

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/14math2>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade14>

\* لتحميل جميع ملفات المدرس وليد دخيل اضغط هنا

[bot\\_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

\* للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

مثال (1) حاول أن تحل:

أثبت أن :  $F(x) = 5 - \frac{1}{3}x^3$  هى مشتقة عكسية للدالة

$f(x) = -x^2$  ثم اكتب مشتقة عكسية أخرى؟

الحل...

نوجد المشتقة :

$$\therefore F(x) = 5 - \frac{1}{3}x^3$$

$$\therefore F'(x) = 0 - \frac{1}{3}(3x^2) = -x^2 = f(x)$$

$\therefore F$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f$

مشتقة عكسية أخرى:

$$F(x) = 3 - \frac{1}{3}x^3$$

.....

مثال (2) كراسة التمارين:

أثبت أن:  $F(x) = (3x + 2)^5 + 7$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f(x) = 15(3x + 2)^4$ ؟

الحل... نوجد المشتقة :

$$\therefore F(x) = (3x + 2)^5 + 7$$

$$\therefore F'(x) = 5(3x + 2)^4(3) = 15(3x + 2)^4 = f(x)$$

$\therefore F$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f$

.....

مثال (3) كراسة التمارين:

تحقق من أن  $F$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f$  حيث :

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 10$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

الحل.....نوجد المشتقة :

$$\therefore F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 10$$

$$\therefore F'(x) = \frac{1}{3}(3x^2) - (2x) + 1 = x^2 - 2x + 1 = f(x)$$

$F$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f$  .:

مثال (4) كراسة التمارين:

تحقق من أن  $F$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f$  حيث:

$$f(x) = \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^2}}, \quad F(x) = \sqrt{1+x^4}$$

الحل.....نوجد المشتقة :

$$\therefore F(x) = \sqrt{1+x^4} = (1+x^4)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore F'(x) = \frac{1}{2}(1+x^4)^{\frac{1}{2}-1}(4x^3) = 2x^3 \cdot (1+x^4)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}} = f(x)$$

$F$  هى مشتقة عكسية للدالة  $f$  .:



مثال (9) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int (3 - 6x^2) dx$$

الحل.....

$$\int (3 - 6x^2) dx = 3x - \frac{6x^3}{3} + c = 3x - 2x^3 + c$$

مثال (10) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} dx$$

الحل.....

$$\int \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} dx = \frac{1}{3} \left( \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} \right) + c = \frac{1}{3} (3x^{\frac{1}{3}}) + c = x^{\frac{1}{3}} + c = \sqrt[3]{x} + c$$

مثال (11) حاول أن تحل: أوجد :

$$\int x\sqrt{x} dx$$

الحل.....

$$\int x\sqrt{x} dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + c$$

مثال (12) حاول أن تحل: أوجد :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

الحل.....

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{x} + c$$

مثال (13) حاول أن تحل: أوجد :

$$\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx$$

الحل.....

$$\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx = \int \frac{(x + 1)(x + 4)}{(x + 1)} dx = \int (x + 4) dx = \frac{x^2}{2} + 4x + c$$

مثال (14) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int \frac{x^4 - 27x}{x^2 - 3x} dx$$

الحل.....

$$\begin{aligned} \int \frac{x^4 - 27x}{x^2 - 3x} dx &= \int \frac{x(x^3 - 27)}{x(x - 3)} dx = \int \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{(x - 3)} dx \\ &= \int (x^2 + 3x + 9) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 9x + c \end{aligned}$$

مثال (15) كراسة التمارين: اوجد :

$$\int \left( x^3 - \frac{1}{x^3} \right) dx$$

الحل.....

$$\int \left( x^3 - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int (x^3 - x^{-3}) dx = \frac{1}{4} x^4 - \frac{x^{-2}}{(-2)} + c = \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2x^2} + c$$

مثال (16) حاول أن تحل: اوجد :

$$\int (2x - 3)(x + 4) dx$$

الحل....

$$\int (2x - 3)(x + 4) dx = \int (2x^2 + 5x - 12) dx = \frac{2}{3} x^3 + \frac{5}{2} x^2 - 12x + c$$

مثال (17) كراسة التمارين: اوجد :

$$\int (x - 2)(2x + 3) dx$$

الحل...

$$\int (x - 2)(2x + 3) dx = \int (2x^2 - x - 6) dx = \frac{2}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 - 6x + c$$

مثال (18) حاول أن تحل: أوجد :

$$\int \left( \frac{3x^2 - x}{x} \right)^2 dx$$

الحل ...

