الصف العاشر الفصل الدراسي الثاني حل كراسة التمارين
الرياضيات ٢٠١٢/٢٠١٣

تمرّن ٦-١

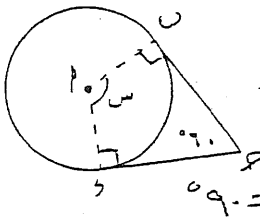
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

مماس الدائرة
Tangent of The Circle

المجموعة الأولى: أتمارين أتماسه

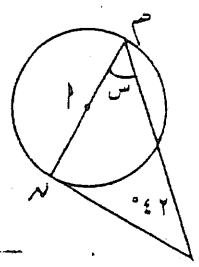
في التمرينين (١ – ٢)، القطع المستقيمة تمس الدوائر، أ مركز كل دائرة. أوجد قيمة س.

(١)



∵ هـ ب مماس
، أ ب نصف قطر
∴ ق(أ ب هـ) = ٩٠°
وبالمثل ق(أ د هـ) = ٩٠°
∴ ق(ب أ د) = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٦٠) = ١٢٠°
∴ س = ١٢٠

(٢)

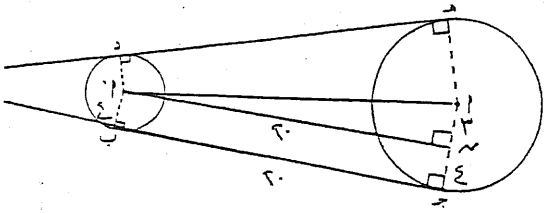


∵ ل ن مماس
، م ن نصف قطر
∴ ق(أ ن م) = ٩٠°
∴ س = ٩٠ − ٤٢°
= ٤٨°

WWW.KweduFiles.Com

(٣) يلتف حزام حول الدائرتين كما في الشكل.

أثبت أن ب ج = د هـ.



العمل: نرسم أ هـ ، أ ج حيث يقطعان في م

البرهان: أ هـ ، أ ج قطعتان مماستان للدائرة التي مركزها م ∴ أ ج = أ هـ ← (١)

، م ج ، م هـ " " " " مركزها أ ∴ م ج = م هـ ← (٢)

بطرح (٢) من (١) ∴ ب ج = د هـ

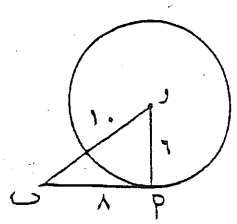
(٤) في التمرين (٣)، أوجد أ أ إذا كان أ ج = ٧ سم، أ ب = ٤ سم، ب ج = ٢٠ سم.

ترسم أ م ⊥ م هـ ، ق(م أ هـ) = ٩٠° ، في Δ م أ هـ

أ م = √(أ أ² − م هـ²) = √(٢٠² − ٣²) = √٣٩١ سم

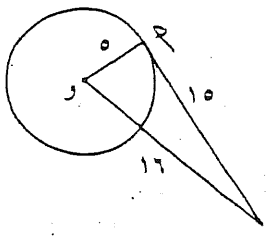
في التمرينين (٥ – ٦)، حدد ما إذا كان المستقيم مماسًا للدائرة التي مركزها و.

(٥)



(م و)² + (م ب)²
= ٦² + ٨² = ١٠٠
(و ب)² = ١٠² = ١٠٠
∴ ق(م) = ٩٠°
∴ المستقيم مماس للدائرة

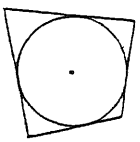
(٦)



(م و)² + (م ب)²
= ١٥² + ١٢² = ٣٦٥
(و ب)² = ١٦² = ٢٥٦
∴ ق(م) ≠ ٩٠°
∴ المستقيم ليس مماس للدائرة

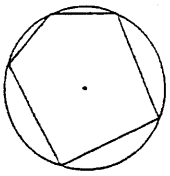
في التمرينين (٧—٨)، حدد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمضلع (داخلة) أو محيطة بمضلع (خارجة).

(٧)



داخلة

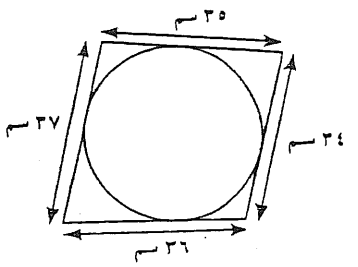
(٨)



خارجة

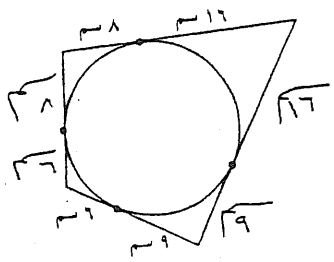
في التمرينين (٩—١٠)، يحيط كل مضلع بدائرة. أوجد محيط المضلع.

(٩)



محيط المضلع = ٣٦ + ٣٥ + ٢٧ + ٢٤ = ١٢٤ سم

(١٠)

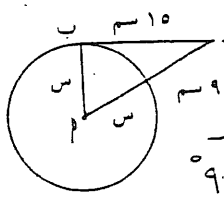


محيط المضلع
= ٩ + ٩ + ٦ + ٦
+ ٨ + ٨ + ١٦ + ١٦
= ٧٨ سم

WWW.KweduFiles.Com

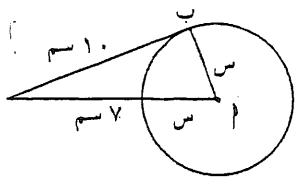
في التمرينين (١١—١٢)، ب جـ مماس للدائرة. أوجد قيمة س (مقربًا إجابتك لأقرب جزء من عشرة).

(١١)



∵ جـ ب مماس ، م ب نصف قطر
∴ ق(م ب جـ) = ٩٠°
∴ (س + ٩)² = س² + ١٥²
∴ س = ٨ سم

(١٢)

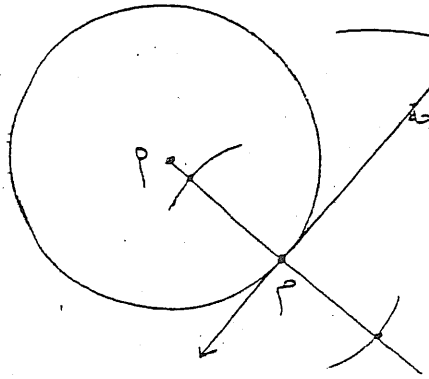


∵ جـ ب مماس ، أ ب نصف قطر
∴ ق(أ ب جـ) = ٩٠°
∴ (س + ٧)² = س² + ١٠²
∴ س = ٦ و ٣ سم

(١٣) يحيط شكل سداسي منتظم بدائرة طول قطرها ١٠ سم فإن محيط المضلع هو حوالى:

(أ) ٣٠ سم (ب) ٣٤,٦ سم (جـ) ٤٣,٣ سم (د) ٥١,٧ سم

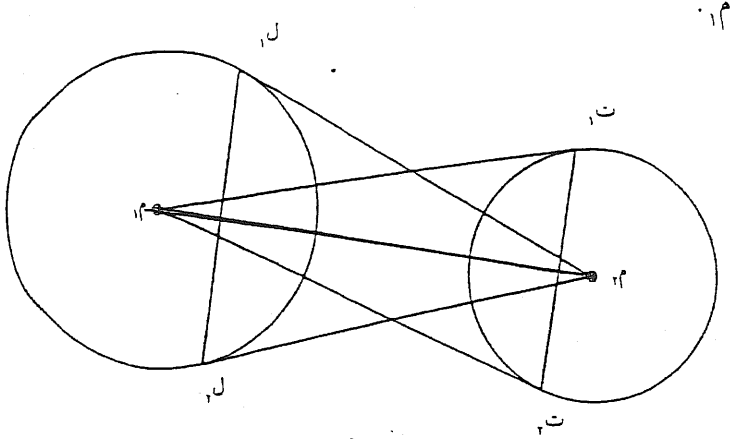
(١٤) الإنشاءات: ارسم دائرة مركزها أ، ضع نقطة م على الدائرة.
أنشئ مماسًا على الدائرة في م مستخدمًا الفرجار ومسطرة غير مدرجة



(١٥) التحدي: يبيّن الشكل دائرتين مركزيهما م١، م٢. $\overline{م_١ت_١}$، $\overline{م_٢ت_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها م٢.

$\overline{م_٢ل_١}$، $\overline{م_٢ل_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها م١.

أثبت أن $\overline{ت_١ت_٢} \parallel \overline{ل_١ل_٢}$.



∵ $\overline{م_١ت_١}$ ⊥ $\overline{ت_١ت_٢}$ مماس للدائرة م٢

∴ $\overline{م_١م_٢}$ ⊥ $\overline{ت_١ت_٢}$ ①

وبالمثل $\overline{م_١م_٢}$ ⊥ $\overline{ل_١ل_٢}$ ②

من ①، ② ∴ $\overline{ت_١ت_٢} \parallel \overline{ل_١ل_٢}$

(١٦) التحدي: ب د تمس الدائرة التي مركزها م. $\overline{ب ك}$ مماس، $\overline{م د}$ نصف قطر

ب د = ١٥ سم، ب م = ١٧ سم. ∴ ق(∠ك د م) = ٩٠°

(أ) أوجد طول نصف قطر الدائرة. ∴ نق = $\sqrt{١٧^٢ - ١٥^٢}$ = ٨

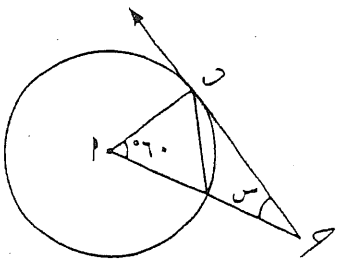
(ب) أوجد مساحة المثلث ب ك د. = $\frac{١}{٢}$ × ك د × ب د

= $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٢٠}{١٧}$ × ١٥ × ٨ = ٨٨٫٢٤

www.KweduFiles.Com

المجموعة ت تمارين تعزيزية

(١) المستقيم في الشكل المقابل مماس للدائرة، أوجد قيمة س.

