الإتصال عند نقطة (1-5)

المجموعة A تمارين مقاليه

P.19

ابحث اتصال كل من الدوال التاليه

(6) $f(x)=\begin{cases} x+5 & : x\geq 0 \\ 5-x & x<0 \end{cases}$ ، $x=0$

$f(0)=0+5=5 \quad \ldots ①$

$\lim\limits_{x\to 0^+}(5-x)=5-0=5$

$\lim\limits_{x\to 0^-}(x+5)=0+5=5$

$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=5$

WWW.KweduFiles.Com

$\therefore \lim\limits_{x\to 0}f(x)=5 \quad \ldots ②$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(0)$

∴ f متصله عند $x=0$

(7) $h(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-3x-4}{x+1} & : x\neq -1 \\ -1 & : x=-1 \end{cases}$ ، $x=-1$

$f(-1)=-1 \quad \ldots ①$

$\lim\limits_{x\to -1}h(x)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-3x-4}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x-4)\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}$

$=\lim\limits_{x\to -1}(x-4)=-1-4=-5 \quad \ldots ②$

$\therefore \lim\limits_{x\to -1}h(x)\neq h(-1)$

∴ h غير متصله عند $x=-1$

(8) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-3x}{|x|} & ; x \neq 0 \\ -3 & ; x = 0 \end{cases}$

$$= \begin{cases} \dfrac{x^2-3x}{x} & ; x>0 \\ -3 & ; x=0 \\ \dfrac{x^2-3x}{-x} & ; x<0 \end{cases} = \begin{cases} x-3 & ; x>0 \\ -3 & ; x=0 \\ -x+3 & ; x<0 \end{cases}$$

$f(0) = -3$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(-x+3) = -0+3 = 3$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x-3) = 0-3 = -3$$

$\because \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ $\quad \therefore \lim\limits_{x\to 0} f(x)$ غير موجودة

WWW.KweduFiles.Com

$\therefore$ f غير متصلة عند $x=0$

(9) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & ; x \neq 1 \\ \dfrac{1}{2} & ; x = 1 \end{cases}$

$g(1) = \frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 1} g(x) = \lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x^2+3}-2)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x^2+3-4}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$= \frac{1+1}{\sqrt{1+3}+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$\because \lim\limits_{x\to 1} x^2+3 = 4 > 0$

$\lim\limits_{x\to 1} (\sqrt{x^2+3}+2) = 4 \neq 0$

$$\therefore \lim_{x\to 1} g(x) = g(1) = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ g متصلة عند $x=1$

P. 20 (١٠) أوجد قيمة a بحيث تصبح الدالة التالية متصلة عند $x=3$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & : x<3 \\ 2ax & : x\geq 3 \end{cases}$$

$$f(3)=2a(3)=6a$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}(x^2-1)=3^2-1=8$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}(2ax)=6a$$

$\because$ f متصلة عند $x=3$

$$\therefore f(3)=\lim_{x\to 3} f(x)$$

$$\therefore 6a=8 \Rightarrow a=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

WWW.KweduFiles.Com

(١١) أوجد نقاط الإنفصال للدالة وحدد نوع الإنفصال وإمكانية التخلص منه

$$(11)\quad y=\frac{x-1}{x^2-4x+3}=\frac{\cancel{x-1}}{(x-3)\cancel{(x-1)}}=\frac{1}{x-3}$$

مجال f : $D=R-\{3 ، 1\}$

$\therefore$ f غير متصلة عند $x=1$ ، $x=3$ لأنها غير معرفة عندهما

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-3}=\frac{1}{1-3}=\frac{-1}{2}$$

$\therefore$ لبيان f نقطة انفصال عند $x=1$ يمكن التخلص منه لأن النهاية موجودة

بينما نقطة الإنفصال عند $x=3$ لا يمكن التخلص منه

لأن النهاية غير موجودة

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{x^2-4x+3} & : x\neq 1 ، x\neq 3 \\ \dfrac{-1}{2} & : x=1 \end{cases}$$

(12) $y = \sqrt[3]{2x-1}$

مجال f : $\mathbb{R}$ الدالة ليس لها نقط انفصال

تركيب دالتين كل منهما متصلة على $\mathbb{R}$

(13) $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$

مجال f : $\mathbb{R}$

$f(-1) = 2$

$\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \lim\limits_{x \to -1} (1-x^2) = 1-(-1)^2 = 0$

$\therefore f(-1) \neq \lim\limits_{x \to -1} f(x)$

∴ للبيان f نقطة انفصال عند $x=-1$ ولا يمكن التخلص منها لأن الصورة $\neq$ النهاية

WWW.KweduFiles.Com

أعد تعريف الدالة بحيث تكون متصلة عند النقطة المشار إليها P.20

(14) $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x+3} \quad , \quad x=-3$

$f(x) = \dfrac{(x-3)(x+3)}{(x+3)}$

مجال f : $D = \mathbb{R} - \{-3\}$

∴ f غير متصلة عند $x=-3$ لأنها غير معرفة عندها

$\lim\limits_{x \to -3} f(x) = \lim\limits_{x \to -3} \dfrac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}} = \lim\limits_{x \to -3} (x-3) = -6$

∴ يمكن إعادة تعريف f عند $x=-3$ ونسميها g بالشكل

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x+3} & : x \neq -3 \\ -6 & : x = -3 \end{cases}$$

(15) $f(x) = \dfrac{\sin 4x}{x}$ ، $x = 0$ P.20

$$f(x) = \frac{4\sin 4x}{4x} = f(x) = 4\,\frac{\sin 4x}{4x}$$

مجال f : $D = \mathbb{R} - \{0\}$

∴ f غير متصلة عند $x=0$ لأنها غير معرفة عندها

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} 4\,\frac{\sin 4x}{4x} = 4\lim \frac{\sin 4x}{4x}$$
$$= 4 \times 1 = 4$$

∴ يمكن إعادة تعريف f عند $x=0$ وتسميتها g بالشكل

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 4x}{x} & : x \neq 0 \\ 4 & : x = 0 \end{cases}$$

WWW.KweduFiles.Com

(16) $f(x) = \dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ ، $x = 4$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)}$$

مجال f : $D = \mathbb{R} - \{4\}$

∴ f غير متصلة عند $x=4$ لأنها غير معرفة عندها

$$\lim_{x\to 4} f(x) = \lim_{x\to 4} \frac{\cancel{(\sqrt{x}-2)}(\sqrt{x}+2)}{\cancel{(\sqrt{x}-2)}} = \lim_{x\to 4}(\sqrt{x}+2) = 4$$

∴ يمكن تعريف f عند $x=4$ وتسميتها g بالشكل

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2} & : x \neq 4 \\ 4 & : x = 4 \end{cases}$$