مراجعات غير مخصصة للبيع
المصدر
الكتاب المدرسي
وزارة التربية/ الكويت
طبعة
2025/ 2026م
خاصة بطلبة مدارس التميز النموذجية

التميز

مدرسة التميز النموذجية ابتدائي - متوسط- ثانوي

المراجعة النهائية

مادة الرياضيات

الصف الحادي عشر علمي

2026 / 2025
الفصل الدراسي الثاني

الأسئلة المقالية

السؤال الاول (أ) إذا كان $z_1 = 2-7i \;,\; z_2 = 3+5i$ فأوجد:

a $\overline{z_1} + \overline{z_2}$ b $\overline{z_1 - z_2}$ c $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)$

a $\overline{Z_1} + \overline{Z_2} = (2+7i) + (3-5i) = 5 + 2i$

b $\overline{Z_1 - Z_2} = \overline{Z_1} - \overline{Z_2} = (2+7i) - (3-5i)$

$= -1 + 12i$

c $\dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{2-7i}{3+5i} \times \dfrac{3-5i}{3-5i} = \dfrac{(2\times3 - {}^-7\times{}^-5) + (2\times{}^-5 + {}^-7\times3)i}{9 + 34}$

$= \dfrac{-29}{34} - \dfrac{31}{34}i$

السؤال الأول (ب) اكتب العدد $\dfrac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية

$\dfrac{\sqrt3 - i}{\sqrt3 + i} \times \dfrac{\sqrt3 - i}{\sqrt3 - i} = \dfrac{(\sqrt3\times\sqrt3 - {}^-1\times{}^-1) + (\sqrt3\times{}^-1 + {}^-1\times\sqrt3)i}{(\sqrt3)^2 + (1)^2} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt3}{2}i$

$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(\frac12)^2 + (\frac{-\sqrt3}{2})^2} = 1$

نفرض α هي زاوية الإسناد

$\tan\alpha = \left|\dfrac{y}{x}\right|$

$\alpha = \tan^{-1}(\sqrt3) = \dfrac{\pi}{3}$

$\because x > 0 \;,\; y < 0$

$\therefore$ θ تقع في الربع الرابع

$\theta = 2\pi - \alpha = \dfrac{5\pi}{3}$

الصورة المثلثية $Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$Z = \cos\left(\dfrac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\dfrac{5\pi}{3}\right)$

السؤال الثاني (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$ في $\mathbb{C}$.

نفرض $z = x + yi \Leftarrow \bar{z} = x - yi$

$x + yi + i = 2(x - yi) + 1$

$x + yi + i = 2x - 2yi + 1$

$(x - 2x) + (y + 2y)i = 1 - i$

$-x + 3yi = 1 - i$

$x = -1 \qquad 3y = -1$

$z = -1 - \frac{1}{3}i$

$S.S = \{ -1 - \frac{1}{3}i \}$

السؤال الثاني (ب) أوجد مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$ في $\mathbb{C}$.

$a = 1 \qquad b = -2 \qquad c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(2) = -4$

$z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 \pm 2i}{2} = 1 \pm i$

$S.S = \{ 1 + i \ , \ 1 - i \}$

السؤال الثالث

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

نفرض $w = m + ni$ هو جذر تربيعي للعدد Z

$$w^2 = Z$$

$$(m+ni)^2 = -3 - 4i$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$$

$$m^2 - n^2 = -3 \longrightarrow \boxed{1}$$

$$2mn = -4 \longrightarrow \boxed{2}$$

$$|w|^2 = |Z|$$

$$m^2 + n^2 = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

$$m^2 + n^2 = 5 \longrightarrow \boxed{3}$$

$$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$1 + n^2 = 5 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2$$

من $\boxed{2}$ $mn < 0$

$\therefore$ m, n لهما إشارتان مختلفتان

$w_1 = 1 - 2i$ $\qquad$ $w_2 = -1 + 2i$

السؤال الرابع (أ)

أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3cos(2x) \quad , -\pi \le x \le \pi$

