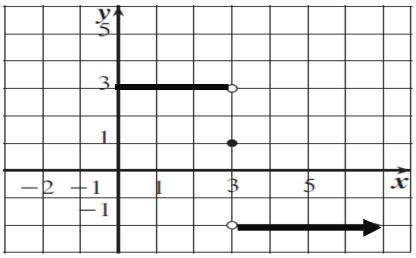
بند (1 – 1) النهايات بنود موضوعية

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = -2$ (في الرسم البياني أدناه) (a) (b)



$$\lim_{y\to 3^+} f(x) = -2$$
$$\lim_{y\to 3^-} f(x) = 3$$

(2) $\lim\limits_{y\to 2} \dfrac{y^2+5y+6}{y+2} = 5$ (a) (b)

نتحقق من أن نهاية المقام لا تساوي صفر

$$\lim_{y\to 2}(y+2) = 2+2 = 4,4 \neq 0$$

$$\lim_{y\to 2}\frac{y^2+5y+6}{y+2} = \frac{(2)^2+5(2)+6}{2+2} = 5$$

(3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x^3+8x^2}{3x^4-16x^2} = 0$ (a) (b)

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

$$\lim_{y\to 0}\frac{x^2(5x+8)}{x^2(4x^2-16)} = \lim_{y\to 0}\frac{(5x+8)}{(4x^2-16)} = \frac{(5\times 0+8)}{(4\times 0^2-16)} = -\frac{1}{2}$$

(4) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$ (a) (b)

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

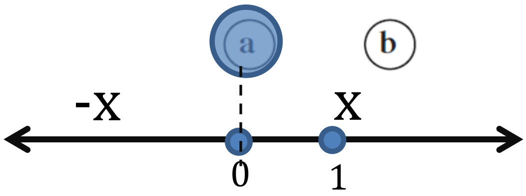
$$\sqrt{x^2} = |x| \qquad \because x \to 0^- \qquad \therefore |x| = -x$$

-x | x

0

لأننا نسعى إلى صفر المطلق من جهة اليسار

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = \lim_{x\to 0^-}\frac{-x-x}{x} = \lim_{x\to 0^-}\frac{-2x}{x} = \lim_{x\to 0^-} -2 = -2$$



(5) $\lim_{x\to 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$

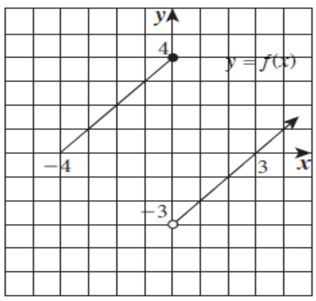
$\because x \to 1^+ \qquad \therefore |x| = x$

لأن 1 يقع على يمين صفر المطلق

$$\lim_{x\to 1^+}(2x - x + 2) = \lim_{x\to 1^+}(x+2) = 1 + 2 = 3$$

في التمارين (6—14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) الشكل المقابل هو بيان دالة f.



العبارة الصحيحة في ما يلي هي:

(a) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -3$

(c) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 4$ (d) $\lim_{x\to 0} f(x) = -3$

---

(7) $\lim_{x\to -2}(x^3 + 3x^2 - 2x - 17) =$

(a) 17 (b) −17 (c) 9 (d) −9

$$(-2)^3 + 3(-2)^2 - 2(-2) - 17 = -9$$

---

(8) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-1}{x^2-1} =$

ⓐ 1　ⓑ 0　ⓒ $\frac{1}{2}$　ⓓ غير موجودة

$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \to 1} \frac{1}{(x+1)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

(9) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2} =$

ⓐ 1　ⓑ 0　ⓒ $\frac{1}{2}$　ⓓ $\frac{1}{3}$

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(2x-1)(x-2)} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-1)}{(2x-1)} = \frac{2-1}{2 \times 2-1} = \frac{1}{3}$$

(10) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$

ⓐ -1　ⓑ 1　ⓒ $\frac{1}{2}$　ⓓ 0

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \lim_{x \to 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} =$$

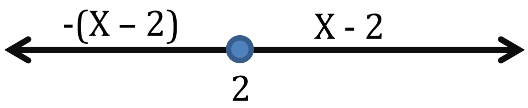
$$\frac{\lim\limits_{x \to 1} 1}{\lim\limits_{x \to 1}\left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{\lim\limits_{x \to 1} 1}{\lim\limits_{x \to 1} \sqrt{x} + \lim\limits_{x \to 1} 1} = \frac{\lim\limits_{x \to 1} 1}{\sqrt{\lim\limits_{x \to 1} x + \lim\limits_{x \to 1} 1}} = \frac{1}{\sqrt{1}+1} = \frac{1}{2}$$

ملاحظة في الأسئلة المقالية يجب التحقق من أن
نهاية ما تحت الجذر اكبر من الصفر
ونهاية المقام لا تساوي الصفر

(11) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{|x-2|}{x^2-4} =$

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ $-\frac{1}{2}$ **ⓒ $\frac{1}{4}$** ⓓ $-\frac{1}{4}$

$\because x \to 2^+ \Rightarrow \therefore |x-2| = x-2$



$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{1}{(x+2)} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

(12) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x} =$

ⓐ $-\frac{1}{2}$ ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{1}{4}$ **ⓓ $-\frac{1}{4}$**

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{2+x} - \frac{1}{2} \div x = \lim_{x\to 0} \frac{2-(2+x)}{2(2+x)} \div x = \lim_{x\to 0} \frac{-x}{2(2+x)} \div x =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{-x}{2(2+x)} \times \frac{1}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{-1}{2(2+x)} = \lim_{x\to 0} \frac{-1}{4+2x} = \frac{-1}{4+2\times 0} = -\frac{1}{4}$$

(13) $\lim\limits_{x\to -8} \dfrac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$

ⓐ 12 ⓑ -12 ⓒ 4 ⓓ -4

$$\lim_{x\to -8} \frac{(\sqrt[3]{x}+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{\sqrt[3]{x}+2} = \lim_{x\to -8}(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4) =$$

$$\lim_{x\to -8}\sqrt[3]{x^2} - 2\lim_{x\to -8}\sqrt[3]{x} + \lim_{x\to -8} 4 ==$$

$$\sqrt[3]{\lim_{x\to -8} x^2} - 2\sqrt[3]{\lim_{x\to -8} x} + \lim_{x\to -8} 4 = \sqrt[3]{(-8)^2} - 2\sqrt[3]{-8} + 4 = 12$$

(14) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}=$

a 9 b 0 c -3 d -9

$$\lim_{x\to -3}\frac{x(2x^2+9x+9)}{x+3}=\lim_{x\to -3}\frac{x(x+3)(2x+3)}{x+3}$$
$$=\lim_{x\to -3}\left(x(2x+3)\right)=\lim_{x\to -3}\left(2x^2+3x\right)=2(-3)^2+3\times -3=9$$

بند (2 – 1) نهايات تشتمل على ∞,-∞ (مقالي)

5)) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{4x^2}}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{2|x|}$ $|x|=\begin{cases}x, x\ge 0\\ -x, x<0\end{cases}$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{2|x|}=\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{2x}=\lim_{x\to 0^+}(\frac{1}{2}\times\frac{1}{x})=\infty \qquad \lim_{x\to 0^+}(\frac{1}{x})=\infty,\frac{1}{2}>0$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{2|x|}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{-2x}=\lim_{x\to 0^-}(\frac{-1}{2}\times\frac{1}{x}) \qquad \lim_{x\to 0^-}(\frac{1}{x})=-\infty,\frac{-1}{2}<0$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{2|x|}=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{2|x|}=\infty\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{1}{2|x|}=\infty$$

8)) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{2x-1}{\sqrt{(2x-1)^8}}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{2x-1}{|(2x-1)^4|}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{2x-1}{(2x-1)^4}=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{1}{(2x-1)^3}$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{1}{(2x-1)^3}=\infty$$

بند (2 – 1) نهايات تشتمل على ∞,-∞

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to -4^-} \frac{1}{(x+4)^9} = -\infty$ — **(a)** (b)

لأن الأس فردي إذا النهاية من اليسار = -∞

---

(2) $\lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{|x|-3} = 2$ — **(a)** (b)

$$\because x \to \infty \to \therefore |x| = x$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{x-3} = 2$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

---

(3) $\lim_{x\to -\infty} \frac{|x|-3}{x+3} = -1$ — **(a)** (b)

$$\because x \to -\infty \to \therefore |x| = -x$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{-x-3}{x+3} = -1$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

---

(4) $\lim_{x\to\infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty$ — (a) **(b)**

لأن درجة حدودية البسط اصغر من درجة حدودية المقام
الناتج = 0

(5) $\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{|2x-3|}=\frac{1}{2}$

ⓐ ⓑ

$$\because x\to-\infty \to \therefore |2x-3|=-2x+3$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{-2x-3}=-\frac{1}{2}$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

في التمارين (6 – 14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\lim_{x\to\infty}\frac{|x|}{|x|+1}=$

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ ∞ ⓓ $\frac{1}{2}$

$$\because x\to\infty \to \therefore |x|=x$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x+1}=1$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

---

(7) $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x+3}=$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

---

(8) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-5}{\sqrt{x^2+1}}=$

فكرة مثال 4 ص 40 كتاب الطالب

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 3 ⓓ -3

$$|x|=\begin{cases}x, & x\to\infty\\ -x, & x\to-\infty\end{cases}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1+\frac{1}{x^2})}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x(3-\frac{5}{x})}{-x\sqrt{(1+\frac{1}{x^2})}}=\frac{-3}{\sqrt{1}}=-3$$

(9) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{x}+1\right)\left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right)=$

(a) 0 (b) 5 (c) 1 (d) $-\infty$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2+x}{x}\right)\left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2+x}{x}\right)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right)=1\times5=5$$

(10) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-|x+3|}{2x}=$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) ∞ (d) $-\infty$

$$|x+3|=\begin{cases}x+3, x\to\infty\\-(x+3), x\to-\infty\end{cases}$$

$$\because x\to\infty\to\therefore|x+3|=x+3$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-(x+3)}{2x}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x-3}{2x}=-\frac{1}{2}$$

(11) $\lim\limits_{x\to2^-}\left(\frac{3}{x-2}\right)^5=$

(a) 0 (b) 2 (c) ∞ (d) $-\infty$

$$\lim_{x\to2^-}\frac{3^3}{(x-2)^5}=\lim_{x\to2^-}\left(3^5\times\frac{1}{(x-2)^5}\right)=-\infty$$

لأن الأس فردي و x تؤول إلى 2 من جهة اليسار و 3^5 أكبر من الصفر

سؤال من اختبار الفترة الثانية ٢٠١٤/٢٠١٥

$$\lim_{x\to3^-}\frac{1}{(3-x)^5}=\lim_{x\to3^-}\frac{1}{-(x-3)^5}=\lim_{x\to3^-}\frac{-1}{(x-3)^5}=\infty$$

لأن الأس فردي و x تؤول إلى 3 من جهة اليسار و 1- أصغر من الصفر(سالب)

(12) $\lim_{x\to 4^+}\frac{2}{(x-4)^3}=$

a) ∞ b) 2 c) $-\infty$ d) 0

$$\lim_{x\to 4^+}\frac{2}{(x-4)^3}=\lim_{x\to 4^+}\left(2\times\frac{1}{(x-4)^3}\right)=\infty$$

لأن الأس فردي و x تؤول إلى 4 من جهة اليمين و 2 أكبر من الصفر

بند (3– 1) الصيغ الغير معينة

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to\infty}(3x^2+7x-8)=\infty$ a b

$$\lim_{x\to\infty}3x^2=\infty$$

(2) $\lim_{x\to-\infty}(-x^3-2x+1)=-\infty$ a b

$$\lim_{x\to-\infty}(-x^3)=\infty$$

(3) $\lim_{x\to-\infty}(-x^2+x-3)=-\infty$ a b

$$\lim_{x\to-\infty}(-x^2)=-\infty$$

(4) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{-2x+4}{3x^2-5x+1}=0$ a b

