عُلا

# الزبدة

バター



# 11 الفيزياء

## الكورس الأول

UULA

2025 - 2024

# الكميات العددية و الكميات المتجهة

تنقسم الكميات الفيزيائية إلى نوعين أساسيين وهما :

**الكميات القياسية ( العددية )** هي الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز مقدارها

- **مثال :** الطول - المسافة - الكتلة - الزمن - درجة الحرارة - السرعة العددية

**الكميات المتجهة** هي الكميات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها

- **مثال :** الإزاحة - القوة - السرعة المتجهة - العجلة
- و يطبق على هذه الكميات جبر المتجهات ( و هي طرق جديدة سندرسها بالتفصيل )

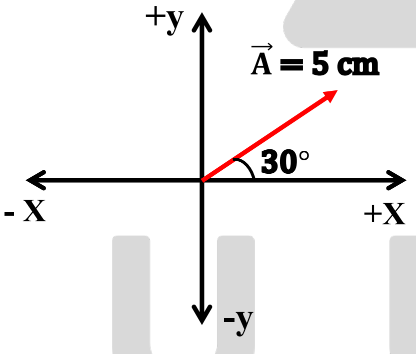
### التمثيل البياني للمتجهات

- تمثل الكمية المتجهة على صورة شعاع له رأس و ذيل
- تتميز الكمية المتجهة بوضع علامة الاتجاه أعلى الرمز $\vec{A}$



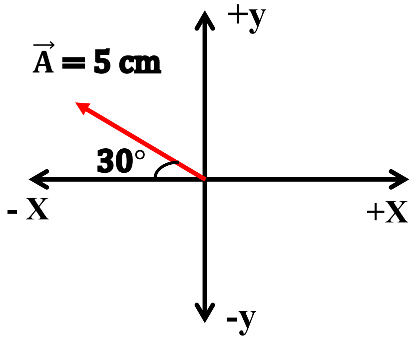
## التعبير الرياضي للمتجه

التعبير الرياضي للمتجه بواسطة ( زاوية , مقدار ) و تبدأ الزاوية من محور الإسناد الموجب




Q عبر رياضيا عن المتجه $\vec{A}$ الممثل في الرسم التالي

$$\vec{A} = (5\ cm\ , 30°)$$




Q عبر رياضيا عن المتجه $\vec{A}$ الممثل في الرسم التالي

$$\vec{A} = (5\ cm\ , 150°)$$

# أمثلة على الكميات المتجهة

**الإزاحة $\vec{D}$** هي أقصر مسافة بين نقطتي بداية ونهاية الحركة , و هي كمية متجهة

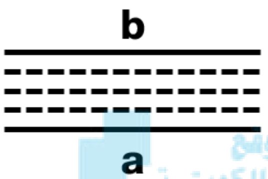
**السرعة المتجهة $\vec{v}$** هي السرعة في اتجاه محدد و تختلف عن السرعة العددية في الاتجاه

**علل لما يأتي :**

**Q** تتغير السرعة التي تحلق بها طائرة في الجو على الرغم من ثبات السرعة التي يكسبها المحرك للطائرة

بسبب وجود رياح متغيرة السرعة ( مقدارا و اتجاها ) لذلك تتحرك بمحصلة سرعتها و سرعة الرياح

**Q** لا يستطيع سباح أن يعبر من النقطة **a** إلى النقطة **b** بصور مباشرة كما بالشكل




بسبب وجود تيارات مائية تؤثر في سرعته مقدارا و اتجاها لذلك يتحرك بمحصلة سرعته و سرعة التيارات المائية



# خصائص المتجهات

1. **التساوي :** يتساوى المتجهين عندما يكون لهما نفس المقدار و الاتجاه
2. **النقل :** تقسم المتجهات إلى نوعين أساسيين وهما

| متجه حر<br>( متجه منزلق ) | متجه مقيد<br>بنقطة التأثير |
|---|---|
| هو متجه يمكن نقلة من مكان إلى آخر شرط الحفاظ على مقداره و اتجاهه | هو متجه مقيد بنقطة التأثير ولا يمكن نقله من مكان إلى أخر |
| **مثال :** السرعة - الإزاحة - العجلة | **مثال :** القوة |

**علل لما يأتي :**

**Q** يمكن نقل متجه الإزاحة ولكن لا يمكن نقل متجه القوة

لأن الإزاحة متجه حر , بينما القوة متجه مقيد بنقطة التأثير

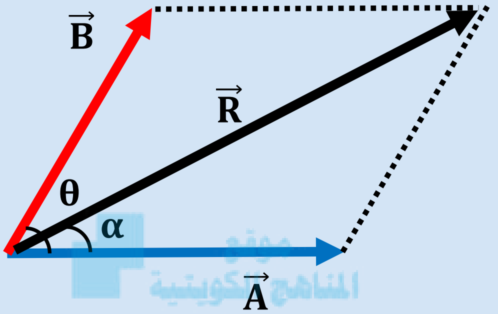
## جمع المتجهات

هي عملية يتم فيها الاستعاضة عن عدة متجهات بمتجه مفرد يسمى ( **المحصلة** $\vec{R}$ )

