الفيزياء

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

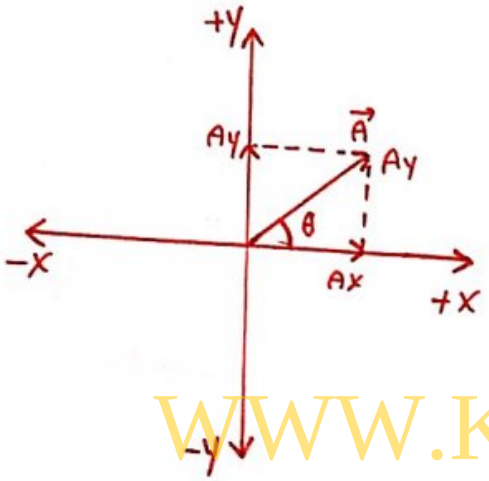
- الدرس الثانى :- تحليل المتجهات :-

الدرس الثانى :- تحليل المتجهات

إيجاد المحصلة بتحليل المتجهات ← مفهوم تحليل المتجهات

- مفهوم تحليل المتجهات :-

- تحليل المتجه هو استبدال متجه ما بمتجهين متعامدين يُسميان مركبتى المتجه بحيث يمثل المتجه المراد تحليله محصلة هذين المتجهين ويكون متحدًا معهما فى نقطة البداية كالآتى :-



WWW.KweduFiles.Com

$$\cos\theta = \frac{Ax}{A} \longrightarrow Ax = A\cos\theta$$

(Ax: المركبة الأفقية للمتجه)

$$\sin\theta = \frac{Ay}{A} \longrightarrow Ay = A\sin\theta$$

(Ay: المركبة الرأسية للمتجه)

$$A = \sqrt{Ax^2 + Ay^2}$$

(A: المتجه الأصلى)

$$\theta = \text{shift } \tan(\tan^{-1})\ \frac{Ay}{Ax}$$

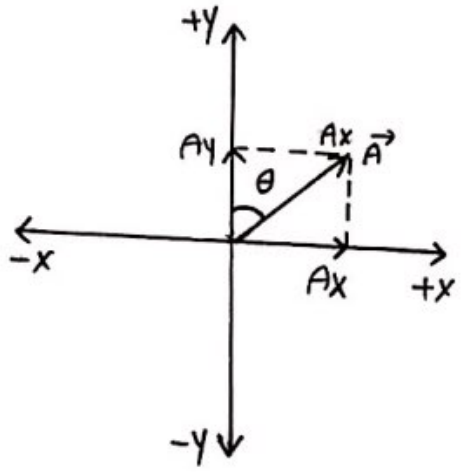
(θ: الزاوية المحصورة بين المتجه الأصلى $\vec{A}$ ومحور السينات (X))

Scanned with CamScanner

٢

- إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجه الأصلى ($\vec{A}$) ومحور الصادات (Y) فإننا نقوم بتحليل المتجه كالآتى :-

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧



$$\sin\theta = \frac{Ax}{A} \longrightarrow Ax = A\sin\theta$$

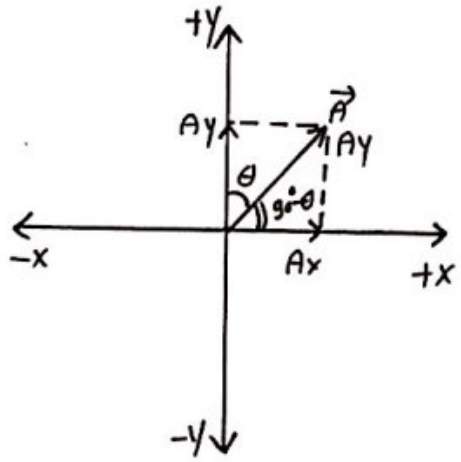
$$\cos\theta = \frac{Ay}{A} \longrightarrow Ay = A\cos\theta$$

$$A = \sqrt{Ax^2 + Ay^2}$$

$$\theta = \text{shift tan (tan}^{-1}) \frac{Ay}{Ax}$$

WWW.KweduFiles.Com

أو نحصل على الزاوية المحصورة بين المتجه الأصلى ($\vec{A}$) ومحور السينات (X) عن طريق طرح الزاوية من 90° (90° - θ) ونقوم بتحليل المتجهات بالخطوات السابقة كالآتى :-



$$\cos\theta = \frac{Ax}{A} \longrightarrow Ax = A\cos\theta$$

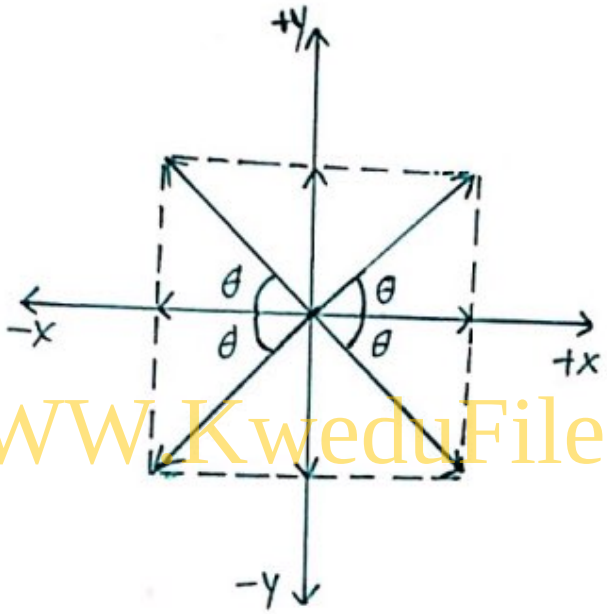
$$\sin\theta = \frac{Ay}{A} \longrightarrow Ay = A\sin\theta$$

$$A = \sqrt{Ax^2 + Ay^2}$$

$$\theta = \text{shift tan (tan}^{-1}) \frac{Ay}{Ax}$$

Scanned with CamScanner

- تُحدد إشارة المركبة الأفقية (Ax) والمركبة الرأسية (Ay) حسب موقع زاوية المتجه (θ)
إذا كانت زاوية المتجه (θ) تقع فى الربع الأول فتكون إشارة المركبة الأفقية موجبة (Ax = +)
وإشارة المركبة الرأسية موجبة (Ay = +) وإذا كانت زاوية المتجه (θ) تقع فى الربع
الثانى فتكون إشارة المركبة الأفقية سالبة (Ax = -) وإشارة المركبة الرأسية موجبة
(Ay = +) وإذا كانت زاوية المتجه (θ) تقع فى الربع الثالث فتكون إشارة المركبة الأفقية
سالبة (Ax = -) وإشارة المركبة الرأسية سالبة (Ay = -) وإذا كانت زاوية المتجه
(θ) تقع فى الربع الرابع فتكون إشارة المركبة الأفقية موجبة (Ax = +) وإشارة المركبة
الرأسية سالبة (Ay = -) كالآتى :-