لأن درجة البسط حدودية اصغر من درجة حدودية المقام
الناتج = 0

(5) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{4x^3+7x^2-1}{2x^3-4}=2$ a b

$$=\frac{4}{2}=2$$

لأن درجة البسط حدودية = درجة حدودية المقام

(6) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$

ⓐ ⓑ

فكرة مثال 4 ص 40 كتاب الطالب

$$= \frac{3}{-\sqrt{4}} = \frac{-3}{2}$$

في التمارين (7–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2} =$

ⓐ ∞ ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ 0 ⓓ $-\infty$

لأن درجة حدودية البسط اصغر من درجة حدودية المقام
الناتج = 0

(8) $\lim_{x\to\infty} \frac{-5x+3}{\sqrt{9x^2-2x+4}} =$

ⓐ $\frac{5}{3}$ ⓑ $-\frac{5}{3}$ ⓒ $\frac{5}{9}$ ⓓ $-\frac{5}{9}$

فكرة مثال 4 ص 40 كتاب الطالب

$$= \frac{-5}{\sqrt{9}} = \frac{-5}{3}$$

(9) $\lim_{x\to-\infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+3}}$

ⓐ -1 ⓑ $-\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ 1

$$= \frac{-2}{-\sqrt{4}} = \frac{-2}{-2} = 1$$

(10) إذا كان: $\lim_{x\to\infty} \frac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}} = -2$ فإن قيم m , n هي:

(a) $m=0 \;,\; n=-2$ (b) $m=0 \;,\; n=2$ (c) $m=1 \;,\; n=-1$ (d) $m=1 \;,\; n=1$

لحل هذه التمارين يجب أن تكون درجة الحدودية التي تحت الجذر التربيعي أكبر من درجة الحدودية ب واحد اذا يجب أن تكون درجة الحدودية (البسط) من الدرجة الأولى

$$mx^2 = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}} = \frac{n}{\sqrt{1}} = -2 \Rightarrow n = -2$$

(11) إذا كانت: $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2-2x+3}}{mx^2+nx-4} = 1$ فإن قيم m , n هي:

(a) $m=0 \;,\; n=-2$ (b) $m=0 \;,\; n=2$ (c) $m=0 \;,\; n=4$ (d) $m=0 \;,\; n=-4$

لحل هذه التمارين يجب أن تكون درجة الحدودية التي تحت الجذر التربيعي أكبر من درجة الحدودية ب واحد اذا يجب أن تكون درجة الحدودية (المقام) من الدرجة الأولى

$$mx^2 = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2-2x+3}}{nx-4} = \frac{-\sqrt{4}}{n} = 1 \Rightarrow n = -2$$

بند (4 – 1) نهايات بعض الدوال المثلثية

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin 3x}{2x}=\frac{3}{2}$ معلق (a) (b)

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\cos 2x}{4x}=\frac{1}{2}$ معلق (a) (b)

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}=0$ (a) (b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}(1-\sin x)}{\lim\limits_{x\to 0}\cos^2 x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}1-\lim\limits_{x\to 0}\sin x}{\lim\limits_{x\to 0}\cos^2 x}=\frac{1-0}{1}=1$$

نتحقق من أن نهاية المقام $\neq 0$

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x}=\frac{1}{2}$ (a) (b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 2x)}{\lim\limits_{x\to 0}2\cos 2x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}1+\lim\limits_{x\to 0}\sin 2x}{2\lim\limits_{x\to 0}\cos 2x}=\frac{1+0}{2\times 1}=\frac{1}{2}$$

نتحقق من أن نهاية المقام $\neq 0$

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2\sin x+5x^3}{4x^3}=2$ معلق (a) (b)

في التمارين (6—10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{\sin x} =$

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

بقسمة كل من البسط والمقام على x

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\tan 2x}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{x}}{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}} = \frac{2}{1} = 2$$

نتحقق من أن نهاية المقام ≠ 0

(7) $\lim_{x\to 0}\left(3 + x^2\sin\frac{1}{x}\right) =$

معلق

(a) 0 (b) 4 (c) 3 (d) ∞

(8) $\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2 - x\cos x}{2x^2}$

معلق

(a) ∞ (b) $-\infty$ (c) -2 (d) 2

(9) $\lim_{x\to 0}\frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} =$

(a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{4x^2}{3x^2} + \frac{5\sin^2 x}{3x^2}\right) = \lim_{x\to 0}\frac{4}{3} + \frac{5}{3}\left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\right)^2 = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}\times 1 = 3$$

(10) $\lim_{x\to -\infty}\frac{x + \cos x}{|2x|} =$

معلق

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) ∞

بند (5 – 1) الإتصال

في التمارين (1—4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة f: $f(x)=\frac{1}{(x+2)^2}+1$ متصلة عند $x=-2$ (a) **(b)**

أصفار المقام هي -2
الدالة غير معرفة عند x=-2

(2) الدالة: $y=\frac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x\in\mathbb{R}$ **(a)** (b)

لأنها حدودية نسبية والمقام $\neq 0$ ، لكل x تنتمى R

(3) الدالة: $y=\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ متصلة عند $x=-1$ **(a)** (b)

لأنها عبارة عن قسمة دالتين نفرض أن g(x)= 1 , h(x)= x + 2
g دالة ثابتة متصلة عند x=-1
المقام دالة جذر تربيعي للدالة نفرض أن t(x)= x + 2
t كثيرة حدود متصلة عند x = -1 ، t(-1)=-1+2=1>0 h متصلة عند x=-1
المقام $\neq 0$ عندما x= -1 الدالة y متصلة عند x = -1

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-1$ وكان $\lim_{x\to -1}(f(x)-2)=-1$ فإنّ $f(-1)=1$ **(a)** (b)

الدالة متصلة عند x=-1

$$f(-1)=\lim_{x\to -1} f(x)$$

$$\lim_{x\to -1}(f(x)-2)=-1 \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x)-\lim_{x\to -1} 2=-1$$

$$\lim_{x\to -1} f(x)-2=-1 \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow \lim_{x\to -1} f(x)=-1+2=1$$

$$\lim_{x\to -1} f(x)=1=f(-1)$$

في التمارين (5—12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) نقاط انفصال الدالة f: $f(x) = \cot x$ هي:

ⓐ $0 , \pi$ ⓑ $2k\pi , k \in \mathbb{Z}$

ⓒ $k\pi , k \in \mathbb{Z}$ ⓓ $\frac{\pi}{2} + k\pi , k \in \mathbb{Z}$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin x = 0 \forall x \in k\pi , k \in z$$

(6) نقاط الدالة f: $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ التي يمكن التخلص من الانفصال عندها هي:

ⓐ 2 ⓑ $-2 , 2$ ⓒ -2 ⓓ $-5 , 2$

يمكن التخلص من الإنفصال عند العامل الصفري للمقام الذي يمكن التخلص منه

صفر لكل من البسط والمقام

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = \frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)}$$

لا يمكن إيجاد النهاية عند x=-2

، عند x=-5 لا يوجد انفصال

يمكن إيجاد النهاية عند x=2

(7) نقاط الدالة f: $f(x)=\dfrac{2x^3+16}{x^2+x-2}$ التي لا يمكن التخلص من الانفصال عندها هي:

ⓐ $-1\ ,\ 2$ ⓑ -2 ⓒ $1\ ,\ -2$ ⓓ 1

لا يمكن التخلص من الإنفصال عند العامل الصفري للمقام الذي لا يمكن التخلص منه

صفر للمقام وليس صفرا للبسط

$$f(x)=\frac{2(x^3+8)}{(x+2)(x-1)}=\frac{2\cancel{(x+2)}(x^2-2x+4)}{\cancel{(x+2)}(x-1)}$$

(8) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=2$ فإنّ $f(x)$ يمكن أن تكون:

ⓐ $\dfrac{1}{|x-2|}$ ⓑ $\sqrt{x-2}$ ⓒ $\dfrac{|x-2|}{x-2}$ ⓓ $\begin{cases}\sqrt{x^2-3} & : x>2\\ 3x-5 & : x\leqslant 2\end{cases}$

2 صفر للمقام
غير معرفة عند x = 2

2 – 2 =0
لابد ان يكون الناتج اكبر من 0

2 صفر للمقام
غير معرفة عند x = 2

(9) إذا كانت الدالة f: $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & : x\geq 2\\ \dfrac{x^2-4}{x-2} & : x<2\end{cases}$ فإن:

ⓐ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=4$ ⓑ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=4$ ⓒ $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ موجودة ⓓ f متصلة عند $x=2$

$$f(2)=2^2+1=5$$

$$\lim_{y\to 2^+} f(x)=\lim_{y\to 2^+} x^2+1=2^2+1=5$$

$$\lim_{y\to 2^-} f(x)=\lim_{y\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{y\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{y\to 2^-} x+2=2+2=4$$

(10) لتصبح الدالة f: $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ متصلة عند $x=1$، يجب إعادة تعريفها على الشكل التالي:

ⓐ $\begin{cases}\dfrac{x^2+x+1}{x+1} & , x\neq 1\\ \dfrac{3}{2} & , x=1\end{cases}$ ⓑ $\begin{cases}\dfrac{x^2+x+1}{x+1} & , x>1\\ \dfrac{3}{2} & , x=1\end{cases}$

ⓒ $\begin{cases}\dfrac{x^2+x+1}{x+1} & , x\neq 1\\ \dfrac{1}{2} & , x=1\end{cases}$ معلق ⓓ لا يمكن إعادة تعريفها

(11) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim_{x\to -2}(x^2+f(x))=7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

ⓐ 3 ⓑ 5

ⓒ 9 ⓓ 11

$$\lim_{x\to -2}(x^2+f(x))=7$$
$$\lim_{x\to -2}x^2+\lim_{x\to -2}f(x)=7$$
$$4+\lim_{x\to -2}f(x)=7$$
$$\lim_{x\to -2}f(x)=3=f(-2)$$

F متصلة عند x=-2
∴النهاية = الصورة

(12) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x=1$ وكانت النقطة $(1\ ,\ -3)$ تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim_{x\to 1}(g(x))^2$ تساوي:

ⓐ -6 ⓑ -3

ⓒ 1 ⓓ 9

g متصلة عند x=1
∴النهاية = الصورة

$$g(1)=-3$$
$$\lim_{x\to 1}g(x)=-3$$
$$\lim_{x\to 1}(g(x))^2=(\lim_{x\to 1}g(x))^2=(-3)^2=9$$

في التمارين (13—15)، توجد قائمتان. اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2) لتحصل على عبارة صحيحة:

إذا كانت g دالة متصلة عند $x = a$ ، $a \in \mathbb{Z}$ وكانت:

القائمة (1)	القائمة (2)
(13) $g(x) = \begin{cases} x+1 & : \quad x > a \\ 3-x & : \quad x \le a \end{cases} \quad \Rightarrow a =$	(a) -1
	(b) 2
(14) $g(x) = \begin{cases} 2ax-2 & : \quad x \ne a \\ 3a & : \quad x = a \end{cases} \quad \Rightarrow a =$	(c) 0
	(d) 1
(15) $g(x) = \begin{cases} 3x^2 & : \quad x > a \\ 2x & : \quad x \le a \end{cases} \quad \Rightarrow a =$	(e) $\frac{2}{3}$

الدالة المتصلة
النهاية موجودة
النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

$$\lim_{x \to a^+} g(x) = \lim_{x \to a^-} g(x)$$
$$a + 1 = 3 - a$$
$$2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