يطلق على عملية جمع المتجهات أسم تركيب المتجهات

# طرق جمع المتجهات :

### الطريقة الحسابية






$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$$

يمثل المتجه $\vec{R}$ بمقدار و اتجاه

المقدار $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2\,A\,B\cos\theta}$

الاتجاه $\alpha = \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R}$

**Q** قوتان مقدارهما $\vec{F_2} = 10\ N$ و $\vec{F_1} = 15\ N$ تحصران بينهما زاوية $60^\circ$ تؤثران في جسم نقطي , احسب مقدار محصلة القوتين و اتجاههما

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{15^2 + 10^2 + (2 \times 15 \times 10 \times \cos(60))}$$

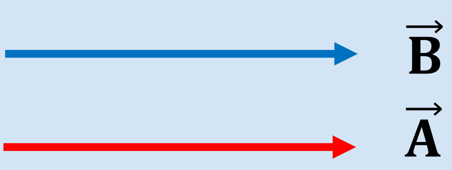
$$R = F_R = 21.79\ N$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R} = \sin^{-1}\frac{F_2\sin\theta}{F_R}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{10\sin 60}{21.79} = 23.41^\circ$$

# حالات خاصة في جمع المتجهات :

### 1. إذا كان المتجهان في نفس الاتجاه ( متوازيين )




$$\theta = zero$$
$$R = A + B$$

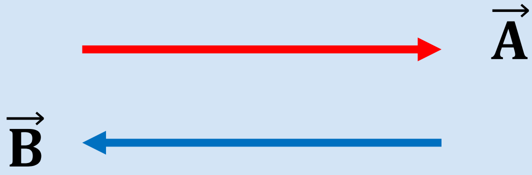
واتجاه المحصلة في نفس اتجاه المتجهين

**Q** قوتان مقدارهما $\vec{F_2} = 10\ N$ و $\vec{F_1} = 15\ N$ تحصران بينهما زاوية $0^\circ$ ( في نفس الاتجاه ) تؤثران في جسم نقطي , احسب مقدار محصلة القوتين و اتجاههما

$$R = A + B = 15 + 10 = 25\ N$$

اتجاه المحصلة في نفس اتجاه المتجهين

### 2. إذا كان المتجهان متعاكسين




$$\theta = 180^\circ$$
$$R = A - B$$

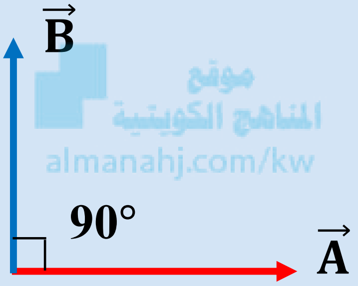
و اتجاه المحصلة في نفس اتجاه المتجه الأكبر

**Q** قوتان مقدارهما $\vec{F_2} = 10\ N$ و $\vec{F_1} = 15\ N$ تحصران بينهما زاوية $180^\circ$ ( متعاكسان في الاتجاه ) تؤثران في جسم نقطي , احسب مقدار محصلة القوتين و اتجاهها

$$R = A - B = 15 - 10 = 5\ N$$

اتجاه المحصلة في اتجاه المتجه الأكبر

### 3. إذا كان المتجهان متعامدان



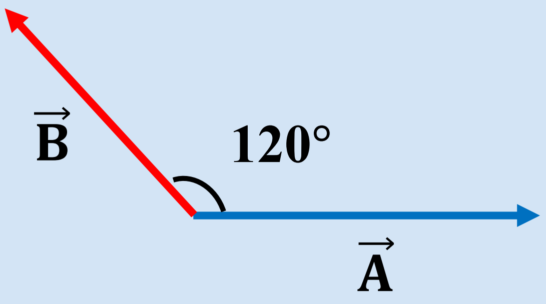



$$\theta = 90^\circ$$
$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$
$$\alpha = \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R}$$

**Q** قوتان مقدارهما $\vec{F_2} = 10\ N$ و $\vec{F_1} = 15\ N$ تحصران بينهما زاوية $90^\circ$ (متعامدين) تؤثران في جسم نقطي , احسب مقدار محصلة القوتين و اتجاهها

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{(15)^2 + (10)^2} = 18.02\ N$$
$$\alpha = \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R} = \sin^{-1}\frac{10\sin 90}{18.02} = 33.7^\circ$$

### 4. اذا كان المتجهان متساويان و الزاوية بينهم $120^\circ$




إذا كان

$$\vec{A} = \vec{B}$$
$$\theta = 120^\circ$$

يكون

$$A = B = R$$
$$\alpha = 60^\circ$$

**Q** قوتان مقدارهما $\vec{F_2} = 15\ N$ و $\vec{F_1} = 15\ N$ تحصران بينهما زاوية $120^\circ$ تؤثران في جسم نقطي , احسب مقدار محصلة القوتين و اتجاهها

$$R = A = B = 15\ N$$
$$\alpha = 60^\circ$$

## ملاحظات :

- أكبر قيمة لمحصلة متجهين عندما يكونان في نفس الاتجاه ( متوازيين )

$$\theta = zero$$

فتكون المحصلة مجموع المتجهين

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

- أقل قيمة لمحصلة متجهين عندما يكون المتجهان متعاكسين في الاتجاه

$$\theta = 180^\circ$$

فتكون المحصلة الفرق بين المتجهين

$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$$

- تختلف قيمة المحصلة باختلاف الزاوية بين المتجهين بحيث تقل قيمة المحصلة بزيادة الزاوية بين المتجهين