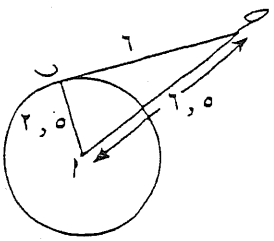


$\overline{ب جـ}$ مماس، $\overline{أ ب}$ نصف قطر

∴ ق(∠أ ب جـ) = ٩٠°

∴ س = ٩٠ − ٦٠ = ٣٠°

(٢) حدّد ما إذا كان المستقيم مماس للدائرة.



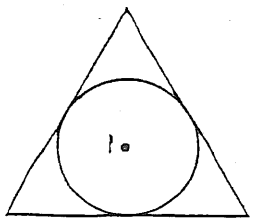
(أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = (٢٫٥)^٢ + ٦^٢ = ٤٢٫٢٥

، (أ جـ)^٢ = (٦٫٥)^٢ = ٤٢٫٢٥

∴ ق(∠أ ب جـ) = ٩٠°

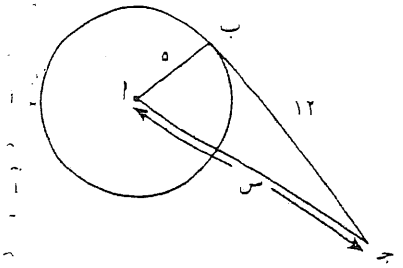
∴ المستقيم مماس للدائرة

(٣) حدّد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمثلث (داخلة) أو محيطة بمثلث (خارجة).



داخلة

(٤) المستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة، أوجد قيمة س.



$\overline{ب جـ}$ مماس، $\overline{أ ب}$ نصف قطر

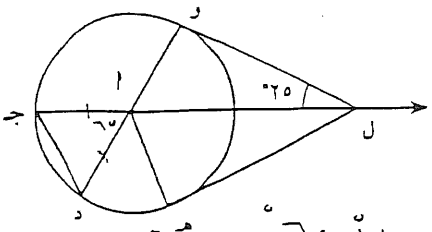
$\therefore$ ق$(\angle أ ب جـ) = ٩٠°$

$\therefore$ س^{٢} = ٥^{٢} + ١٢^{٢} = ١٦٩

س = ١٣

(٥) في الشكل المقابل، أوجد ق$(\angle أ د جـ)$، ق$(\angle هـ آ د)$

إذا كانت $\overline{ل و}$، $\overline{ل هـ}$ تمسان الدائرة حيث $\overline{و د}$ قطر للدائرة.



$\overline{ل و}$ مماس، $\overline{أ و}$ نصف قطر

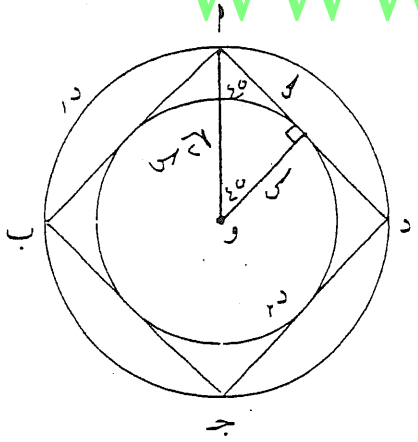
$\therefore$ ق$(\angle أ و ل) = ٩٠°$ $\Leftarrow$ ق$(\angle و ل) = ٩٠° - ٦٥° = ٢٥°$

$\therefore$ ق$(\angle هـ أ ى) = ٦٥°$ بالتقابل بالرأس ، $\therefore$ ق$(\angle أ ى هـ) = \frac{١٨٠° - ٦٥°}{٢} = ٥٧,٥°$

، ق$(\angle هـ أ ى) = ١٨٠° - (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°$

(٦) في الشكل المقابل دائرة د$_{١}$ تحيط خارجًا بالمربع أ ب جـ د ودائرة د$_{٢}$ محاطة خارجًا بالمربع أ ب جـ د.

أثبت أن مساحة الدائرة د$_{١}$ تساوي مثلي مساحة الدائرة د$_{٢}$.



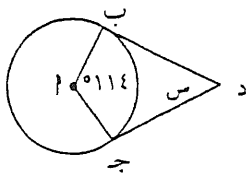
نصف قطر الدائرة د$_{١}$ = ن$_{١}$ = ٢٧ س

، ، ، الدائرة د$_{٢}$ = ن$_{٢}$ = س

$\therefore \frac{\text{مساحة الدائرة د}_{١}}{\text{مساحة الدائرة د}_{٢}} = \frac{\pi \text{ ن}_{١}^{٢}}{\pi \text{ ن}_{٢}^{٢}} = \frac{(٢٧ \text{ س})^{٢}}{\text{س}^{٢}} = ٢$

$\therefore$ مساحة الدائرة د$_{١}$ = ٢ × مساحة الدائرة د$_{٢}$

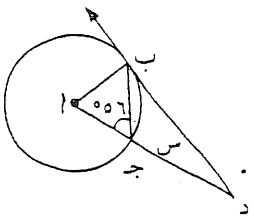
(٧) إذا كان $\overleftrightarrow{د ب}$ ، $\overleftrightarrow{د جـ}$ مماسان للدائرة. فإن س =



(أ) ٥٢٦ (ب) ٥٥٧ (جـ) ٥٦٦ (د) ٥١١٤

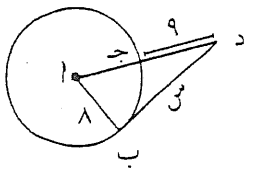
WWW.KweduFiles.Com

(٨) إذا كان $\overleftrightarrow{د ب}$ مماس للدائرة. فإن س =



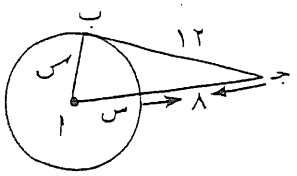
(أ) ٢٢° (ب) ٢٨° (جـ) ٣٤° (د) ٤٠°

(٩) إذا كان $\overleftrightarrow{د ب}$ مماس للدائرة. فإن س =



(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ١٧

(١٠) إذا كان $\overleftrightarrow{جـ ب}$ مماس للدائرة. فإن س =

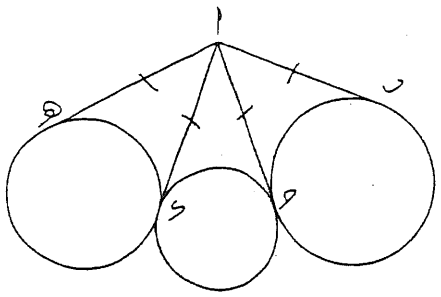


(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

WWW.KweduFiles.Com

(١١) يبيّن الشكل ٤ قطع مماسية من نقطة مشتركة إلى ٣ دوائر.

ما الذي يمكنك استنتاجه حول أطوال القطع الأربع؟ فسّر.



∵ ا ب = ا حـ ، ا حـ = ا ء ، ا ء = ا و = ا هـ

∴ ا ب = ا حـ = ا ء = ا و = ا هـ

(١٢) $\overleftrightarrow{ب ا}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماسان للدائرة.

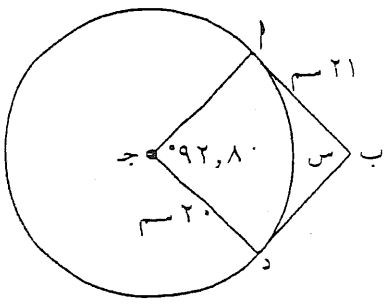
$\overline{ب جـ}$ مماس ، $\overline{ا حـ}$ نصف قطر

(أ) أوجد قيمة س.

∴ م(∠ ب ا حـ) = ٩٠° وبالمثل م(∠ ب د حـ) = ٩٠°

س = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٨٧٫٩٢°) = ٨٧٫٩٢°

(ب) أوجد محيط الرباعي ب ا جـ د.



ا ب = ا د = ٢٠ سم

ب جـ = جـ د = ٢١ سم

محيط الرباعي

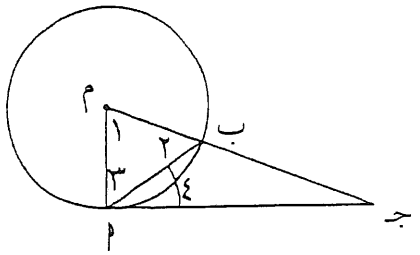
= ٢٠ + ٢٠ + ٢١ + ٢١ = ٨٢ سم

(جـ) أوجد ب جـ.

في △ ب ا جـ

ب جـ = $\sqrt{(٢١)^٢ + (٢٠)^٢}$ = $\sqrt{٨٤١}$ = ٢٩ سم

في التمرينين (١٣ - ١٤). $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة في أ. ق(∠أ) = ٧٠°.



(١٣) أوجد ق(∠٤).

$\overline{أجـ}$ مماس ، م أ نصف قطر

∴ ق(∠م أ جـ) = ٩٠°

ق(∠أ) = ٧٠°

∴ ق(∠٣) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = ٥٥°

∴ ق(∠٤) = ٩٠° - ٥٥° = ٣٥°

(١٤) إذا كان ق(∠أ) = س، فأوجد ق(∠٤) بمعلومية س.

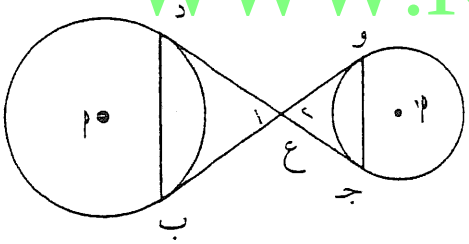
ق(∠أ) = س

ق(∠٣) = $\frac{١٨٠° - س}{٢}$ = ٩٠° - $\frac{س}{٢}$

ق(∠٤) = ~~٩٠°~~ - ~~٩٠°~~ + $\frac{س}{٢}$ = $\frac{س}{٢}$

WWW.KweduFiles.Com

(١٥) في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين ع ب د، ع وجـ.