ثم ارسم بيانها

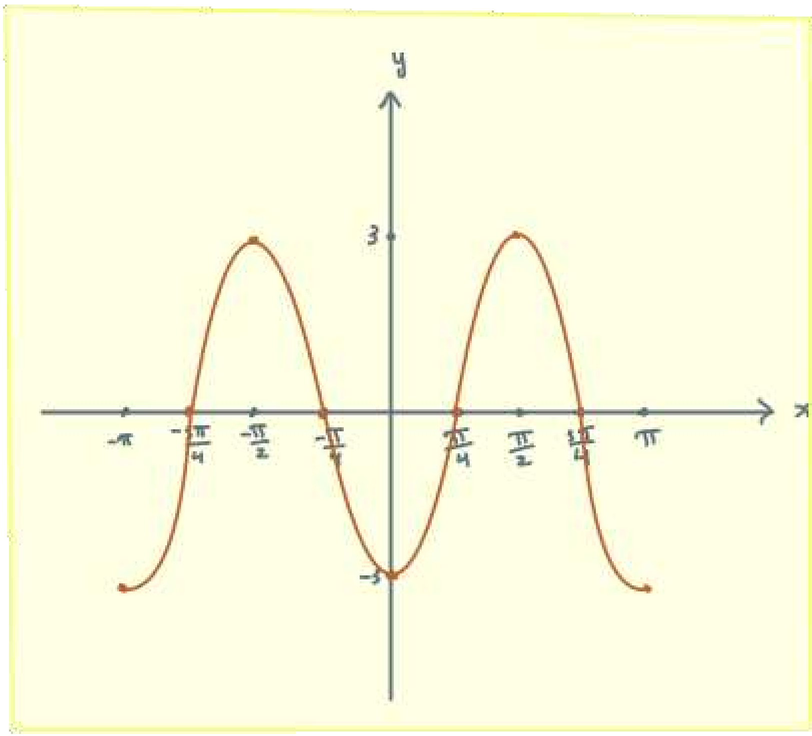
السعة $= |a| = |-3| = 3$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
y	-3	0	3	0	-3

منحنى دالة $y=\cos x$ متناظر حول محور y



السؤال الرابع (ب)

أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:

$y = -4\sin x \ , \ x \in [-\pi \ , \ 2\pi]$

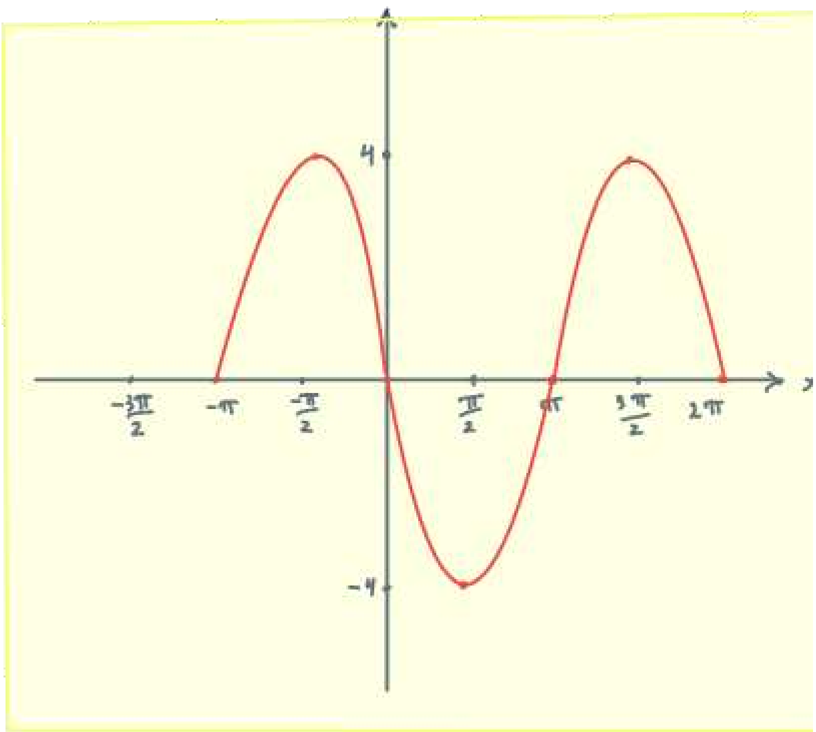
السعة $= |a| = |-4| = 4$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{2}$

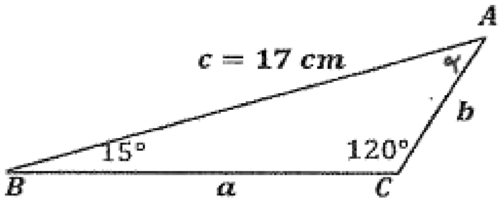
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	-4	0	4	0

منحنى دالة $y=\sin x$ متناظر حول نقطة الأصل



السؤال الخامس(أ)

حل المثلث ABC



$\alpha = 180 - (15 + 120) = 45°$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