$$\int \left( \frac{3x^2 - x}{x} \right)^2 dx = \int \left( \frac{3x^2}{x} - \frac{x}{x} \right)^2 dx$$

$$= \int (3x - 1)^2 dx = \int (9x^2 - 6x + 1) dx = \frac{9x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + x + c$$

$$= 3x^3 - 3x^2 + x + c$$

مثال (19) حاول أن تحل: أوجد

$$\int \frac{x^2 - 3x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

الحل ....

$$\int \frac{x^2 - 3x}{\sqrt[3]{x}} dx = \int \frac{x^2 - 3x}{x^{\frac{1}{3}}} dx = \int \left( \frac{x^2}{x^{\frac{1}{3}}} - \frac{3x}{x^{\frac{1}{3}}} \right) dx$$

$$= \int \left( x^2 \cdot x^{-\frac{1}{3}} - 3x \cdot x^{-\frac{1}{3}} \right) dx = \int \left( x^{\frac{5}{3}} - 3x^{\frac{2}{3}} \right) dx$$

$$= \frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}} - \frac{3x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + c = \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}} - 3 \left( \frac{3}{5} \right) x^{\frac{5}{3}} + c$$

$$= \frac{3}{8} \sqrt[3]{x^8} - \frac{9}{5} \sqrt[3]{x^5} + c$$



مثال (20) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int \frac{x - \sqrt{x}}{x} dx$$

الحل ...

$$\int \frac{x - \sqrt{x}}{x} dx = \int \left( \frac{x}{x} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x} \right) dx = \int (1 - x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-1}) dx$$

$$= \int (1 - x^{-\frac{1}{2}}) dx = x - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$= x - 2\sqrt{x} + c$$

مثال (21) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int \frac{5 + 2x}{\sqrt{x}} dx$$

الحل .....

$$\int \frac{5 + 2x}{\sqrt{x}} dx = \int \left( \frac{5 + 2x}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx$$

$$= \int \left( \frac{5}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{2x}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx$$

$$= \int (5x^{-\frac{1}{2}} + 2x \cdot x^{-\frac{1}{2}}) dx$$

$$= \int (5x^{-\frac{1}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}}) dx$$

$$= \frac{5x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= 10x^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$$

$$= 10\sqrt{x} + \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + c$$

مثال (22) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3}) dx$$

الحل.....

$$\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3}) dx = \int (x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{3}{4}}) dx$$

$$= \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + \frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + c$$

$$= \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + \frac{4}{7} \sqrt[4]{x^7} + c$$

مثال (23) كراسة التمارين: أوجد

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$$

الحل.....

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx = \int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)} dx$$

$$= \int (\sqrt{x}-1) dx = \int (x^{\frac{1}{2}}-1) dx$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - x + c$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - x + c$$

مثال (24) كراسة التمارين: أوجد :

$$\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$$

الحل ...

$$\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int \left(x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

$$= \int (x^2 + 2 + x^{-2}) dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 + 2x + \frac{x^{-1}}{(-1)} + c$$

$$= \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x} + c$$

مثال (25) حاول أن تحل :

إذا كان  $F(x) = \int (2x + 5) dx$  ،  $F(-1) = 0$  فأوجد  $F(x)$  ؟

الحل ...

$$\therefore F(x) = \int (2x + 5) dx$$

$$\therefore F(x) = \frac{2x^2}{2} + 5x + c$$

$$F(x) = x^2 + 5x + c$$

بالتعويض  $F(-1) = 0$

$$0 = (-1)^2 + 5(-1) + c$$

$$0 = 1 - 5 + c$$

$$c = 4$$

$$\therefore F(x) = x^2 + 5x + 4$$

مثال (26) كراسة التمارين:

إذا كان  $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$  ،  $F(2) = 3$  فأوجد  $F(x)$  ؟

الحل ...

$$\therefore F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$$

$$\therefore F(x) = \frac{3x^3}{3} - 5x + c = x^3 - 5x + c$$

بالتعويض  $F(2) = 3$

$$3 = (2)^3 - 5(2) + c$$

$$3 = 8 - 10 + c$$

$$3 = -2 + c$$

$$c = 5$$

$$\therefore F(x) = x^3 - 5x + 5$$

مثال (27) كراسة التمارين:

إذا كان  $F(x) = \int (9x^2 - 4x + 5)dx$  ,  $F(-1) = 0$  فأوجد  $F(x)$  ؟

الحل ...

$$\therefore F(x) = \int (9x^2 - 4x + 5)dx$$

$$\therefore F(x) = \frac{9x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 5x + c$$

$$F(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x + c$$

بالتعويض  $F(-1) = 0$

$$0 = 3(-1)^3 - 2(-1)^2 + 5(-1) + c$$

$$0 = -3 - 2 - 5 + c$$

$$0 = -10 + c$$

$$c = 10$$

$$\therefore F(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x + 10$$