حنان محمد

الملف ملخص قوانين شامل
موقع المناهج ⇦ المناهج الكويتية ⇦ الصف الحادي عشر العلمي ⇦ رياضيات ⇦ الفصل الثاني

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الأحمدي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات
ثانوية فاطمة بنت أسد

بسم الله الرحمن الرحيم

رؤيتنا : ريادة تربوية - طلابية - مهنية

ملخص قوانين ١١ علمي

إعداد المعلمة : أ/ حنان محمد

رئيسة القسم
أ/ فاطمه الجربا

مديرة المدرسة
أ/ نوف الخالدي

الموجهة الفنية
أ/ وسمية الرشيدي

رسالتنا :الارتقاء بمنظومة التعليم المطور لمواكبة متطلبات العصر من خلال تطور الكوادر البشرية مع تنمية الشراكة المجتمعية لتصبح منظوماتنا رائدة في اعداد جيل مبدع علميا واع ثقافيا وتراثيا ثابت بالقيم قادرا علي مواجهة التحديات

الوحدة السابعة

الاعداد المركبة

الوحدة التخيلية (i)

$\boxed{i = \sqrt{-1}}$ $\boxed{i^2 = 1}$

الصورة الجبرية للعدد المركب $z = a + bi$

الجزء الحقيقي (a) — الجزء التخيلي (b)

قبل البدء بأي عملية يجب أن يكون العدد على الصورة الجبرية

المركب العدد $Z = a + bi$

المعكوس الجمعي للعدد المركب

$z = a + bi$

هو

$\boxed{-z = -a - bi}$

مرافق العدد المركب

$z = a + bi$

$\boxed{\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi}$

المعكوس الضربي للعدد المركب

$z = a + bi$

$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{a^2 + b^2}$

قوي العدد المركب

عند رفع (i) لعدد كلي فان الناتج يكون أحد عناصر المجموعة $\{-1 ، 1 ، i ، -i\}$

$(i)^n$ باقي قسمة القوي علي العدد 4

ناتج والباقي = 0.75	ناتج البواقي = 0.5	ناتج والباقي = 0.25	ناتج والباقي = 0
$-i$	-1	i	1

صور العدد المركب

الصورة الجبرية

$z = x + yi$

الاحداثيات الديكارتية

(x, y)

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

الاحداثيات القطبية

(r, θ)

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

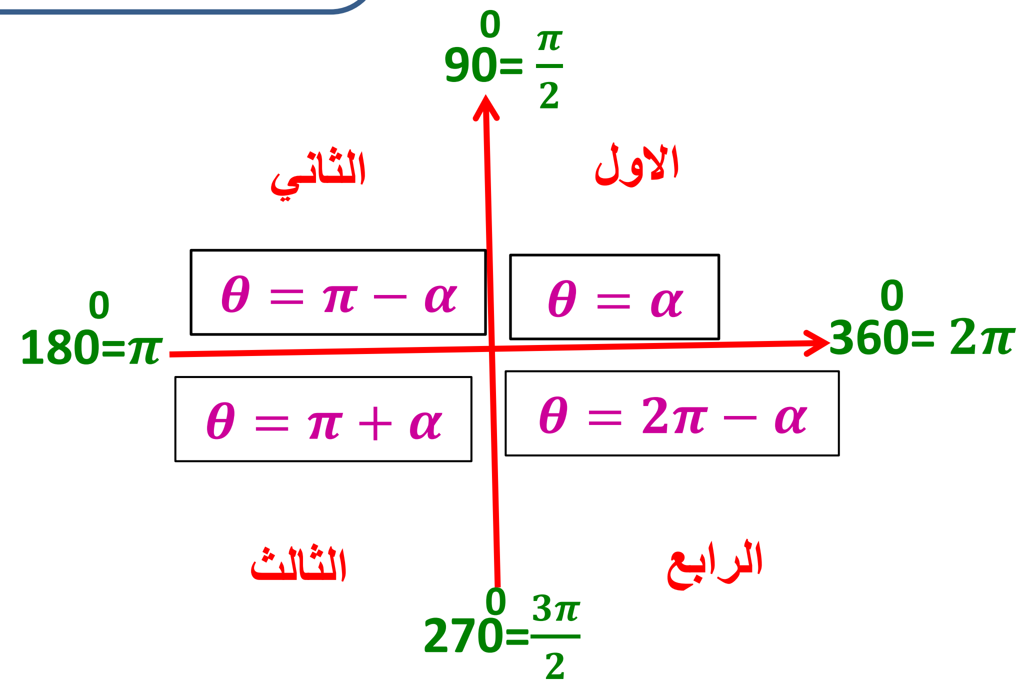
$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$

الاحداثيات المثلثية

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

θ تسمي سعة ا لعدد المركب

$0 \leq \theta < 360^\circ$



$30^\circ = \frac{\pi}{6}$ ، $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ ، $60^\circ = \frac{\pi}{3}$

