}{x}$

Scanned with CamScanner

(6) إذا كان $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 4 \quad , \int_{3}^{-1} g(x)dx = 2$

فإن $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3\,g\,(x) + 1\,)dx$ يساوي :

$a)\ 6 \qquad b)\ 18 \qquad c\,)\,12 \qquad d) - 6$

---

(7) $\int \frac{csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + cotx}}\,dx \;=$

$a)\ \frac{3}{2}(2 + cotx)^{\frac{2}{3}} + c \qquad b)\ -\frac{3}{2}(2 + cotx)^{\frac{2}{3}} + c$

$c)\ -2\sqrt{2 + cotx} + c \qquad d)\ \frac{4}{3}(2 + cotx)^{\frac{4}{3}} + c$

---

(8) المسافة بين نقطة الأصل وأحد بؤرتي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته :

$\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1$

$a)\ 9\ units \qquad b)\ 2\ units \qquad c)\ 4.5\ units \qquad d)\ 16.25\ units$

www.kwedufiles.com

---

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنيي $y = \frac{1}{2}x \quad , \quad y = \sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

$a)\ \frac{64\pi}{15} \qquad b)\ \frac{32\pi}{15} \qquad c)\ \frac{64\pi}{5} \qquad d)\ \frac{8\pi}{3}$

---

(10) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ هما :

$a)\ y = \pm 2x \qquad b)\ y = \pm \frac{1}{2}x \qquad c)\ y = \pm 4x \qquad d)\ y = \pm \frac{1}{4}x$

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)		(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)		(b)	(c)	(d)
(7)	(a)		(c)	(d)
(8)	(a)	(b)		(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)

www.kwedufiles.com.

الدر ..... × 1.5 = ...

المملكة العربية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2017-2018 الفترة الدراسية الثانية نسخة التوجيه

14

الدرجة: .....

Scanned with CamScanner