

تم تحميل هذا الملف من موقع ملفات الكويت التعليمية



[com.kwedufiles.www//:https](https://www.kwedufiles.com)

\*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://kwedufiles.com/14math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر العلمي في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثاني اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/14math2>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر العلمي اضغط هنا

<https://www.kwedufiles.com/grade14>

[bot\\_kwlinks/me.t//:https](https://t.me/bot_kwlinks)

للحصول على جميع روابط الصفوف على تلغرام وفيسبوك من قنوات وصفحات: اضغط هنا

الروابط التالية هي روابط الصف الثاني عشر العلمي على مواقع التواصل الاجتماعي

مجموعة الفيسبوك

صفحة الفيسبوك

مجموعة التلغرام

بوت التلغرام

قناة التلغرام

رياضيات على التلغرام

## التكامل المحدد

إذا كانت  $f$  متصله  $[a, b]$  وكانت  $f$  مشتقه عكسيه لها فأن

$$\int_a^b f(x) dx = \left[ \int_a^b f(x) dx \right]_a^b = [f(x) dx]_a^b = f(b) - f(a)$$

### خواص التكامل المحدد

(1)  $\int_a^b f(x) dx = 0$

(2)  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

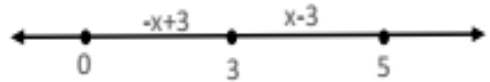
(3)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad C \in [a, b]$

أوجد  $\int_0^5 |x - 3| dx$

تمرين

الحل

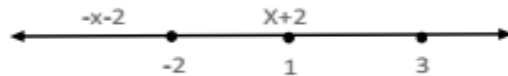
$$\begin{aligned} \int_0^5 |x - 3| dx &= \int_0^3 |x - 3| dx + \int_3^5 |x - 3| dx \\ \int_0^3 (-x + 3) dx &= \int_3^5 (x - 3) dx \\ &= \left[ \frac{-x^2}{2} + 3x \right]_0^3 + \left[ \frac{x^2}{2} - 3x \right]_3^5 \\ &= \frac{13}{2} \end{aligned}$$



أوجد  $\int_1^3 |x + 2| dx$

حاول أن تحل

الحل

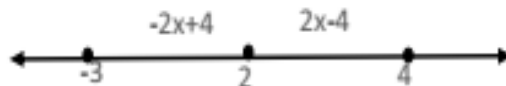


$$\begin{aligned} \int_1^3 |x + 2| dx &= \int_1^3 |x + 2| dx \\ &= \left[ \frac{-x^2}{2} + 2x \right]_1^3 \quad \text{عوض} \end{aligned}$$

أوجد  $\int_{-3}^4 |2x - 4| dx$

حاول أن تحل

الحل



$$\int_{-3}^4 |2x - 4| dx$$

$$\int_{-3}^2 (2x - 4)dx + \int_2^4 (2x - 4)dx$$

$$= [-x^2 + 4x]_{-3}^2 + [-x^2 - 4x]_2^4 \quad \text{عوض}$$

قاعدة

إذا كانت  $f$  دالة متصله على  $[a, b]$

إذا كانت  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$  فإن  $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

إذا كانت  $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$  فإن  $\int_a^b f(x)dx \leq 0$

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

تمرين

$$\int_3^5 (x^2 + x) dx \geq 0$$

الحل

$$f(x) = x^2 + x$$

نفرض أن

وهي دالة متصلة عند  $[3, 5]$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{or} \quad x = -1$$

$$f(x) \geq 0 \quad \forall x \in$$

$$\therefore [3, 5] \subseteq$$

$$\therefore x^2 + x \geq 0$$

$$\therefore \int_3^5 (x^2 + x) dx \geq 0$$



$$(-\infty, -1] \cup (0, \infty)$$

$$[0, \infty)$$

$$\forall x \in [3, 5]$$

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

$$\int_{-1}^0 (x^2 + x) dx \leq 0$$

تمرين

$$f(x) = x^2 + x$$

نفرض أن

وهي دالة متصلة عند  $[-1, 0]$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{or} \quad x = -1$$

$$f(x) \leq 0$$

$$x^2 + x \leq 0$$

$$\int_{-1}^0 (x^2 + x) dx \leq 0$$

$$\forall x \in [-1, 0]$$

$$\forall x \in [-1, 0]$$



إذا كانت  $f, g$  دالتين متصلتين على  $[a, b]$

وكانت  $f(x) \leq g(x) \forall x \in [a, b]$  فإن  $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