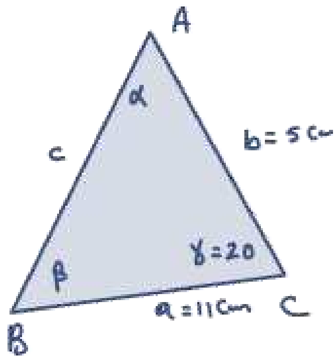
$$\frac{\sin 45}{a} = \frac{\sin 15}{b} = \frac{\sin 120}{17}$$

$a = \dfrac{17 \sin 45}{\sin 120} = 13.88\ cm$

$b = \dfrac{17 \sin 15}{\sin 120} = 5.08\ cm$

السؤال الخامس(ب)

حل ΔABC حيث: $a = 11\,\text{cm}\ ,\ b = 5\,\text{cm}\ ,\ \gamma = 20°$



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$c = \sqrt{(11)^2 + (5)^2 - 2(11)(5)\cos(20)} \approx 6.5\ cm$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{(11)^2 + (6.5)^2 - (5)^2}{2 \times (11) \times (6.5)} = \frac{553}{572}$$

$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{553}{572}\right) = 14°\ 48'\ 32.43''$

$\alpha = 180 - (20 + 14°\ 48'\ 32.43'')$

$= 145°\ 11'\ 27.57''$

السؤال السادس (أ) أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $7cm\,,5cm\,,8cm$

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}(7+5+8) = 10 \text{ cm}$$

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{10(10-7)(10-5)(10-8)} = 17.32 \text{ cm}^2$$

السؤال السادس (ب) أثبت صحة المتطابقة: $\frac{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta$

الطرف الأيسر $= \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 = \tan^2\theta =$ الطرف الأيمن

السؤال السابع (أ) أثبت صحة المتطابقة: $2\cot x\csc x = \frac{1}{\sec x-1}+\frac{1}{\sec x+1}$

$$\text{الطرف الأيمن} = \frac{1}{\sec x-1}+\frac{1}{\sec x+1}$$

$$= \frac{\sec x+1+\sec x-1}{\sec^2 x-1} = \frac{2\sec x}{\tan^2 x}$$

$$= 2\times\frac{1}{\cancel{\cos x}}\cdot\frac{\cos x}{\sin x}\cdot\frac{\cancel{\cos x}}{\sin x} = 2\cot x\csc x$$

$$= \text{الطرف الأيسر}$$

السؤال السابع (ب) حل المعادلة: $2\cos x+\sqrt{3}=0$

$$2\cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

نفرض α هي زاوية الإسناد

$$\cos\alpha = |\cos x| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$

$\because \cos x < 0$

$\therefore$ x تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

$x=(\pi-\alpha)+2K\pi$	$x=(\pi+\alpha)+2K\pi$
$=\frac{5\pi}{6}+2K\pi$	$=\frac{7\pi}{6}+2K\pi$

$; K\in \mathbb{Z}$

السؤال الثامن(أ) حل المعادلة: $4\sin^2 x - 8\sin x + 3 = 0$

المعادلة: $4\sin^2 x - 8\sin x + 3 = 0$ هي معادلة تربيعية في $\sin x$

بالتحليل:

$(2\sin x - 1)(2\sin x - 3) = 0$

$2\sin x - 1 = 0$ أو $2\sin x - 3 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ أو $\sin x = \frac{3}{2}$

$\sin x = \frac{3}{2}$

$\because$ $y = \sin x$ مداها $[-1, 1]$

$\frac{3}{2} \notin [-1, 1]$

$\therefore$ $\sin x = \frac{3}{2}$ ليس لها حل

أو

$\sin x = \frac{1}{2}$

نأخذ $\sin x = \frac{1}{2}$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x.

$\therefore \sin\alpha = |\sin x|$

$= \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\because \sin x > 0$

$\therefore$ x تقع في الربع الأول أو في الربع الثاني.

عندما x تقع في الربع الأول

$\therefore x = \alpha + 2k\pi = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$

عندما x تقع في الربع الثاني

$\therefore x = (\pi - \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$

$= \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi$

$= \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

حل المعادلة: $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ أو $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

السؤال الثامن(ب) حل المعادلة: $2\cos\theta\sin\theta = -\sin\theta$

$2\cos\theta\sin\theta = -\sin\theta$

$2\cos\theta\sin\theta + \sin\theta = 0$

$\sin\theta(2\cos\theta + 1) = 0$

تحليل إلى عوامل

$\sin\theta = 0$ أو $2\cos\theta + 1 = 0$

خاصية الضرب في الصفر

$\sin\theta = 0$ أو $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية θ

$\therefore \cos\alpha = |\cos\theta|$

$= \left|-\frac{1}{2}\right| = \left|\frac{1}{2}\right|$

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$

$\because \cos\theta < 0$

$\therefore$ θ تقع في الربع الثاني أو في الربع الثالث.