حل معادلات

أولاً حل معادلات من الدرجة الاولي

تحتوي z & $\bar{z}$ معاً

تحل بالفرض والتعويض

نفرض أن

$$z = x + yi$$

$$\bar{z} = x - yi$$

نعوض بالمعادلة

نجمع الاعداد الحقيقية معا و الاعداد التخيلية معا

نحل المعادلتين

في متغير واحد

تحتوي z فقط

تحل باستخدام تساوي عددين مركبين

تساوي عددين مركبين

$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow b_1 = b_2$$

ثانيا معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد

حدودية ثلاثية

المعادلة تتكون من حدين

باستخدام القانون

$$z = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

جذري المعادلة أحدهما مرافق للآخر

الجذر التربيعي للعدد المركب

نفرض أن $w = x + yi$ هو الجذر التربيعي للعدد المركب z

المعادلة المساعدة

$$|w|^2 = |z|$$

$$\left(\sqrt{m^2 + n^2}\right)^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$m^2 + n^2 = |z|$$

$$w^2 = z$$

$$(x + yi)^2 = a + bi$$

$$x^2 + 2xyi - y^2 = a + bi$$

$$x^2 - y^2 = a$$

$$2xy = b$$

الجذرين أحدهما معكوس جمعي للأخر

مجموع الجذرين = صفر

الوحدة الثامنة

التمثيل البياني للدوال المثلثية

دالة الجيب : $y = a\sin bx$

دالة جيب التمام : $y = a\cos bx$

الدورة $= \dfrac{2\pi}{|b|}$

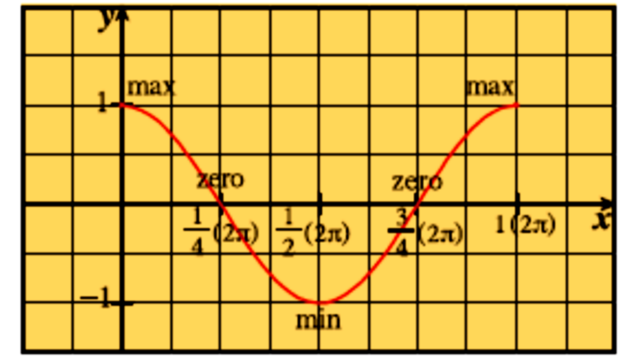
السعة $= |a|$

المدى $= [-a,a]$

ربع الدورة $= \dfrac{\text{الدورة}}{4}$

التمثيل البياني للدوال المثلثية

دالة جيب التمام : $y = \cos x$



هي دالة مثلثية مجالها $\Re$

ومداها [-1,1]

وهي دالة دورية ذات دورة 2π

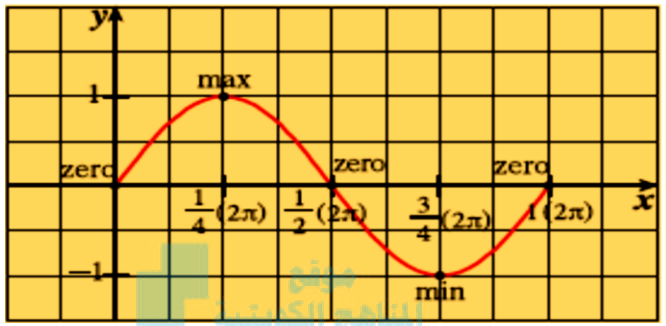
دالة الجيب دالة زوجية

منحنى الدالة متناظر حول محور الصادات

سعة الدالة هي $\dfrac{\max f - \min f}{2}$

$$2|a| = \max f - \min f$$

دالة الجيب : $y = \sin x$



هي دالة مثلثية مجالها $\Re$

ومداها [-1,1]