الدالة المتصلة
الصورة = النهاية

$$\lim_{x \to a} g(x) = g(a)$$
$$2a^2 - 2 = 3a$$
$$2a^2 - 3a - 2 = 0$$
$$(a-2)(2a+1) = 0$$
$$a = 2, a = \frac{-1}{2}$$

مرفوض لأن a عدد صحيح من رأس السؤال

الدالة المتصلة
النهاية موجودة
النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

$$\lim_{x \to a^+} g(x) = \lim_{x \to a^-} g(x)$$
$$3a^2 = 2a$$
$$3a^2 - 2a = 0$$
$$a(3a - 2) = 0$$
$$a = 0, a = \frac{2}{3}$$

مرفوض لأن a عدد صحيح من رأس السؤال

بند (6 – 1) نظريات الإتصال

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة f: $f(x) = x^2 + |x-1|$ متصلة عند $x = 3$ **(a)** (b)

(2) الدالة f: $f(x) = \frac{2x+5}{x+2} - \frac{2}{x}$ متصلة عند $x = 0$ (a) **(b)**

$\frac{2}{x}$ غير معرفة عند $x = 0$

(3) الدالة f: $f(x) = \frac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$ **(a)** (b)

البسط دالة كثيرة حدود متصلة عند x= 0

المقام عبارة عن دالتين احدهما ثابتة والآخرى مطلق x كلاهما متصل عند x= 0

المقام $\neq 0$ عند x = 0

(4) الدالة f: $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$ **(a)** (b)

البسط دالة جذر تكعيبي متصلة عند x= 3

المقام كثيرة حدود متصلة عند x= 3

المقام $\neq 0$ عند x = 3

(5) الدالة f: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ متصلة عند $x = 2$ **(a)** (b)

دالة ما تحت الجذر دالة كثيرة حدود متصلة عند x=2

نعوض عن x بـ 2 ونتحقق أن الناتج أكبر من الصفر

$-(2)^2 + 5(2) - 4 = 2 > 0$

في التمارين (6—12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) نقاط انفصال الدالة f: $f(x) = \frac{-x+2}{x^2+9}$ عند:

(a) 3 (b) -3

(c) 2 (d) لا يوجد

حدودية نسبية و المقام $\neq 0$ لجميع الأعداد الحقيقية

---

(7) نقاط انفصال الدالة f: $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$ عند:

(a) $1 \;,\; -1$ (b) $2 \;,\; -2$ (c) $1 \;,\; 2$ (d) $-1 \;,\; -2$

المقام = 0 عندما $x = \pm 1$ f حدودية نسبية و أصفار المقام 1 , -1

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$

---

(8) لتكن الدالة f: $f(x) = x^2+3$ ، الدالة g: $g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن: $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $\frac{4x^2-18x+27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2-3}$ (c) $\frac{x^2+3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2+3}$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2+3) = \frac{x^2+3}{x^2+3-3} = \frac{x^2+3}{x^2}$$

---

(9) لتكن الدالة f: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g: $g(x) = x^2+3$ ، فإن: $(f \circ g)(x)$ تساوي:

(a) $\frac{x^2}{x-3}+3$ (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2+3) = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3-3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2}} = \frac{x^2+3}{|x|}$$

---

(10) لتكن الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x)=x^2-3$ فإن: $(f\circ g)(0)$ يساوي:

a) 4   b) -4

c) 1   d) -1

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x^2-3)=\sqrt{(x^2-3)^2+7}=$$
$$\sqrt{(0^2-3)^2+7}=\sqrt{9+7}=4$$

(11) إذا كانت g دالة متصلة عند $x=2$ فإن الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي:

a) $\sqrt{g(x)}$ b) $\frac{1}{g(x)}$

c) $\frac{g(x)}{x-2}$ d) $|g(x)|$

a خطأ لأنه لم يذكر أن $g(2)>0$

b. خطأ لأنه لم يذكر أن $g(2)\neq 0$

c. خطأ لأن المقام = 0 عندما $x=2$

d. عبارة صحيحة لأن دالة مطلق متصلة دائما على R

(12) إذا كانت الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي:

a) 4   b) 9

c) 16   d) 25

لابد أن يكون ما تحت الجذر أكبر من الصفرعند $x=3$

$$3^2-4=5>0$$
$$3^2-9=0$$
$$3^2-16=-7$$
$$3^2-25=-16$$

بند (7 – 1) الإتصال على فترة

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على كل من $[3\ ,\ 5]$, $[1\ ,\ 3)$ فإن f متصلة على $[1\ ,\ 5]$ a b

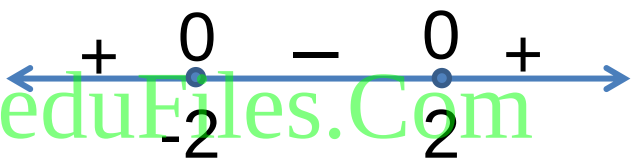
خطأ لأننا لابد أن نتأكد من أن الدالة f متصلة عند x = 3 من جهة اليسار

(2) الدالة f: $f(x) = x^2 - |x|$ متصلة لكل قيم $x \in \mathbb{R}$ a b

لأن f عبارة عن ناتج طرح دالتين (كثيرة حدود ومطلق x) وكلاهما متصل لكل قيم x

(3) الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ متصلة على $[-2\ ,\ 2]$ a b

$$f(x) = \sqrt{g(x)}, g(x) = x^2 - 4$$
$$x^2 - 4 \geq 0$$
$$x^2 - 4 = 0$$
$$(x-2)(x+2) = 0$$
$$x = 2, x = -2$$
$$g(x) \geq 0 \forall x \in R - (-2,2)$$



الدالة g(x) < 0 في الفترة (2 , 2-)

(4) الدالة f: $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$ متصلة على $(-\infty\ ,\ 0)$ a b

الدالة f حدودية نسبية متصلة على R ماعدا أصفار المقام

أصفار المقام { 2- }

$\{-2\} \in (-\infty, 0)$

(5) الدالة f: $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$ متصلة على $(-\infty\ ,\ 2)$ فقط

a b

هي غير متصلة عند فقط أصفار المقام وهي { 2 } (متصلة على R/{2})

في التمارين (6—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن الدالة f: $f(x)=\frac{x+1}{x-4}$ فإن الدالة f:

a) لها نقطتي انفصال عند كل من $x=-1\ ,\ x=4$

b) متصلة على $(-\infty\ ,\ 4]$

c) متصلة على مجالها

d) ليس أي مما سبق

متصلة $\forall x \in R-\{4\}$

متصلة على $(-\infty,4),(4,\infty)$

الدالة f لها نقطة انفصال عند أصفار المقام التي لا يمكن التخلص عند {4}

(7) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2\ ,\ 3]$ فإن:

a) $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=f(3)$

c) $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=f(-2)$

d) $\lim\limits_{x\to3^-} f(x)=f(-2)$

الدالة متصلة على الفترة المفتوحة (3 , 2-)

الدالة متصلة عند x=-2 من جهة اليمين

$$\lim_{x\to-2^+} f(x)=f(-2)$$

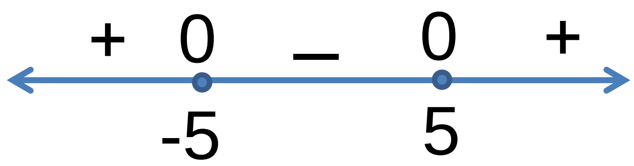
الدالة متصلة عند x=3 من جهة اليسار

$$\lim_{x\to3^-} f(x)=f(3)$$

(8) الدالة f: $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

ⓐ $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right]$ ⓑ $(5 , \infty)$

ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $(-5 , 5)$



لابد أن يكون ما تحت الجذر ≥ 0

المجال $R-(-5,5)=(-\infty,-5]\cup[5,\infty)$

لابد أن يكون المقام لا يساوي 0 $x \neq \pm 5$

∴ الدالة f متصلة $\forall x \in (-\infty,-5)\cup(5,\infty)$

(9) لتكن f: $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2} & : \quad x \leqslant -3 \\ \frac{\sqrt{x^2+16}}{2} & : \quad -3 < x < 0 \\ \frac{4-x^2}{x-2} & : \quad x \geqslant 0 \end{cases}$ ، فإن f دالة متصلة على:

ⓐ $(-\infty , \infty)$ ⓑ $(-\infty , 2)$

ⓒ $(-\infty , 0]$ ⓓ $(-\infty , -3]$

الدالة f متصلة على [3-,∞ -) (دالة ثابتة)

والدالة f متصلة عند x=3 من جهة اليمين (الصورة = النهاية من جهة اليمين)

من الفرع الثاني الدالة f متصلة على (3, 0 -)

لأنه

لا يوجد أصفار للمقام و مجال الجذر هو كل الأعداد الحقيقية

من الفرع الثالث f متصلة $\forall x \in [0,\infty)-\{2\}$

والدالة f غير متصلة عند x=0 من جهة اليسار (الصورة ≠ النهاية من جهة اليسار)

(10) الدالة f: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x+m}{x-2} & : \quad x<1\\ x+n & : \quad x>1\\ 2m & : \quad x=1\end{cases}$ متصلة على $\mathbb{R}$ إذا كان:

ⓐ $m=-1 \quad , \quad n=3$
ⓑ $m=1 \quad , \quad n=-3$
ⓒ $m=-1 \quad , \quad n=-3$
ⓓ $m=1 \quad , \quad n=3$

الدالة f متصلة على R اذا f متصلة عند x=1

$$\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)=2m$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+} x+n \Rightarrow \boxed{1+n=2m}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{3x+m}{x-2}=\frac{3+m}{-1}=2m\Rightarrow$$

$$3+m=-2m\Rightarrow 3=-3m\Rightarrow \boxed{m=-1}$$

$$1+n=2m\Rightarrow 1+n=2\times -1\Rightarrow 1+n=-2\Rightarrow \boxed{n=-3}$$

(11) الدالة g: $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & : \quad x>1\\ 3x & : \quad x\le 1\end{cases}$ متصلة على:

ⓐ $(-\infty\ ,\ 1]\ ,\ (1\ ,\ \infty)$
ⓑ $(-\infty\ ,\ 1)\ ,\ [1\ ,\ \infty)$
ⓒ $(-\infty\ ,\ \infty)$
ⓓ $(-\infty\ ,\ 3]$

1

من الفرع الأول حدودية نسبية (أصفار المقام هي 1) الدالة g متصلة على (∞ , 1)

من الفرع الثاني كثيرة حدود متصلة على [1, ∞-)

