

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



ثانوية ثابت بن قيس للبنين

الملف مراجعة تمارين وأوراق عمل مرفقة بالحل

موقع المناهج ← المناهج الكويتية ← الصف الحادي عشر العلمي ← رياضيات ← الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي



روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

النموذج الاول 11 علمي(1)	1
هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات	2
مراجعة هامة ومنتوقعة في مادة الرياضيات	3
تحميل كتاب الطالب(تمارين)علمي	4
تحميل كتاب الطالب	5



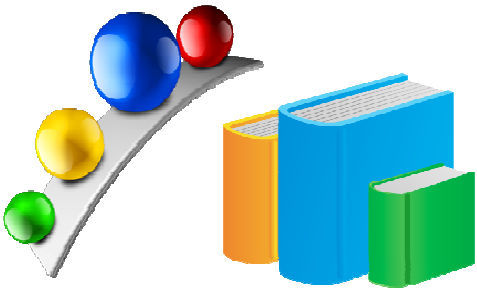
وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات



تمارين مراجعة للفصل الحادي عشر العظمي الفصل الدراسي الثاني



موجه اول الرياضيات

أ / دلال مبارك الحجرف



وزارة التربية

الإدارة لمنطقة الجبراء التعليمية

ثانوية ثابت بن قيس للبنين

قسم الرياضيات

اوراق عمل الرياضيات

للمنتهج الحادي عشر علمي الوحدة 7 ، 8 ، 9

للمنتهج الحادي عشر علمي الوحدة 7 ، 8 ، 9

العام الدراسي

2019/2020

الفصل الدراسي الثاني

رئيس القسم

أ/ مرسي أحمد

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = -3 - 4i \quad \text{بالتعويض}$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i \quad \text{خاصية ضرب كثيرات الحدود}$$

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 & \text{--- --> (1)} \\ 2mn = -4 & \text{--- --> (2)} \end{cases} \quad \text{خاصية المساواة لعددتين مركبتين}$$

$$|w|^2 = |z| \quad \text{تضيف المعادلة:}$$

$$(\sqrt{m^2 + n^2})^2 = (\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2})^2$$

$$m^2 + n^2 = 5 \quad \text{--- --> (3)}$$

بجمع المعادلتين (1) و (3) نحصل على:

$$\begin{cases} m^2 - n^2 = -3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases}$$

$$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$\therefore n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2 \quad \text{بالتعويض في (1) نحصل على:}$$

$$\begin{cases} m = 1, m = -1 \\ n = 2, n = -2 \end{cases}$$

من المعادلة $2mn = -4$ نستنتج أن m, n لهما إشارتان مختلفتان

$$\therefore m = 1, n = -2 \text{ أو } m = -1, n = 2$$

الجذران التربيعيان للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

$$\text{هما: } w_1 = 1 - 2i, w_2 = -1 + 2i$$

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = 5 + 12i$

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C
الحل : نحسب المميز Δ :

$$\begin{aligned}\Delta &= (16)^2 - 4(4)(25) \\ &= -144 \\ &= (-1) \times (12)^2 \\ &= i^2 \times (12)^2\end{aligned}$$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \frac{3}{2}i$$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \frac{3}{2}i$$

$$\left\{ -2 - \frac{3}{2}i, -2 + \frac{3}{2}i \right\} = \text{مجموعة الحل}$$

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة C

ثانوية ثابت بن قيس

أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

الحل :

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$$\therefore \tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{3}{3\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{\pi}{6} \quad \text{وبالتالي :}$$

$\because x > 0, y > 0 \rightarrow D$ تنتمي إلى الربع الأول

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي $D(6, \frac{\pi}{6})$

أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل من نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

$$(-2, 2)$$

ثانوية ثابت بن قيس



إذا كان $z_2 = 1 - i$ ، $z_1 = -2 + 2i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

(1) $z_1 = -2 + 2i$ الحل :

$$x = -2 \text{ ، } y = 2$$

$$r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نقرب أن زاوية الإسناد α

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| -1 \right| = 1$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$x < 0 \text{ ، } y > 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثاني

$$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

(2) $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

$$2z + \overline{(-2 + 2i)} = 3i (1 - i)^2$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (1 - 2i - 1)$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (-2i)$$

$$2z + -2 - 2i = -6i^2$$

$$2z + -2 - 2i = 6$$

$$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$$

$$z = 4 + i$$

إذا كان $z_1 = 2 - 7i$ ، $z_2 = 3 + 5i$ فأوجد :