وهي دالة دورية ذات دورة 2π

دالة الجيب دالة فردية

منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل

سعة الدالة هي $\dfrac{\max f - \min f}{2}$

$$2|a| = \max f - \min f$$

ثالثاً : دالة الظل

$$y = \tan x$$

مجالها : $D = R - \left\{ x : x = \frac{\pi}{2} + n\pi , n \in Z \right\}$

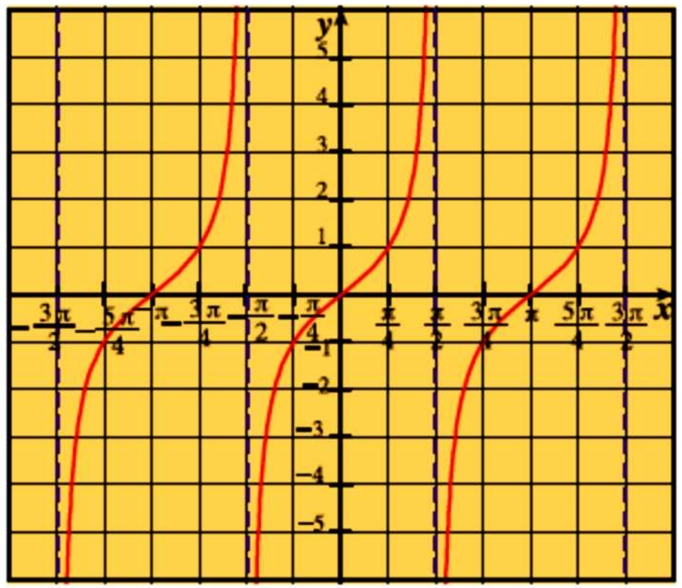
ومداها : $\Re$

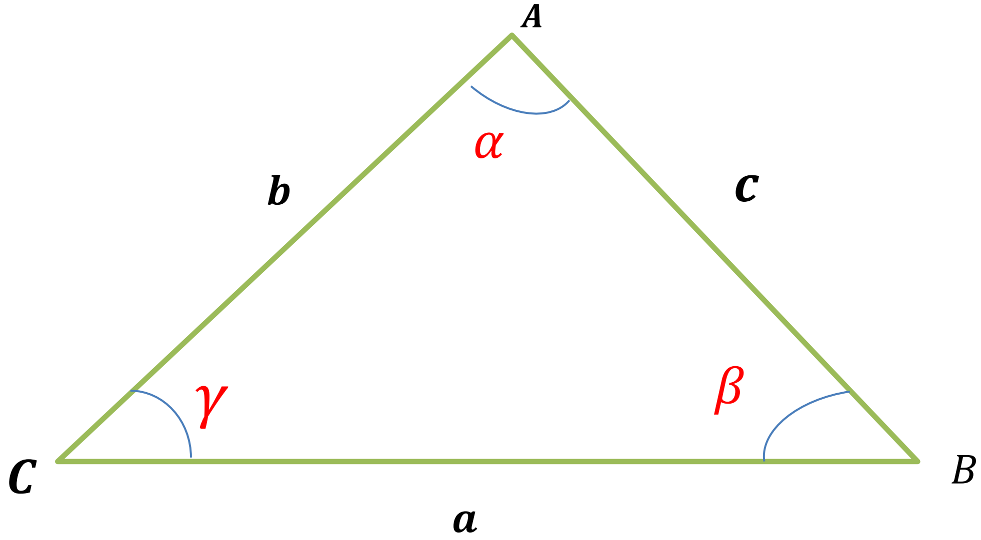
وهي دالة دورية ذات دورة π

منحناها متناظر حول نقطة الأصل

منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل

ليس لها سعة





قانون الجيب

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

استخدام قانون الجيب

إذا علم طول ضلع وقياس زاويتين

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث 180°

- الحالة التي يكون معلوم فيها طولي ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما

$\sin \beta > 0$ (موجبة)

توجد زاويتين

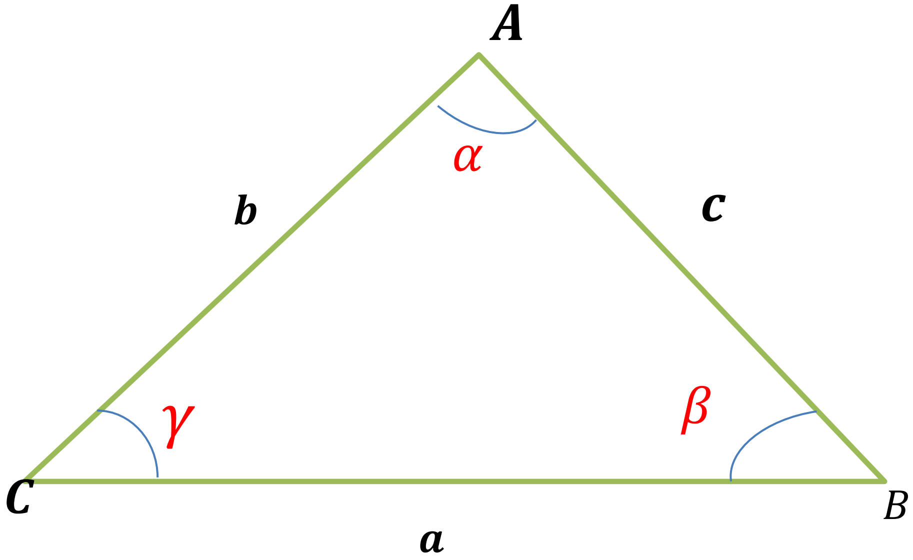
β الربع الأول (حادة)

β_1 مقبولة

β الربع الثاني (منفرجة)

$\beta_2 = 180 - \beta_1 < 180$ مقبولة

$\beta_2 = 180 - \beta_1 > 180$ غير مقبولة



استخدام قانون جيب التمام

إذا علم طولا ضلعين وقياس الزاوية بينهما

(ض . ز .ض)

إذا علم أطوال الاضلاع الثلاثة

(ض. ض. ض)

قانون جيب التمام

إذا طلب زاوية

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + C^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + C^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,a\,b}$$

إذ اطلب طول ضلع

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

مساحة المثلث

• قاعدة هيرون

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

$$Area = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

مساحة المثلث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

$$Area(ABC) = \frac{1}{2}\, b\, c \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{2}\, a\, c \sin\beta$$

$$= \frac{1}{2}\, b\, a \sin\gamma$$

الوحدة التاسعة

متطابقات القسمة (الظل وظل التمام)