وببحث الإتصال عند x = 1 من جهة اليمين

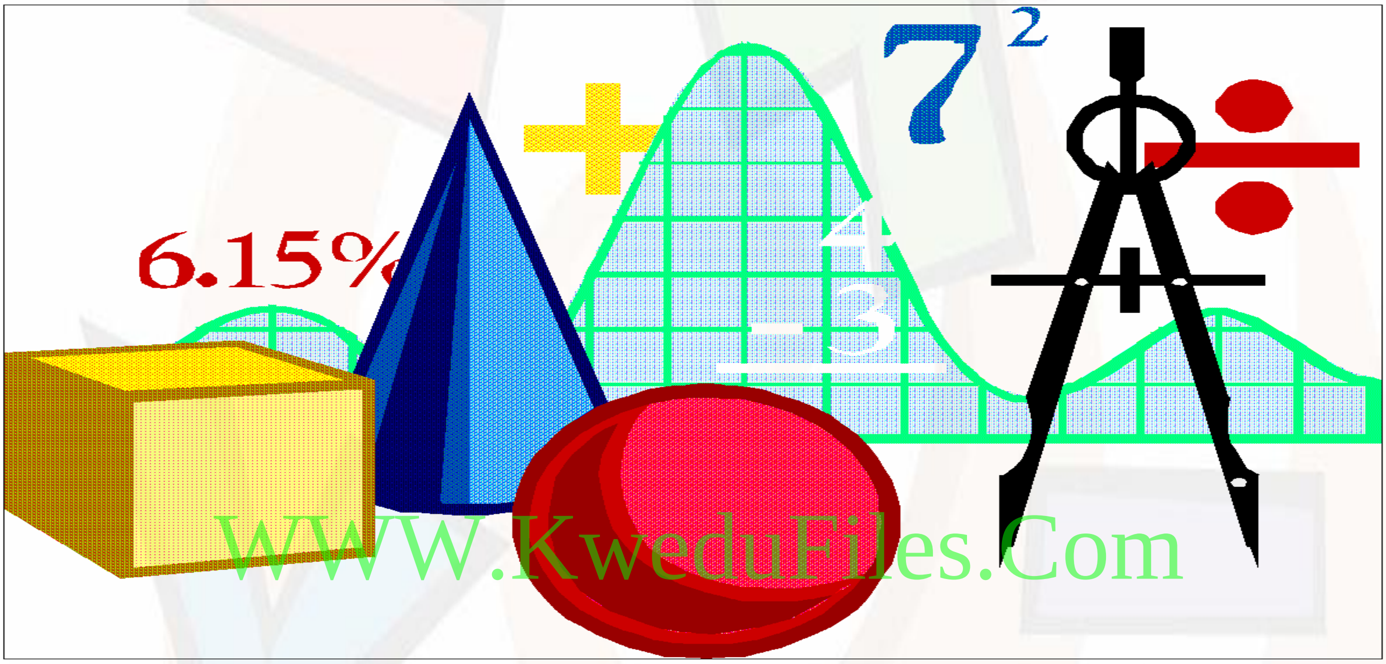
$$g(1)=3\times 1=3$$

$$\lim_{x\to 1^+} g(x)=1-1=0$$

$$g(1)\neq \lim_{x\to 1^+} g(x)$$

الدالة g غير متصلة عند x= 1 من جهة اليمين

مدرسة
ثانوية المباركية



الصف 12 علمي
حلول البنود الموضوعية
مع ذكر السبب
الوحدة الثانية

بند (1 – 2)

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$

(a) **(b)**

إن وجدت $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$

(2) السرعة المتوسطة لجسيم متحرك على خط مستقيم هي: $\overline{v}=\frac{d(t_1+h)-d(t_1)}{h}$

(a) (b)

تذكر أن السرعة اللحظية $v=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$

(3) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x)=x^2$ عند $x=-2$ هو 4

(a) **(b)**

$$f'(x)=2x\Rightarrow f'(-2)=2(-2)=-4$$

(4) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x)=|x|$ عند $x=-2$ هو 2

(a) **(b)**

$$f(x)=\begin{cases}x: x\geq 0\\ -x: x<0\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}1: x\geq 0\\ -1: x<0\end{cases}\Rightarrow f'(-2)=-1$$

(5) يكون مماس منحنى الدالة f: $f(x)=4$ عند النقطة $(-1\ ,\ 4)$ موازيًا لمحور السينات.

(a) (b)

$$f'(x)=0\Rightarrow f'(-1)=0$$

في التمارين (6—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{2}{x}$ عند $x = -2$ هو:

ⓐ -1 ⓑ $-\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ 1

$$f'(x) = \frac{-2}{x^2} \Rightarrow f'(-2) = \frac{-2}{(-2)^2} = \frac{-1}{2}$$

آله حاسبة

(7) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = \frac{-1}{x-1}$ عند $x = 0$ هو:

ⓐ -1 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 2

$$f'(x) = \frac{-(-1)(1)}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{(0-1)^2} = 1$$

آله حاسبة

(8) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x) = 9 - x^2$ عند $x = 2$ هو:

ⓐ -5 ⓑ -4 ⓒ 4 ⓓ 5

$$f'(x) = -2x \Rightarrow f'(2) = -2(2) = -4$$

آله حاسبة

(9) ليكن منحنى الدالة f: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًا هي:

ⓐ $(3 , 0)$ ⓑ $(1 , 0)$ ⓒ $(2 , -1)$ ⓓ $(-1 , 2)$

$$f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

بند (2 – 2)

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f: $f(x) = 3x - 12$ فإن $f'(x) = 3$.

(a) (b)

---

(2) الدالة f: $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$.

(a) **(b)**

$$f(x)=\begin{cases} x^2 : x \ge 0 \\ -x^2 : x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 2x : x > 0 \\ ??? : x = 0 \\ -2x : x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-0}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} x = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-x^2-0}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} (-x) = 0$$

الدالة قابلة للاشتقاق على R

---

(3) إن الدالة f: $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4x - 5}$ غير قابلة للاشتقاق عندما x تساوي -1 فقط.

(a) **(b)**

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند أصفار المقام

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -1$$

---

(4) الدالة f: $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : \quad x < 4 \\ x^2 - 9 & : \quad x > 4 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 4$..

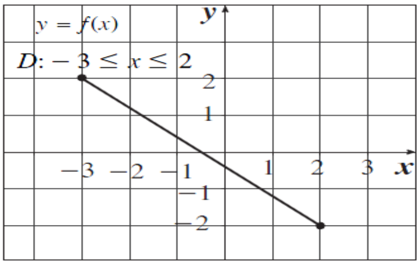
(a) **(b)**

الدالة غير معرفة عند 4

---

(5) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه قابلة للاشتقاق على الفترة $[-3\ ,\ 2]$.

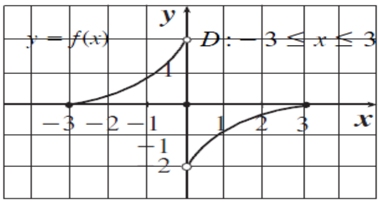
a   b



الدالة غير قابلة للأشتقاق عند النقاط الطرفية

(6) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه هي متصلة على الفترة $[-3\ ,\ 3]$ ولكن غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$

a   b



الدالة غير متصلة عند X=0

في التمارين (12—7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو:

a ناب

b ركن

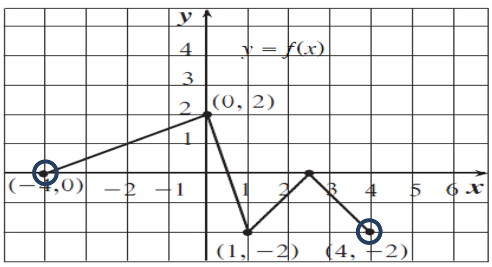
c مماس عمودي

d غير متصلة

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

(8) تكون الدالة f ذات الرسم البياني أدناه غير قابلة للاشتقاق عند كل ... $= x$

تعديل



a $0\ ,\ 1\ ,\ 2\frac{1}{2}$

b $-2\ ,\ +2$

c $-4\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 4$

d $1\ ,\ 4$

(9) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ فيما يلي هي:

ⓐ $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

ⓑ $\sqrt{3-x}$

ⓒ $\begin{cases} 3x-1 & : \quad x \leq 3 \\ 1 & : \quad x > 3 \end{cases}$

ⓓ $\sqrt[3]{x+2}$

(a) الدالة غير معرفة عند x=3 لأن المقام = 0 عند x=0

(b) دالة مجالها [3 ,∞-) 3 هي نقطة طرفية

(c) الدالة غير متصلة عند x = 3

(10) إذا كانت $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ فإن مجال f' هو:

ⓐ $\mathbb{R} - \{-2 , 2\}$

ⓑ $\mathbb{R} - \{-2\}$

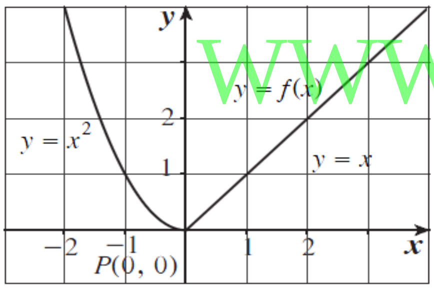
ⓒ $\mathbb{R} - \{2\}$

ⓓ $\mathbb{R} - (-2 , 2)$

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند أصفار المقام

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -2$$

(11) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



ⓐ المشتقة جهة اليسار موجبة.

ⓑ المشتقة جهة اليمين سالبة.

ⓒ الدالة قابلة للإشتقاق.

ⓓ ليس أيّ مما سبق.

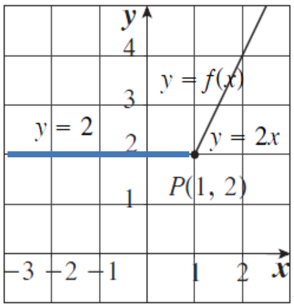
$$f(x) = \begin{cases} x : x > 0 \\ 0 : x = 0 \\ x^2 : x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 : x > 0 \\ ??? : x = 0 \\ 2x : x < 0 \end{cases}$$

المشتقة جهة اليسار سالبة

المشتقة جهة اليمين موجبة

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند x=0

(12) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



ⓐ $f'_{+}(1) = 1$

ⓑ $f'_{-}(1) = 0$

ⓒ $f'_{-}(1) = 2$

ⓓ f قابلة للاشتقاق

$$f(x)=\begin{cases}2x : x>1\\ 2 : x=1\\ 2 : x<1\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}2 : x>1\\ ??? : x=1\\ 0 : x<1\end{cases}$$

بند (3 – 2)

في التمارين (1—4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = -x^2 + 3$ فإن $\frac{dy}{dx} = -2$

(a) **(b)**

$$\frac{dy}{dx} = -2x$$

****

(2) إذا كانت $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{3} + x$ فإن $\frac{dy}{dx} = x^2 + \frac{2}{3}x + 1$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{3} + \frac{2x}{3} + 1 = x^2 + \frac{2x}{3} + 1$$

****

(3) إذا كانت $y = \frac{2x+5}{3x-2}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{12x+11}{(3x-2)^2}$

(a) **(b)**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(3x-2)(2)-(2x+5)(3)}{(3x-2)^2} = \frac{6x-4-6x-15}{(3x-2)^2} = \frac{-19}{(3x-2)^2}$$

****

(4) إذا كانت $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

(a) (b)

$$y = \frac{x^3-1}{x^3} = \frac{x^3}{x^3} - \frac{1}{x^3} = 1 - x^{-3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -(-3x^{-4}) = \frac{3}{x^4}$$

****

في التمارين (5—14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = 1 - x + x^2 - x^3$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-1 + 2x - 3x^2$ (b) $2 - 3x$ (c) $-6x + 2$ (d) $1 - x$

$$\frac{dy}{dx} = -1 + 2x - 3x^2$$

****

(6) إذا كانت $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي:

(a) $20x + 60x^3$ (b) $15x^2 - 15x^4$ (c) $30x - 30x^4$ (d) $30x - 60x^3$

$$\frac{dy}{dx} = 15x^2 - 15x^4$$

****

آله حاسبة

(7) إذا كانت $y = \frac{x^2 + 5x - 1}{x^2}$ فإن $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ تساوي:

(a) $\frac{-7}{2}$ (b) -3 (c) 3 (d) $\frac{7}{2}$

****

آله حاسبة

(8) ميل مماس منحنى $y = x^2 + 5x$ عند $x = 3$ يساوي:

(a) 24 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) 11 (d) 8

****

(9) للدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته:

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

$$f(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

المماس الرأسي يكون عند أصفار المقام

****

(10) ميل الناظم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2\ ,\ 3)$ هي:

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{9}$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 3(2)^2 - 3 = 9$$

ميل الناظم $\frac{-1}{9}$

****

(11) النقاط على منحنى الدالة $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

(a) $(-1\ ,\ 27)$ (b) $(2\ ,\ 0)$
(c) $(2,0)\ ,\ (-1,27)$ (d) $(-1,27)\ ,\ (0,20)$