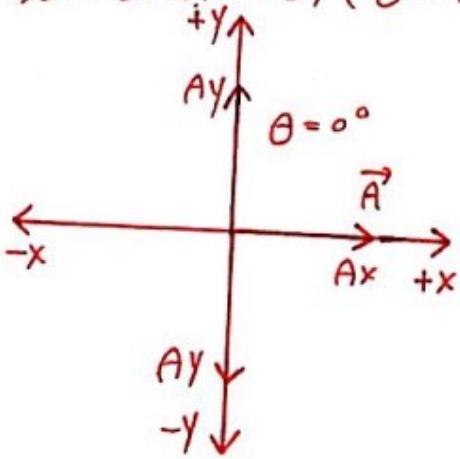


محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

WWW.KweduFiles.Com

- العملية المعاكسة لعملية جمع المتجهات هى عملية تحليل المتجهات وليس عملية طرح المتجهات .

- يتساوى مقدار المركبة الأفقية (Ax) مع مقدار المتجه الأصلى (A) عندما يصنع المتجه زاوية مقدارها 0° (θ = 0°) أى منطبق على محور السينات الموجب (+x) كالآتى :-



Scanned with CamScanner

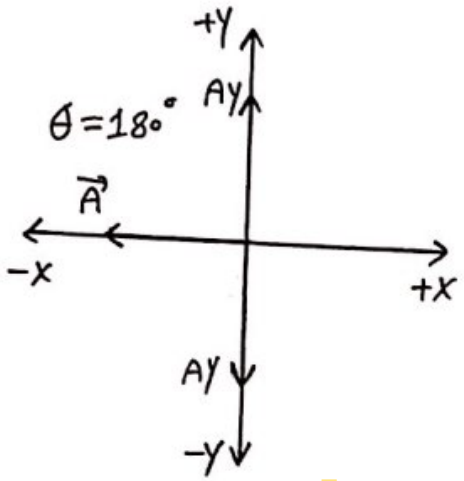
٤

$Ax = A\cos\theta = A\cos 0^\circ = A$

$Ay = A\sin\theta = A\sin 0^\circ = 0$

$Ax = A$

- تتساوى مقدار المركبة الأفقية (Ax) مع مقدار المتجه الأصلى ويعاكسه فى الاشارة (-A) عندما يصنع المتجه زاوية مقدارها 180° ($\theta = 180^\circ$) أى منطبق على محور السينات السالب (-X) كالآتى :-



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

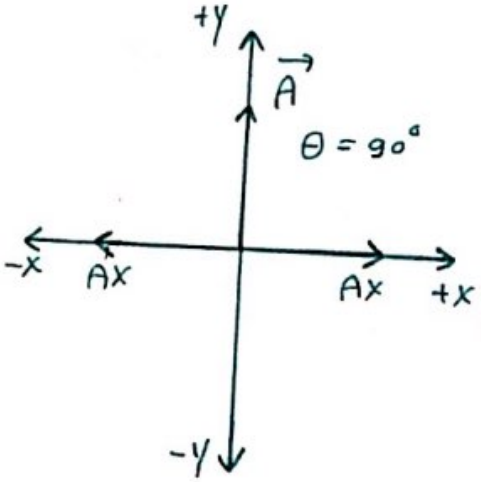
WWW.KweduFiles.Com

$Ax = A\cos\theta = A\cos 180^\circ = -A$

$Ay = A\sin\theta = A\sin 180^\circ = 0$

$Ax = -A$

- تتساوى مقدار المركبة الرأسية (Ay) مع مقدار المتجه الأصلى (A) عندما يصنع المتجه زاوية مقدارها 90° ($\theta = 90^\circ$) أى منطبق على محور الصادات الموجب (+Y) كالآتى :-

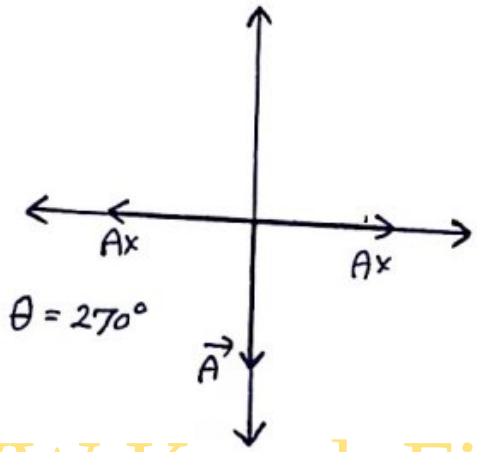


Scanned with CamScanner

$$A_x = A\cos\theta = A\cos 90^\circ = 0$$
$$A_y = A\sin\theta = A\sin 90^\circ = A$$
$$A_y = A$$

- يتساوى مقدار المركبة الرأسية (A_y) مع مقدار المتجه الأصلى ويعاكسه فى الاشارة ($-A$) عندما يصنع المتجه زاوية مقدارها 270° ($\theta = 270^\circ$) أى منطبق على محور الصادات السالب ($-y$) كالآتى :-

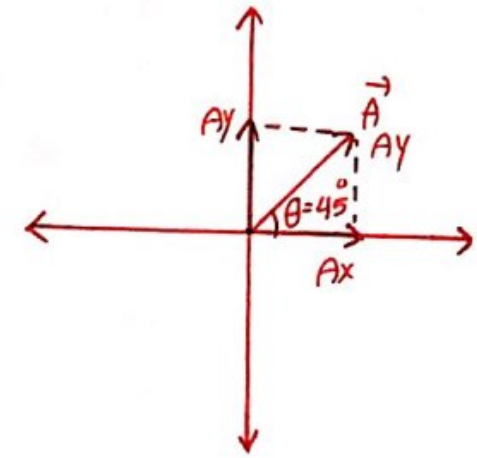
محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧



WWW.KweduFiles.Com

$$A_x = A\cos\theta = A\cos 270^\circ = 0$$
$$A_y = A\sin\theta = A\sin 270^\circ = -A$$
$$A_y = -A$$