$\overline{عو}$ ، $\overline{عهـ}$ مماسان للدائرة م

∴ عو = عهـ ∴ $\frac{عو}{عهـ}$ = ١

$\overline{عك}$ ، $\overline{عن}$ مماسان للدائرة ن

∴ عك = عن ∴ $\frac{عك}{عن}$ = ١

في △ ع و د ، △ ع هـ جـ

١) ق(∠١) = ق(∠٢) بالتقابل بالرأس

٢) $\frac{عو}{عهـ} = \frac{عد}{عن}$

∴ △ ع و د ~ △ ع هـ جـ

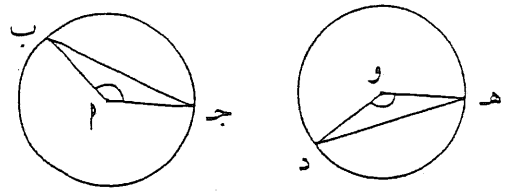
التاريخُ الهجريُّ: _____ التاريخُ الميلاديُّ: _____

تمرّن ٦-٢

الأوتار والأقواس
Chords and Arcs

المجموعة الأولى: أسئلة أساسية

(١) ماذا تستنتج من تطابق الدائرتين وتطابق الزاويتين و ، ا في الشكل المقابل؟

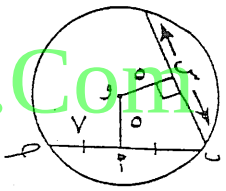


ق(و) = ق(ا) ∴ هـ د = ح ب

، ق(هـ د) = ق(ح ب)

(٢) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)



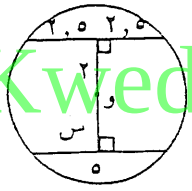
∴ ب ح = ا ب

و ⊥ ب ح

∴ البعد = البعد

∴ س = ١٤

(ب)

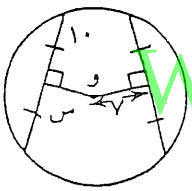


الوتر = الوتر

∴ البعد = البعد

∴ س = ٢

(جـ)

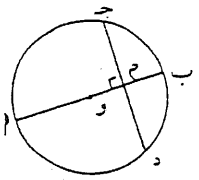


الوتر = الوتر

∴ البعد = البعد

∴ س = ٧

(٣) مستخدمًا الشكل المقابل أكمل ما يلي:

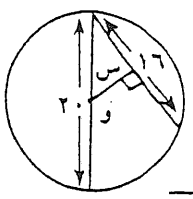


معطى: $\overline{ا ب}$ قطر الدائرة، $\overline{ا ب} \perp \overline{جـ د}$. ماذا تستنتج؟

م جـ = م د ، ق(ب جـ) = ق(ب د)

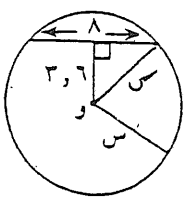
(٤) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

(أ)



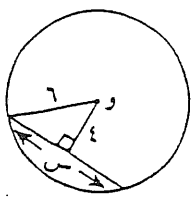
س = $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ٦

(ب)



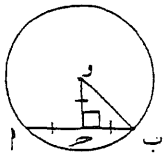
س = $\sqrt{٤^٢ + (٣,٦)^٢}$ = ٨,٩٢ و ٥

(جـ)



س = $\sqrt{٦^٢ - ٤^٢}$ = ٢٨,٩٤

(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{ا ب}$.



و ح ⊥ ا ب

∴ ق(ا و ح) = ٤٥°

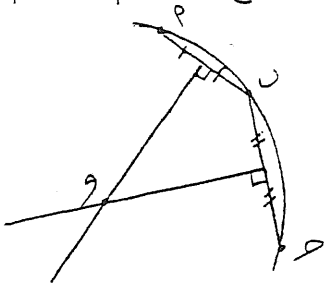
∴ ا ح = ح ب

∴ ق(ا و م) = ٩٠°

∴ ق($\overset{\frown}{ا ب}$) = ٩٠°

www.KweduFiles.Com

* (٦) علم الآثار: وجد عالم آثار قطعًا صغيرة من طبق دائري الشكل. اشرح كيف يستطيع هذا العالم استخدام قطعة واحدة لإيجاد مركز وطول نصف قطر هذا الطبق الدائري.



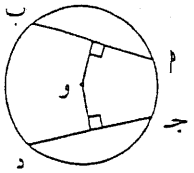
نأخذ ٣ نقاط م ، ن ، هـ على قوس القطعة

ثم نرسم محورا لكل من م ن ، ن هـ يتقاطعان في و

وهي مركز هذا الطبق الدائري

طول و م هو طول نصف قطر الدائرة

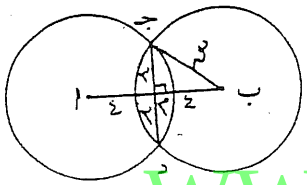
(٧) تحليل الخطأ: نظر سلطان إلى الشكل المقابل واستنتج أن $\overline{أب} \cong \overline{جـ د}$. ما الخطأ في استنتاجه؟



الخطأ أن البعد ≠ البعد

(٨) أ، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{جـ د}$ وتر مشترك للدائرتين.

(أ) إذا كان أب = ٨ سم، جـ د = ٦ سم. فما طول نصف القطر؟



$\overline{م ن} \perp \overline{جـ د}$ ، جـ ن = ن د = ٣

∴ ب ن = ن م = ٤ ، م ن = ٤

$م ب = \sqrt{٤^٢ + ٣^٢} = \sqrt{٢٥} = ٥$ سم

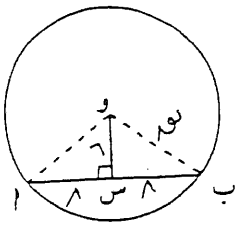
(ب) إذا كان أب = ٢٤ سم، نصف القطر = ١٣ سم. فما طول $\overline{جـ د}$؟

$جـ ن = \sqrt{١٣^٢ - ١٢^٢} = \sqrt{٢٥} = ٥$

$جـ د = ٢ \times ٥ = ١٠$

WWW.KweduFiles.Com

(٩) في الشكل المقابل، أب = ١٦ سم، وس = ٦ سم. أوجد:



(أ) طول نصف قطر الدائرة؟

$\overline{و س} \perp \overline{أب}$ ∴ س ب = س أ = ٨

$و ب = \sqrt{٦^٢ + ٨^٢} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$ سم

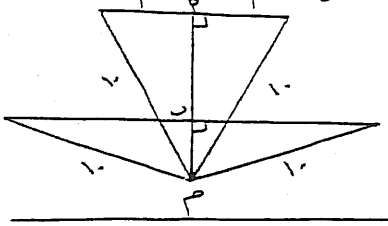
(ب) قياس القوس الصغير أب.

$ق(\angle ب و س) = ظا^{-١}(\frac{٨}{٦}) = ٥٣,١٣°$ ∴ $ق(\angle أ و ب) = ١٠٦,٢٦°$

∴ $ق(\overset{\frown}{أب}) = ١٠٦,٢٦°$

(١٠) تفكير ناقد: طول قطر دائرة يساوي ٢٠ سم، وطولا وترين موازيين لهذا القطر ١٦ سم و١٦ سم.

أوجد أقصر مسافة بين الوترين لأقرب جزء من عشرة من السنتمتر.



(أ) إذا كان الوتران في جهة واحدة من المركز.

$م ب = \sqrt{١٠^٢ - ٣^٢} - \sqrt{١٠^٢ - ٨^٢} = \sqrt{٣٥,٥٣}$

(ب) إذا كان الوتران في جهتين مختلفين من المركز.

$م ب = \sqrt{١٠^٢ - ٣^٢} + \sqrt{١٠^٢ - ٨^٢} = \sqrt{١٥,٥٣}$

(١١) إذا كان طول قطر دائرة يساوي ٢٥ سم وطول أحد أوتارها ١٦ سم فإن البعد بين مركز الدائرة والوتر هو تقريبًا :

(أ) ٩ سم　　(ب) ٩,٦ سم　　(جـ) ١٨ سم　　(د) ١٩,٢ سم

البعد = $\sqrt{(\text{نق})^2 - 8^2}$ = $\sqrt{\quad}$ سم

(١٢) البعد بين مركز الدائرة ووتر طوله ٩ سم يساوي ١١ سم تقريبًا.

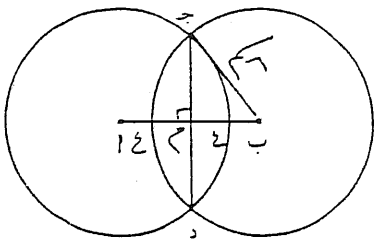
أوجد طول نصف قطر الدائرة لأقرب عدد كلي.

∴ نق = $\sqrt{11^2 + (\quad)^2}$ = $\sqrt{\quad}$ سم

WWW.KweduFiles.Com

(١٣) أي مما يلي لا تستطيع استنتاجه من الرسم المقابل؟

(أ) جـ = د　　(ب) أ = ب　　(جـ) جـ^2 + هـ^2 = ب^2　　(د) هـ = د



(١٤) دائرتان مركزاهما على الترتيب أ، ب تتقاطعان بالنقطتين جـ، د.

وطول نصف قطر كل دائرة ٦ سم.

أوجد طول $\overline{جـ د}$ إذا كان طول $\overline{أ ب}$ يساوي ٨ سم.

$\overline{ج ف} \perp \overline{م ب}$ وينصفه

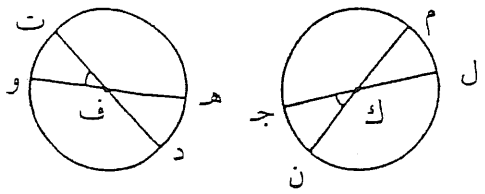
م ب = $\sqrt{6^2 - 4^2}$ = ٤,٤٧

∴ جـ د = ٢ × ٤,٤٧ = ٨,٩٤ سم

المجموعة ب تمارين تعزيزية

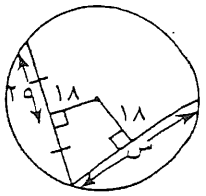
(١) ماذا تستنتج من تطابق الدائرتين وتطابق الزاويتين كما في الشكل المقابل؟

ق(ح ء) = ق(ل م) = ق(هـ ك) = ق(ت و)



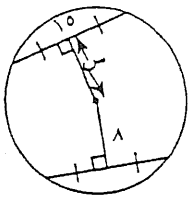
(٢) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)



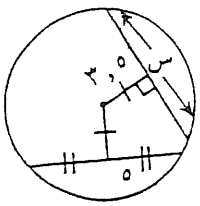
البعد = البعد
∴ الوتر = الوتر
∴ س = ٥٠

(ب)



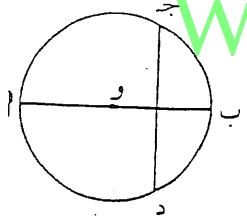
الوتر = الوتر
∴ البعد = البعد
∴ س = ٨

(جـ)



س = ١٠

(٣) مستخدمًا الشكل المقابل، املأ الفراغ بما هو مناسب.

