وزارة التربية	نموذج اجابة امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول	المجال الدراسي : الرياضيات

الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية	للصف الثاني عشر علمي	الزمن : ساعتان و45 دقيقة

العام الدراسي 2018- 2019م

القسم الاول : الأسئلة المقالية :

أجب عن الاسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها : -

السؤال الاول :-

7 درجات

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

الحل :

عند التعويض $x = 2$ في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

نضرب البسط والمقام في مرافق البسط

$$\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\times\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{2X-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1\,)}=\frac{2(\,X-2\,)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1\,)}=\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

تحقق ان نهاية ما تحت الجذر اكبر من 0	$\lim_{x\to 2}(\,2X-3)=1 \quad : 1\ >0$

$$=\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}\right)=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2X-3)}=\sqrt{1}=1=$$

تحقق ان نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}1=1+1=2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}+1}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}=\frac{\lim_{x\to 2}2}{\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)}=\frac{2}{2}=1$$

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f حيث

7 درجات

$$f(X) = \frac{5X-7}{x^2-2}$$

عند النقطة A (1 , 2)

الحل :

$$\bar{f}(x) = \frac{(x^2-2)(5x-7)^/-(x^2-2)^/(5x-7)}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{(x^2-2)(5)-(2x)(5x-7)}{(x^2-2)^2} = \frac{5x^2-10-10x^2+14x}{(x^2-2)^2} = \frac{-5x^2+14x-10}{(x^2-2)^2}$$

$$\bar{f}(1) = \frac{-5+14-10}{(1-2)^2} = -1$$

ميل المماس = $\bar{f}(1) = -1$

معادلة خط المماس $Y - f(a) = \bar{f}(a).(x-a)$

$Y - f(1) = \bar{f}(1).(x-a)$

$Y - 2 = (-1).(x-1)$

$Y - 2 = 1 - x \Rightarrow Y = -x + 3$

السؤال الثاني : -

7 درجات

(a) ادرس اتصال f على الفترة [1 , 3] حيث

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : X = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < X < 3 \\ 5 & : X = 3 \end{cases}$$

الحل :

$f(x) = x^2 - 3 \quad : \quad X \in (1,3)$

$\forall\, C \in (1,3)$ و $f(c) = c^2 - 3$

$\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} (x^2 - 3) = c^2 - 3$

$\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c) \quad \forall\, X \in (1,3)$

1 ⟶ ∴ f *متصلة على* (1 , 3)

ندرس اتصال الدالة f عند $x = 1$ من اليمين

$F(1) = -2$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x^2 - 3) = 1-3 = -2 = f(1)$

2 ⟶ ∴ الدالة متصلة عند $x = 1$ *من اليمين*

ندرس اتصال الدالة عند $x = 3$ من اليسار

$f(3) = 5$

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} (x^2 - 3) = 9 - 3 = 6 \neq f(3)$

3 ⟶ ∴ *الدالة غير متصلة عند* x = 3 من اليسار

من 1 ، 2 ، 3 ∴ f ليست متصلة على [1 , 3]

ولكنها متصلة على [1 , 3)

(b) تعطى الدالة : $V(h) = 2\pi \left(-h^3 + 36h \right)$ حجم الإسطوانة بدلالة ارتفاعها h

أوجد الارتفاع h (cm) للحصول على أكبر حجم للإسطوانة .

الحل :

$$\frac{dv}{dh} = 2\pi \left(-3h^2 + 36 \right) = -6\pi \left(h^2 - 12 \right)$$

$$\frac{dv}{dh} = 0 \rightarrow h^2 - 12 = 0 \quad \rightarrow h = \pm \sqrt{12}$$

$h = \sqrt{12}$ و $h = -\sqrt{12}$ مرفوض

∴ القيمة الحرجة $h = \sqrt{12}$

وللتأكد من ان هذه القيمة تعطي اكبر حجم نوجد المشتقة الثانية

$$\frac{d^2v}{dh^2} = -6\pi \left(2h \right)$$

$$\left.\frac{d^2v}{dh^2}\right|_{h=\sqrt{12}} = -6\pi \left(2\sqrt{12} \right) < 0$$

∴ يوجد قيمة عظمى عند $h = \sqrt{12}$

$$\therefore V(\sqrt{12}) = 2\pi \left(-(\sqrt{12})^3 + 36\sqrt{12} \right)$$

$$= 522.37 \quad cm^3$$

السؤال الثالث : -

14 درجة

(a) أوجد :

7 درجات

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{cosx-1}$$

الحل :

بضرب البسط والمقام $(cosx+1\,)$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{cosx-1}\times\frac{cosx+1}{cosx+1}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x\,(cosx+1\,)}{cos^2x-1}=\;\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x\,(cosx+1\,)}{-sin^2x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\,(cosx+1\,)}{-\sin x}=\;\lim_{x\to 0}\frac{-x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}(cosx+1\,)$$

$$= -\;\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\left(\lim_{x\to 0}\cos x+\lim_{x\to 0}1\right)$$

$= -1(1+1)= -2$

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2X^3 - 6X + 1$ ثم ارسم بيانها

f دالة كثيرة حدود مجالها R

$$\lim_{x\to-\infty} f(X) = \lim_{x\to-\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(X) = \lim_{x\to\infty} (2x^3) = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f $\bar{f}(x) = 6x^2 - 6 = 6(x^2 - 1) = 6(x-1)(x+1)$