- تنعدم محصلة متجهين أذا كان لهما نفس المقدار و متعاكسين في الأتجاة
- عملية جمع المتجهات عملية إبدالية , بحيث

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$



## علل لما يأتي :

**Q** يمكن الحصول على قيم متعددة لمحصلة أي متجهين رغم ثبات مقداريهما

بسبب اختلاف مقدار الزاوية بين المتجهين

**Q** تكون محصلة قوتين أكبر ما يمكن عندما تكون الزاوية بينهما تساوي صفراً

لأن محصلة المتجهين تساوي مجموعهم العددي في هذه الحالة

**Q** تكون محصلة قوتين أقل ما يمكن عندما تكون الزاوية بينهما تساوي $180^\circ$

لأن محصلة المتجهين تساوي طرحهم في هذه الحالة

**Q** اذكر العوامل التي يتوقف عليها مقدار محصلة متجهين

- مقدار المتجهين
- الزاوية المحصورة بين المتجهين

أكبر مقدار لمحصلة متجهين هي مجموعهما و أقل مقدار لمحصلة متجهين هو حاصل طرحهما

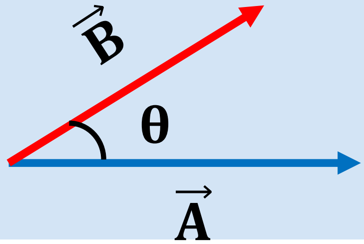
**Q** أي من القيم التالية لايمكن أن يكون قيمة محصلة المتجهين $\vec{A} = 3\ \text{unit}$ , $\vec{B} = 10\ \text{unit}$

○ 13 ○ 7 ○ 10 ○ **15** ○ **5**

# ضرب المتجهات

## 1. الضرب العددي ( القياسي ) ( النقطي )

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\cos\theta$$



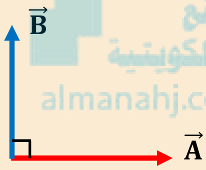

### ملاحظات

- حاصل الضرب العددي لمتجهين ينتج عنه كمية عددية وليست متجهة
- أكبر قيمة لحاصل الضرب العددي لمتجهين عندما يكون المتجهان في نفس الاتجاه ( متوازيان )

$$\theta = zero\,,\theta = 360°$$
$$\cos\theta = 1$$


- تنعدم قيمة حاصل الضرب العددي لمتجهين عندما يكون المتجهان متعامدين

$$\theta = 90°\,,\theta = 270°$$
$$\cos\theta = zero$$






- الضرب العددي ( القياسي ) عملية إبدالية

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$

Q اذكر العوامل التي يتوقف عليها حاصل الضرب العددي لمتجهين

- مقدار المتجهين
- الزاوية بين المتجهين

Q المتجهان $\vec{F_1} = 5\,N\,,\vec{F_2} = 4\,N$ يحصران بينهما زاوية مقدارها $120°$ ، احسب حاصل الضرب العددي للمتجهين

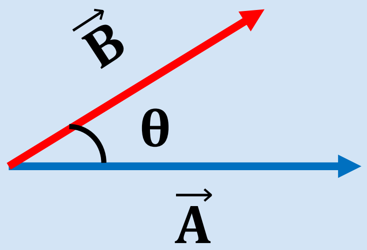
$$\vec{F_1}\cdot\vec{F_2} = F_1\,F_2\cos\theta = (5)\,(4)\cos(120) = -10\,N^2$$

### علل لما يأتي :

Q الشغل كمية عددية

لأنه ناتج عن حاصل الضرب العددي لكميتين متجهتين

## 2. الضرب الاتجاهي [ التقاطعي ]




$$\vec{A} \times \vec{B} = A\, B \sin\theta$$

### ملاحظات

- حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين ينتج عنه كمية متجهة
- يحدد اتجاه المتجه الناتج عن عملية الضرب الاتجاهي بقاعدة اليد اليمني **R.H.R** و يكون المتجه الناتج في اتجاه عمودي على مستوى المتجهين (داخل أو خارج من الورقة)
- عملية الضرب الاتجاهي عملية ليست ابدالية

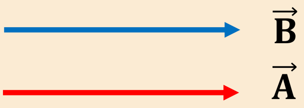
$$\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$$
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\,\vec{B} \times \vec{A}$$