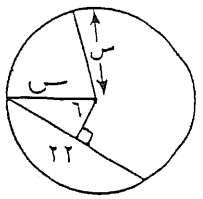


معطى: $\overline{أب}$ منصف عمودي لـ $\overline{جـ د}$.

∴ يمر $\overline{أب}$ بـ مركز الدائرة ه

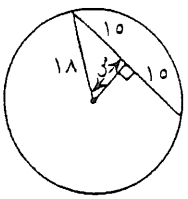
(٤) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

(أ)



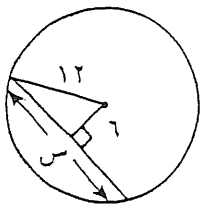
$س = \sqrt{١١^٢ + ٦^٢} = ١٢٫٥٢$

(ب)



$س = \sqrt{١٨^٢ - ١٥^٢} = ٩٫٩٤$

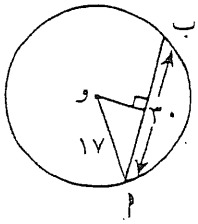
(جـ)



$س = ٢ \times \sqrt{١٢^٢ - ٦^٢}$

$= ٢٠٫٧٨$

(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$.



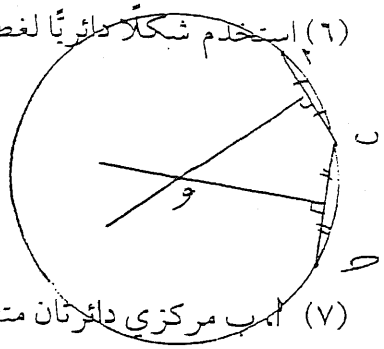
∵ ق(ا و ب) = ٢ × حا$^{-١}$ $\frac{١٥}{١٧}$ = ١٢٣٫٨٥°

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٢٣٫٨٥°

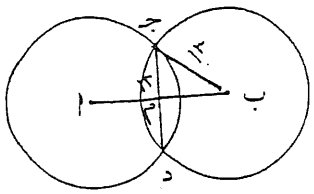
WWW.KweduFiles.Com

(٦) استخدم شكلاً دائريًا لغطاء عبوة مشروب غازي لرسم دائرة، حدّد مركز هذه الدائرة.

نأخذ ٣ نقاط م ، ن ، ص على محيط الغطاء (الدائرة)
نرسم محورًا لكل من $\overline{م ن}$ ، $\overline{ن ص}$ يتقاطعان في و
وهي مركز الدائرة

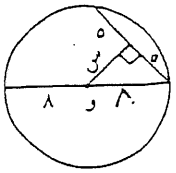


(٧) أ، ب مركزي دائرتان متطابقتان. $\overline{جـ د}$ وتر مشترك لكلتا الدائرتين.
إذا كان طول نصف القطر يساوي ١٣سم، $\overline{جـ د}$ = ٢٤سم. فما طول $\overline{أ ب}$؟



$\overline{م ص} \perp \overline{أ ب}$
$م ب = \sqrt{١٣^٢ - ١٢^٢} = ٥$ سم
$\therefore أ ب = ٢ \times ٥ = ١٠$ سم

(٨) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.



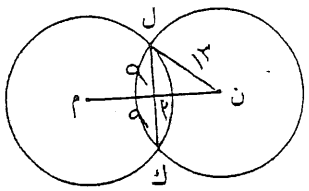
$س = \sqrt{٨^٢ - ٥^٢} = \sqrt{٣٩} = ٦٫٢$

(٩) طول نصف قطر دائرة يساوي ٨ ,١٠سم، وطول الوتر ١٢سم. ما البعد بين مركز الدائرة والوتر؟

WWW.KweduFiles.Com

البعد $= \sqrt{(٨٫١٠)^٢ - ٦^٢} = \sqrt{٩٨٫٨}$

(١٠) في الشكل أدناه م، ن مركزي دائرتان متطابقتان. طول نصف قطر كل دائرة يساوي ١٣سم، $\overline{ل ك}$ وتر مشترك للدائرتين، حيث ل ك = ١٨ سم. أوجد طول $\overline{م ن}$
علمًا بأن القطعة $\overline{ل ك} \cap \overline{م ن} = \{و\}$.



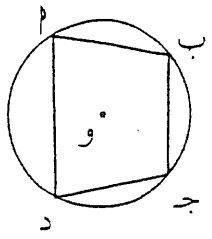
$\overline{م ن} \perp \overline{ل ك}$
$م و = \sqrt{١٣^٢ - ٩^٢} = \sqrt{٣٨٫٩}$
$م ن = ٢ \times ٩٫٣٨ = \sqrt{٧٦٫١٨}$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الزوايا المركزية والزوايا المحيطية
Central Angles and Inscribed Angles

المجموعة ١ تمارين أساسية

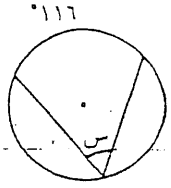
(١) في الشكل المقابل، سمِّ الزوايا المحيطة.



(أ ب ج)، (ب ج د)، (ج د أ)، (د أ ب)

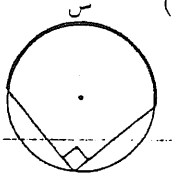
(٢) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية:

(أ)



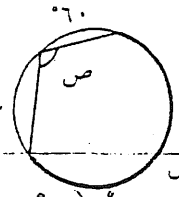
س = ½ × ١١٦ = ٥٨°

(ب)



س = ٢ × ٩٠ = ١٨٠°

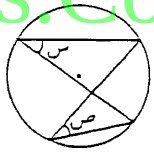
(جـ)



س = ٣٦٠° − (٦٠° + ٨٢°) = ٢١٨°

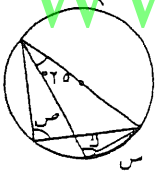
ص = ½ × ٢١٨ = ١٠٩°

(د)



س = ص = ½ × ٧٢ = ٣٦°

(هـ)

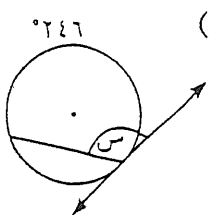


ك = ص = ٩٠°

س = ٢ × ٢٥° = ٥٠°

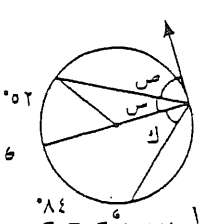
(٣) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية بمعلومية أن المستقيم في كل رسم يمثل مماسًا للدائرة.

(أ)



س = ½ × ٢٤٦ = ١٢٣°

(ب)

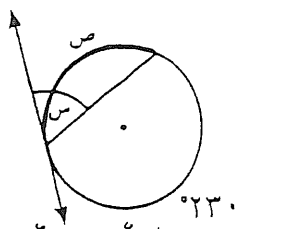


ك = ½ × ٨٤ = ٤٢°

س = ½ × ٥٢ = ٢٦°

ص = ٩٠° − ٢٦° = ٦٤°

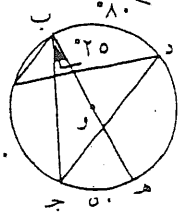
(جـ)



ص = ٣٦٠° − ٢٣٠° = ١٣٠°

س = ½ × ١٣٠° = ٦٥°

(٤) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الرسم المقابل:



(أ) ق(أ) = ٤٠°

(ب) ق(جـ هـ) = ٥٠°

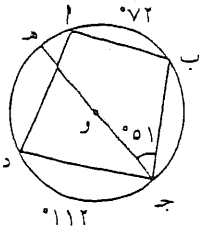
(جـ) ق(جـ) = ٤٠°

(د) ق(د) = ٤٠°

(هـ) ق(أ ب هـ) = ½ × ١٣٠° = ٦٥°

www.KweduFiles.com

(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس: القوس الأصغر ب جـ ، ق(ب)، ق(ب جـ د).



ق(ب جـ) = ٢ × ٥١ = ١٠٢°

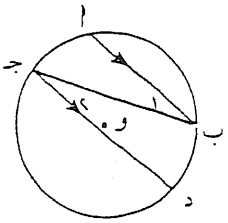
ق(ب) = $\frac{1}{2}$ (٩٨ + ١١٢) = ١٠٥°

∴ ق(ب د) = ١٨٠ - ١٠٢ = ٧٨°

ق(أ هـ) = ٣٦٠ - (٧٢ + ٧٨ + ١١٢) = ٩٨°

، ق(ب هـ د) = $\frac{1}{2}$ (٧٢ + ٩٨) = ٨٥

(٦) ارسم الوتر ب جـ. اشرح لماذا $\overset{\frown}{أجـ} \equiv \overset{\frown}{ب د}$.



$\overline{ب ح} \parallel \overline{د ح}$ ∴ ق(أ) = ق(د) بالتبادل

∴ ق($\overset{\frown}{ب ح}$) = ق($\overset{\frown}{ن د}$)

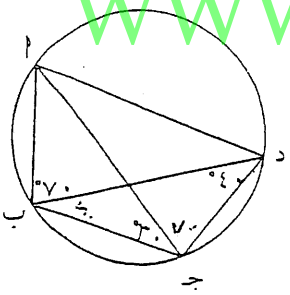
∴ $\overset{\frown}{ب ح} \equiv \overset{\frown}{ن د}$

(٧) ما نوع شبه المنحرف المحاط بدائرة؟ اشرح.

شبه منحرف متطابق الساقين لأنه كوازي أضلاع (القاعدتين) يمر كل بواسطة

WWW.KweduFiles.Com

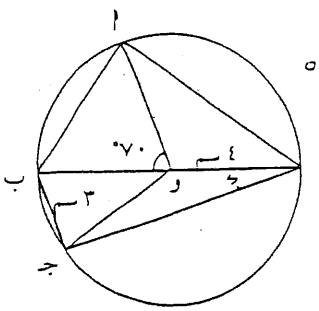
(٨) أوجد ق(جـ ب د).