1) $z_2 - z_1$

2) $\overline{(z_1 \cdot z_2)}$

3) z_1^{-1}

أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = \frac{1}{2} \cos(-x) : x \in [-2\pi, 2\pi]$$

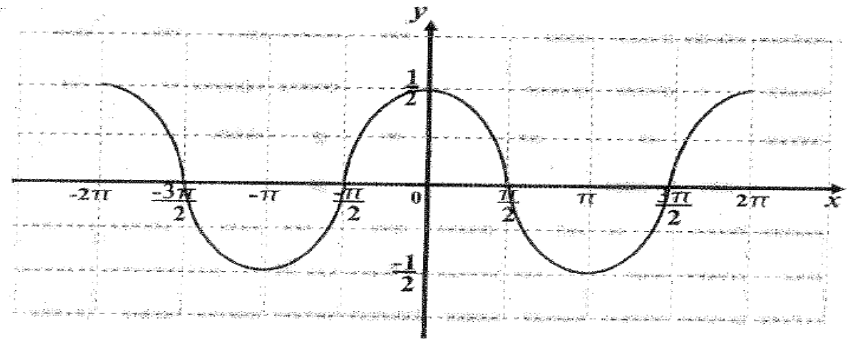
الحل :

$$|a| = \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} \quad \text{: السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi \quad \text{: الدورة}$$

$$\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad \text{: ربع الدورة}$$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\frac{1}{2} \cos(-x)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$



Ⓐ $y = \frac{1}{2} \sin 4x$

أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:



حل المثلث ABC حيث $\alpha = 36^\circ$ ، $\beta = 48^\circ$ ، $a = 8 \text{ cm}$

الحل :

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - (36^\circ + 48^\circ) \\ &= 96^\circ\end{aligned}$$

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 48^\circ}{b}$$

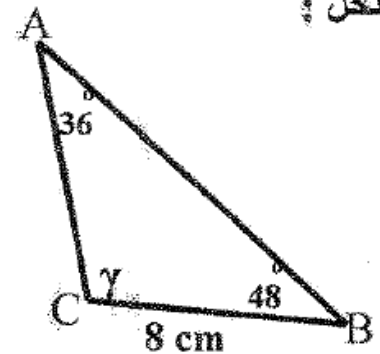
$$b = \frac{8 \sin 48^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$b \approx 10.11 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin 36^\circ}{8} = \frac{\sin 96^\circ}{c}$$

$$c = \frac{8 \sin 96^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$c \approx 13.54 \text{ cm}$$

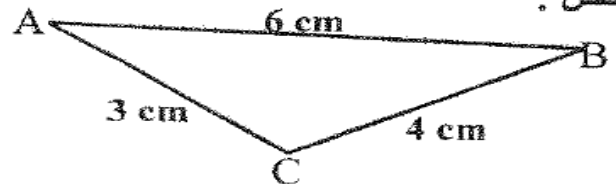


حل ΔABC حيث: $\alpha = 26.3^\circ$ ، $b = 6 \text{ cm}$ ، $a = 7 \text{ cm}$



حل المثلث ABC حيث $a = 4 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = 6 \text{ cm}$

الحل :



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{9 + 36 - 16}{2(3)(6)}$$

$$= \frac{29}{36}$$

$$\alpha \approx 36.3^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{16 + 36 - 9}{2(4)(6)}$$

$$= \frac{43}{48}$$

$$\beta \approx 26.4^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 26.4^\circ - 36.3^\circ$$

$$\approx 117.3^\circ$$

حل ΔABC حيث: $a = 11 \text{ cm}$ ، $b = 5 \text{ cm}$ ، $\gamma = 20^\circ$

ثانوية ثابت بن قيس



أوجد مساحة المثلث ABC حيث

مستخدماً قاعدة هيرون $a = 23 \text{ cm}$ ، $b = 19 \text{ cm}$ ، $c = 12 \text{ cm}$

الحل :

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} (a + b + c) \\ &= \frac{1}{2} (23 + 19 + 12) \\ &= \frac{1}{2} (54) \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{27(27-23)(27-19)(27-12)} \\ &= \sqrt{(27)(4)(8)(15)} \\ &= \sqrt{12960} \\ &= 36\sqrt{10} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Area} \approx 113.84 \text{ cm}^2$$

في ΔABC حيث: $a = 9 \text{ cm}$ ، $b = 7 \text{ cm}$ ، $c = 5 \text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الأكبر.