- يتساوى مقدار المركبة الأفقية (A_x) للمتجه مع مقدار المركبة الرأسية (A_y) عندما يصنع المتجه زاوية مقدارها 45° ($\theta = 45^\circ$) كالآتى :-



Scanned with CamScanner

٦

$A_x = A\cos\theta$

$A_y = A\sin\theta$

$\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$

$A_x = A_y$

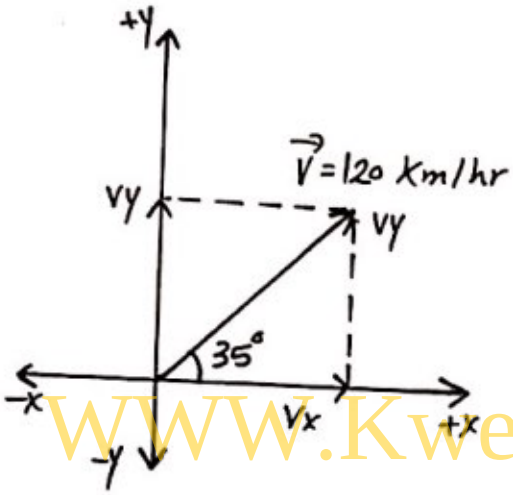
$A\cos\theta = A\sin\theta$

$A\cos 45^\circ = A\sin 45^\circ$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

مثال :-

- أوجد مركبتي السرعة المتجهة لطائرة مروحية تطير بسرعة 120km/hr بزاوية 35°
ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه .



WWW.KweduFiles.Com

الحل :-

$V = 120\ km/hr$

$\theta = 35^\circ$

$V_x = ?$

$V_y = ?$

$\vec{V} = ?$

$V_x = V\cos\theta = 120\cos 35^\circ = 98.29\ km/hr$

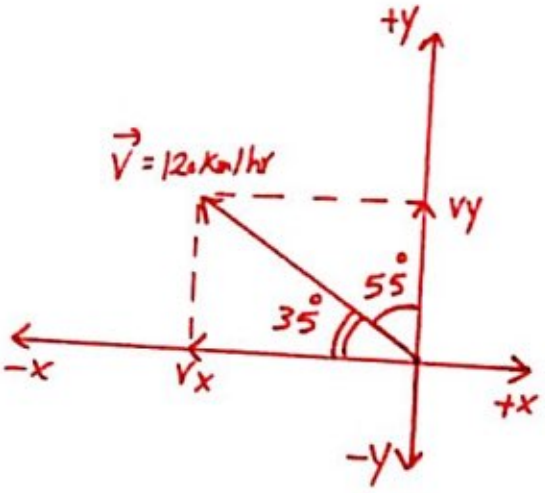
$V_y = V\sin\theta = 120\sin 35^\circ = 68.82\ km/hr$

$\vec{V} = (V, \theta) = (120\ km/hr, 35^\circ)$.

Scanned with CamScanner

مثال :-

- أوجد مركبتى السرعة المتجهة لطائرة مروحية تطير بسرعة 120 Km/hr بزاوية 55° ثم أكتب التعبير الرياضى للمتجه .



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

الحل :-

$V = 120\ Km/hr$

$\theta = 55^\circ$

or $\theta = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$

$V_x = ?$

$V_y = ?$

$\vec{V} = ?$

WWW.KweduFiles.Com

$V_x = -V\sin\theta = -120 \sin 55^\circ = -98.29\ km/hr$

or $V_x = -V\cos\theta = -120 \cos 35^\circ = -98.29\ km/hr$

$V_y = V\cos\theta = 120 \cos 55^\circ = 68.82\ km/hr$

or $V_y = V\sin\theta = 120 \sin 35^\circ = 68.82\ km/hr$

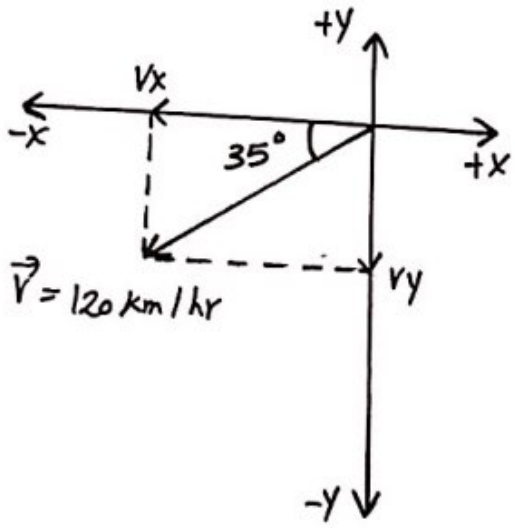
$\vec{V} = (V, \theta) = (120\ km/hr, 145^\circ)$.

مثال :-

- أوجد مركبتى السرعة المتجهة لطائرة مروحية تطير بسرعة 120 Km/hr بزاوية 35° ثم أكتب التعبير الرياضى للمتجه .

Scanned with CamScanner

٨



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

الحل :-

$V = 120\ km/hr$

$\theta = 35°$

$Vx = ?$

$Vy = ?$

$\vec{V} = ?$

$Vx = -V\cos\theta = -120\cos 35° = -98.29\ km/hr$

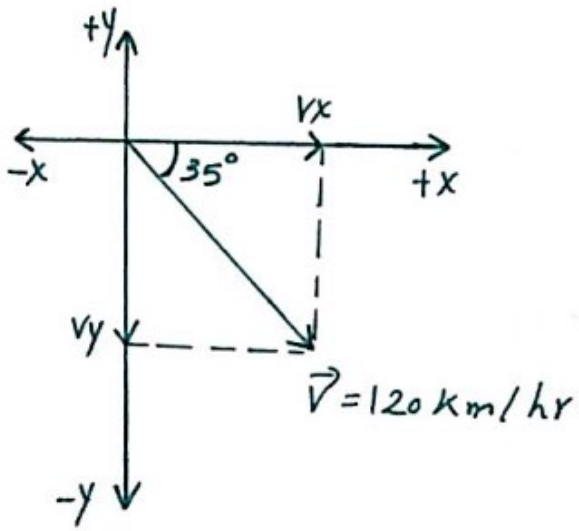
$Vy = -V\sin\theta = -120\sin 35° = -68.82\ km/hr$

$\vec{V} = (V, \theta) = (120\ km/hr, 215°)$.