المماس يكون موازيا لمحور السينات اذا كانت المشتقة = صفر

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1$$

****

(12) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : \ x \geqslant 1 \\ 4x - 1 & : \ x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو:

(a) $\{1\}$ (b) $\mathbb{R} - \{1\}$
(c) $[1\ ,\ \infty)$ (d) $\mathbb{R}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 : x > 1 \\ ??? : x = 1 \\ 4 : x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(x+3)(x-1)}{x-1} = 4$$
$$f'_-(1) = \lim_{x \to 1^{-0}} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{4x - 1 - 3}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{4(x-1)}{x-1} = 4$$

****

(13) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي:

(a) $y = x - 16$ (b) $y = -x + 16$

(c) $y = -x - 13$ (d) $y = -x - 16$

$$y = f(3) = 2(3)^2 - 13(3) + 2 = -19$$
$$f'(x) = 4x - 13 \Rightarrow f'(3) = 4(3) - 13 = -1$$
$$y - (-19) = -1(x - 3) \Rightarrow y + 19 = -x + 3$$
$$\Rightarrow y = -x + 3 - 19 \Rightarrow y = -x - 16$$

****

(14) إذا كانت $f(2) = 3$ ، $f'(2) = 5$ عند النقطة P من الرسم البياني لدالة f فإن:

(a) معادلة خط المماس: $y = 5x + 7$

(b) معادلة الخط العمودي (الناظم): $y = -\frac{1}{5}x + 7$

(c) معادلة الخط العمودي (الناظم): $y = -\frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$

(d) معادلة خط المماس: $y = 5x + 3$

معادلة المماس

$$y - (3) = 5(x - 2) \Rightarrow y = 5x - 10 + 3 \Rightarrow y = 5x - 7$$

معادلة العمودي

$$y - (3) = \frac{-1}{5}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{2}{5} + 3$$
$$\Rightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{2}{5} + \frac{15}{5} \Rightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{17}{5}$$

بند (4 – 2)

في التمارين (1—4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

a   b

****

(2) إذا كانت $y = \frac{4}{\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$

a   b

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{4\sin x}{\cos^2 x}$$

****

(3) ميل المماس لمنحنى الدالة $y = \sin x + 3$ عند $x = \pi$ هو 1

a   b

$$y' = \cos x \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\pi} = \cos\pi = -1$$

****

(4) إن منحنى الدالة $y = \tan x$ ومنحنى الدالة $y = \cot x$ ليست لهما مماسات أفقية.

a   b

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad \frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

لا يمكن أن يكون البسط = صفر

****

في التمارين (5—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$ (b) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(c) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$ (d) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(6) إذا كانت $f(x) = 3x + x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

$$f'(x) = 3 + \tan x + x\sec^2 x \Rightarrow f'(0) = 3 + \tan 0 + (0)\sec^2(0) = 3$$

****

(7) إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(c) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\frac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

$$y' = \frac{(1+\cos x)(1) - x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2} = \frac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

****

(8) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y = 2\cos x$ عند النقطة $(\frac{\pi}{2}, 0)$ هي:

(a) $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$ (b) $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$

(c) $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$ (d) $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

$$f'(x) = -2\sin x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = -2\sin\frac{\pi}{2} = -2$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$$

****

(9) إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي:

(a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

$$y = \csc x$$
$$y' = -\csc x \cdot \cot x$$

بند (5 – 2)

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y=\cos(\sqrt{3}x)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$

(a) **(b)**

$$\frac{dy}{dx}=(-\sin\sqrt{3}x)(\sqrt{3})=-\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$$

****

(2) إذا كانت $y=5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{10}{x^2}\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=5(-\csc^2\frac{2}{x})(\frac{-2}{x^2})=\frac{10}{x^2}\csc^2(\frac{2}{x})$$

****

(3) إذا كانت $y=(x+\sqrt{x})^{-2}$ فإن $\frac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-1}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

(a) **(b)**

$$\frac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-3}(1+\frac{1}{2\sqrt{x}})$$

****

(4) إذا كانت $s=\cos\left(\frac{\pi}{2}-3t\right)$ فإن $\frac{ds}{dt}=3\sin\left(\frac{\pi}{2}-3t\right)$

(a) (b)

$$\frac{ds}{dt}=-\sin(\frac{\pi}{2}-3t)(-3)=3\sin(\frac{\pi}{2}-3t)$$

****

في التمارين (5—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ (b) $5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

(c) $-5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ **(d)** $-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

$$\frac{dy}{dx}=-5\sin^{-6}x(\cos x)-3\cos^2 x(-\sin x)$$
$$=-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$$

(6) إذا كانت $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$
c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$
d) $3(2x+1)^{-1}$

$$y = 3(2x+1)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 3 \times \frac{-1}{2}(2x+1)^{\frac{-3}{2}}(2) = -3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$$

****

(7) إذا كانت $s = \frac{4}{3\pi}\sin 3t + \frac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\frac{ds}{dt}$ تساوي:

a) $\frac{4}{\pi}\sin 3t - \frac{4}{\pi}\cos 5t$
b) $\frac{4}{\pi}\cos 3t + \frac{4}{\pi}\sin 5t$
c) $\frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 3t$
d) $\frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 5t$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{4}{3\pi}\cos 3t(3) + \frac{4}{5\pi}(-\sin 5t)(5) = \frac{4}{\pi}\cos 3t - \frac{4}{\pi}\sin 5t$$

****

(8) إذا كانت $r = \tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي:

a) $\sec^2(2-\theta)$
b) $-\sec^2(2-\theta)$
c) $\sec^2(\theta+2)$
d) $\sec(2-\theta)$

$$\frac{dr}{d\theta} = \sec^2(2-\theta)(-1) = -\sec^2(2-\theta)$$

****

(9) إذا كانت $f(u) = \cot\frac{\pi u}{10}$ و $u = g(x) = 5\sqrt{x}$ فإن $(f \circ g)'$ عند $x = +1$ تساوي:

a) $\frac{3\pi}{4}$
b) $\frac{\pi}{4}$
c) $-\frac{\pi}{4}$
d) $-\frac{3\pi}{4}$

$$(f \circ g)'(x) = \frac{df}{du} \times \frac{du}{dx} = -\csc^2(\frac{\pi u}{10})(\frac{\pi}{10}) \times 5\frac{1}{2\sqrt{x}} =$$

$$= -\csc^2(\frac{\pi(5\sqrt{x})}{10})(\frac{\pi}{10}) \times 5\frac{1}{2\sqrt{x}} = -\csc^2(\frac{\pi(5\sqrt{1})}{10})(\frac{\pi}{10}) \times 5\frac{1}{2\sqrt{1}}$$

$$= -\csc^2(\frac{\pi}{2})(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\pi}{4}$$

بند (6 – 2)

في التمارين (1–3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان: $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ فإن: $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$ (a) **(b)**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x^2}{3} + \frac{2x}{2} + 1 = -x^2 + x + 1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2x + 1$$

****

(2) إذا كان: $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$ فإن: $\frac{d^3y}{dx^3} = -18x$ **(a)** (b)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3(4x^3)}{4} - \frac{3(2x)}{2} + 4 = -3x^3 - 3x + 4$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -9x^2 - 3 \Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = -18x$$

****

(3) معادلة المماس لمنحنى: $x^2 - y^2 - x^2y = 7$ عند النقطة $(2, -1)$ هي: $y = 4x - 9$ **(a)** (b)

$$2x - 2yy' - 2xy - x^2y' = 0 \Rightarrow -2yy' - x^2y' = -2x + 2xy$$

$$y'(-2y - x^2) = -2x + 2xy \Rightarrow y' = \frac{-2x + 2xy}{-2y - x^2}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2,-1))} = \frac{-2(2) + 2(2)(-1)}{-2(-1) - (2)^2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$y - (-1) = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 8 - 1 \Rightarrow y = 4x - 9$$

****

في التمارين (7—4)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت: $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن: $f''(x)$ تساوي:

a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

b) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

c) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

d) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

$$f'(x)=\frac{2}{3}(1+6x)^{\frac{-1}{3}}\times 6=4(1-6x)^{\frac{-1}{3}}$$

$$f''(x)=4\times\frac{-1}{3}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}\times 6=-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$$

****

(5) إذا كانت: $f(x)=\frac{2x+1}{3x+2}$ فإن: $f^{(4)}(x)$ تساوي:

a) $24(3x+2)^{-5}$

b) $-24(3x+2)^{-5}$

c) $648(3x+2)^{-5}$

d) $-648(3x+2)^{-5}$

$$f'(x)=\frac{(3x+2)(2)-(2x+1)(3)}{(3x+2)^2}=\frac{6x+4-6x-3}{(3x+2)^2}=\frac{1}{(3x+2)^2}=(3x+2)^{-2}$$

$$f''(x)=-2(3x+2)^{-3}\times(3)=-6(3x+2)^{-3}$$

$$f'''(x)=18(3x+2)^{-4}\times(3)=54(3x+2)^{-4}$$

$$f^{(4)}(x)=-216(3x+2)^{-5}\times(3)=-648(3x+2)^{-5}$$

****

(6) ميل الخطّ العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3\ ,\ 2)$ على منحنى: $x^2-y^2-2xy=-7$ هو:

a) -5

b) $-\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{5}$

d) 5

$$2x-2yy'-2xy'-2y=0\Rightarrow -2yy'-2xy'=2y-2x$$

$$\Rightarrow -yy'-xy'=y-x$$

$$y'(-y-x)=y-x\Rightarrow y'=\frac{y-x}{-y-x}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(3,2)}=\frac{2-3}{-2-3}=\frac{-1}{-5}=\frac{1}{5}$$

(7) ميل المماس عند النقطة $A(1\ ,\ 1)$ على منحنى: $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي:

(a) -1 (b) 0

(c) 1 (d) 2

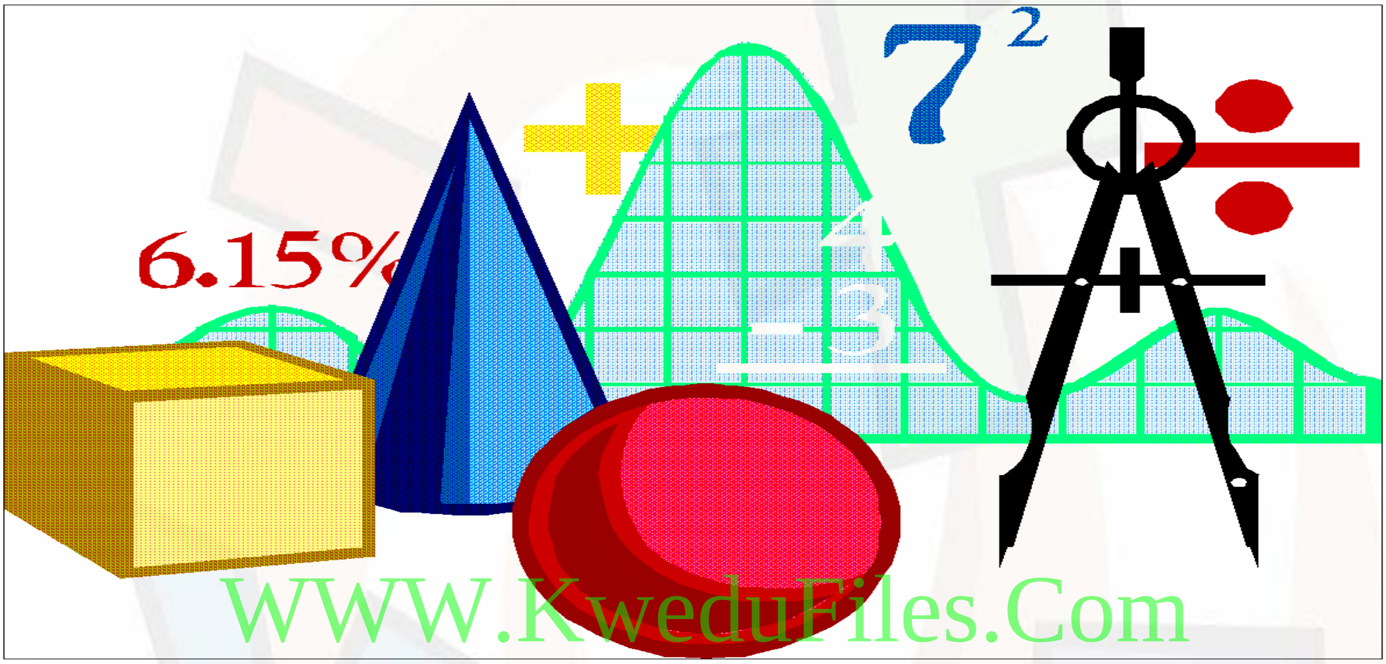
$$2x - 6yy' + 2xy' + 2y = 0 \Rightarrow -6yy' + 2xy' = -2y - 2x$$

$$\Rightarrow -3yy' + xy' = -y - x$$

$$y'(-3y + x) = -y - x$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-y - x}{-3y - x} \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,1)} = \frac{-1-1}{-3(1)+1} = \frac{-2}{-2} = 1$$

مدرسة
ثانوية المباركية



الصف 12 علمي
حلول البنود الموضوعية
مع ذكر السبب
الوحدة الثالثة

بند (1 – 3)

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على $(a\ ,\ b)$ فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.