أوجد مساحة المثلث ABC

ثابته بن قيس



إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين
أوجد كلا مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$

(2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad \alpha \text{ زاوية حادة}$$

الحل :

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2$$

$$\sin^2 \beta = \frac{49}{625}$$

$$\sin \beta = \pm \frac{7}{25}$$

$$\therefore \sin \beta = \frac{7}{25} \quad \beta \text{ زاوية حادة}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \left(\frac{4}{5}\right) \left(\frac{24}{25}\right) + \left(\frac{3}{5}\right) \left(\frac{7}{25}\right) \\ &= \frac{117}{125} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) &= \cos \beta \\ &= \frac{24}{25} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \quad \text{إذا كان :}$$

$$\cos \beta = \frac{12}{13}, \quad \frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$$

أوجد كلا مما يلي :

1) $\sin(\alpha + \beta)$

2) $\cos \frac{\alpha}{2}$

3) $\tan 2\beta$

$$\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

حل المعادلة :

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\sin \alpha = | \sin x |$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما x تقع في الربع الثالث :

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

حل المعادلة : $2 \sin \theta \cos \theta - \cos \theta = 0$



$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x \quad \text{أثبت صحة المتطابقة :}$$

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$$

$$\frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x} + \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x} = 2 \csc^2 x$$

= الطرف الأيمن

$$\frac{\cos x}{1-\sin x} = \frac{1+\sin x}{\cos x} \quad \text{أثبت صحة المتطابقة :}$$





وزارة التربية

ثانوية صباح الناصر الصباح

قسم الرياضيات

الحادي عشر علمي الوحدة المباشرة والحادية عشر

مدير المدرسة

أ. منصور الظفيري

رئيس القسم

أ/ ماهر حامد طم

الموجه الأولي

أ. دلال مبارك الجرف

الموجه الفني

أ/ محمد بدر حاتم

المستقيمات والمستويات في الفضاء

السؤال الاول

في الشكل المقابل : $\overrightarrow{AB} \subset \pi$ $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$
 $AD = BC$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

البرهان

$\therefore \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{BC}$ يعينان مستويًا واحدًا
 وليكن (ABCD) فيه

$\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

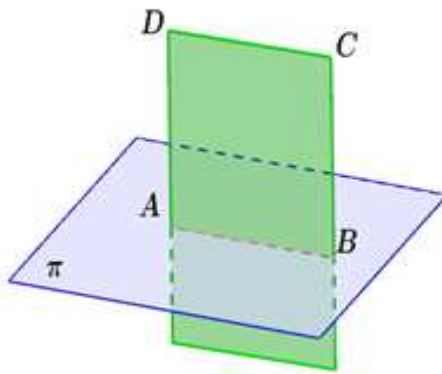
$AD = BC$

\therefore ABCD متوازي أضلاع

ومنه $\overleftrightarrow{DC} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ (معطى)

$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (نظرية)



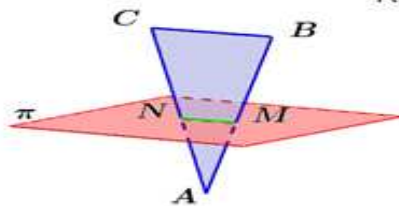
تمرين (١)

في الشكل المقابل :

المثلث ABC فيه M منتصف \overleftrightarrow{AB} , N منتصف \overleftrightarrow{AC}
 M, N تنتميان إلى المستوي π

إثبت أن $\overleftrightarrow{CB} \parallel \pi$

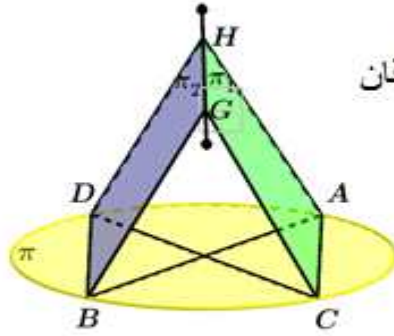
البرهان



السؤال الثاني

في الشكل المقابل : قطران $\overline{AB}, \overline{CD}$ في مستوي الدائرة π
 $\overleftrightarrow{GH} = \pi_1 \cap \pi_2$ إثبت أن مستوي الدائرة π يوازي \overleftrightarrow{GH}

البرهان



$\therefore \overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في الدائرة
 \therefore ينصف كل منهما الآخر و متطابقان

\therefore الشكل $ACBD$ مستطيل

$\therefore \overline{AC} \parallel \overline{DB}$
 $\therefore \overline{AC} \subset \pi_1 \quad \overline{DB} \subset \pi_2$