عندما تقع θ في الربع الثاني:

$\theta = (\pi - \alpha) + 2k\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$

$= \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$

$= \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

عندما θ تقع في الربع الثالث

$\therefore \theta = \pi + \alpha + 2k\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$

$= \left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + 2k\pi$

$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

أو

$\sin\theta = 0$

$\therefore$ θ زاوية ربعية

$\therefore \theta = 0$ أو $\theta = \pi$

$\therefore \theta = 2k\pi$ أو $\theta = \pi + 2k\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$

السؤال التاسع

إذا كان: $\sin\alpha = \frac{4}{5}\ ,\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos\beta = \frac{-12}{13}\ ,\ \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

أوجد كلًّا مما يلي:

a $\sin(\alpha+\beta)$ **b** $\cos(\alpha-\beta)$

نوجد أولًا: $\tan\beta\ ,\ \tan\alpha\ ,\ \sin\beta\ ,\ \cos\alpha$

متطابقة فيثاغورث
- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

تعويض
$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$

فصل المتغير
$\cos^2\alpha = 1 - \frac{16}{25}$

بسّط
$\cos^2\alpha = \frac{9}{25}$

$\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ أو $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\because\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha > 0$

$\therefore\ \cos\alpha = \frac{3}{5}$

متطابقة فيثاغورث
- $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

تعويض
$\sin^2\beta + \left(\frac{-12}{13}\right)^2 = 1$

فصل المتغير
$\sin^2\beta = 1 - \frac{144}{169}$

بسّط
$\sin^2\beta = \frac{25}{169}$

$\sin\beta = -\frac{5}{13}$ أو $\sin\beta = \frac{5}{13}$

$\because\ \pi < \beta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin\beta < 0$

$\therefore\ \sin\beta = \frac{-5}{13}$

- $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$

- $\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\frac{-5}{13}}{\frac{-12}{13}} = \frac{5}{12}$

a $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{-12}{13}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{5}{13}\right)$

$= \frac{-48}{65} - \frac{15}{65} = -\frac{63}{65}$

b $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{-12}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{5}{13}\right)$

$= \frac{-36}{65} - \frac{20}{65} = -\frac{56}{65}$

السؤال العاشر (أ) إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، $\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$.

متطابقة فيثاغورث $\qquad \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$= 1 - \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \therefore \quad \cos\theta < 0$$

متطابقة جيب ضعف الزاوية $\qquad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$$\sin 2\theta = 2 \times \frac{-1}{\sqrt{2}} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} = 1$$

السؤال العاشر(ب) إذا كانت: $180° < \theta < 270°$ ، $\sin\theta = -\frac{24}{25}$ ،
فأوجد $\sin\frac{\theta}{2}$.

نوجد أولًا $\cos\theta$

متطابقة فيثاغورث $\qquad \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

عوّض $\qquad \cos^2\theta + \left(\frac{-24}{25}\right)^2 = 1$

$$\cos^2\theta = \frac{49}{625}$$

لأن θ في الربع الثالث $\qquad \cos\theta = \frac{-7}{25}$

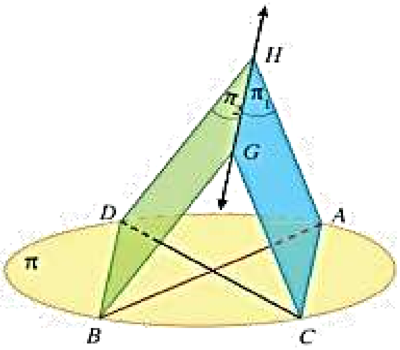
نوجد الآن $\frac{\theta}{2}$ $\qquad \because \ 180° < \theta < 270°$

ومنه $\frac{\theta}{2}$ في الربع الثاني $\qquad \therefore \ 90° < \frac{\theta}{2} < 135°$

متطابقة نصف الزاوية $\qquad \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$

عوّض، اختر الجذر الموجب، لأن $\frac{\theta}{2}$ في الربع الثاني $\qquad \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\left(\frac{-7}{25}\right)}{2}} = \frac{4}{5}$

السؤال الحادى عشر (أ)



في الشكل المقابل: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوي الدائرة π.

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوي الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$.