WWW.KweduFiles.Com

مثال :-

-أوجد مركبتي السرعة المتجهة لطائرة مروحية تطير بسرعة 120 km/hr بزاوية 35° ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه .



Scanned with CamScanner

9

الحل :-

$V = 120\ km/hr$

$\theta = 35^\circ$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

$V_x = ?$

$V_y = ?$

$\vec{V} = ?$

$V_x = V\cos\theta = 120\cos 35^\circ = 98.29\ km/hr$

$V_y = -V\sin\theta = -120\sin 35^\circ = -68.82\ km/hr$

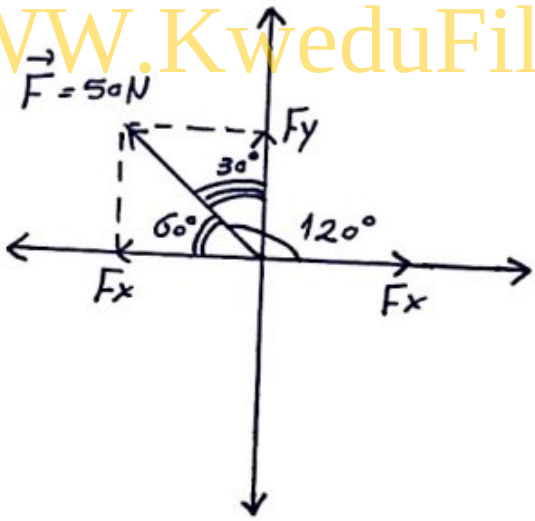
$\vec{V} = (V, \theta) = (120\ km/hr, 325^\circ)$.

مثال :-

- أوجد مركبتي القوة $F = 50\ N$ التي تميل بزاوية 120° بالنسبة لمحور السينات الموجب $(+X)$.

الحل :-

WWW.KweduFiles.Com



$F_x = ?$

$F_y = ?$

$F_x = -F\cos\theta = -50\cos 60^\circ = -25\ N$

or $F_x = F\cos\theta = 50\cos 120^\circ = -25\ N$

or $F_x = -F\sin\theta = -50\sin 30^\circ = -25\ N$

$F_y = F\sin\theta = 50\sin 60^\circ = 43.3\ N$

Scanned with CamScanner

or

$$F_y = F \sin\theta = 50 \sin 120 = 43.3 \text{ N}$$

or

$$F_y = F \cos\theta = 50 \cos 30^\circ = 43.3 \text{ N} .$$

مثال :-

- أحسب مقدار العجلة واتجاهها وأكتب التعبير الرياضي للمتجه $\vec{a}$ في كل من الحالات الآتية :-

١- إذا كان مركبتي العجلة $a_x = 3 \text{ m/s}^2$ ، $a_y = 4 \text{ m/s}^2$.

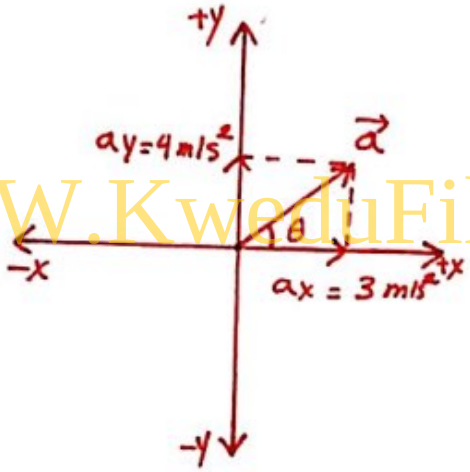
٢- إذا كان مركبتي العجلة $a_x = -3 \text{ m/s}^2$ ، $a_y = 4 \text{ m/s}^2$.

٣- إذا كان مركبتي العجلة $a_x = -3 \text{ m/s}^2$ ، $a_y = -4 \text{ m/s}^2$.

٤- إذا كان مركبتي العجلة $a_x = 3 \text{ m/s}^2$ ، $a_y = -4 \text{ m/s}^2$.

الحل :-

-١



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧
WWW.KweduFiles.Com

$a_x = 3 \text{ m/s}^2$

$a_y = 4 \text{ m/s}^2$

$a = ?$

$\theta = ?$

$\vec{a} = ?$

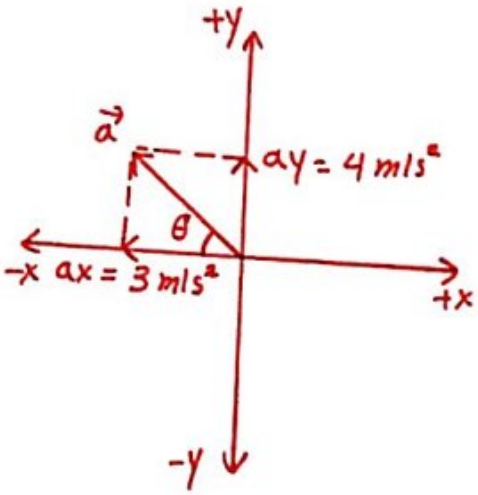
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \tan^{-} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-} \frac{4}{3} = 53.13^\circ$$

$$\vec{a} = (a, \theta) = (5 \text{ m/s}^2, 53.13^\circ)$$

Scanned with CamScanner

-٢



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

$a_x = -3\ m/s^2$

$a_y = 4\ m/s^2$

$a = ?$

$\theta = ?$

$\vec{a} = ?$

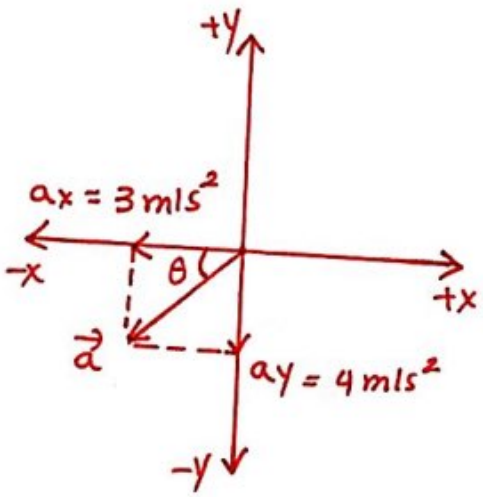
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5\ m/s^2$$

$$\theta = \tan^{-} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-} \frac{4}{-3} = -53.13^\circ = 180^\circ - 53.13^\circ = 126.87^\circ$$