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$
 $\therefore \overleftrightarrow{GH} \parallel \overline{AC} \parallel \overline{DB}$

$\therefore \overline{GH} \parallel \overline{AC} \quad \overline{AC} \subset \pi$

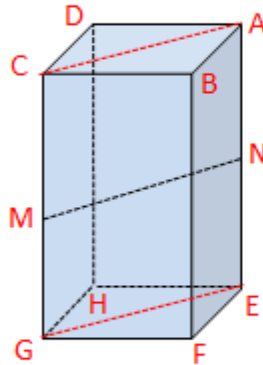
$\therefore \overline{GH} \parallel \pi$

أي أن مستوي الدائرة π يوازي \overleftrightarrow{GH}

تمرين

$ABCDEF$ شبه مكعب . M منتصف \overline{CG} ، N منتصف \overline{AE}
 أثبت أن $(EFGH)$ يوازي \overline{MN}

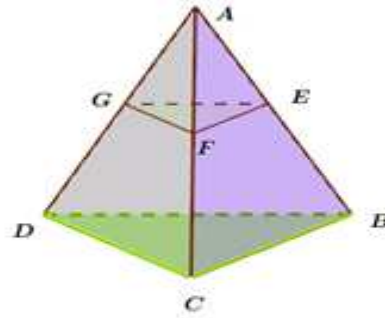
البرهان



السؤال الثالث

البرهان

في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي .
المستويان π_1 ، π_2 متوازيان إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$ ،
 $FG = 6$ cm فأوجد DC



$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3} \therefore \frac{AE}{AB+EB} = \frac{1}{1+3}$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \pi_1 \parallel \pi_2, \quad ABD \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{DB}$$

$$ABD \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GE}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{DB} \parallel \overleftrightarrow{GE} \therefore \frac{AG}{AD} = \frac{1}{4}$$

و بالمثل يمكن إثبات أن $\overleftrightarrow{GF} \parallel \overleftrightarrow{DC}$

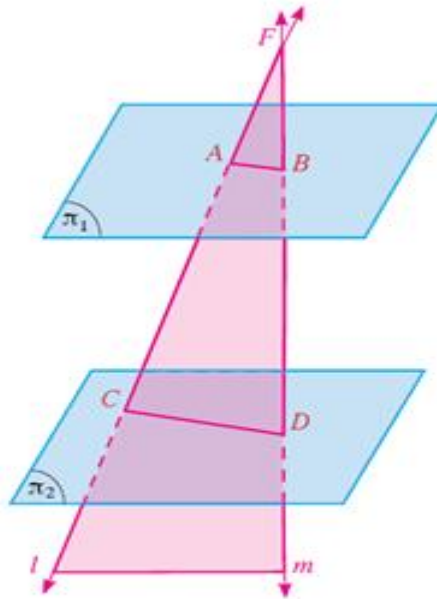
$$\therefore \frac{AG}{AD} = \frac{GF}{DC}$$

$$\therefore \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{6}{DC} = \frac{1}{4}$$

$$DC = 24 \text{ cm}$$

تمرين



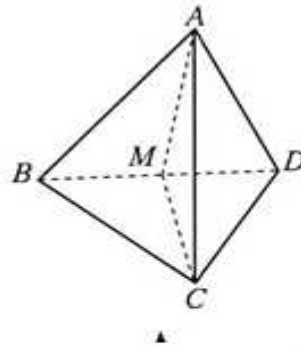
في الشكل المقابل: π_1 ، π_2 مستويين متوازيين.

\overline{l} ، \overline{m} مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلًا من π_1 في A, B في π_2 في C, D

إذا كان $FB = 5$ cm ، $CD = 9$ cm ، $AC = 6$ cm ، $BD = 4$ cm

فأوجد محيط المثلث FAB

السؤال الرابع



هرم ثلاثي القاعدة $ABCD$.

$$AD = AB, CD = CB$$

النقطة M منتصف \overline{DB}

(a) أثبت أن: $\overline{BD} \perp (AMC)$

(b) استنتج أن: $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

الحل:

(a) مثلث متطابق الضلعين في C

$$(1) \leftarrow \overline{CM} \perp \overline{BD} \quad \therefore$$

بالمثل المثلث ABD مثلث متطابق الضلعين في A

$$(2) \leftarrow \overline{AM} \perp \overline{BD} \quad \therefore$$

من (1)، (2) نجد: $\overline{BD} \perp (AMC)$

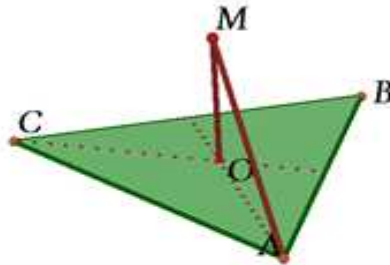
$$\overline{BD} \perp (AMC), \overline{AC} \subset (AMC) \quad (b)$$

$$\overline{BD} \perp \overline{AC} \quad \therefore$$

تمرين ABC مثلث متطابق الأضلاع.