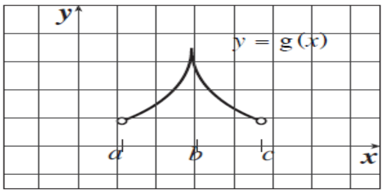
$[a,b]$

a ● b

(2) في الشكل التالي، للدالة g قيمة قصوى محليّة عند $x = c$.

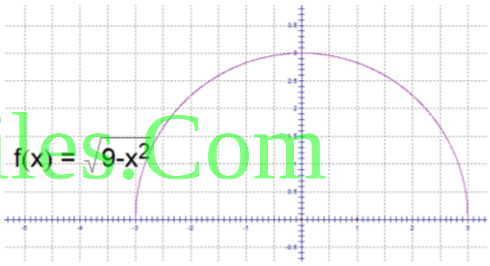
عند x = b

a ● b

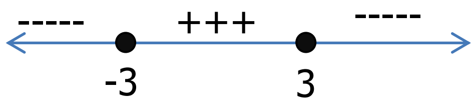


(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها.

● a b



$$9 - x^2 = 0$$
$$(3 - x)(3 + x) = 0$$
$$x = 3, x = -3$$

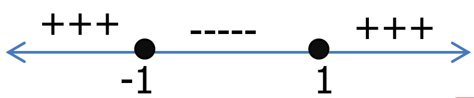


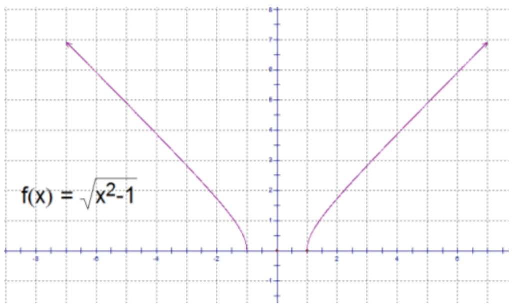
المجال هو [- 3 , 3]

(4) الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ لها قيمة عظمى في مجالها.

a ● b

$$x^2 - 1 = 0$$
$$(x-1)(x+1) = 0$$
$$x = 1, x = -1$$





المجال هو R – (- 1 , 1)

(5) الدالة h : $h(x) = |3x - 5|$ لها قيمة حرجة عند $x = 5$.

a b

عند $x = \frac{5}{3}$ توجد نقطة حرجة (ركن)

$$3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

في التمارين (6—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

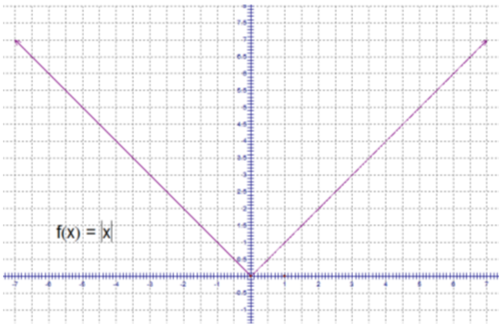
(6) لتكن $y = |x|$، فإن الدالة y:

a) لها قيمة عظمى مطلقة فقط.

b) لها قيمة صغرى مطلقة فقط.

c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة.



(7) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0 , 2)$ هو:

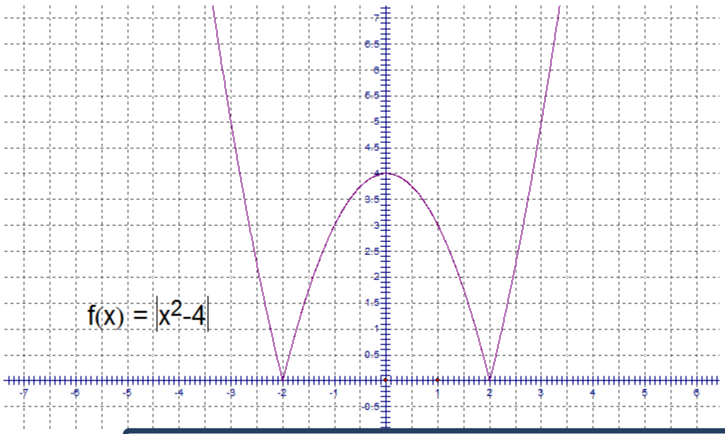
a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

$$y' = 9x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 9(x^2 - 1) = 0$$
$$\Rightarrow 9(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$
$$-1 \notin (0,2), 1 \in (0,2)$$

(8) الدالة k: $k(x) = |x^2 - 4|$ لها:

(a) قيمة عظمى مطلقة (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيّ مما سبق



(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

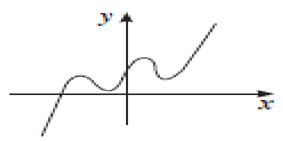
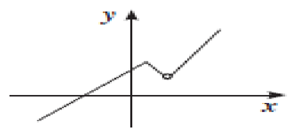
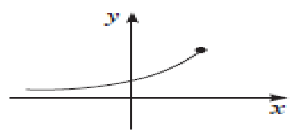
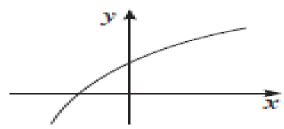
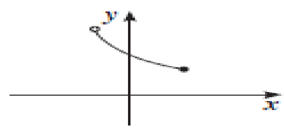
الدالة لها قيمة قصوى محلية عند x=2.5
يوجد نقطة حرجة عند x=2.5
المشتقة = 0 عندما x=2.5

$$f'(x) = 2ax - 25$$

$$f'(\frac{5}{2}) = 2a(\frac{5}{2}) - 25 = 0 \Rightarrow 5a - 25 = 0$$

$$5a = 25 \Rightarrow a = 5$$

في التمارين (10—12)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل عبارة في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(10) لها قيمة عظمى مطلقة. c	(a) 
(11) لها أكثر من قيمة قصوى محلية a	(b) 
	(c) 
(12) ليس لها قيم قصوى d	(d) 
تعديل **ليس لها قيم قصوى مطلقة أو قيم قصوى محلية**	(e) 

تعديل

في التمارين (13–16)، اختر لكل جدول من القائمة (1) الرسم البياني الذي يناسبه في القائمة (2).

القائمة (1)

(13) c

x	$f'(x)$	
a	0	مماس أفقي
b	0	مماس أفقي
c	5	الدالة متزايدة

أكبر من صفر

(14) b

x	$f'(x)$	
a	0	مماس أفقي
b	0	مماس أفقي
c	-5	الدالة متناقصة

أصغر من صفر

(15) d

x	$f'(x)$	
a	(غير موجودة)	ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
b	0	مماس أفقي
c	-2	الدالة متناقصة

أصغر من صفر

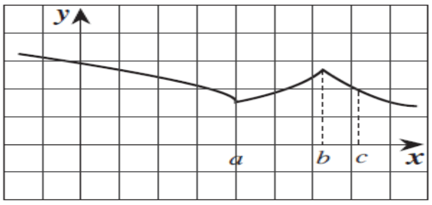
(16) a

x	$f'(x)$	
a	(غير موجودة)	ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
b	(غير موجودة)	ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
c	-1.7	الدالة متناقصة

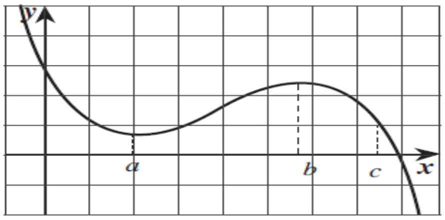
أصغر من صفر

القائمة (2)

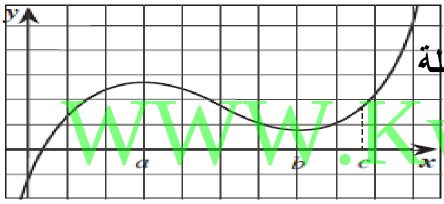
a



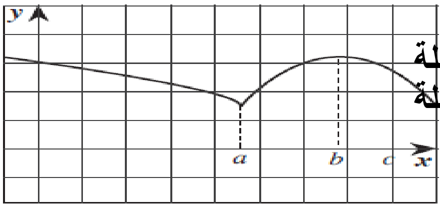
b



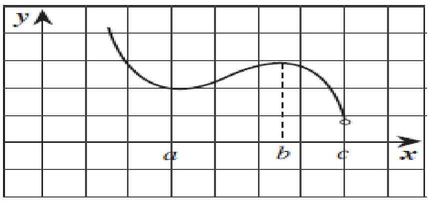
c



d



e



بند (2 – 3)

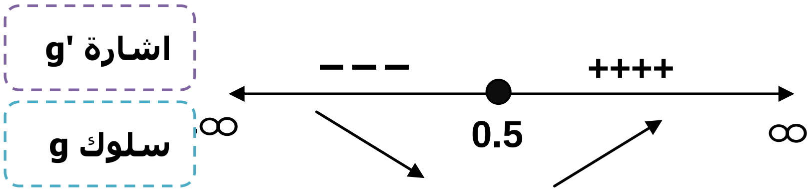
في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة g: $g(x) = x^2 - x - 3$ متزايدة على $\left(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}\right)$

(a) **(b)**

$$g'(x) = 2x - 1$$

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



(2) الدالة f: $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ متناقصة على كل من الفترة $(-\infty\ ,\ -\sqrt{5})$ والفترة $(\sqrt{5}\ ,\ \infty)$

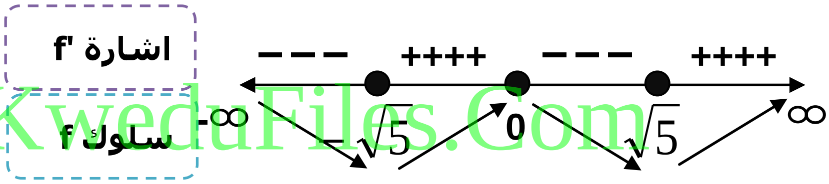
(a) **(b)**

$$f'(x) = 4x^3 - 20x$$

$$4x^3 - 20x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow 4x(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$$

$$x = 0, x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \approx 2.23$$



(3) الدالة f: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$

(a) (b)

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{-1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

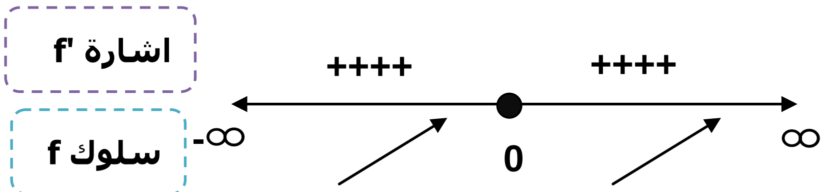
الدالة متصلة على الفترة [0 , 1]
الدالة قابلة للإشتقاق على (0 , 1)

(4) الدالة f: $f(x) = x^3 + 1$ مطّردة على $\mathbb{R}$.