- أكبر قيمة لحاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين عندما يكون المتجهان متعامدين

$$\theta = 90^\circ \,,\, \theta = 270^\circ$$
$$\sin\theta = 1$$

- تنعدم قيمة حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين عندما يكون المتجهان في نفس الاتجاه ( متوازيان )

$$\theta = zero \,,\, \theta = 360^\circ$$




$$\sin\theta = zero$$

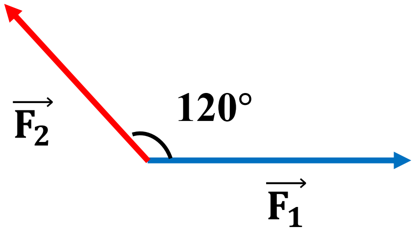
- يتساوي مقدار الضرب الاتجاهي مع مقدار الضرب العددي للمتجهين عندما تكون الزاوية بين المتجهين تساوي $\theta = 45^\circ$

$$\sin 45 = \cos 45$$

**Q** اذكر العوامل التي يتوقف عليها حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين

- مقدار المتجهين
- الزاوية بين المتجهين

**Q** المتجهان $\vec{F_1} = 5\ N \,,\, \vec{F_2} = 4\ N$ يحصران بينهما زاوية مقدارها $120^\circ$ كما بالشكل , احسب حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين




$$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = F_1\, F_2 \sin\theta$$
$$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = (5)\,(4) \sin 120 = 17.32\ N^2$$

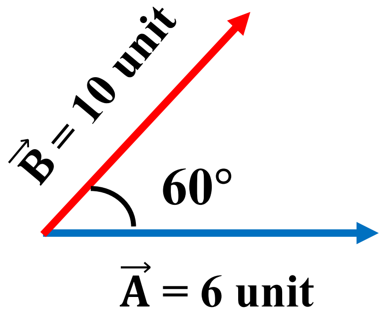
المتجه الناتج يكون عمودياً للخارج ( لأعلى )

**ملاحظات :**

- ضرب المتجه بكمية عددية ( قياسية ) موجبة , يغير مقدار المتجه فقط ولا يغير اتجاهه
- ضرب المتجه بكمية عددية ( قياسية ) سالبة , يغير مقدار المتجه و يعكس اتجاهه

Q الشكل المقابل يمثل متجهين $\vec{A}$ , $\vec{B}$ يحصران بينهما زاوية **(60°)** , احسب

- $\vec{A} + \vec{B}$ , مقدارا "واتجاها"




$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{(6)^2 + (10)^2 + [2 \times 6 \times 10 \cos 60]}$$

$$R = 14 \text{ unit}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\frac{B\sin\theta}{R} = \sin^{-1}\frac{10\sin 60}{14} = 38.21°$$

- $\vec{A} \cdot \vec{B}$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (6)(10)\cos 60 = 30 \text{ unit}^2$$

- $\vec{A} \times \vec{B}$ , مقدارا و اتجاها

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (6)(10)\sin 60 = 51.96 \text{ unit}^2$$

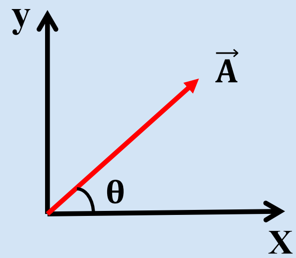
المتجه الناتج عمودي على المتجهين واتجاهه للخارج ( لأعلى )

# تحليل المتجهات

**تحليل المتجهات**

- هو عملية يتم فيها الاستعاضة عن متجه مفرد بمتجهين متعامدين
- هو استبدال متجه ما بمتجهين متعامدين يسميان مركبتي المتجه

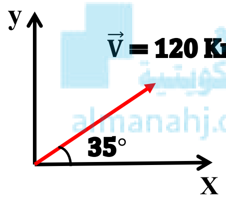
يمكن حساب المركبتين كما يلي :




المركبة الأفقية $A_x = A\cos\theta$

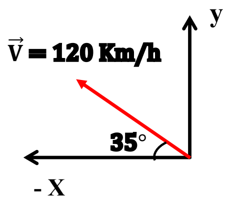
المركبة الرأسية $A_y = A\sin\theta$

احسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل



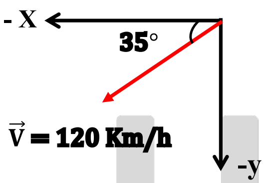

$$v_x = v\cos\theta = 120\cos 35 = 98.29\ \text{Km/h}$$
$$v_y = v\sin\theta = 120\sin 35 = 68.82\ \text{Km/h}$$

احسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل



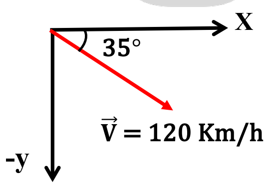

$$v_x = v\cos\theta = 120\cos 35 = -98.29\ \text{Km/h}$$
$$v_y = v\sin\theta = 120\sin 35 = 68.82\ \text{Km/h}$$

احسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل




$$v_x = v\cos\theta = 120\cos 35 = -98.29\ \text{Km/h}$$
$$v_y = v\sin\theta = 120\sin 35 = -68.82\ \text{Km/h}$$

احسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل




$$v_x = v\cos\theta = 120\cos 35 = 98.29\ \text{Km/h}$$
$$v_y = v\sin\theta = 120\sin 35 = -68.82\ \text{Km/h}$$

**علل لما يأتي :**

مقدار مركبة المتجه الرأسية و الأفقية أقل من مقدار المتجه نفسه

لأن دائما **$\sin\theta$ , $\cos\theta$** أقل من الواحد الصحيح و بالتالي مقدار المركبة تكون أقل من مقدار المتجه نفسه