$$\vec{a} = (a, \theta) = (5\ m/s^2, 126.87^\circ)$$

WWW.KweduFiles.Com

-٣



$a_x = -3\ m/s^2$

$a_y = 4\ m/s^2$

$a = ?$

$\theta = ?$

$\vec{a} = ?$

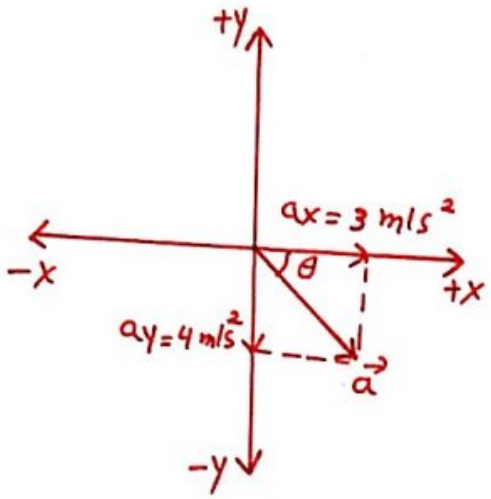
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5\ m/s^2$$

Scanned with CamScanner

$$\theta = \tan^{-} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-} \frac{-4}{-3} = 53.13^\circ$$

$$\vec{a} = (a, \theta) = (5\ m/s^2, 233.13^\circ)$$

-٤



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

$a_x = 3\ m/s^2$

$a_y = -4\ m/s^2$

$a = ?$

$\theta = ?$

$\vec{a} = ?$

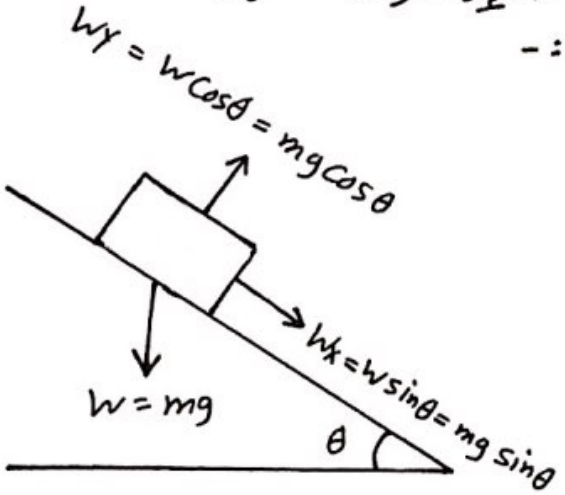
WWW.KweduFiles.Com

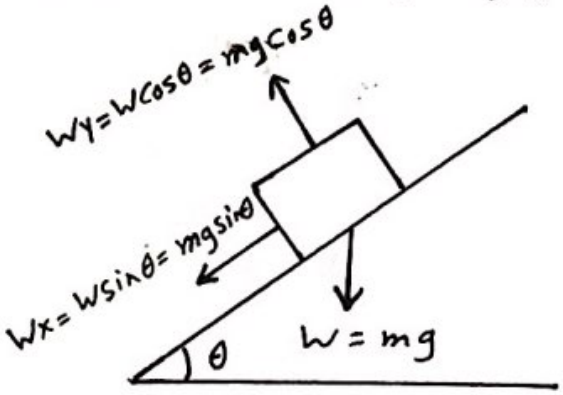
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5\ m/s^2$$

$$\theta = \tan^{-} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-} \frac{-4}{3} = -53.13^\circ = 360^\circ - 53.13^\circ = 306.87^\circ$$

$$\vec{a} = (a, \theta) = (5\ m/s^2, 306.87^\circ)$$

- عندما يتحرك جسم على سطح مائل بزاوية (θ) فإنّ حركته تُحلل إلى مركبتين مركبة أفقية (Wx) ومركبة رأسية (Wy) كالآتي :-





Scanned with CamScanner

$W = mg$

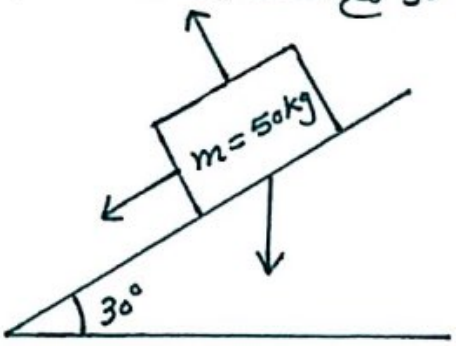
$W_x = W \sin\theta = mg \sin\theta$

$W_y = W \cos\theta = mg \cos\theta$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

مثال :-

- يستقر جسم كتلته 50kg على سطح مائل بزاوية 30° مع الخط الأفق أحسب مركبتي الوزن للجسم .



الحل :-

$m = 50\ kg$

$\theta = 30°$

$g = 10\ m/s^2$

WWW.KweduFiles.Com

$W_x = ?$

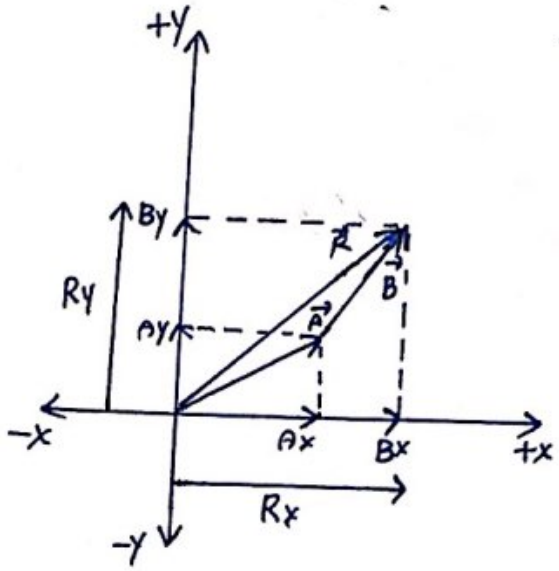
$W_y = ?$

$W = mg = 50 \times 10 = 500\ N$

$W_x = W \sin\theta = 500 \sin 30° = 250\ N$

$W_y = W \cos\theta = 500 \cos 30° = 433\ N$.