(a) (b)

$$f'(x) = 3x^2$$

$$3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$



في التمارين (5—8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) تكون الدالة k : $k(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

(a) متزايدة على كل فترة من مجال تعريفها.

(b) متناقصة على كل فترة من مجال تعريفها.

(c) متناقصة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(-2, 2)$ ومتزايدة على الفترة $(2, \infty)$

(d) ليس أيّ مما سبق.

الدالة متصلة على R- { -2 , 2 }

$$f'(x) = \frac{(x^2-4)(1) - x(2x)}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2 - 4 - 2x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2-4}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$$ **لا توجد نقاط حرجة**

الدالة متناقصة على مجال تعريفها
لأن المشتقة سالبة دائما

(6) الدالة R : $R(x) = |x|$

(a) متزايدة على مجال تعريفها.

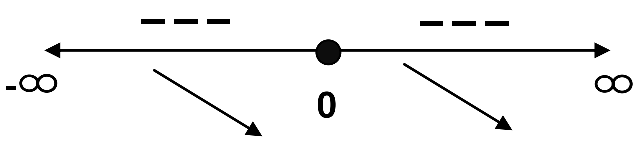
(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(d) متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ ومتزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$

$$f(x) = \begin{cases} x : x > 0 \\ 0 : x = 0 \\ -x : x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 : x > 0 \\ ??? : x = 0 \\ -1 : x < 0 \end{cases}$$

(7) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإنّ الدالة f :



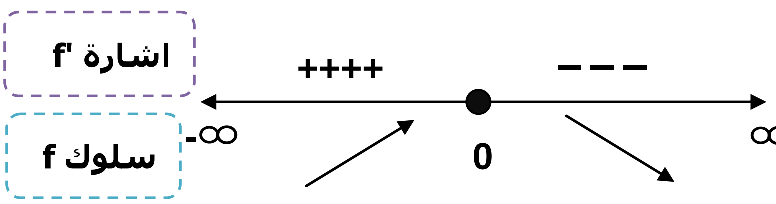
(a) متزايدة على مجال تعريفها.

(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$

(d) متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ ، فإنّ الدالة f:



(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0]$

(c) متزايدة على مجال تعريفها.

(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0, \infty)$

بند (3 – 3)

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ على الفترة $(0\ ,\ 3)$ هي مقعّرة لأسفل.

a   **b**

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$
$$\Rightarrow f''(x) = 6x - 6$$
$$6x - 6 = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

	$-\infty$		1		∞
اشارة "f		– – –		++++	
تقعر f		$\cap$		$\cup$	

(2) الدالة $y = \dfrac{x}{x^2+1}$ على $(-\infty\ ,\ 0)$ هي مقعّرة لأعلى.

a   **b**

$$y' = \frac{(x+1)(1) - x(1)}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} = (x+1)^{-2}$$
$$y'' = -2(x+1)^{-3} = \frac{-2}{(x+1)^3}$$

تعديل

$$y = \frac{x}{x+1}$$

الدالة متصلة على R/{-1}
الدالة غير معرفة عند x=-1
$$-1 \in (-\infty, 0)$$

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$.

a   **b**

شروط نقطة الإنعطاف
١) المشتقة الثانية تساوي صفر
٢) الدالة تغير تقعرها عند هذه النقطة

(4) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c) = 0$.

a   **b**

اذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$
أو غير $f''(c)$ غيرموجودة

اذا كانت الدالة f كثيرة حدود لها نقطة انعطاف عند $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$

(5) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف.

a   b

$f(x) = x^3$

في الدالة f عند x=0 توجد نقطة حرجة
وهي ايضا نقطة انعطاف

---

(6) الدالة $y = -3x^8$ هي مقعّرة للأعلى.

a   **b**

$$f'(x) = -24x^7 \Rightarrow f''(x) = -168x^6$$

$$-168x^6 = 0 \Rightarrow x^6 = 0 \Rightarrow x = 0$$

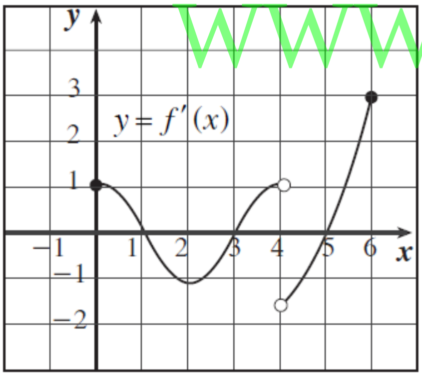
اشارة "f

$-\infty$		0		∞
	---		---	
	$\cap$		$\cap$	

تقعر f

في التمارين (7–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة المشتقة f' فإن الدالة f تكون:



a) متزايدة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

b) متناقصة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

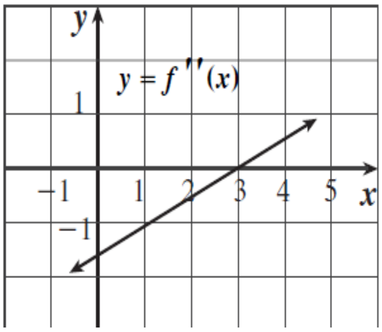
c) لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط.

d) لها نقطة انعطاف عند كل من $x = 2$ ، $x = 4$.

بيان الدالة f متزايد على الفترات (0 , 1) , (3 , 4) , (5 , 6)
بيان الدالة f متناقص على الفترات (1 , 3) , (4 , 5)
توجد قيمة عظمى محلية عند x=1
توجد قيمة صغرى محلية عند x=3
توجد قيمة صغرى محلية عند x=5
لها نقطة انعطاف عند x=2

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرًا للأسفل في الفترة:



(a) $(-\infty , 3)$ (b) $(3 , \infty)$
(c) $(-1 , 4]$ (d) $(3 , 5)$

بيان الدالة f مقعر للأسفل في الفترة $(-\infty , 3)$
بيان الدالة f مقعر للأعلى في الفترة $(3 , \infty)$
توجد نقطة انعطاف عند $x = 3$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا لأسفل في $(-1 , 1)$:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = -x^3$ (d) $f(x) = -x^2$

a) دالة مقعرة لأعلى على مجالها
b) دالة مقعرة لأعلى على الفترة $(0 , \infty)$ ومقعرة لأسفل على الفترة $(-\infty , 0)$
c) دالة مقعرة لأعلى على الفترة $(-\infty , 0)$ ومقعرة لأسفل على الفترة $(0 , \infty)$
d) دالة مقعرة لأسفل على مجالها

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c , f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(11) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

d) دالة مقعرة للأعلى على مجالها

(12) للدالة f : $f(x)=(x^2-3)^2$ نقاط انعطاف عددها:

ⓐ 1 ⓑ 2 ⓒ 3 ⓓ 4

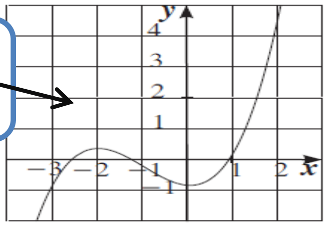
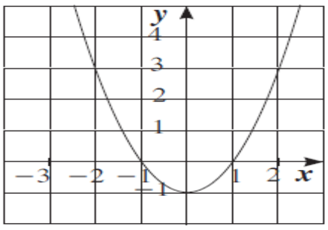
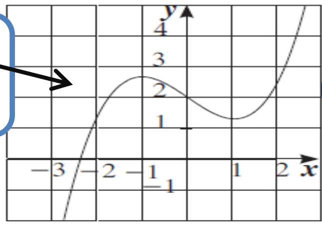
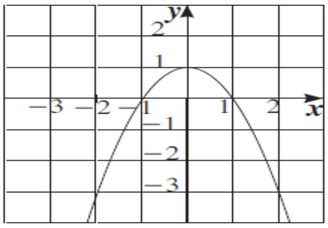
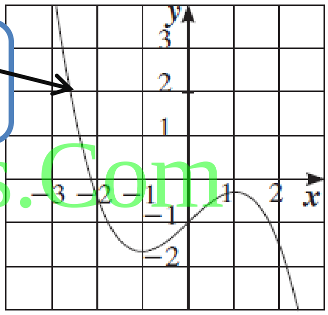
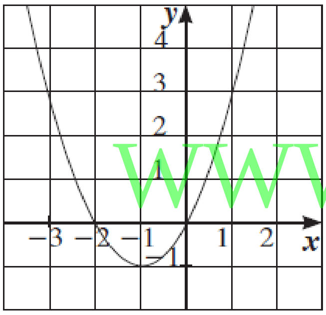
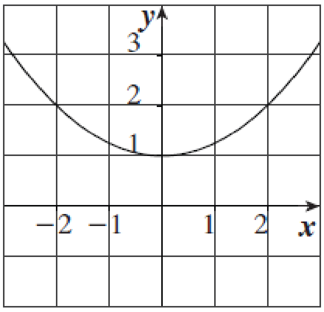
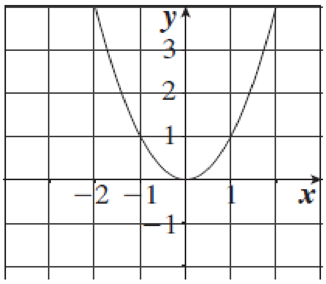
$$f'(x)=2(x^2-3)(2x)=4x(x^2-3)=4x^3-12x$$

$$f''(x)=12x^2-12$$

$$12x^2-12=0 \Rightarrow 12(x^2-1)=0 \Rightarrow 12(x-1)(x+1)=0 \Rightarrow x=1, x=-1$$

x	$-\infty$		-1		1		∞
اشارة f''		++++	•	− − −	•	++++	
تقعر f		$\cup$		$\cap$		$\cup$	

في التمارين (13—15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.
المنحنيات في التمارين (13), (14), (15) تمثل الدوال والمنحنيات a, b, c, d, e تمثل الدوال المشتقة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(13) 	a 
(14) 	b 
(15) 	c 
	d 
	e 

(13): c

متزايدة على الفترات $(-\infty,-2),(0,\infty)$
متناقصة على الفترة $(-2,0)$

(14): a

متزايدة على الفترات $(-\infty,-1),(1,\infty)$
متناقصة على الفترة $(-1,1)$

(15): b

متناقصة على الفترات $(-\infty,-1),(1,\infty)$
متزايدة على الفترة $(-1,1)$

بيان المشتقة أعلى محور السينات تكون الدالة الأصلية متزايدة
بيان المشتقة أسفل محور السينات تكون الدالة الأصلية متناقصة

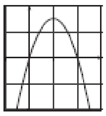
بند (4 – 3)

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لتكن f : $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2+2$ و (C) منحناها.