## العملية المعاكسة لتحليل المتجهات

العملية المعاكسة لعملية جمع المتجهات هي عملية تحليل المتجهات وليس طرح المتجهات

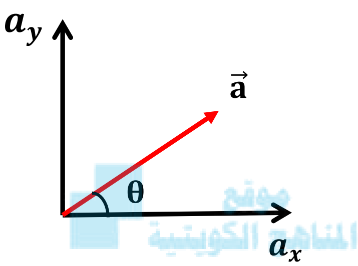
وبالتالي مجموع $A_x$ $A_y$ يساوي المتجه الأصلي $A$

$$\vec{A} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}$$

**احسب مقدار العجلة واتجاهها في كل من الحالات الآتية :**

إذا كان مركبتي العجلة $a_x = 3\ m/s^2\ , a_y = 4\ m/s^2$

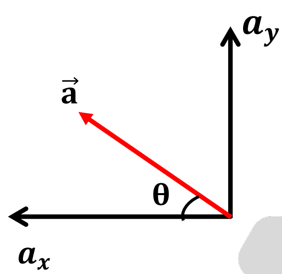



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ m/s^2$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13°$$

إذا كان مركبتي العجلة $a_x = -\ 3\ m/s^2\ ,\ a_y = 4\ m/s^2$



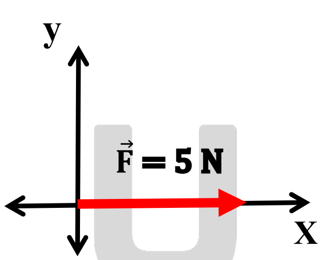

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5\ m/s^2$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1}\frac{4}{-3} = -53.13°$$

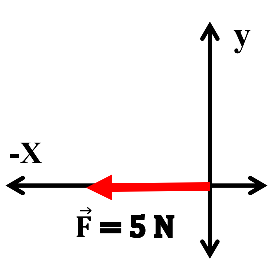
### حالات خاصة في تحليل المتجهات

حل المتجهات التالية ( أوجد المركبة الأفقية و الرأسية )



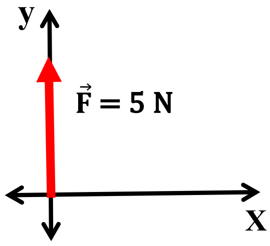

- $F_x = 5\ N$
- $F_y =$ zero

حل المتجهات التالية ( أوجد المركبة الأفقية و الرأسية )



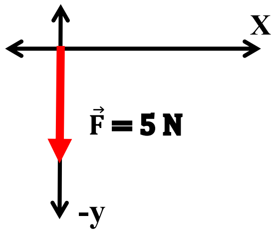

- $F_x = -5\ N$
- $F_y =$ zero

Q حلل المتجهات التالية ( أوجد المركبة الأفقية و الرأسية )




- $F_y = 5$ N
- $F_x =$ zero

Q حلل المتجهات التالية ( أوجد المركبة الأفقية و الرأسية )




- $F_x =$ zero
- $F_y = -5$N

- يتساوي مقدار المركبة الرأسية للمتجه مع مقدار المركبة الأفقية عندما تكون الزاوية 45°

$\cos 45 = \sin 45 = 0.707$

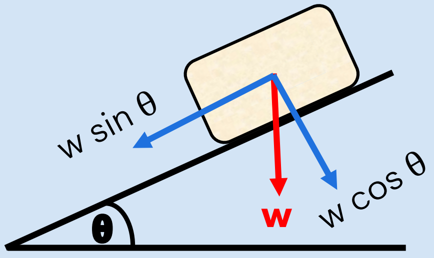
$A_x = A_y$



## حركة جسم على سطح مائل



عندما يتحرك جسم على سطح مائل بزاوية **θ** فإن حركته تحت تأثير الوزن من الممكن ان تحلل إلى مركبتين كما يلي :

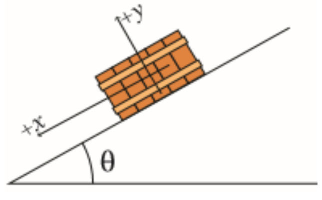



| | |
|---|---|
| المركبة الأفقية | **w sin θ** |
| المركبة الرأسية | **w cos θ** |

يمكن حساب وزن الجسم من المعادلة التالية :

$\mathbf{w = m\,g}$

Q يستقر جسم كتلته **50 Kg** على سطح مائل بزاوية **30°** مع الخط الأفقي , احسب مركبتي الوزن للجسم