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

متطابقات المقلوب

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

متطابقات فيثاغورث

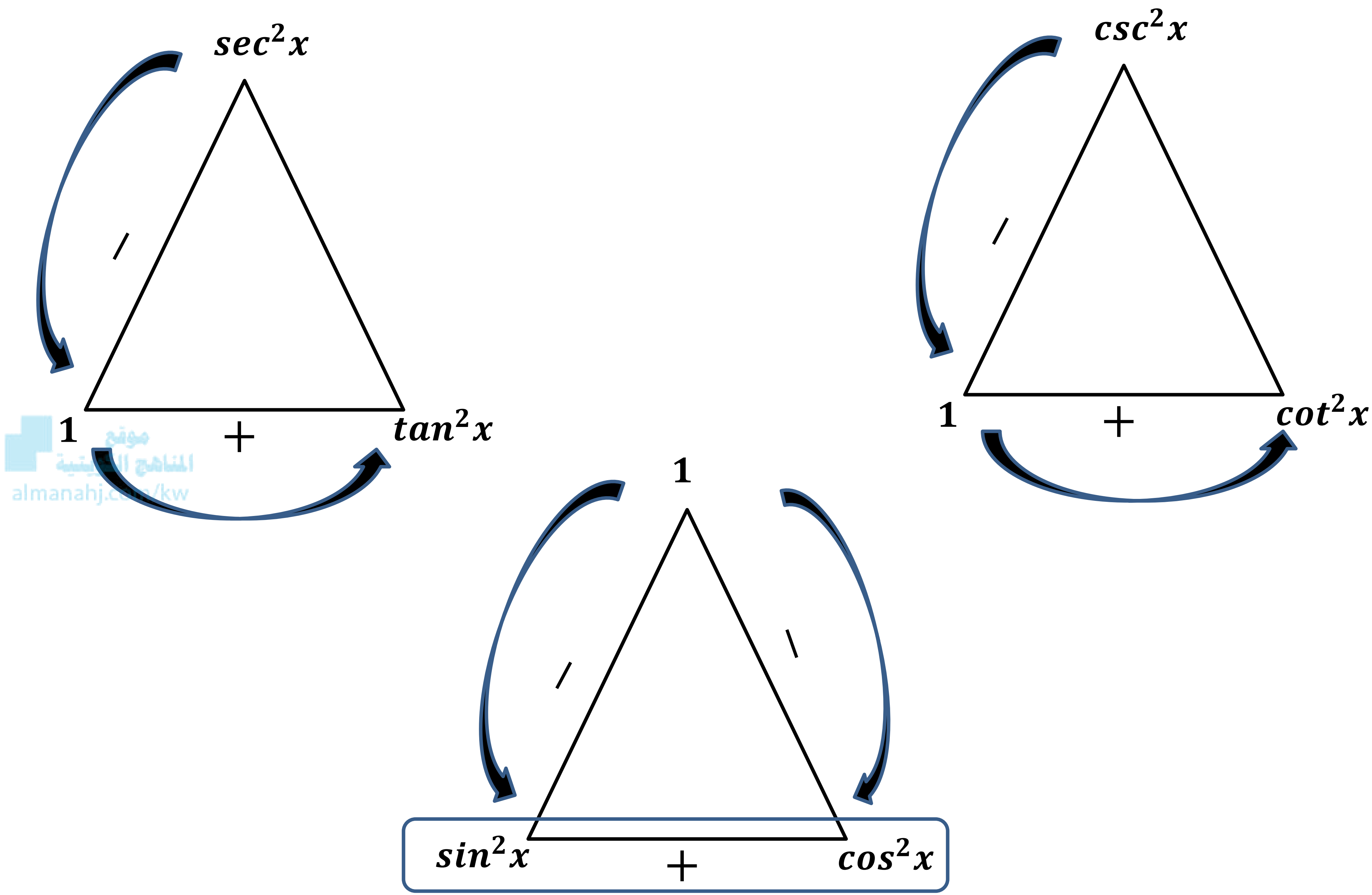
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$1 + \tan x^2 = \sec x^2 \longrightarrow \tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