ق(ح ب ك) = ق(ك ن ح) = ٧٠°

∴ ق(ح ن ك) = ١٨٠ - (٧٠ + ١٠٠) = ٤٠°

(٩) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة. أوجد:

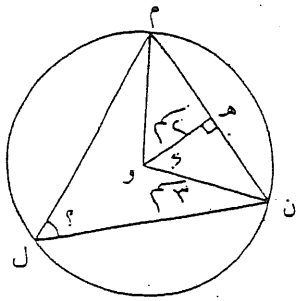


(أ) ق(ب ∡ أ د) = $\frac{1}{2}$ × ٧٠ = ٣٥°

(ب) قياس كلّ من $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overset{\frown}{أد}$. ق($\overset{\frown}{ب ك}$) = ٧٠° ، ق($\overset{\frown}{ك ح}$) = ١١٠°

* (جـ) ق(ب ∡ جـ) = $\frac{\text{ق}(\overset{\frown}{أ ب}) - \text{ق}(\overset{\frown}{ح د})}{2}$ = $\frac{٣٣ - ١١}{2}$ = ١١°

(١٠) * مستخدمًا معطيات الشكل، حيث و هي مركز الدائرة،



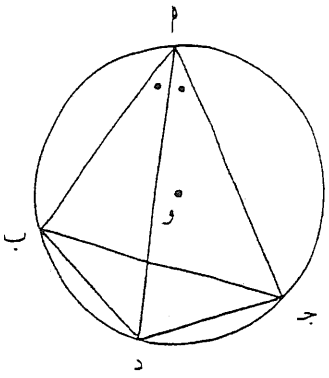
وهـ = ٢ سم، ن و = ٣ سم. أوجد:

(أ) ق(هـ ∡ ن). = $\frac{\text{ق}(\overset{\frown}{هـ ن})}{2}$ = $\frac{٤٨}{2}$ = ٢٤°

(ب) ق(∡ ل) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{هـ م ن}$) = ٤٨°

(١١) في الشكل المقابل، $\overleftarrow{أد}$ منصف الزاوية أ.

(أ) أثبت أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين.



∵ $\overleftarrow{أد}$ ينصف $\hat{أ}$

∴ ق(∠ب أ د) = ق(∠جـ أ د)

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

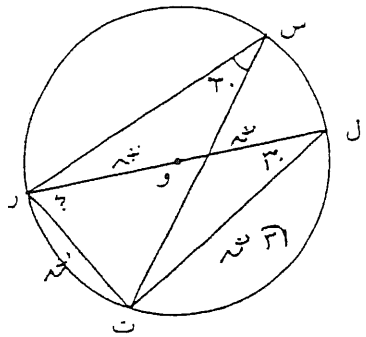
∴ ب د = جـ د

∴ Δ ب جـ د متطابق الضلعين

(ب) ماذا يمكننا أن نقول عن Δ ب جـ د إذا كان Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ؟

Δ ب جـ د قائم الزاوية في د

(١٢) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة:



(أ) ما نوع المثلث ر ل ت؟ قائم الزاوية في ت

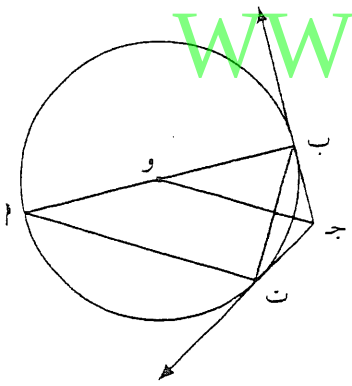
(ب) أوجد ق(∠ل ر ت). ق(∠ت) = ٣٠° ∴ ق(∠ل و ت) = ٦٠°

(جـ) أوجد محيط Δ ر ل ت بدلالة ط.

محيط Δ ر ل ت = ٢ × ٣١ + ط + ط = ٦٢ + ٢ ط = ٢(٣١ + ط) سم

(١٣) $\overline{أب}$ قطر في دائرة مركزها و. $\overleftarrow{جـ ب}$، $\overleftarrow{جـ ت}$ مماسان للدائرة يتقاطعان في جـ.

أثبت أن $\overline{أت}$ // $\overline{وجـ}$. (إرشاد: صل $\overline{وت}$ أو $\overline{ب ت}$)



∵ $\overleftarrow{جـ ت}$، $\overleftarrow{جـ ب}$ مماسان للدائرة و ∴ $\overline{جـ و}$ ⊥ $\overline{ت ب}$ ← ①

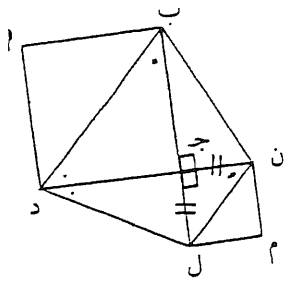
∵ $\overline{أب}$ قطر ∴ ق(∠ب ت أ) = ٩٠° ∴ $\overline{أت}$ ⊥ $\overline{ت ب}$ ← ②

من ①، ② ∴ $\overline{أت}$ // $\overline{جـ و}$

(١٤) التفكير المنطقي: أ ب جـ د، م ن جـ ل مربعان حيث جـ ∈ $\overline{ن د}$.

هل ب د ل ن هو رباعي دائري؟

فسّر إجابتك.



ق(∠ل ن د) + ق(∠ل جـ د) = ١٨٠°

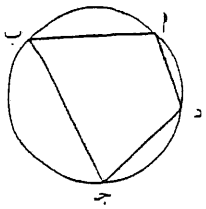
وهما زوجا متحالفين لضلع ل د

∴ الشكل ب د ل ن رباعي دائري

WWW.KweduFiles.Com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

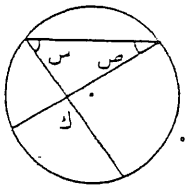
(١) في الشكل المقابل، سمِّ زوجًا من الزوايا المتكاملة.



أ̂ ، ج̂ متكاملتان ، ب̂ ، د̂ متكاملتان

(٢) أوجد قياسات الزوايا والأقواس المجهولة في كلّ من الأشكال الهندسية التالية:

(أ)



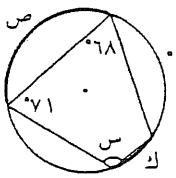
س = ١٠٨ / ٢ = ٥٤°

ص = ٦٠ / ٢ = ٣٠°

ل = ١٨٠ - (٥٤ + ٣٠)

= ٩٦°

(ب)



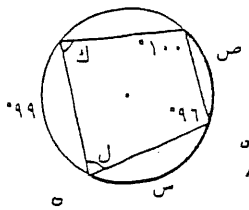
س = ١٨٠ - ٦٨

= ١١٢°

ص = ٣٦٠ - (١٠٤ + ٢ × ٦٨°) = ١٢٠°

ل = ٢ × ٧١° - ١٠٤° = ٣٨°

(جـ)



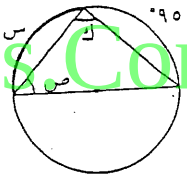
ل = ٨٠°

، ك = ٨٤°

س = ٢٠٠ - ٩٩ = ١٠١°

ص = ٢ × ٨٤° - ١٠١° = ٦٧°

(د)



ك = ٩٠°

ص = ٥ و ٤٧°

س = ١٨٠ - ٩٥ = ٨٥°

(هـ)

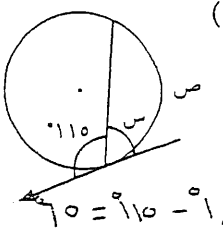
س = ٩٠°

، ص = ١٨٠ - ٥٨ = ١٢٢°

WWW.KweduFiles.Com

(٣) أوجد قيمة المجهول في كلّ من الأشكال التالية بمعلومية أن الشعاع في كل شكل يمثل مماسًا للدائرة.

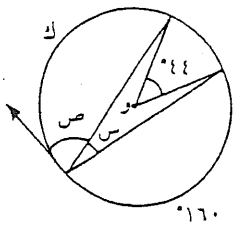
(أ)



س = ١٨٠° - ١١٥° = ٦٥°

ص = ٢ × ٦٥° = ١٣٠°

(ب)

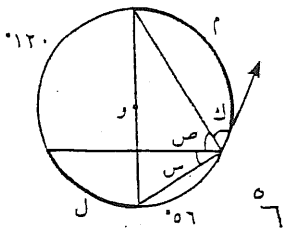


س = ½ × ٤٤° = ٢٢°

ص = ٩٠° - ٢٢° = ٦٨°

ك = ٢ × ٦٨° = ١٣٦°

(جـ)



ص = ٦٠°

س = ٣٠°

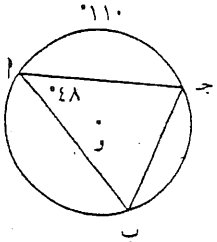
ك = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

م = ٣٦٠ - (١٢٠ + ٥٦ + ٦٠)

= ١٢٤°

، ل = ½ × ١٢٤° = ٦٢°

(٤) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الشكل المقابل.



(أ) ق(ب جـ) = ٩٦°

(ب) ق(ب̂) = ½ × ١١٠° = ٥٥°

(جـ) ق(جـ̂)

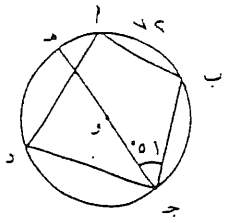
= ١٨٠ - (٤٨ + ٥٥°)

= ٧٧°

(د) ق(أ ب) = ٢ × ٧٧°

= ١٥٤°

(٥) في الشكل المقابل، ق (أب) = ٧٢°، ق (ب جـ هـ) = ١٥٥° أوجد قياس القوس هـ أ.

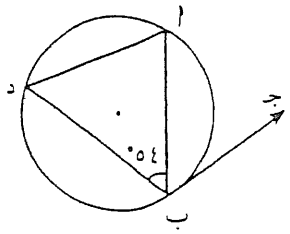


ق(هـ أ) = ٣٦٠° − ١٨٢° − ٧٢° = ١٠٣°

(٦) هل كل متوازي أضلاع يكون رباعي دائري؟ فسّر إجابتك..