تمرين

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

$$\int_1^3 (2x - 3) dx \leq \int_3^5 (x^2 + 2) dx$$

$$f(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = x^2 + 2$$

نفرض أن

الحل

دالتين متصلتين على  $R$ 

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= (2x - 3) - (x^2 + 2) \\ &= 2x - 3 - x^2 - 2 \\ &= x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$-x^2 + 2x - 5 = 0 \quad \text{نضع}$$

$$\Delta = x^2 - 4aC \quad \text{المميز}$$

$$= 4 - 4(-1)(-5) = -16$$

المميز سالب  $\therefore$  لا توجد للمعادلة جذور حقيقيةوحيدة الاشارة بأخذ قيمة اختبارية تكون سالبة دائماً  $f(x) - g(x)$ 

$$f(x) - g(x) \leq 0 \quad \forall x \in R$$

$$f(x) - g(x) \leq 0 \quad \forall x \in [1, 3]$$

$$(2x - 3) - (x^2 + 2) \leq 0 \quad \forall x \in [1, 3]$$

$$(2x - 3) \leq (x^2 + 2)$$

$$\int_1^3 (2x - 3) dx \leq \int_3^5 (x^2 + 2) dx$$

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

حاول ان تحل

$$\int_1^2 (x^2 + 1) dx \geq \int_{-1}^2 (x - 1) dx$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = x - 1$$

نفرض أن

الحل

دالتين متصلتين على  $R$ 

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= x^2 + 1 - (x - 1) \\ &= x^2 - x + 2 \\ &= x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$x^2 - x + 2 = 0 \quad \text{نضع}$$

$$\Delta = x^2 - 4aC \quad \text{المميز}$$

$$= (-1)^2 - 4(1)(2) = -7$$

المميز سالب  $\therefore$  لا توجد للمعادلة جذور حقيقية

وحيدة الاشارة بأخذ قيمة اختبارية تكون موجبة دائماً  $f(x) - g(x)$

$$f(x) - g(x) \leq 0 \quad \forall x \in R$$

$$f(x) - g(x) \leq 0 \quad \forall x \in [1, 2]$$

$$(x^2 + 1) - (x - 1) \geq 0 \quad \forall x \in [1, 2]$$

$$(x^2 + 1) \geq (x - 1) \quad \forall x \in [1, 2]$$

$$\int_1^2 (x^2 + 1) dx \geq \int_{-1}^2 (x - 1) dx$$

دون حساب قيمة التكامل اثبت أن

امتحان 2016

$$\int_0^1 (x^2 - 3x + 7) dx \geq \int_0^1 (4x - 5) dx$$

الحل

$$f(x) = x^2 - 3x + 7$$

$$g(x) = 4x - 5$$

نفرض أن

دالتين متصلتين على  $R$

$$f(x) - g(x) = x^2 - 3x + 7 - (4x - 5)$$

$$= x^2 - 7x + 12$$

$$= x^2 - 7x + 12 \quad \text{نضع}$$

$$x = 3$$

$$x = 4$$

بالالة



$$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 3] \cup [4, \infty)$$

$$\therefore [0, 1] \subseteq (-\infty, 3]$$

$$f(x) - g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$f(x) \geq g(x) \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$x^2 - 3x + 7 \geq 4x - 5 \quad \forall x \in [0, 1]$$

$$\int_0^1 (x^2 - 3x + 7) dx \geq \int_0^1 (4x - 5) dx$$

التفسير البياني للتكامل المحدد

إذا كانت  $f$  متصله  $[a, b]$

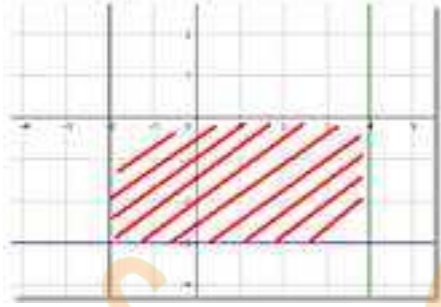
فإن  $\int_a^b f(x) dx$  بياناً هو مساحة المنطقة المحددة بمحني الدالة  $f$  ومحور السينات والمستقيمين  $x = a$  ,  $x = b$