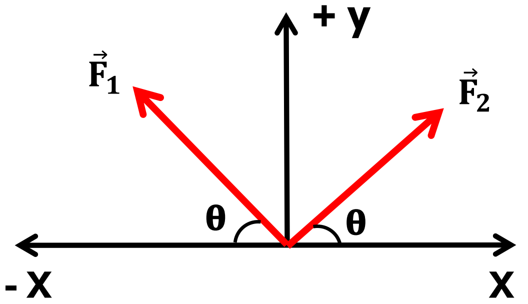



$\mathbf{w = m\,g} = (50)\,(10) = 500$ N

$\mathbf{w_x = w\sin\theta} = 500\sin(30) = 250$ N

$\mathbf{w_y = w\cos\theta} = 500\cos(30) = 433$ N

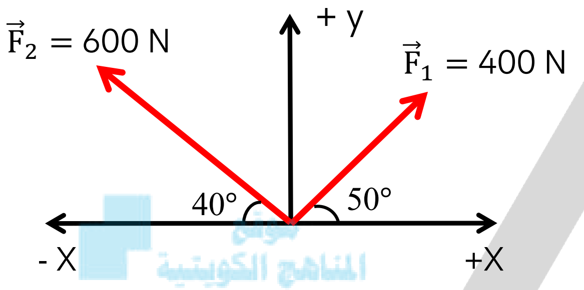
## حساب المحصلة بطريقة تحليل المتجهات




$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x}$$

**Q** استخدم تحليل المتجهات لحساب محصلة القوى المؤثرة على الحلقة في الشكل المقابل



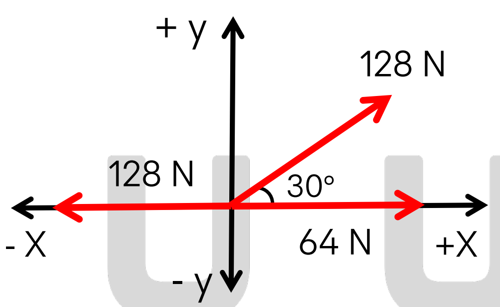

| | $F_x$ | $F_y$ |
|---|---|---|
| $F_1$ | $F_{1x} = F_1 \cos\theta$<br>$F_{1x} = 400\cos 50$<br>$F_{1x} = +257.11$ N | $F_{1y} = F_1 \sin\theta$<br>$F_{1y} = 400\sin 50$<br>$F_{1y} = +306.41$ N |
| $F_2$ | $F_{2x} = F_2 \cos\theta$<br>$F_{2x} = 600\cos 40$<br>$F_{2x} = -459.62$ N | $F_{2y} = F_2 \sin\theta$<br>$F_{2y} = 600\sin 40$<br>$F_{2y} = +385.67$ N |
| $F_R$ | $-202.51$ N | 692.08 N |

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_R = \sqrt{(-202.51)^2 + (692.08)^2} = 721.1 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1}\frac{692.08}{-202.51} = -73.68°$$

**Q** استخدم تحليل المتجهات لحساب محصلة القوى المؤثرة على الحلقة في الشكل المقابل




| | $F_x$ | $F_y$ |
|---|---|---|
| $F_1$ | $F_{1x} = F_1 \cos\theta$<br>$F_{1x} = 128\cos 30$<br>$F_{1x} = +110.85$ N | $F_{1y} = F_1 \sin\theta$<br>$F_{1y} = 128\sin 30$<br>$F_{1y} = 64$ N |
| $F_2$ | 64 N | zero |
| $F_3$ | $-128$ N | zero |
| $F_R$ | 46.85 N | 64 N |

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_R = \sqrt{(46.85)^2 + (64)^2} = 79.31 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1}\frac{64}{46.85} = 53.79°$$

# حركة القذيفة

**المقذوفات** هي الأجسام التي تقذف أو تطلق في الهواء و تتعرض لقوة جاذبية الأرض

تتبع المقذوفات مسار منحنيا ( قطع مكافئ ) بعد انطلاقها

### أمثلة على المقذوفات

- قذيفة أطلقت من مدفع
- حجر قذف في الهواء
- سفينة فضاء تدور حول الأرض

**حركة القذيفة** هي حركة مركبة من حركتين إحداهما منتظمة السرعة على المحور الأفقي و الأخرى منتظمة العجلة على المحور الرأسي



### علل لما يأتي :

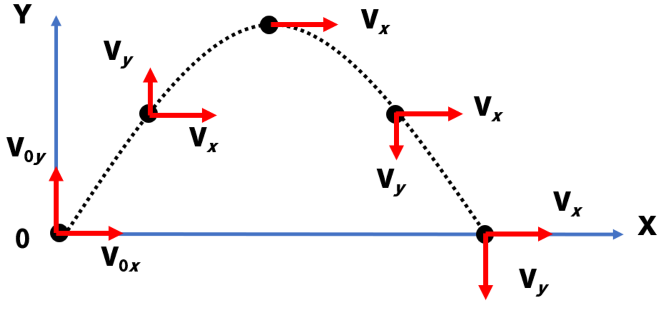
Q حركة المقذوف المائل هي محصلة حركتين بآن واحد ( حركة غير مترابطة )

لأن القذيفة على المحور الأفقي تتحرك بسرعة منتظمة , و على المحور الرأسي تتحرك بعجلة منتظمة

Q تتبع المقذوفات مسار منحنى بعد انطلاقها

لأن الحركة الأفقية و الحركة الرأسية للقذيفة غير مترابطتين ( آنيتين )

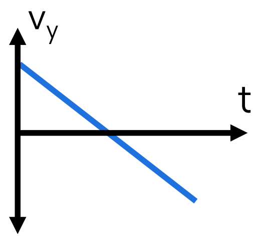
## حركة القذيفة من نقطة القذف ( 0 , 0 ) ( قذيفة أطلقت بزاوية )