لا ، لأنه في متوازي الأضلاع كل زاويتان متقابلتان تصنعان زاوية ولكن ليكون متوازي الأضلاع رباعي دائري لابد عندما تكون كل زاويتان متقابلتان = ١٨٠°

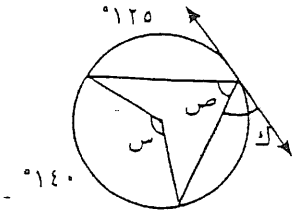
(٧) في الرسم المقابل، ق (ب د) = ١٤٠° أوجد ق(أ جـ).



ق (ن أ د) = ٧٠° ∴ ق(أ ن ب) = ١٨٠ − (٥٤ + ٧٠) = ٥٦°

∴ ق(أ ن جـ) = ٥٦°

(٨) أوجد قيمة كل من الزاويا المجهولة في الشكل المقابل.



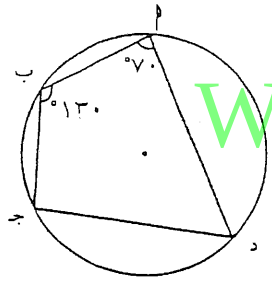
س = ١٤٠°

، ص = ٧٠°

، ك = $\frac{1}{2}$ × ٩٥° = ٤٧٫٥°

(٩) أ ب جـ د رباعي دائري (محوط بدائرة) ق(أ) = ٧٠° ، ق(ب) = ١٣٠°.

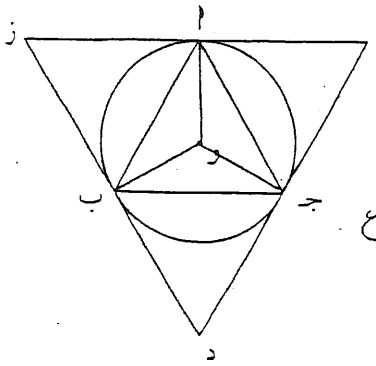
أوجد ق(جـ) ، ق(د).



ق(جـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

، ق(د) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°

(٣) Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع تحيط به دائرة. أثبت أن المماسات على الدائرة في النقاط أ، ب، جـ تشكل مثلثًا متطابق الأضلاع.



ق(أ) = ق(ب) = ق(جـ) = ٦٠° زوايا Δ أ ب جـ

∴ ق(أ د هـ) = ق(أ د ز) = ق(جـ د ز) = ١٢٠° مع خواص Δ متطابق الأضلاع

∴ ق(هـ) = ق(ز) = ق(ز) = ٦٠°

∴ Δ هـ ز د متطابق الأضلاع

www.KweduFiles.Com

تمرّن ٦-٤

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الدائرة: الأوتار المتقاطعة، المماس

Circle: Intersecting Chords and Tangent

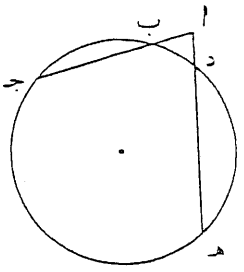
المجموعة ١: تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل:

أ ج = ٢٠، ب ج = ١٥

أ هـ = ٢٥.

أوجد: د هـ.



أ ب × أ جـ = أ د × أ هـ

٢٥ × أ د = ٢٠ × ٢٠

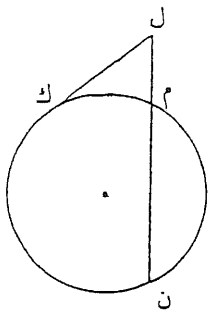
أ د = ٢٠ × ٢٠ ÷ ٢٥ = ١٦

∴ د هـ = ٢٥ − ١٦ = ٩

(٢) في الشكل المقابل ل ك مماس الدائرة

ل ك = ٨؛ ل م = ٤.

أوجد: م ن.



(ل ك)^{2} = ل م × ل ن

٨^{2} = ٤ × ل ن

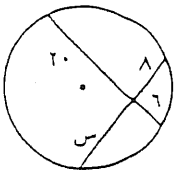
ل ن = ٦٤ ÷ ٤ = ١٦

∴ م ن = ١٦ − ٤ = ١٢

WWW.KweduFiles.Com

في التمارين (٣—٥)، أوجد قيمة كل متغير.

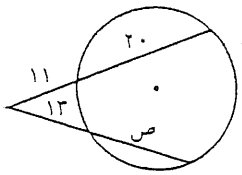
(٣)



٨ × س = ٦ × ٢٠

س = ١٢٠ ÷ ٨ = ١٥

(٤)

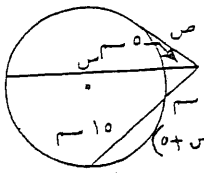


١١ × ٣٢ = ١٣ × (١٣ + ص)

١٣ + ص = ٢٧٫٩

ص = ١٤٫٩

(٥)



٧ س × ٢٢ = ٥ س × (٥ + س)

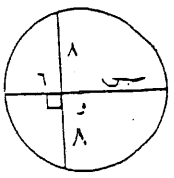
س = ٢٥٫٨

ص^{2} = ٧ × ٢٢

ص = ١٢٫٤

في التمرينين (٦—٧)، أوجد طول قطر كل دائرة.

(٦)

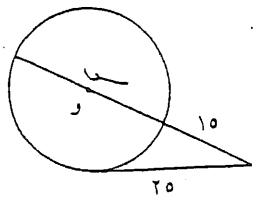


٨ × ٨ = ٦ × س

س = ١٠٫٦

∴ طول القطر = ١٦ و

(٧)



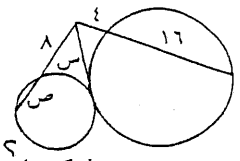
(٢٥)^{2} = ١٥ (١٥ + س)

١٥ + س = ٤١٫٦ ∴ س = ٢٦٫٦

∴ طول القطر = ٢٦٫٦

في التمرينين (٨ — ٩)، استخدم معطيات الشكل لإيجاد قيمة كل من س، ص.

(٨)



س^{٢} = ٤ × ٢٠ = ٨٠

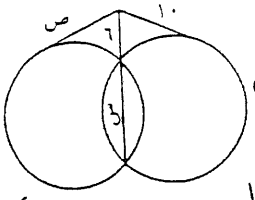
س = ٩٤ و٨

(٨ + ص) × ٨ = س^{٢}

(٨ + ص) × ٨ = ٨٠

ص = ٢

(٩)



(٦ + س) × ٦ = (١٠)^{٢}

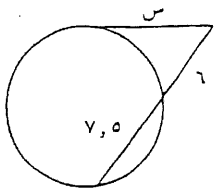
٦ + س = ١٠٠ / ٦

س = ٦ و١٠

ص^{٢} = ٦ (٦ + س) = ٤(١٠)

ص = ١٠

(١٠) تحليل الخطأ: لإيجاد قيمة س كتب أحد الطلاب المعادلة التالية:



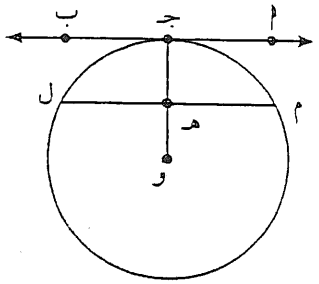
٧,٥ × ٦ = س^{٢}. فما الخطأ الذي وقع به؟

المطلوب يكتب ٥و١٣ × ٦ = س^{٢}

(١١) $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند جـ

هـ منتصف الوتر $\overline{م ل}$.

أثبت أن: $\overline{م ل} \parallel \overleftrightarrow{أب}$



∵ هـ منتصف $\overline{م ل}$

∴ $\overline{وهـ} \perp \overline{م ل}$ ∴ ق(وهـ ل) = ٩٠°

∵ $\overline{ب أ}$ مماس، $\overline{وجـ}$ نصف قطر

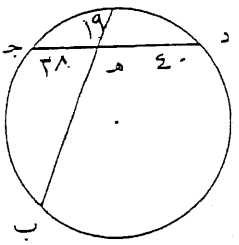
∴ $\overline{وجـ} \perp \overline{ب أ}$ ∴ ق(وجـ ب) = ٩٠°

وهما في وضع تناظر ∴ $\overleftrightarrow{ب أ} \parallel \overleftrightarrow{م ل}$

(١٢) في الشكل أدناه:

أهـ = ١٩، هـ د = ٤٠، هـ جـ = ٣٨

أوجد هـ ب.

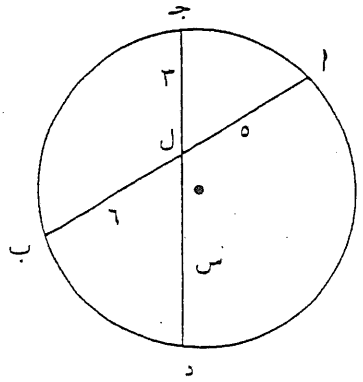


١٩ × هـ ب = ٣٨ × ٤٠

هـ ب = ٣٨ × ٤٠ / ١٩ = ٨٠

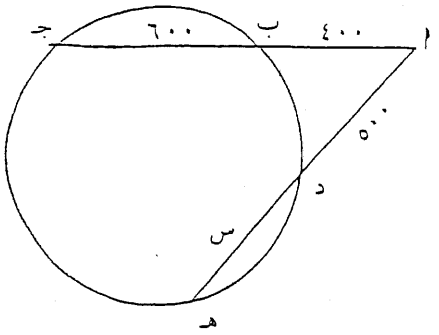
(١٣) أوجد قيمة س. س × ٣ = ٥ × ٦

س = ١٠



WWW.KweduFiles.Com

(١٤) أوجد قيمة س.



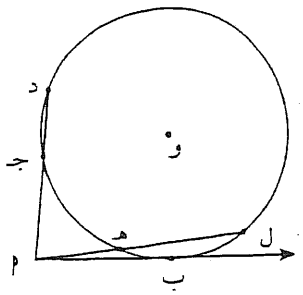
٥٠٠ × (٥٠٠ + س) = ٤٠٠ × ١٠٠٠

٥٠٠ + س = ٨٠٠

س = ٣٠٠

(١٥) في الشكل المقابل: $\overleftarrow{اب}$ مماس للدائرة

اجـ = ١٠، اهـ = ٨، هـ ل = ١٢.