\*\*\*\*\*

أوجد  $\int_{-2}^4 -3 dx$  بيانياً

تمرين

الحل



والمستقيمين  $x = -2$  و  $x = 4$   $f(x) = -3$

نرسم بيان الدالة  $f(x) = -3$

نرسم المستقيمين  $x = -2$  و  $x = 4$

مساحة المنطقة تساوي مساحة المستطيل الذي بعديه 3,6 (وحدة طول)

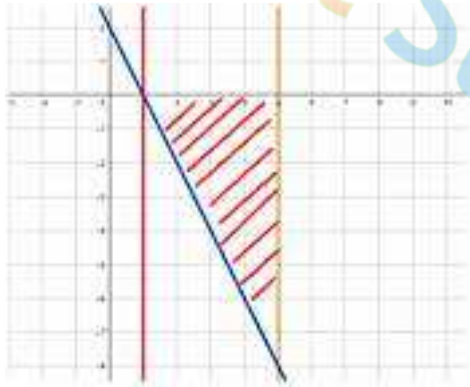
$$A = 3 \times 6 = 12 \text{ units}^2$$

\*\*\*\*\*

أوجد  $\int_1^5 2 - 2x dx$  بيانياً

حاول أن تحل

الحل



والمستقيمين  $x = 1$  و  $x = 5$   $f(x) = 2 - 2x$

نرسم بيان الدالة  $f(x) = 2 - 2x$

نرسم المستقيمين  $x = 1$  و  $x = 5$

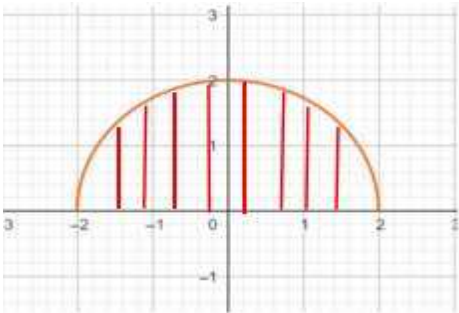
مساحة المنطقة تساوي مساحة المثلث

$$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16 \text{ units}^2$$

\*\*\*\*\*

أوجد  $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$  بيانياً

مثال (1)



$$y = \sqrt{4 - x^2}$$

$$y^2 = 4 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

الحل

هي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 2 وحدة طول

تمثل معادلة النصف العلوي للدائرة  $y = \sqrt{4 - x^2}$

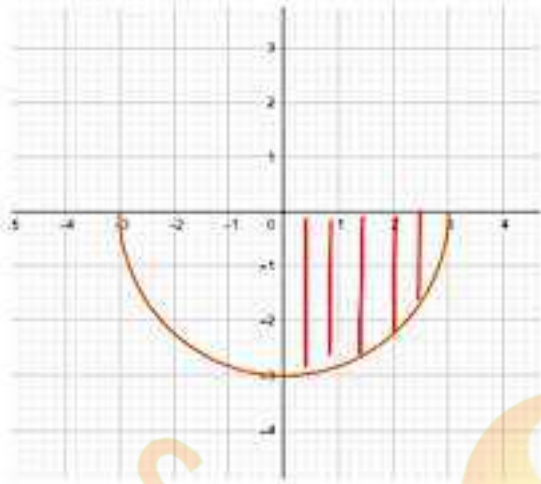
مساحة المنطقة المظللة  $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

$$\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx = \frac{1}{2} \pi (2)^2 = 2\pi$$

مثال

أوجد  $\int_0^3 -\sqrt{9-x^2} dx$  بيانياً

الحل



$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y^2 = 9 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

هي معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها وحدة طول

تمثل معادلة النصف السفلي للدائرة  $y = -\sqrt{9 - x^2}$

$$\int_0^3 -\sqrt{9 - x^2} dx = \text{مساحة المنطقة المظللة}$$

$$\int_0^3 -\sqrt{9 - x^2} dx = \frac{1}{2}\pi (2)^2 = 2\pi$$

Smart Student