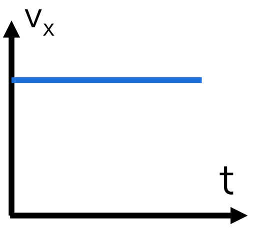

- تنقسم حركة القذيفة إلى مركبتين رأسية وأفقية
- عند إطلاق القذيفة من النقطة (0,0) تتحرك بسرعة ابتدائية $v_0$ ويمكن تحليل هذه السرعة إلى مركبتين أفقية $v_{0x}$ ومركبة رأسية $v_{0y}$
- القذيفة تتحرك على المسار الأفقي في غياب قوة مؤثرة وبالتالي عجلة الحركة تساوي صفراً , أي السرعة تكون منتظمة (ثابتة) , أي ان مقدار $v_{0x}$ ثابت عند جميع نقاط المسار ويمكن تسمية السرعة $v_x$ عند جميع النقاط
- تتحرك القذيفة على المسار الرأسي تحت تأثير قوة الوزن وبتأثير عجلة الجاذبية الأرضية. لذلك تختلف قيمة المركبة الرأسية للسرعة $v_y$ من نقطة إلى أخرى , فتتناقص تدريجيا حتى تصل إلى أقصى ارتفاع لتصبح صفراً ( لأن حركتها عكس الجاذبية الأرضية ) , ثم تزداد مرة أخرى وهي تهبط نحو الأرض ( مع الجاذبية الأرضية )

## ارسم العلاقات البيانية بين كلا مما يلي :

**Q** المركبة الرأسية لسرعة القذيفة - الزمن




**Q** المركبة الأفقية لسرعة القذيفة - الزمن




- يمكن حساب **الزمن الازم لوصول القذيفة إلى أقصى ارتفاع** كما يلي :

$$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

- **زمن وصول القذيفة إلى الهدف** يساوي ضعف زمن وصول القذيفة إلى أقصى ارتفاع

$$t' = 2\,t$$



- يمكن حساب **أقصى ارتفاع** تصل إليه القذيفة كما يلي :

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

**المـدى R** هو المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة من نقطة القذف حتى الهدف

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

**Q** مدفع يطلق قذائفه بسرعة $20\ m/s$ فإذا كانت ماسورة المدفع تميل بزاوية $60°$ على الأفق بإهمال مقاومة الهواء ، احسب

- زمن وصول القذيفة إلى أقصى ارتفاع

$$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{(20)\sin(60)}{10} = 1.73\ s$$

- الزمن اللازم لإصابة الهدف

$$t' = 2\,t = (2)\,(1.73) = 3.46\ s$$

- أقصى ارتفاع للقذيفة

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{(20)^2 \sin^2 60}{(2)(10)} = 15\ m$$

- المدى الأفقي

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(20)^2 \sin(2 \times 60)}{10} = 34.64\ m$$

## معادلة المسار

علاقة بين مركبة الحركة الأفقية و مركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن

$$y = \tan\theta \; x - \frac{g}{2\,v_0^2\,\cos^2\theta}\,x^2$$

**Q** مدفع يطلق قذيفة بسرعة $(400)\ m/s$ فإذا كانت ماسورة المدفع تميل بزاوية مقدارها $30°$ على الأفق ، احسب

- اكتب معادلة المسار للقذيفة

$$y = \tan\theta \; x - \frac{g}{2\,v_0{}^2\,\cos^2\theta}\,x^2 = \tan(30)\,x - \frac{10}{(2)(400)^2\,\cos^2 30}\,x^2$$

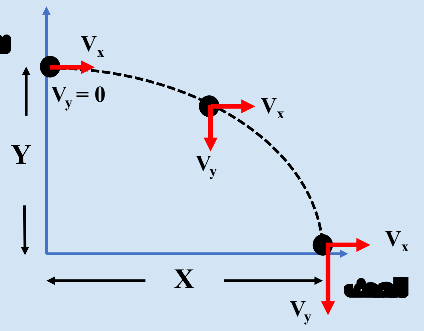
$$y = 0.57\,x - 4.16\times10^{-5}\,x^2$$

**Q** اذكر العوامل التي يتوقف عليها مقدار كل من ( زمن وصول القذيفة إلى أقصى ارتفاع - أقصى ارتفاع - المدى الأفقي - معادلة المسار )

- السرعة الابتدائية للقذيفة
- زاوية الإطلاق
- عجلة الجاذبية الأرضية



### حركة القذيفة من أعلى نقطة ( بزاوية تساوي صفراً )



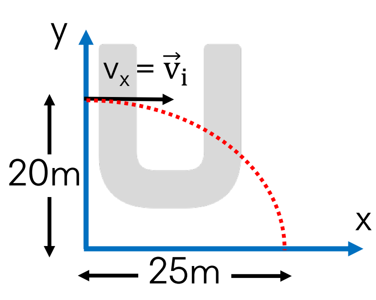

- حساب زمن وصول القذيفة الى **سطح الأرض** :