- إيجاد المحصلة بتحليل المتجهات :-



Scanned with CamScanner

$Ax = A\cos\theta$

$Ay = A\sin\theta$

$Bx = B\cos\theta$

$By = B\sin\theta$

$Rx = Ax + Bx$

$Ry = Ay + By$

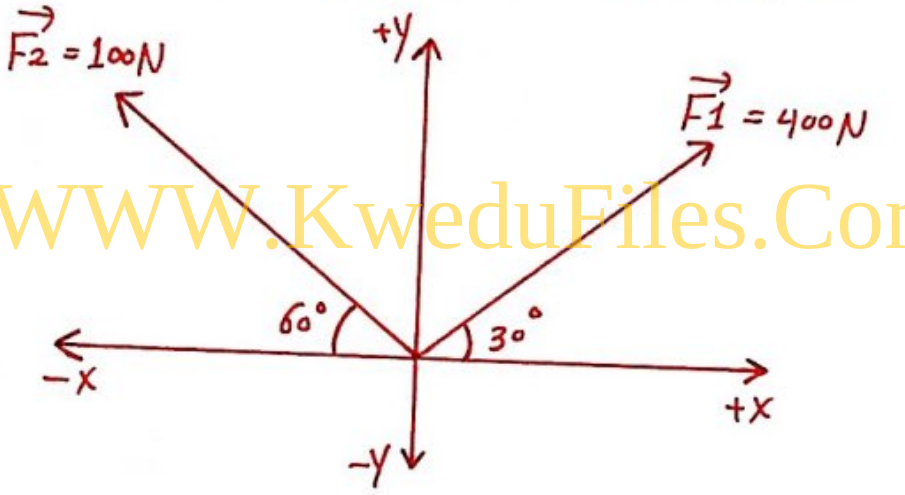
$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2}$

$\theta = \text{shift tan tan}^{-} \frac{Ry}{Rx}$

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

مثال :-

- أحسب محصلة المتجهات الموضحة بالرسم ثم أكتب التعبير الرياضى للمتجه الناتج.



WWW.KweduFiles.Com

الحل :-

	Fx (F Cos θ)	Fy (F sin θ)
F1	400 Cos 30° = 346 N	400 sin 30° = 200 N
F2	-100 Cos 60° = -50 N	100 sin 60° = 86.6 N
Fr	296.4 N	286.6 N

Scanned with CamScanner

10

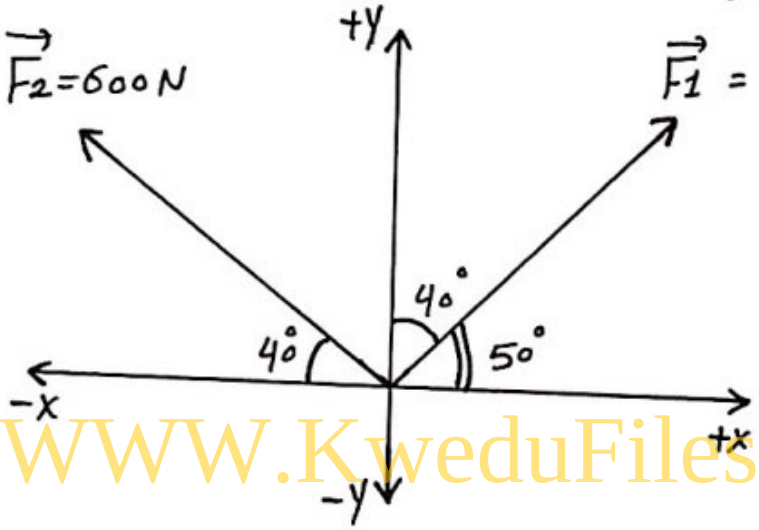
$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(296.4)^2 + (286.6)^2} = 412.3\ N$$

$$\theta = \tan^{-} \frac{F_y}{F_x} = \tan^{-} \frac{286.6}{296.4} = 44^\circ$$

$$\vec{F_r} = (F_r, \theta) = (412.3, 44^\circ)\ .$$

مثال :-

- تؤثر قوتان $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ في حلقة كما بالشكل أحسب مقدار واتجاه القوى المؤثرة على الحلقة ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه الناتج .



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٢٥٧

WWW.KweduFiles.Com

الحل :-

	F_x $(F\cos\theta)$	F_y $(F\sin\theta)$
F_1	$400\cos 50^\circ = 257.1\ N$	$400\sin 50^\circ = 306.4\ N$
F_2	$-600\cos 40^\circ = -459.6\ N$	$400\sin 40^\circ = 385.6\ N$
F_r	$-202.5\ N$	$692\ N$

$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-202.5)^2 + (692)^2} = 721.02\ N$$

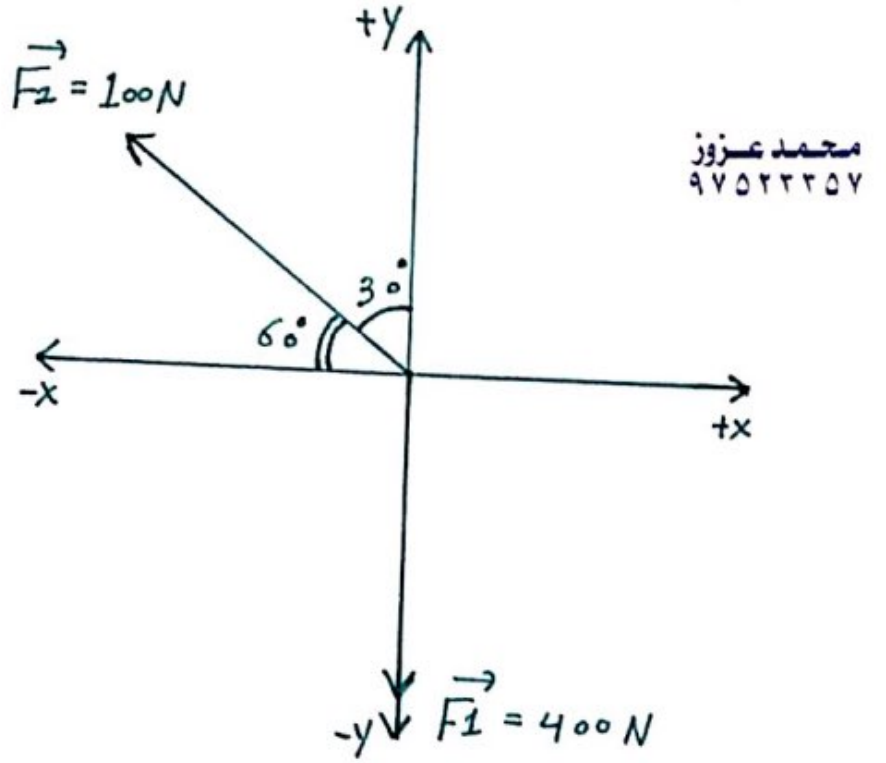
$$\theta = \tan^{-} \frac{F_y}{F_x} = \tan^{-} \frac{692}{-202.5} = -74^\circ = 180^\circ - 74 = 106^\circ$$

$$\vec{F_r} = (F_r, \theta) = (721.02\ N, 106^\circ)\ .$$

Scanned with CamScanner

مثال :-

- أحسب محصلة المتجهات الموضحة بالشكل ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه الناتج .