$\because$ $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ قطران في الدائرة

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر ومتطابقان

$\therefore$ الشكل $ACBD$ مستطيل

$\therefore \quad \overline{AC} \parallel \overline{DB} \qquad (1)$

$\because \quad \overline{AC} \subset \pi_1 \; , \; \overline{DB} \subset \pi_2 \; , \; \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH} \qquad (2)$

من $(1), (2)$

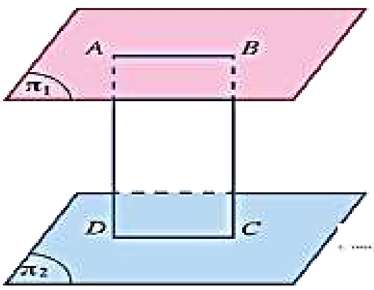
$\therefore \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB}$

$\because \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \; , \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

$\therefore \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$

أي أن مستوي الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

السؤال الحادى عشر (ب)



في الشكل المقابل: $\pi_1 \parallel \pi_2$

A, B نقطتان في π_1،

C, D نقطتان في π_2 حيث: A, B, C, D في مستوى واحد

$\overline{AD} \perp \pi_2$, $\overline{BC} \perp \pi_2$

$\left.\begin{array}{l} A \in \pi_1 \\ B \in \pi_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1}$

$\because \left.\begin{array}{l} C \in \pi_2 \\ D \in \pi_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2}$

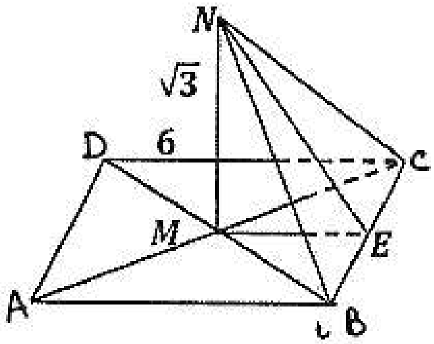
$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2 \\ \overleftrightarrow{BC} \perp \pi_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{CD}}$ ①

بالمثل يمكن اثبات أن $\boxed{\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{CD}}$ ②

$\because \left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{BC} \perp \pi_2 \\ \pi_1 \parallel \pi_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{BC} \perp \pi_1 \\ \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{AB}}$ ③

وبالمثل يمكن اثبات أن: $\boxed{\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{AB}}$ ④

من ① و ② و ③ و ④ نجد أن $ABCD$ رباعي زواياه الأربعة قائمة فهو مستطيل



السؤال الثاني عشر

$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AB = 6cm$
أقيم $\overline{NM}$ عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
بحيث $MN = \sqrt{3}\,cm$ ، E منتصف $\overline{BC}$
أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NBC

نكمل E منتصف $\overline{CB}$

$\because \overleftrightarrow{NM} \perp (ABCD)$ ، $\overleftrightarrow{ME} \subset (ABCD)$ $\Rightarrow \boxed{\overleftrightarrow{NM} \perp \overleftrightarrow{ME}}$ (I)

$MC = MB$ "المستطيل قطراه متساويان في الطول ومتساويان"

$\therefore BMC$ متطابق الضلعين ، E منتصف القاعدة

$\therefore \boxed{\overleftrightarrow{ME} \perp \overleftrightarrow{BC}}$ (II)

من (I) و (II) نجد أن $\boxed{\overleftrightarrow{BC} \perp (NME)}$ ، $\overleftrightarrow{NE} \subset (NME)$ $\Rightarrow \boxed{\overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{NE}}$ (III)

(IV) $(NBC) \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{BC}$

من (II) و (III) و (IV) : الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $N\hat{E}M$

في المثلث ABC :

"علل" E منتصف $\overline{CB}$
"قطر مستطيل" M منتصف $\overline{CA}$
$\Rightarrow ME = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} * 6k$
$\boxed{ME = 3k}$

NME مثلث قائم في $\hat{M}$:

$\tan(N\hat{M}E) = \frac{\sqrt{3}\cancel{k}}{3\cancel{k}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{m(N\hat{M}E) = 30°}$

$\boxed{\text{قياس الزاوية الزوجية } 30°}$

مدرسة التميز النموذجية

ابتدائي - متوسط - ثانوي

عندما يكون تعليم أبنائكم
اهتمامكم الأول في الحياة

قنواتنا على تليجرام

الصف الأول

الصف الثاني

الصف الثالث

الصف الرابع

الصف الخامس

الصف السادس

الصف السابع

الصف الثامن

الصف التاسع

الصف العاشر

صف ١١ علمي

صف ١١ أدبي

صف ١٢ علمي

صف ١٢ أدبي