أثبت أن: $\overline{CB} \perp \overline{AM}$

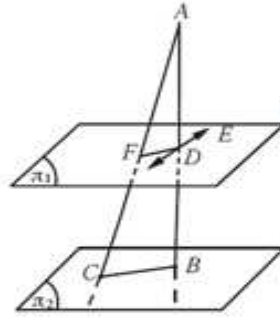
الحل:



السؤال
الخامس

في الشكل المقابل، \overline{AB} عمودي على المستوي π_1, π_2 ، $\overline{DE} \subset \pi_1, \overline{DE} \perp \overline{AD}$
فإذا كانت D منتصف \overline{AB} ، F منتصف \overline{AC}

أثبت أن: $\pi_1 \parallel \pi_2$



الحل:

ABC مثلث فيه D منتصف \overline{AB} ، F منتصف \overline{AC}
 $\therefore \overline{FD} \parallel \overline{BC}$
 $\overline{AB} \perp \pi_2, \overline{BC} \subset \pi_2$
 $\therefore \overline{AB} \perp \overline{BC}$
 $\therefore \overline{AB} \perp \overline{FD}$
 $\therefore \overline{AB} \perp \overline{DE}$
 $\therefore \overline{AB} \perp \pi_1$
 $\therefore \overline{AB} \perp \pi_2$
 $\therefore \pi_1 \parallel \pi_2$

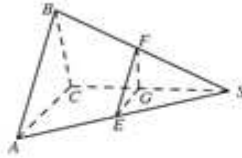
تمرين في الشكل المقابل، $(ABC) \parallel (EFG)$ ، S نقطة خارج $(ABC), (EFG)$

بحيث $\overline{SC} \perp \overline{AC}$

فإذا كان، $SB = 10 \text{ cm}, SC = 8 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}$

أثبت أن: $\overline{SC} \perp \overline{FE}$

الحل:



ABC مثلث، أخذت النقطة D خارج مستوي المثلث بحيث كان:

\overline{DA} عمودياً على كل من \overline{AB} ، \overline{AC}

فإذا كانت M منتصف \overline{AB} ، N منتصف \overline{DB} ، أثبت أن: $\overline{MN} \perp (ABC)$

الحل:

$$\overline{DA} \perp \overline{AB}, \quad \overline{DA} \perp \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{DA} \perp (ABC)$$

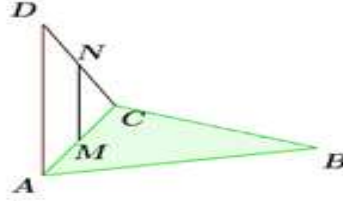
في المثلث ADC :

M منتصف \overline{AC} ، N منتصف \overline{DC}

$$\therefore \overline{MN} \parallel \overline{DA}$$

$$\therefore \overline{DA} \perp (ABC)$$

$$\therefore \overline{MN} \perp (ABC)$$



تمرين في الشكل المقابل، ABC مثلث قائم الزاوية في A

رسم \overline{AD} عمودي على مستوي المثلث ABC ، ورسم $\overline{ED} \parallel \overline{CA}$

أثبت أن: $\overline{ED} \perp \overline{AB}$

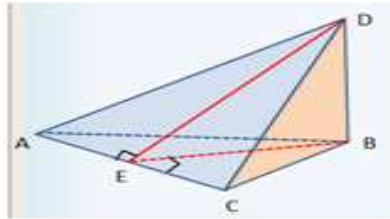
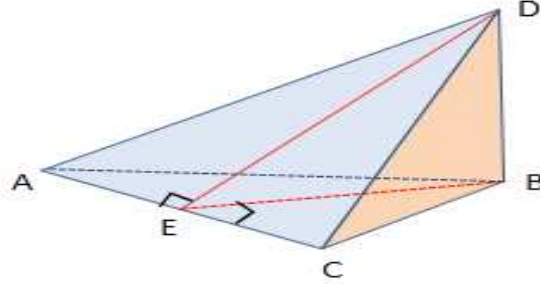
الحل:



في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC ،
 $DB=5\text{cm}$ ، $AB=10\text{cm}$ ، $m(\widehat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$
 $\overline{BD} \perp (ABC)$ - $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ - $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

السؤال السابع

أوجد : a) BE, DE
 b) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC



a) المطلوب إيجاد BE, DE

البرهان

$$\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \longrightarrow \therefore m(\widehat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\because m(\widehat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

AEB مثلث ثلاثيني - سيني

$$BE = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ cm}$$

$$\overline{DB} \perp (ABC) , \quad \overline{BE} \subset (ABC)$$

$$\therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

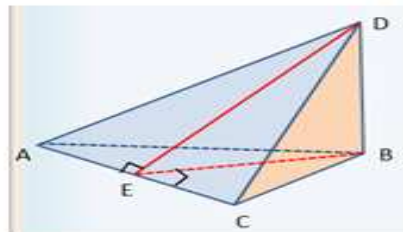
المثلث DBE قائم في \widehat{B} ، و متطابق الضلعين

$$DE = \sqrt{2} \cdot BE = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

b) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC

\overline{AC} هو خط تقاطع المستويين BAC, DAC

البرهان



$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ في المستوى BAC

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ في المستوى DAC

\therefore الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC, DAC هي \widehat{BED}

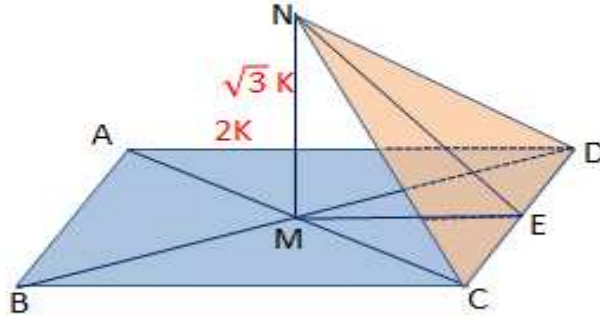
\therefore المثلث DBE قائم الزاوية في \widehat{B} و متطابق الضلعين

$$\therefore m(\widehat{BAC}) = \frac{\pi}{4}$$

قياس الزاوية الزوجية = $\frac{\pi}{4}$

تمرين

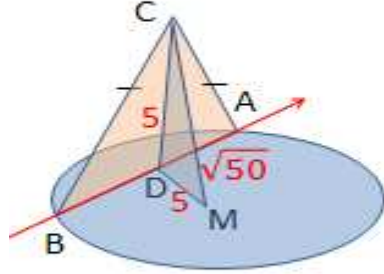
$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 2K$ ،
 أقيم NM عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث
 $MN = \sqrt{3} K$ أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



السؤال الثامن

في الشكل المقابل :

C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M ، D منتصف \overline{AB} ، $\triangle ABC$ مثلث فيه $CA = CB$. إذا كان $DM = DC = 5\text{cm}$ ، $MC = \sqrt{50}\text{cm}$



أثبت ان $\overline{MC} \perp \overline{AB}$ (a)

مستوي الدائرة $\perp (ACB)$ (b)

المعطيات

\overline{AB} وتر في الدائرة ، D منتصف \overline{AB} ،

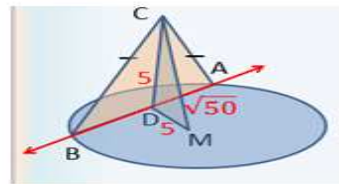
$\triangle ABC$ مثلث فيه $CA = CB$ ،

$DM = DC = 5\text{cm}$ ، $MC = \sqrt{50}\text{cm}$

$\overline{MC} \perp \overline{AB}$ (a)

مستوي الدائرة $\perp (ACB)$ (b)

المطلوب



$\overline{MC} \perp \overline{AB}$ (a)

البرهان

في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\therefore D$ منتصف \overline{AB}

$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \rightarrow (1)$

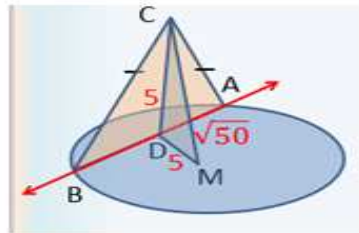
في مستوي الدائرة

$\therefore D$ منتصف \overline{AB} ، M مركز الدائرة

$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \rightarrow (2)$

$\therefore \overline{AB} \perp (CDM)$ نجد أن (1) ، (2) من

$\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$



مستوي الدائرة $\perp (ACB)$ (b)