$$1 + \cot x^2 = \csc x^2 \longrightarrow \cot^2 x = \csc^2 x - 1$$



sec^2x
1
tan^2x
+
/
csc^2x
1
cot^2x
+
/
1
sin^2x
cos^2x
+
/
\

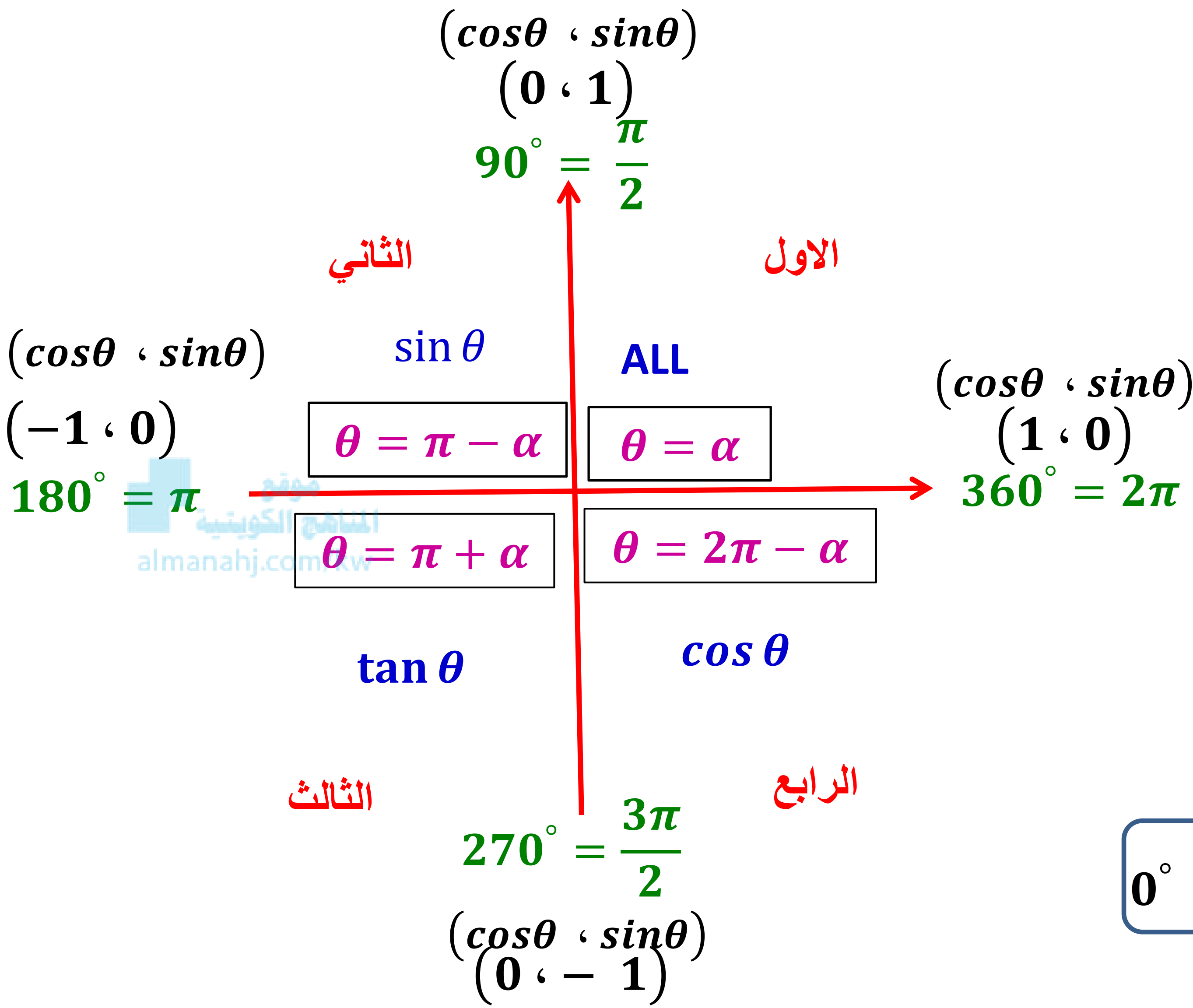
حل معادلات مثلثية

$y = sin\theta$ مداها $[-1 ، 1]$

$y = cos\theta$ مداها $[-1 ، 1]$

$30^\circ = \frac{\pi}{6}$ ، $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ ، $60^\circ = \frac{\pi}{3}$

زاوية الاسناد – إشارة النسب المثلثية



$\sin x$ / $\cos x$ = 1 ، 0 ، -1

x زاوية ربعية 0° ، 90° ، 180° ، 270°

المتطابقات

متطابقات المجموع والفرق

$$\cos(\beta + \alpha) = \cos\beta \cos\alpha - \sin\beta \sin\alpha$$

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha$$

$$\sin(\beta + \alpha) = \sin\beta \cos\alpha + \cos\beta \sin\alpha$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin\beta \cos\alpha - \cos\beta \sin\alpha$$

$$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan\beta + \tan\alpha}{1 - \tan\beta \tan\alpha}$$

$$\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\beta \tan\alpha}$$

متطابقات الدوال المتكافئة

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta \longrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta \longrightarrow \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta \longrightarrow \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta$$

متطابقات ضعف الزاوية ونصفها

متطابقة نصف الزاوية

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

متطابقة ضعف الزاوية

1) $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

2) $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

3) $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

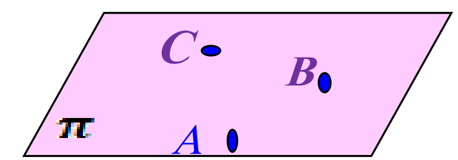
ملاحظة..

عند استخدام متطابقات نصف الزاوية تحتاج إلى تعيين الربع الذي تقع فيه الزاوية $\frac{\alpha}{2}$ ومن ثم تستخدم الإشارة الصحيحة + أو - للدالة المثلثية في هذا الربع.