(أ) أوجد جـ د.

١٠ × ٨ = ٢ جـ د × ٨ ، ٢ جـ د = ١٦

∴ جـ د = ٦

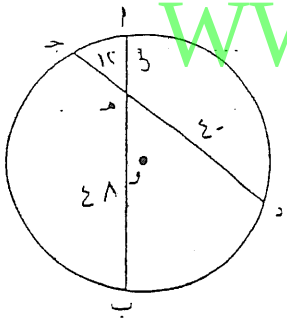
(ب) أوجد اب.

(اب)^{٢} = ٨ × ٢٠ = ١٦٠

اب = ١٢٫٦٤

WWW.KweduFiles.Com

(١٦) في الشكل المقابل أوجد قيمة س إذا كان: جـ هـ = ١٢، هـ د = ٤٠، هـ ب = ٤٨.



س × ٤٨ = ١٢ × ٤٠

س = ١٠

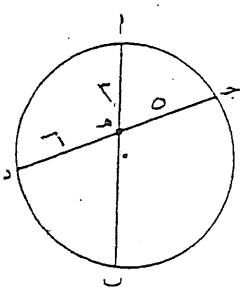
المجموعة ب غامتن تعزيزية

(١) في الشكل أدناه:

هـ جـ = ٥، هـ ا = ٣،

هـ د = ٦.

أوجد هـ ب.



٣ × هـ ب = ٥ × ٦

هـ ب = ١٠

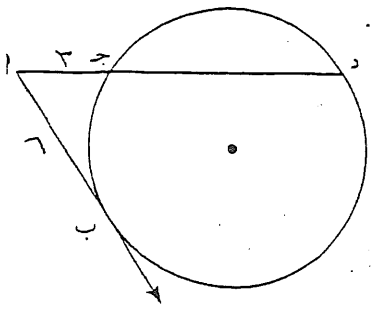
(٢) في الشكل أدناه:

$\overleftarrow{اب}$ مماس للدائرة

اب = ٦

اجـ = ٣

أوجد اد، جـ د.



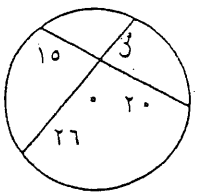
٦^{٢} = ٣ × ٢ د

٢ د = ١٢

د = ٩

في التمارين (٣ — ٥)، أوجد قيمة كل من س، ص.

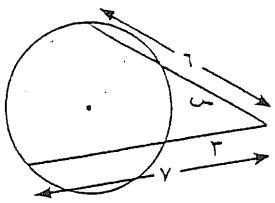
(٣)



س × ٦ = ١٥ × ٢٠

س = ٥٣ر١١

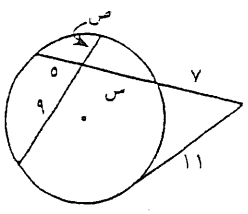
(٤)



س × ٦ = ٣ × ٧

س = ٥ر٣

(٥)



١١٢ = ٧ × (١٢ + س)

١٢ + س = ١٢١/٧

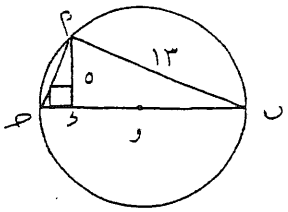
س = ٩ر٨

ص × ٩ = س × ٥

ص = ٥ر٢٨ × ٥ / ٩

ص = ٩ر١٣

* (٦) أوجد طول قطر الدائرة، استخدم الشكل المقابل للإجابة.



ب د = √(١٣٢ - ٥٢) = ١٢

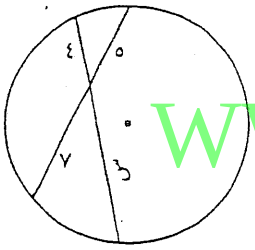
∴

(م ب)٢ = ب د × ب هـ ،

(١٣)٢ = ١٢ × ب هـ

ب هـ = ١٤ر٠٨ = طول القطر

(٧) أوجد قيمة س.

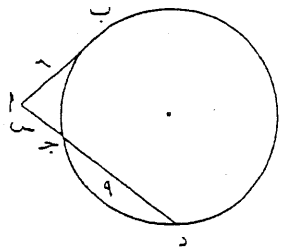


س × ٤ = ٧ × ٥

س = ٧ × ٥ / ٤

= ٨ر٧٥

(٨) أوجد قيمة س.



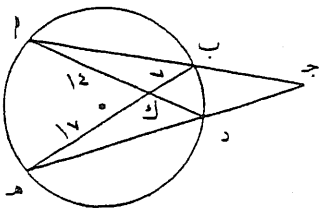
٦٢ = س × (س + ٩)

∴ س٢ + ٩ س − ٣٦ = ٠

(س + ١٢)(س − ٣) = ٠

∴ س = ٣

(٩) في الشكل المقابل، إذا كان أك = ١٤، هـ ك = ١٧، ب ك = ٧.



فأوجد د ك.

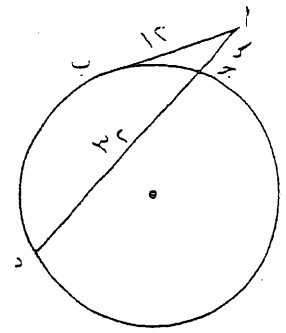
١٤ × د ك = ٧ × ١٧

د ك = ١٧ × ٧ / ١٤ = ٨ر٥

WWW.KweduFiles.Com

(١٠) في الشكل المقابل،

$\overline{أب}$ مماس للدائرة. أ ب = ١٢ ، ج د = ٣٢. أوجد أ ج



$(١٢)^{٢} = س (س + ٣٢)$ ∴ س = ٤

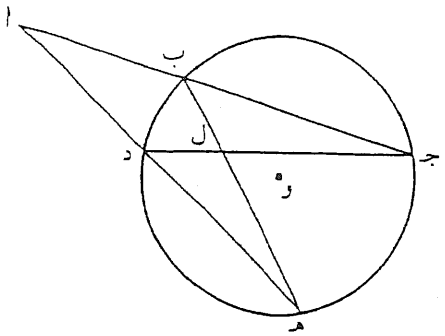
$س^{٢} + ٣٢ س - ١٤٤ = ٠$ ∴ أ هـ = ٤

$(س + ٣٦)(س - ٤) = ٠$

(١١) في الشكل المقابل، $\overline{ب هـ}$، $\overline{دجـ}$ يتقاطعان في ل.

جـ ب ، هـ د يتقاطعان في أ.

أثبت أن:



(أ) ل جـ = ل هـ، علمًا إن: ل د = ل ب.

ل جـ × ل د = ل هـ × ل ب لأن ل د = ل ب

∴ ل جـ = ل هـ

WWW.KweduFiles.Com

(ب) ب جـ = د هـ علمًا إن: أ ب = أ د

أ جـ × أ ب = أ هـ × أ د

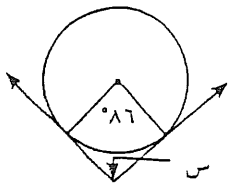
أ ب + ب جـ = أ د + د هـ

∴ ب جـ = د هـ

اختبار الوحدة السادسة

في التمرينين (١ - ٢)، لنفرض أن الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة ، أوجد قيمة س.

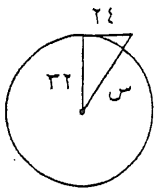
(١)



س = ٣٦٠ - (٩٠° + ٩٠° + ٨٦°)

س = ٩٤°

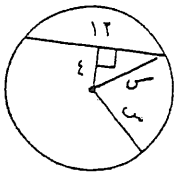
(٢)



س = $\sqrt{٢٤^{٢} + ٣٢^{٢}}$ = ٤٠

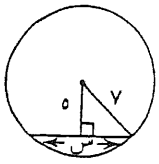
في التمرينين (٣ - ٤)، أوجد قيمة س.

(٣)



س = $\sqrt{٤^{٢} + ٦^{٢}}$ = $\sqrt{٥٢}$ = ٢$\sqrt{١٣}$

(٤)

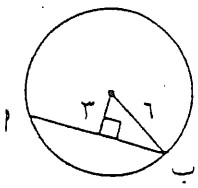


س = $\sqrt{٧^{٢} - ٥^{٢}}$ = $\sqrt{٢٤}$ = ٢$\sqrt{٦}$ ≈ ٤٩

WWW.KweduFiles.Com

في التمرينين (٥ - ٦)، أوجد قياس القوس أب.

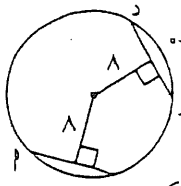
(٥)



ق(أب) = ٢ × ق(∠أ) = ٢ × جتا$^{-١}$ $\frac{٣}{٦}$ = ٢ × ٦٠

= ١٢٠°

(٦)



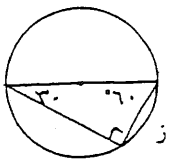
∵ البعد = البعد

∵ الوتر = الوتر

∴ ق(أب) = ق(جـ د)

∴ ق(أب) = ٦٥°

(٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة ز. ز = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

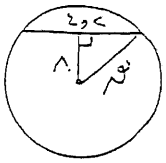


(٨) الكتابة: المعيّن المحاط بدائرة خارجة هو مربع. ____

(أ) صح

(ب) خطأ

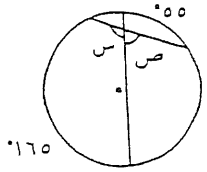
(٩) وتر في دائرة طوله ٤,٢ سم ويبعد ٨ سم عن مركز الدائرة. فما طول نصف قطر الدائرة؟



نق = $\sqrt{٨^{٢} + (٢,١)^{٢}}$ = ٨,٢٧ سم

في التمارين (١٠ – ١٥)، الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة. أوجد قيمتي س، ص في كل مما يلي:

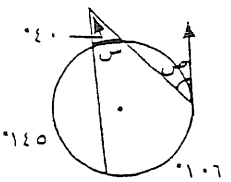
(١٠)