البرهان

$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \rightarrow (1)$

$$(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM} \rightarrow (2)$

\therefore المثلث CDM قائم الزاوية في D

من (1) ، (2) نجد أن : مستوي الدائرة $\perp (ACB)$

$\therefore \overline{CD} \subset (ACB)$

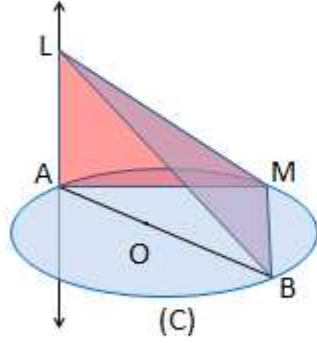
\therefore مستوي الدائرة $\perp (ACB)$

تمرين

في الشكل المقابل :

C دائرة مركزها O ، قطر \overline{AB} فيها ، M نقطة تنتمي إلى الدائرة
 \vec{LA} متعامد مع مستوي الدائرة

- أثبت ان
- a $\overline{BM} \perp (LAM)$
 - b $(LBM) \perp (LAM)$



الوحدة الحادية عشر

السؤال الأول



لتكن: $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

يراد تكوين أعداد ذات ثلاثة منازل باستخدام عناصر المجموعة A أوجد:

a عدد الأعداد الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد الفردية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها .

a الأعداد المطلوبة يمكن تكرار الأرقام فيها

$$\therefore r_1 = 5, r_2 = 5, r_3 = 5$$

فيكون عدد الأعداد الممكن تكوينها هو

الأحاد	العشرات	المئات
5	5	5

$$r_1 \times r_2 \times r_3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

الحل:

r_1 : عدد طرائق اختيار رقم من A لمنزلة الأحاد

r_2 : عدد طرائق اختيار رقم من A لمنزلة العشرات



$A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

b عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

الحل :

b

الأعداد المطلوبة مختلفة الأرقام

$$\therefore r_1 = 5, r_2 = 4, r_3 = 3$$

فيكون عدد الأعداد الممكن تكوينها هو

$$r_1 \times r_2 \times r_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$r_1 \times r_2 \times r_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

الأحاد	العشرات	المئات
3	4	5

تابع السؤال الاول

$$A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$$



الأحاد	العشرات	المئات
2	4	3

c عدد الأعداد الفردية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها .

الأعداد المطلوبة فردية ومختلفة

∴ الرقم في منزلة الأحاد فردي هو 1 أو 5

وبالتالي هناك طريقتان $r_1 = 2$

يبقى 4 طرق مختلفة للرقم في منزلة العشرات $r_2 = 4$

∴ يبقى 3 طرق مختلفة للرقم في منزلة المئات $r_3 = 3$

فيكون عدد الأعداد الفردية المختلفة الممكن تكوينها هو

$$r_1 \times r_2 \times r_3 = 2 \times 4 \times 3 = 24$$

تمرين

لتكن: $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$
 يراد تكوين أعداد ذات ثلاثة منازل باستخدام عناصر المجموعة A أوجد:

- a عدد الأعداد الفردية الممكن تكوينها.
- b عدد الأعداد الزوجية الممكن تكوينها.
- c عدد الأعداد الزوجية مختلفة الأرقام الممكن تكوينها .

حل المعادلات التالية:

السؤال الثاني

a $nP_5 = 6 \times nP_4, n \geq 5$

الحل

$$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = 6 \times n(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$n \geq 5 \quad \therefore n(n-1)(n-2)(n-3) \neq 0$$

$$\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}(n-4) = 6 \times \cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

$$(n-4) = 6$$

$$\therefore n = 6 + 4$$

$$\therefore n = 10$$

b $6P_r = 4 \times 6P_{r-1}$

الحل

$$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)(6-r)!} \quad \text{نضرب الطرفين بـ } \frac{(6-r)!}{6!}$$

$$1 = \frac{4}{(6-r+1)}$$

$$\therefore 6 - r + 1 = 4$$

$$\therefore r = 3$$

c

$$\frac{{}^{2n}P_{n+2}}{({}^{2n}P_{n-1})} = 60$$

$$\frac{(2n)!}{(2n-n-2)!} = 60$$

$$\frac{(2n)!}{(2n-n+1)!}$$

$$\frac{(2n)!}{(n-2)!} \times \frac{(n+1)!}{(2n)!} = 60$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = 60$$

$$\frac{(n+1)n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 60$$

$$(n+1)n(n-1) = 60$$

$$(n+1)n(n-1) = 5 \times 4 \times 3$$

$$\therefore n = 4$$

تمرين

حل المعادلات التالية:

a ${}^n P_7 = 12 \times {}^n P_5$

b

$$8P_r = 4 \times 8P_{r-1}$$

السؤال الثالث

في مكتبة المدرسة 15 كتاباً مختلفاً من مجموعة روايات التاريخ الإسلامي



a بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 7 كتب ؟

b بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 8 كتب ؟

c ماذا تلاحظ ؟

a

$${}^{15}C_7 = \frac{15!}{7!(15-7)!}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 8!}$$

$$= 6435$$

b

$${}^{15}C_8 = \frac{15!}{8!(15-8)!}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 6435$$

c

تلاحظ أن

$${}^{15}C_8 = {}^{15}C_7$$

تمرين

ترشح 10 طلاب لتمثيل القسم العلمي من مدرستك. يجري اختيار الممثلين الثلاثة بالافتراع السري. يمكنك اختيار ثلاثة طلاب أو أقل. بكم طريقة مختلفة يمكنك أن تقترح؟



السؤال الرابع أوجد قيمة n في كل مما يلي :

a ${}_n C_3 = {}_n C_4$

$$\frac{{}_n P_3}{3!} = \frac{{}_n P_4}{4!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3!}$$

$$4 \times n(n-1)(n-2) = n(n-1)(n-2)(n-3)$$

$$4 \times n(n-1)(n-2) - n(n-1)(n-2)(n-3) = 0$$

$$4 - n + 3 = 0$$

$$7 - n = 0$$

$$n = 7$$

b $\frac{{}_n C_7}{({}_{n-1}) C_6} = \frac{8}{7}$

$$\frac{\frac{(n)!}{7!(n-7)!}}{\frac{(n-1)!}{6!(n-6-1)!}} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{(n)(n-1)!}{(n-7)! \times 7 \times 6!} \times \frac{(n-7)! \times 6!}{(n-1)!} = \frac{8}{7}$$

$$\frac{n}{7} = \frac{8}{7}$$

$$n = 8 \therefore$$

أوجد قيمة n في كل مما يلي :

تمرين

a ${}_n C_2 = 105$

b ${}_n C_4 = {}_n C_5$

السؤال الخامس

في مفكوك: $(2x - 3y^2)^{10}$ أوجد الحد السابع.

الحل: تكتب $(2x - 3y^2)^{10}$ على الصورة $(2x + (-3y^2))^{10}$

الحد السابع هو:

$$T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$$

$$T_7 = {}_{10} C_6 (2x)^4 \times (-3y^2)^6$$

$$= (210)(2^4)(-3)^6(x^4)(y^2)^6 = 2\,449\,440 x^4 y^{12}$$

تمرين

2 في مفكوك: $(3x^2 - y)^{15}$ أوجد معامل T_{12}

السؤال السادس

أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$

الحل:

الحد الذي رتبته $r + 1$ هو: $T_{r+1} = {}_n C_r \cdot x^{n-r} \cdot y^r$

في مفكوك كثيرة الحدود $(2x + 3y)^7$ $n = 7$

\therefore أس y يساوي 4 $r = 4$

يصبح هذا الحد:

$$\begin{aligned} T_5 &= {}_7 C_4 (2x)^3 (3y)^4 \\ &= 35 \times (2)^3 x^3 (3)^4 y^4 \\ &= 35 \times 8 \times 81 \times x^3 y^4 \\ &= 22\,680 x^3 y^4 \end{aligned}$$

تمرين

3 أوجد الحد الذي يحتوي على $x^2 y^3$ في مفكوك $(3x - y)^5$

المثال السابع

- في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات ، احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90% .



- ما احتمال ان تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام ؟

• الحل:

• ليكن

$$p(A) = m = 0.9$$

• نفرض الحدث A : «تخدم البطارية مدة عام كامل»

$$p(B) = 1 - m = 1 - 0.9 = 0.1$$

• الحدث B : «لا تخدم البطارية مدة عام كامل»

• والحدث E : «تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام كامل»

$$k = 4 \text{ و } n = 4$$

• نستخدم احتمال ذات الحدين

$$P(E) = {}_n C_k \cdot (m)^k \cdot (1-m)^{n-k}$$

$$= {}_4 C_4 \cdot (0.9)^4 \cdot (0.1)^{4-4}$$



- احتمال أن تخدم كل من البطاريات الأربع مدة عام يساوي 0.6561

تمرين

- خلال شهر التسوق يقدم أحد المجلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة ، تفوز 40% من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي مع راشد 3 بطاقات ، ما احتمال أن يفوز راشد بجائزتين ؟