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

الحل :-

WWW.KweduFiles.Com

	Fx (F Cos θ)	Fy (F Sin θ)
F1	400 Cos 270° = 0	-400 sin 270° = -400 N
F2	-100 Cos 60° = -50 N	100 sin 60° = 86.6 N
Fr	- 50 N	- 313.4 N

$$Fr = \sqrt{Fx^2 + Fy^2} = \sqrt{(-50)^2 + (-313.4)^2} = 317.3\ N$$

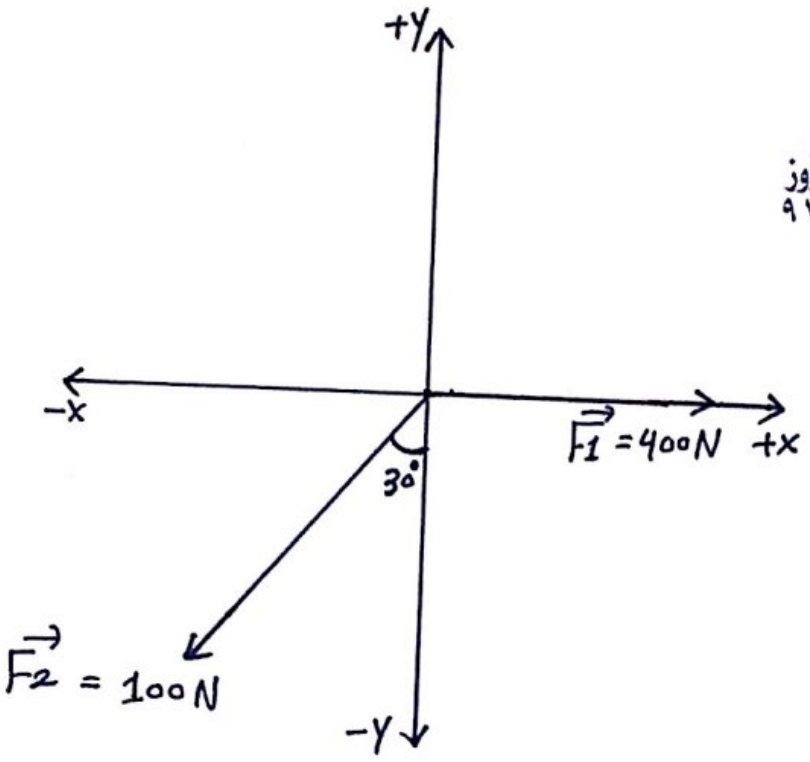
$$\theta = \tan^{-} \frac{Fy}{Fx} = \tan^{-} \frac{-313.4}{-50} = 80°$$

$$\vec{Fr} = (Fr, \theta) = (317.3\ N, 260°) .$$

Scanned with CamScanner

مثال :-

- أحسب محصلة المتجهات الموضحة بالشكل ثم أكتب التعبير الرياضى للمتجه الناتج .



محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

WWW.KweduFiles.Com

الحل :-

	F_x ($F\cos\theta$)	F_y ($F\sin\theta$)
F_1	$400\cos 0^\circ = 400\,N$	$400\sin 0^\circ = 0$
F_2	$-100\cos 60^\circ = -50\,N$	$-100\sin 60^\circ = -86.6\,N$
F_r	$350\,N$	$-86.6\,N$

$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(350)^2 + (-86.6)^2} = 360.5\,N$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1}\frac{-86.6}{350} = -14^\circ = 360^\circ - 14 = 346^\circ$$

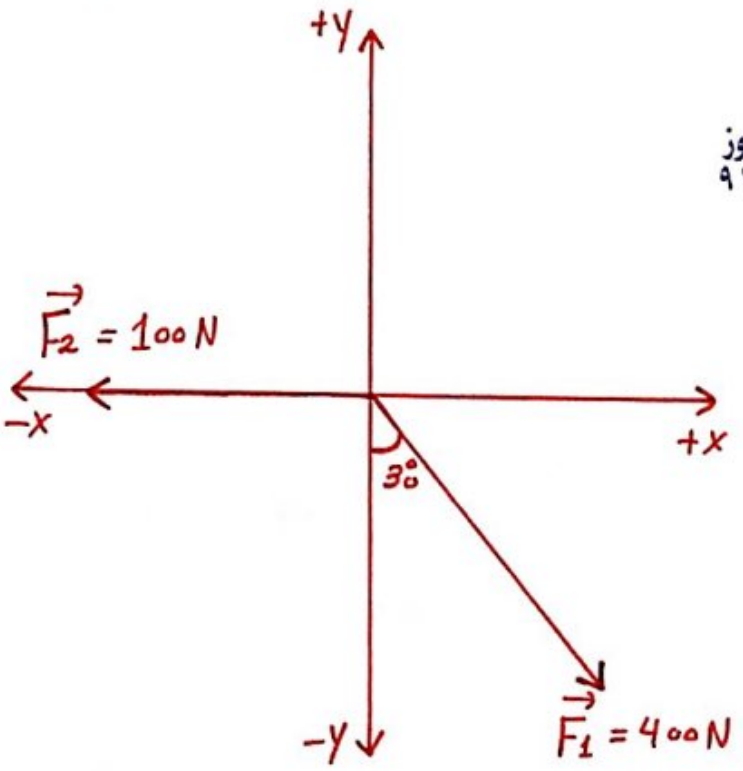
$$\vec{F_r} = (F_r, \theta) = (360.5\,N, 346^\circ) .$$

Scanned with CamScanner

مثال :-

- أحسب محصلة المتجهات الموضحة بالشكل ثم أكتب التعبير الرياضى للمتجه الناتج .