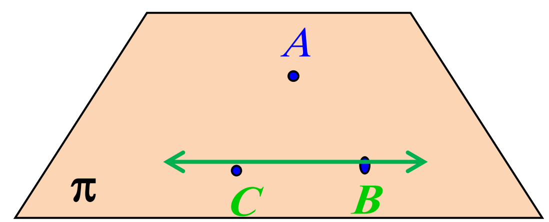
الوحدة العاشرة

حالات تعيين المستوى في الفضاء

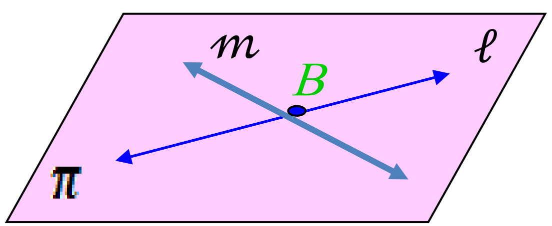
أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على استقامة واحدة تعين مستويا واحدا فقط



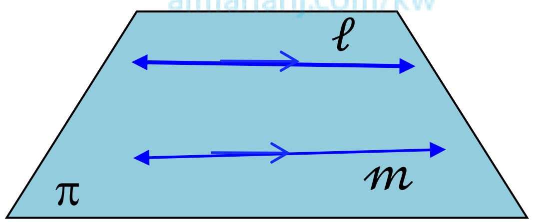
أي مستقيم و نقطة خارجة عنه يعينان مستويا وحيدا فقط



أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويا واحدا فقط

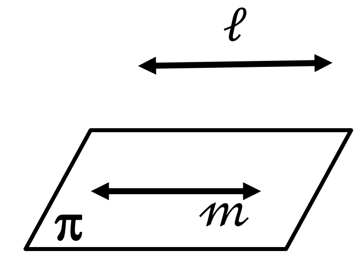


أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويا واحدا فقط



المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء

نظرية(١)



1) $\overleftrightarrow{l} \not\subset \pi$

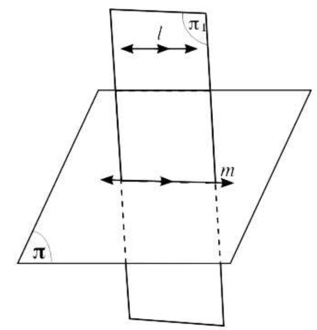
2) $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$

3) $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$

$\Rightarrow \overleftrightarrow{l} // \pi$

إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيم في المستوى فإنه يوازي المستوى

نظرية(٢)



1) $\overleftrightarrow{l} // \pi$

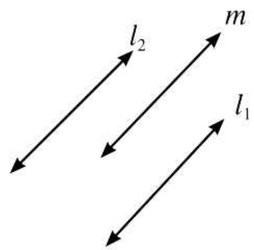
2) $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$

3) $\pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{m}$

$\Rightarrow \overleftrightarrow{m} // \overleftrightarrow{l}$

إذا وازى مستقيم مستوي فكل مستو مار بالمستقيم ويقطع المستوى، يقطعه في مستقيم مواز للمستقيم المعلوم.

نظرية(٣)



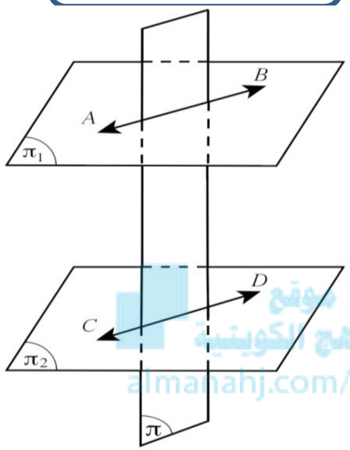
1) $\overleftrightarrow{l_1} // \overleftrightarrow{m}$

2) $\overleftrightarrow{l_2} // \overleftrightarrow{m}$

$\Rightarrow$ 3) $\overleftrightarrow{l_1} // \overleftrightarrow{l_2}$

المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيان

نظرية(٤)



1) $\pi_1 // \pi_2$

2) $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$

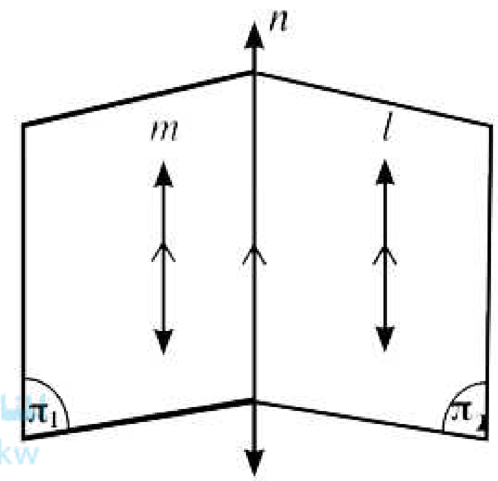
3) $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$

$\Rightarrow \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

إذا قطع مستوٍ مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين.