س = $\frac{١}{٢}$ (١٦٥° + ٥٥°) = ١١٠°

ص = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

(١١)



١٠٦ − س = ٤٠ (س = ٦٦°

ص = $\frac{١}{٢}$ [٣٦٠ − (١٠٦ + ١٤٥ + ١٦)]

= ٤١,٥°

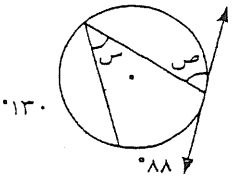
WWW.KweduFiles.Com

(١٢)

٦ (٦ + س) = ١٥ × ٥ ∴ س = ٦,٥

٦ + س = ١٢,٥

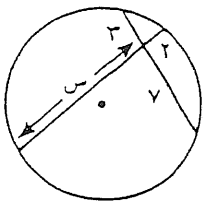
(١٣)



س = $\frac{٨٨°}{٢}$ = ٤٤°

ص = $\frac{١}{٢}$ [٣٦٠° − ٨٨° − ١٣٠°] = ٧١°

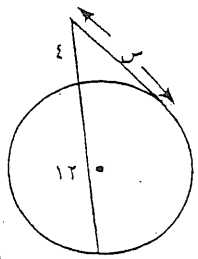
(١٤)



س × ٢ = ٧ × ٣

س = $\frac{٧ \times ٣}{٢}$ = ١٠,٥°

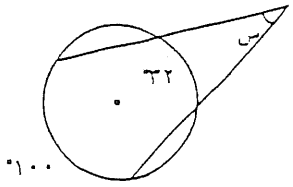
(١٥)



س^{٢} = ٤ × ١٦

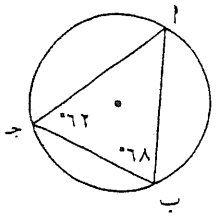
س = ٨

(١٦) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



س = ½ [١٠٠° − ٣٢°] = ٣٤°

(١٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة $\overset{\frown}{ب ج}$.

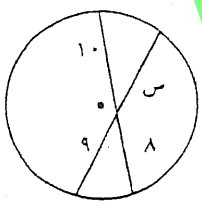


ق(∠أ) = ١٨٠° − (٦٨° + ٦٢°) = ٥٠°

ق($\overset{\frown}{ب ج}$) = ٢ × ٥٠° = ١٠٠°

WWW.KweduFiles.Com

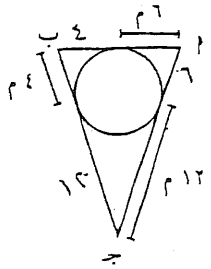
(١٨) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



س × ٩ = ٨ × ١٠

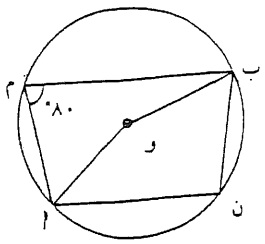
س = $\frac{٨ \times ١٠}{٩}$ = ٨٫٨

(١٩) أوجد محيط المثلث أ ب جـ.



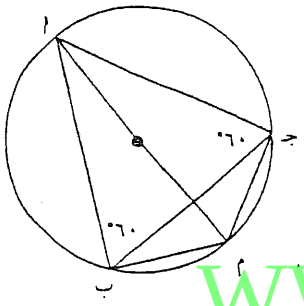
محيط Δ أ ب جـ = ٦ + ٦ + ١٢ + ١٢ + ٤ + ٤ = ٤٤ م

(٢٠) أوجد ق(ن̂).



ق(ن̂) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

(٢١) في الشكل المقابل، Δ ا ب جـ متطابق الأضلاع. أوجد :



ق(ا م̂ ب) = ق(م̂) = ٦٠°

ق(ب م̂ جـ) = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

ق(م جـ̂ ب) = ق(م ب̂ جـ) = ١٨٠ − ١٢٠ = ٣٠°

ق(ا م̂ جـ) = ق(م ب̂ جـ) = ٦٠°

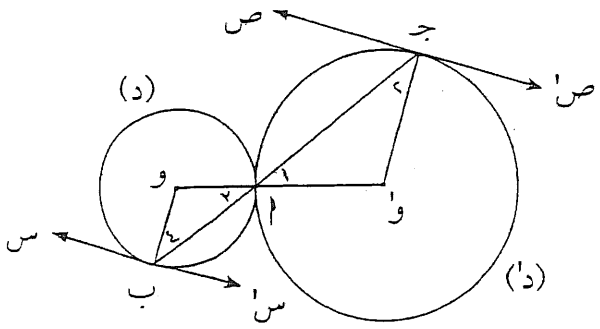
WWW.KweduFiles.Com

تمارين إثرائية

(١) (د) ، (د') دائرتان لهما أ نقطة مماس خارجية.

$\overleftrightarrow{ب جـ}$ قاطع يمر بالنقطة أ ويقطع الدائرة (د) بالنقطة ب ويقطع الدائرة (د') بالنقطة جـ.

أثبت أن المماس من النقطة ب للدائرة (د) موازٍ للمماس من النقطة جـ للدائرة (د').



ق(١) = ق(٢) ، ق(٣) = ق(٤) ، ق(١) = ق(٢) بالتقابل بالرأس

∴ ∆ أ و ب ≡ ∆ أ و جـ

∴ ق(ب) = ق(جـ)

∴ ق(ص أ ب) المماسية = ½ ق(و)

∴ ق(س أ جـ) المماسية = ½ ق(و)

∴ ق(ص أ ب) = ق(س أ جـ)

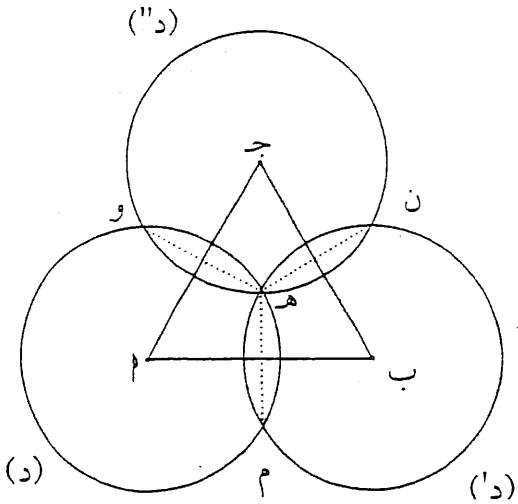
وهما في وضع تبادل

∴ $\overleftrightarrow{ص أ ص'} \parallel \overleftrightarrow{س أ س'}$

WWW.KweduFiles.Com

(٢) (د) ، (د') ، (د") ثلاث دوائر متطابقة ومراكزها على الترتيب أ، ب، جـ. تتقاطع الدوائر الثلاث في النقطة المشتركة هـ.

ماذا تمثل النقطة هـ بالنسبة إلى المثلث أ ب جـ؟ اشرح.



هـ ب ⊥ أ جـ وينصفه

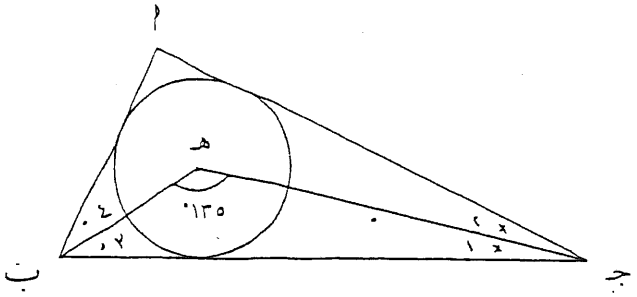
هـ و ⊥ أ جـ وينصفه

هـ م ⊥ أ ب وينصفه

∴ تقاطع هـ هـ تقاطع تقاطع محاور الأضلاع للمثلث أ ب جـ

∴ هـ هـ مركز الدائرة الخارجة للمثلث أ ب جـ

(٤) أ ب جـ مثلث. هـ مركز الدائرة المحاطة بالمثلث أ ب جـ (نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية في المثلث أ ب جـ).



ق(ب هـ جـ) = ١٣٥°.

أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في أ.

ق(أ) + ق(٣) = ١٨٠° − ١٣٥° = ٤٥°

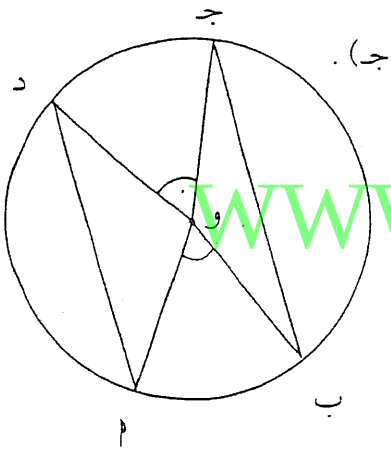
∴ ٢ × [ق(أ) + ق(٣)] = ٩٠°

∴ ق(أ ب) + ق(أ جـ) = ٩٠°

∴ ق(أ) = ٩٠°

∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

(٥) أ، ب، جـ، د نقاط على الدائرة مركزها و، حيث ق(أ و ب) = ق(د و جـ).



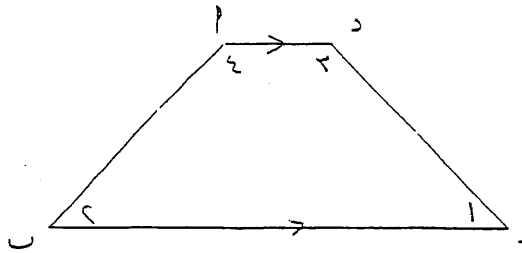
أثبت أن: $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$.

∴ ق(أ ب) = ق(د جـ)

∴ ق(أ جـ) = ق(ب د)

∴ $\overline{أ د} \parallel \overline{ب جـ}$

(٦) في الشكل المقابل أ ب جـ د شبه منحرف متطابق الضلعين.



أثبت أنه رباعي دائري:

ق(١) = ق(٣) = ١٨٠° − ق(٢) بالتناظر والتبادل

ق(١) = ق(٤) صورتا زاويتين متبادلتين لمنحرف متطابق الضلعين

∴ ق(٤) + ق(٣) = ١٨٠°

وبالمثل ق(١) + ق(٤) = ١٨٠° ∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

WWW.KweduFiles.Com