نضع $\bar{f}(x) = 0 \to 6(x-1)(x+1) = 0$

$X = 1 \ , \ x = -1$

$F(1) = 2 - 6 + 1 = -3 \ , \ F(-1) = -2 + 6 + 1 = 5$

∴ (1 , - 3) , (-1 , 5) نقطتان حرجتان

نكون جدول لدراسة اشارة $\bar{f}$

الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
اشارة $\bar{f}$	+	-	-
سلوك f	↗	↘	↗

الدالة متزايدة على كل من $(1, \infty)$, $(-\infty, -1)$

ومتناقصة على $(-1, 1)$

نكون جدول لدراسة $\bar{\bar{f}}(x)$

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
اشارة $\bar{\bar{f}}$	-	+
سلوك f	∩	∪

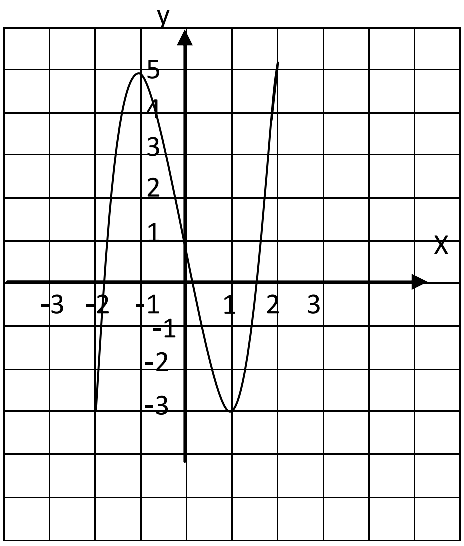
$\bar{\bar{f}}(x) = 12x$

نضع $\bar{\bar{f}}(x) = 0$

$12x = 0 \to X = 0$

منحنى الدالة مقعر لاسفل على الفترة $(-\infty, 0)$

منحنى الدالة مقعر لاعلى على الفترة $(0, \infty)$



x	-2	-1	0	1	2
F (x)	-3	5	1	-3	5

السؤال الرابع : -

7 درجات

a) لتكن الداله f حيث

$$f(x) = \begin{cases} X^2 + 1 & : X < 1 \\ 2\sqrt{X} & : X \geq 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها

أوجد $f(X)$ ان امكن

الحل :

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = R$$

$$\bar{f}(X) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{نبحث} & x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f_-(1) = \lim_{x\to 1} \frac{F(x)-F(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2+1-2}{x-1} =$$

1

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x+1) = 2 \rightarrow$$

$$f_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow$$ 2

$$\therefore \bar{f}_+(1) \neq \bar{f}_-(1)$$

∴ الدالة غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

∴ $\bar{f}(1)$ غير موجودة

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$

وانحرافها المعياري $S = 9$ ، باستخدام مستوى ثقة 95 %

7 درجات

1- أوجد هامش الخطأ

2- أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

3- فسر فترة الثقة

الحل :

حجم العينة $n = 81 > 30$ ، المتوسط الحسابي $\bar{x} = 50$

مستوى الثقة 95% $\therefore Z_{\frac{\sigma}{2}} = 1.96$

$$E = Z_{\frac{\sigma}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$E = 1.96 \cdot \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

هامش الخطأ = 1.96

فترة الثقة هي $(\bar{x} - E , \bar{x} + E) = (50 - 1.96 , 50 + 1.96) = (48.04 , 51.96)$

تفسير فترة الثقة

عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (n = 81) وحساب حدود فترة الثقة

لكل عينة فاننا نتوقع ان 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ

القسم الثاني :   الاسئلة الموضوعية

أولا : - في البنود (1- 2) ظلل في جدول الاجابة (a) اذا كانت العبارة صحيحة (b) اذا كانت العبارة خاطئة

1 - اذا كانت F دالة متصلة على $[-2\,,3]$ فان f (-2) = $\lim_{x\to 2+} f(x)$

2 - الدالة $F\,(X) = X\,|X|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall\, X \in R$

ثانيا : - في البنود (3- 10) لكل بند اربع اختيارات واحد منها صحيح اختر الاجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الاجابة الرمز الدال على الاجابة الصحيحة

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2 - x + 3}}$$

(a) - 1   (b) $\frac{-1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

---

4 - اذا كانت

$$\lim_{x\to\infty} \frac{ax^2 + b\,x + 3}{2x+5} = 3$$

فان قيمة الثابتين a , b هي

(a) a = 0 , b = 6   (b) a = 0 و b = - 6

(c) a = 0 و b = 2   (d) a = 0 و b = - 2

---

5 - ميل الناظم لمنحنى الدالة $x^2 - y^2 - 2\,x\,y = -7$

عند A (3 , 2) يساوي

(a) 5   (b) - 5   (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{-1}{5}$

---

6 - في دراسة لمجتمع احصائي تبين ان متوسطه الحسابي $\mu = 125$ ، اخذت عينة من هذا المجتمع حجمها n = 36 فتبين ان متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$ اذا كان المقياس الاحصائي Z = 3. 125

فان الانحراف المعياري σ هو

(a) - 9.6   (b) 9.6   (c) 6.9   (d) - 6.9

7 - عدد النقاط الحرجة للدالة $Y = 3x^2 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

---

8 -

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{3}{x-2}\right)^5$$

(a) 0 (b) 2 (c) ∞ (d) $-\infty$

---

9 – أي من الدوال الآتية ليس لها نقطة انعطاف

(a) $f(X) = X^3 + 5X$

(b) $f(X) = (X-2)^4$

(c) $f(X) = X^3$

(d) $f(X) = 4x^2 - 2X^4$

---

10 - للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسيا معادلته

(a) $Y = 0$ (b) $X = 0$ (c) $X = 1$ (d) $Y = 1$

الاسئلة الموضوعية

14 درجة

1	a	b
2	a	b

3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d