نتيجة (١)

إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان،
فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين.



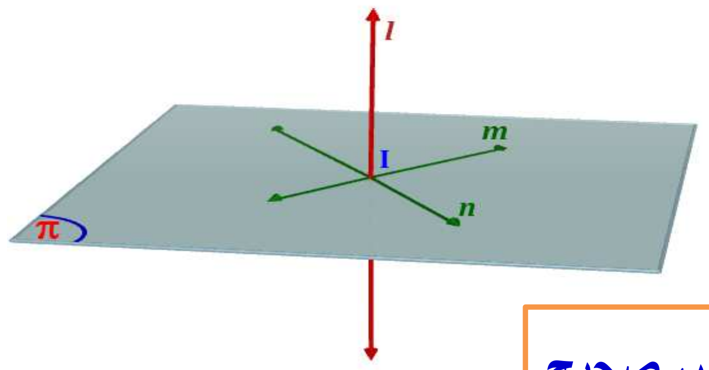
$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \overleftrightarrow{m} \,//\, \overleftrightarrow{l} \\ 2)\ \overleftrightarrow{m} \subset \overleftrightarrow{\pi_1} \\ 3)\ \overleftrightarrow{l} \subset \overleftrightarrow{\pi_2} \\ 4)\ \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{n} \end{array}\right\} \quad \overleftrightarrow{m} \,//\, \overleftrightarrow{l} \,//\, \overleftrightarrow{n}$$

تعامد مستقيم مع مستوي

تعريف

يكون المستقيم $\overleftrightarrow{l}$ عمودياً على المستوى π إذا كان $\overleftrightarrow{l}$ عمودياً على جميع المستقيمات الواقعة في π ويرمز له بـ : $\overleftrightarrow{l} \perp \pi$

نقول أيضاً إن π عمودي على $\overleftrightarrow{l}$ ونرمز له بـ : $\pi \perp \overleftrightarrow{l}$

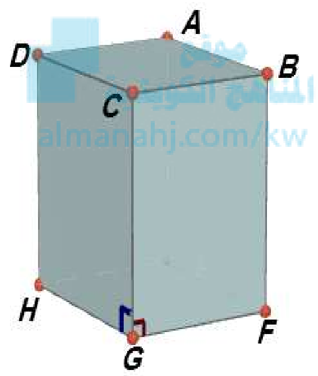


والعكس صحيح

إذا كان $\pi \perp \overleftrightarrow{l}$ فإن $\overleftrightarrow{l}$ عمودياً على كل المستقيمات الواقعة في المستوى π

نظرية(٥)

المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديًّا على مستويهما.

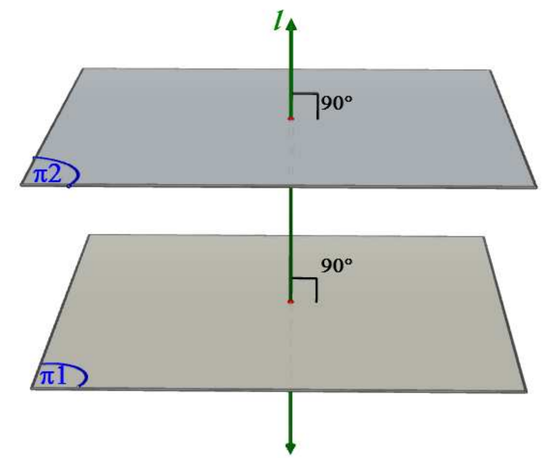


$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{GF} \cap \overleftrightarrow{GH} = \{G\} \\ \overleftrightarrow{CG} \perp \overleftrightarrow{GF} \quad , \overleftrightarrow{CG} \perp \overleftrightarrow{GH} \end{array}\right\} \Rightarrow \overleftrightarrow{CG} \perp (EFGH)$$

تعامد مستقيم مع مستوي

نظرية(6)

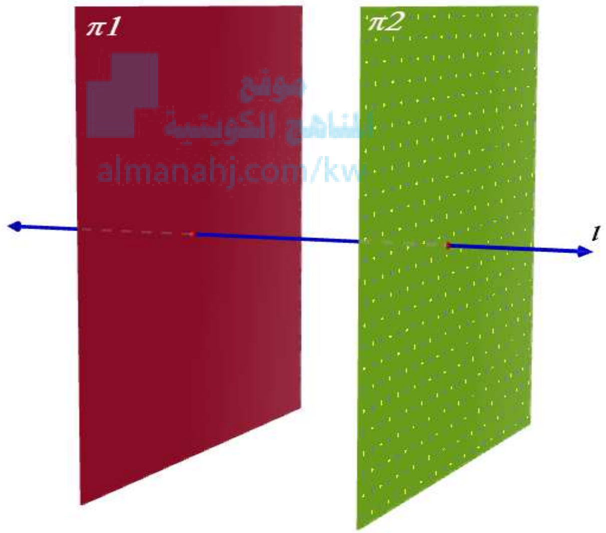
إذا كان مستقيم عموديًّا على كلٍّ من مستويين مختلفين فإنهما يكونان متوازيين.



$$\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1 \;,\; \overleftrightarrow{l} \perp \pi_2 \Longrightarrow \pi_1 \,//\, \pi_2$$

نظرية(7)

إذا كان مستقيم عموديًّا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عمودياً على المستوي الآخر.