(1) يمر المنحنى (C) بنقطة الأصل.   a   **b**

$$f(0)=-\frac{1}{2}(0)^3+\frac{3}{2}(0)^2+2=2$$

(2) الشكل المجاور يمثّل منحنى الدالة f'.      **a**   b

$$f'(x)=-\frac{1}{2}\times 3x^2+\frac{3}{2}\times 2x=-\frac{3}{2}x^2+3x$$

معامل x^2 سالب اذا المنحنى منحنى دالة تربيعية مفتوح للأسفل

(3) المماس عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي 2 موازٍ لمحور السينات.   **a**   b

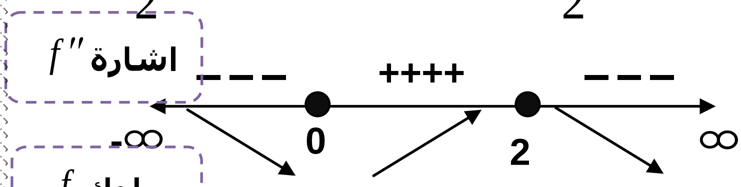
$$f'(2)=-\frac{3}{2}(2)^2+3(2)=0$$

(4) 4 هي قيمة عظمى محلية.   **a**   b

$$f'(x)=-\frac{1}{2}\times 3x^2+\frac{3}{2}\times 2x=-\frac{3}{2}x^2+3x\Rightarrow -\frac{3}{2}x^2+3x=0$$

$$3x(-\frac{1}{2}x+1)=0\Rightarrow x=0,-\frac{1}{2}x=-1\Rightarrow x=0,x=2$$

توجد نقاط حرجة عند x=0, x=2



$$f(0)=2$$

$$f(2)=-\frac{1}{2}(2)^3+\frac{3}{2}(2)^2+2=4$$

(5) المنحنى (C) مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty , 1)$.

a   b

$$f''(x) = -\frac{3}{2} \times 2x + 3 \Rightarrow f''(x) = -3x + 3$$

$$\Rightarrow -3x + 3 = 0 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = 1$$

	$-\infty$		1		∞
اشارة f''		++++		---	
سلوك f		$\cup$		$\cap$	

في التمارين (6—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

الدالة f دالة كثيرة حدود جدول تغيرها:

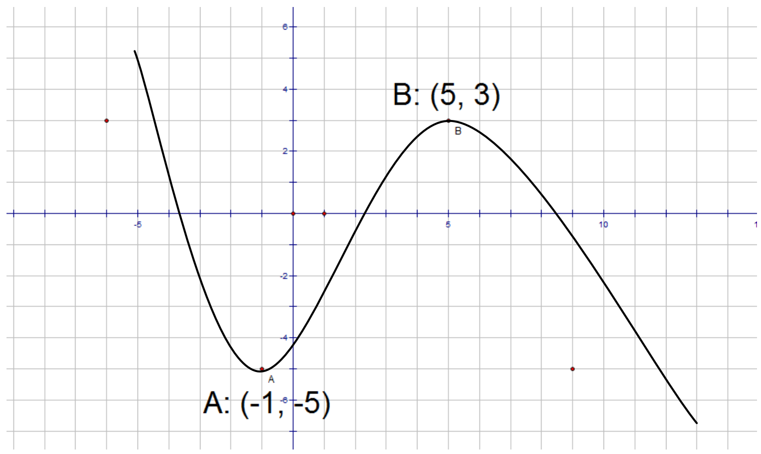
x	$-\infty$		-1		5		∞
$f(x)$	∞	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

(6) العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

(a) $f(-2) > f(0)$ (b) $f(0) < f(6)$

(c) $f(-9) > f(-2)$ (d) $f(-1) > f(8)$

لكي نقارن بين قيمتين لـ x لابد أن يكونا ينتميان لنفس الفترة



رسم تقريبي للدالة

(7) للمعادلة $f(x)=0$:

(a) حل واحد
(b) حلّان
(c) ثلاثة حلول
(d) لا حل لها.

من الرسم تقريبي للدالة

(8) جدول تغير الدالة f يوضّح أن:

(a) -5 قيمة صغرى مطلقة.
(b) 3 قيمة عظمى مطلقة.
(c) -5 قيمة صغرى محلية، 3 قيمة عظمى محلية.
(d) -1 قيمة صغرى محلية، 5 قيمة عظمى محلية.

(9) لتكن الدالة f : $f(x)=-x^2+7x+1$

(a) لمنحنى f قيمة عظمى محلية.
(b) لمنحنى f نقطة انعطاف.
(c) منحنى f مقعر لأعلى.
(d) لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

معامل x^2 سالب اذا بيان الدالة هو بيان دالة تربيعية مقعر للأسفل على مجالها ولها قيمة عظمى مطلقة ومحلية

(10) لتكن f : $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ ,\ a\neq 0$. لمنحنى f دائمًا:

(a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.
(b) نقطة انعطاف.
(c) تقعُّر لأسفل ثم تقعُّر لأعلى.
(d) لا تمر بنقطة الأصل.

الدالة من الدرجة الثالثة لابد أن يكون لها نقطة انعطاف

(11) الدالة f كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة:

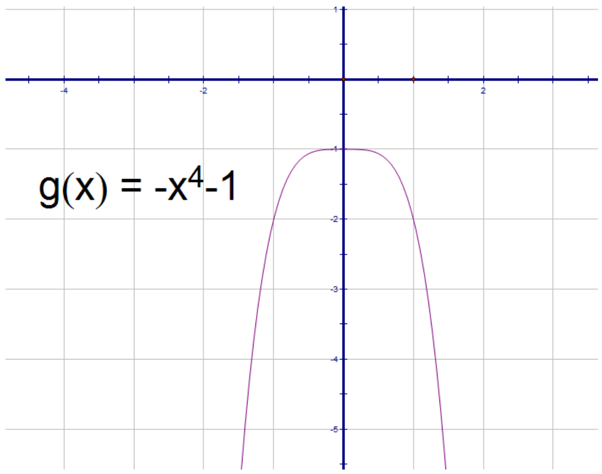
ⓐ لمنحنى f دائمًا نقطتي انعطاف.

ⓑ لمنحنى f أكثر من قيمة عظمى محلية.

ⓒ منحنى f يقطع دائمًا محور السينات.

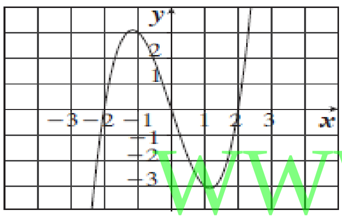
ⓓ قد لا يكون لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

من المثال المقابل



في التمارين (12–14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

الشكل المقابل يمثّل بيان الدالة f.



القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $f'(x) = 0$ — d المماس أفقي للدالة	ⓐ $(-\infty , 0)$
(13) $f'(x) > 0$ في . — b الدالة متزايدة	ⓑ $(-\infty , -1) , (1 , \infty)$
(14) $f''(x) < 0$ — a بيان الدالة مقعر للأسفل	ⓒ $-2 , 0 , 2$
	ⓓ $-1 , 1$
	ⓔ $(0 , \infty)$

تعديل

بند (5 – 3)

في التمرينين (1–2)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,cm^2$ هو $16\,cm$

(a) ● (b)

المساحة

$$xy = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{x}$$

المحيط

$$f(x) = 2(x+y) \Rightarrow f(x) = 2(x + \frac{16}{x}) = 2x + \frac{32}{x}$$

القيم الحرجة

$$f'(x) = 2 + \frac{-32}{x^2} = \frac{2x^2 - 32}{x^2}$$

المشتقة =0

$$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

المشتقة غير موجودة

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = -4, x = 0$$ مرفوضة

اختبار المشتقة الثانية

$$f''(x) = \frac{32 \times 2x}{x^4} = \frac{64}{x^3} \Rightarrow f''(4) = \frac{64}{4^3} = 1 > 0$$

$$f(4) = 2(4 + \frac{16}{4}) = 2(4+4) = 16cm$$

أصغر محيط يكون عند x = 4

(2) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ الذي معادلته $y=12-x^2$، هي 24 units^2

(a) (b)

$$f(x)=2x\cdot y=2x(12-x^2)=24x-2x^3$$

$$f'(x)=24-6x^2$$

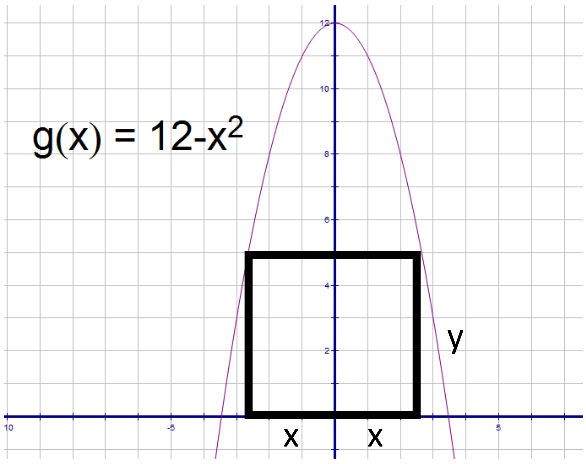
$$24-6x^2=0\Rightarrow -6x^2=-24\Rightarrow x^2=4$$

$$x=2, x=-2$$

$$f''(x)=-12x$$

$$\Rightarrow f''(2)=-12(2)=-24<0$$

$$f(2)=24(2)-2(2)^3=32cm^2$$



اكبر مساحة عند x=4 وهي $32cm^2$

(3) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) 9 cm , 4 cm
(b) 12 cm , 3 cm
(c) 6 cm , 6 cm
(d) 18 cm , 2 cm

نفس خطوات حل (1)

(4) أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويّان على القطع المكافئ $y=4-x^2$ هي:

(a) $8 , \frac{4\sqrt{3}}{3}$
(b) $\frac{8}{3} , \sqrt{3}$
(c) $4 , 4$
(d) $\frac{4\sqrt{3}}{3} , \frac{8}{3}$

$$f'(x)=8-6x^2$$

نفس خطوات حل (2)

$$8-6x^2=0\Rightarrow -6x^2=-8\Rightarrow x^2=\frac{4}{3}$$

$$x=\frac{2}{\sqrt{3}}, x=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$f''(x)=-12x\Rightarrow f''(\frac{2}{\sqrt{3}})=-12(\frac{2}{\sqrt{3}})<0$$

$$2x=\frac{4}{\sqrt{3}}, y=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$$

(5) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها $16\text{ cm} \times 10\text{ cm}$، وذلك بقطع 4 مربّعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

(a) $2\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 12\text{ cm}$
(b) $3\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 12\text{ cm}$
(c) $2\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 12\text{ cm}$
(d) $3\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 8\text{ cm}$

نفرض أن الإرتفاع x | الطول= $16-2x$ | العرض= $10-2x$

$$0<2x<10 \Rightarrow 0<x<5$$

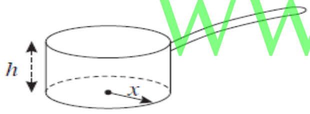
$$x=3 \Rightarrow 16-2\times 3=10, 10-2\times 3=4$$

عندما يكون الإرتفاع = 3 يكون الطول = 10 يكون العرض = 4

$$x=2 \Rightarrow 16-2\times 2=12, 10-2\times 2=6$$

عندما يكون الإرتفاع = 2 يكون الطول = 12 يكون العرض = 6

(6) تعطى المساحة الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s=\pi x^2+\frac{2v}{x}$، حيث x طول نصف قطر قاعدته و V حجمه. (تذكر: $V=\pi x^2 h$).



إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما:

(a) $x>h$
(b) $x=h$
(c) $x<h$
(d) ليس أيّ مما سبق

$$S(x)=\pi x^2+\frac{2v}{x}$$

$$S'(x)=2\pi x-\frac{2v}{x^2} \Rightarrow S'(x)=0$$

$$2\pi x-\frac{2v}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{2\pi x^3-2v}{x^2}=0$$

المشتقة غير موجودة عندما يكون المقام = 0 x=0 مرفوض

$$2\pi x^2-2v=0$$

$$2\pi x^2=2\pi h^2 \Rightarrow x=h$$

f''