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧



الحل :-

WWW.KweduFiles.Com

	F_x ($F\cos\theta$)	F_y ($F\sin\theta$)
F_1	$400\cos 60° = 200\,N$	$-400\sin 60° = -346.4\,N$
F_2	$100\cos 180° = -100\,N$	$100\sin 180° = 0$
F_r	$100\,N$	$-346.4\,N$

$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(100)^2 + (-346.4)^2} = 360.5\,N$$

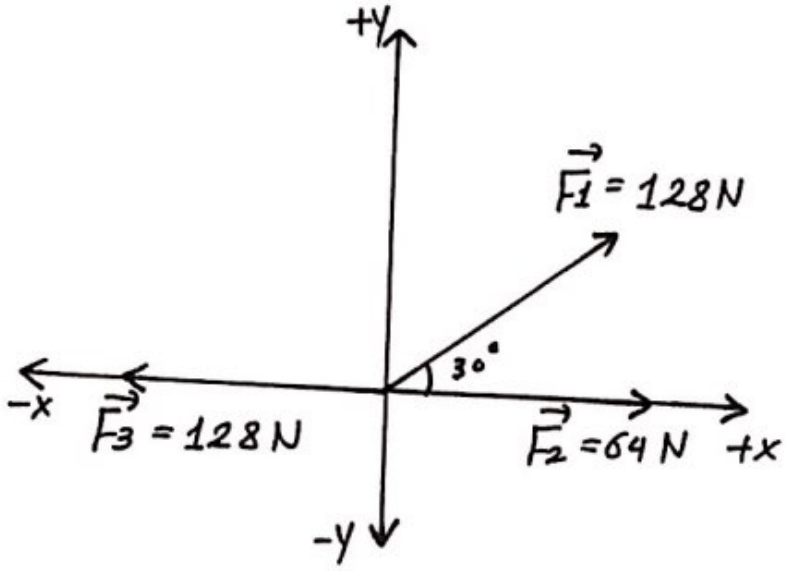
$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1}\frac{-346.4}{100} = -74° = 360° - 74 = 286°$$

$$\vec{F_r} = (F_r, \theta) = (360.5\,N, 286°).$$

Scanned with CamScanner

مثال :-

- استخدم تحليل المتجهات لحساب محصلة القوى المؤثرة على الحلقة فى الشكل التالى ثم أكتب التعبير الرياضى للمتجه الناتج .



الحل :-

	Fx (F cosθ)	Fy (F sinθ)
F_1	128 Cos 30° = 110.8 N	128 sin 30° = 64 N
F_2	64 Cos 0° = 64 N	64 sin 0° = 0
F_3	128 Cos 180° = -128N	128 sin 180° = 0
Fr	46.8 N	64 N

www.KweduFiles.Com

$$Fr = \sqrt{Fx^2 + Fy^2} = \sqrt{(46.8)^2 + (64)^2} = 79.2 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-} \frac{Fy}{Fx} = \frac{64}{46.8} = 54^\circ$$

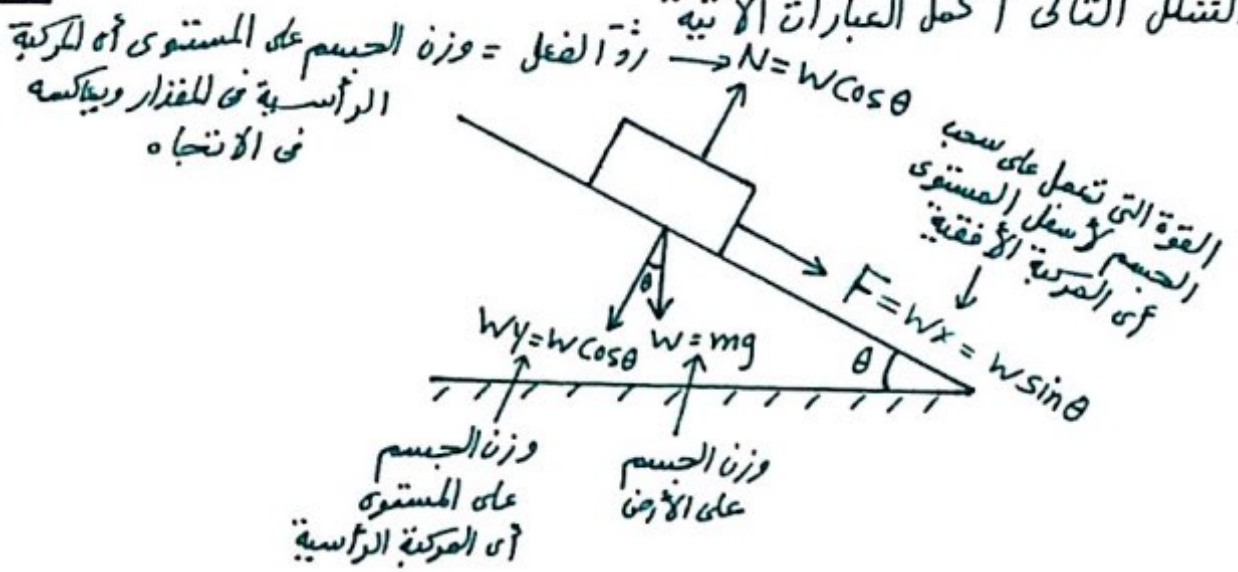
$$\vec{Fr} = (Fr, \theta) = (79.2 \text{ N}, 54^\circ) .$$

محمد عزوز
٩٧٥٢٣٣٥٧

Scanned with CamScanner

٢٠

س :- من الشكل التالى أكمل العبارات الآتية :-



١- وزن الجسم على الأرض . . . $w = mg$

٢- وزن الجسم على المستوى أى المركبة الرأسية . $w_y = w\cos\theta = mg\cos\theta$

٣- رد الفعل $N = w\cos\theta = mg\cos\theta$

٤- القوة التى تعمل على سحب الجسم لأسفل المستوى أى المركبة الأفقية :-

$F = wx = w\sin\theta = mg\sin\theta$

WWW.KweduFiles.Com

س :- علل لكل من العبارات الآتية :-

- دائماً قيمة المتجه أكبر من أو تساوى قيمة احدى مركبتى المتجه .

ج :-

لأن قيمة أى مركبة تساوى المتجه الأصلى مضروب فى $\sin\theta$ أو $\cos\theta$ وكل منهما أصغر فيكون الناتج أصغر من قيمة المتجه نفسه .

محمد عزوز
٩٧٥٢٢٣٥٧

Scanned with CamScanner