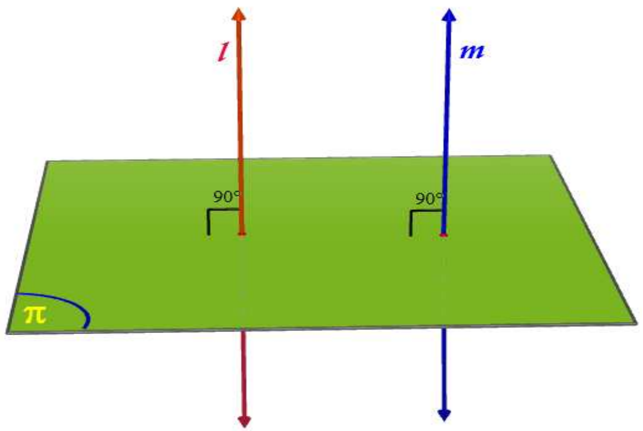


$$\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1 \;,\; \pi_1 \,//\, \pi_2 \Longrightarrow \overleftrightarrow{l} \perp \pi_2$$

تعامد مستقيم مع مستوي

نظرية (٨)

المستقيمان العموديان على مستوٍ متوازيان.



$$\overleftrightarrow{l} \perp \pi \;,\; \overleftrightarrow{m} \perp \pi \Rightarrow \overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$$

نظرية (٩)

إذا توازى مستقيمان أحدهما عمودياً على مستوٍ كان المستقيم الآخر عمودياً على المستوي أيضاً.

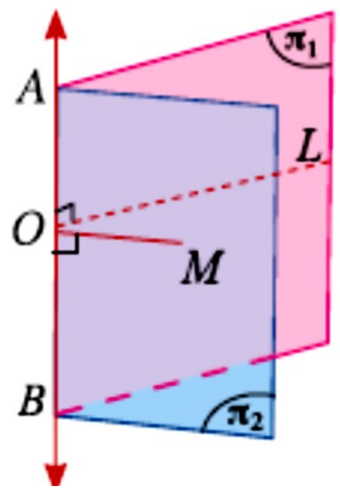
$$\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m} \;,\; \overleftrightarrow{l} \perp \pi \Rightarrow \overleftrightarrow{m} \perp \pi$$

الزاوية الزوجية

الزاوية المستوية لزاوية الزوجية

هي الزاوية التي تنشأ من تقاطع الزاوية الزوجية مع مستو عمودي على حافتها

و تكون قياس الزاوية الزوجية هو قياس إحدى زواياها المستوية و دائما نأخذ قياس الزاوية الحادة



١) تحديد حافة الزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{AB}$

٢) نأخذ نقطة O علي حافة الزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{AB}$

٣) تحديد مستقيم OL $\left\{ \begin{array}{l} \overleftrightarrow{OL} \subseteq \pi_1 \\ \overleftrightarrow{OL} \perp \overleftrightarrow{AB} \end{array} \right.$

٤) تحديد مستقيم OM $\left\{ \begin{array}{l} \overleftrightarrow{OM} \subseteq \pi_2 \\ \overleftrightarrow{OM} \perp \overleftrightarrow{AB} \end{array} \right.$

٥) تحديد الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\widehat{LOM}$

٦) إيجاد قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية

باستخدام قانون جيب التمام

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

الوحدة الحادية عشرة

مضروب n

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots 3\times 2\times 1, n\in z^{+}$$

قانون التباديل والتوافيق

قانون التوافيق

ترتيب العناصر غير مهم

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad n,r\in Z^{+}, n\geq r$$

قانون التباديل

ترتيب العناصر مهم

$${}_np_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

$${}_np_r = \frac{n!}{(n-r)!} \qquad : n,r\in z^{+}, n\geq r$$

نظرية ذات الحدين :

لأى عدد صحيح موجب n ،

$$(x+y)^n = {}_nC_0\, x^n + {}_nC_1\, x^{n-1}y + {}_nC_2\, x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots + {}_nC_r\, x^{n-r}y^r + \ldots\ldots + {}_nC_{n-1}\, x y^{n-1} + {}_nC_n\, y^n$$

الحد العام الذى رتبته r+1 هو

$$T_{r+1} = {}_nC_r \bullet x^{n-r} \bullet y^r$$

$$P(E) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث E}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة S}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

احتمال ذات الحدين

$$p(E) = {}_nC_k \cdot (m)^k \cdot (1-m)^{n-k}$$

الاحتمال

$$p(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$p(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

الحدثان متنافيان $p(A \cup B) = 0$

الحدثان مستقلان $p(A \cup B) = P(A) \times P(B)$

$$p(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$p(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$p(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$