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

- حساب سرعة القذيفة عند **أقصى ارتفاع** :

$$v_x = \frac{x}{t} \qquad v_{0y} = zero$$

**Q** رمي جسم من ارتفاع $20\ m$ وبسرعة أفقية مقدارها $v$ , علما أن إزاحة الجسم الأفقية تساوي $25\ m$ , احسب




- الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل سطح الأرض

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$20 = \frac{1}{2}(10)\,t^2$$

$$t = 2\ s$$

- سرعة القذيفة الابتدائية ( عند أقصى ارتفاع )

$$v_x = \frac{x}{t} = \frac{25}{2} = 12.5\ m/s$$

$$v_y = zero$$

## ملاحظات

- تتخذ القذيفة مسار منحنيا ( قطع مكافئ حقيقي ) وذلك في حالة **غياب الهواء** ، أما في حالة **وجود الهواء** فإنه يتغير شكل المسار ويصبح قطع مكافئ غير حقيقي و يقل مدى القذيفة
- يتغير شكل مسار القذيفة بتغير زاوية الإطلاق

1. عند إطلاق قذيفة بزاوية **صفراً** تتخذ مسار **نصف قطع مكافئ**
2. عند إطلاق قذيفة بزاوية $\theta$ تتخذ مسار **قطع مكافئ**
3. عند إطلاق قذيفة بزاوية $90°$ تتخذ القذيفة مسار **خط رأسي**

- في حالة غياب الهواء فإنه عند إطلاق قذيفتين ذاتي كتلتين مختلفتين $m_1 , m_2$ فإن كلا منهما له نفس المدى ونفس الارتفاع إذا تساوت زاوية الإطلاق والسرعة الابتدائية لكل منهما $( v_0 , \theta )$
- زمن وصول القذيفة إلى الهدف يساوي **ضعف** زمن وصول القذيفة إلى أقصى ارتفاع

## علل لما يأتي :

- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء صعودها هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط

لأن القذيفة تتحرك أثناء الصعود و الهبوط تحت تأثير عجلة ثابتة و منتظمة هي عجلة الجاذبية الأرضية



- عدم وجود عجلة أفقية للجسم المقذوف بزاوية مع المحور الأفقي

بسبب غياب القوة المؤثرة على الجسم و بالتالي تتحرك القذيفة بسرعة منتظمة و عجلة تساوي صفراً

## العلاقة بين زاوية الإطلاق و المدى الأفقي و أقصى ارتفاع :

- بزيادة مركبة السرعة الرأسية يزداد مقدار ارتفاع القذيفة و بالتالي يزداد مقدار أقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة
- بزيادة زاوية الإطلاق من $0°$ إلى $90°$ تزداد المركبة الرأسية للسرعة و يزداد الارتفاع

$$0° \xrightarrow[\text{تزداد}]{h} 90°$$

- بزيادة المركبة الأفقية للسرعة يزداد مدى القذيفة , حتى نصل إلى الزاوية $45°$ بعدها بزيادة زاوية الإطلاق يقل مدى القذيفة

$$0° \xrightarrow[\text{تزداد}]{R} 45° \xrightarrow[\text{تقل}]{R} 90°$$

- أكبر مدى للقذيفة عند الزاوية $45°$
- اي زاويتين مجموعهما يساوي $90°$ يكون لهما نفس المدى الأفقي

$( 70° , 20° ) , ( 80° , 10° ) , (75° , 15° ) , ( 60° , 30° )$

## علل لما يأتي :

- القذيفة التي تطلق بزاوية مقدارها $75°$ يكون مداها الأفقي مساوياً للقذيفة التي زاوية إطلاقها $15°$

لأن إذا كان مجموع الزاويتين $90°$ يكون للقذيفتين مدى متساوي

- أطلقت قذيفتان بسرعة ابتدائية متساوية فيكون للقذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أكبر ارتفاع أكبر

بسبب زيادة مقدار المركبة الرأسية للقذيفة و بالتالي يزداد اقصى ارتفاع للقذيفة

# وصف الحركة الدائرية

**الحركة الدائرية**: حركة جسم على مسار دائري مع المحافظة على مسافة ثابتة من مركز الدوران

**محور الدوران**: هو الخط المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدورانية

**تنقسم الحركة الدائرية إلى نوعين :**

**1. الدوران المحوري (المغزلي)**: هو دوران الجسم حول محور يمر بالجسم نفسه ( محور داخلي )

**مثال :**
- دوران الأرض حول نفسها
- لعبة الساقية الدوارة في المدينة الترفيهية

**2. الدوران المداري**: هو دوران الجسم حول محور لا يمر بالجسم ( محور خارجي )

**مثال :**
- دوران الأرض حول الشمس
- دوران الألكترونات حول النواة



**الحركة الدائرية المنتظمة**: هي حركة الجسم عندما يقطع أقواسا متساوية في أزمنة متساوية

## خصائص الحركة الدائرية :

**الزمن الدوري T**: هو الزمن الذي يستغرقه الجسم لعمل دورة واحدة كاملة

$$T = \frac{t}{n}$$

Q جسم يدور بحركة دائرية منتظمة , و يعمل 10 **دورات** خلال **20 s** , احسب الزمن الدوري للحركة

$$T = \frac{t}{n} = \frac{20}{10} = 2\ \text{s}$$

**التردد f**: هو عدد الدورات التي يعملها الجسم في الثانية الواحدة

$$f = \frac{n}{t}$$

Q جسم يدور بحركة دائرية منتظمة , و يعمل 10 **دورات** خلال **20 s** احسب التردد

$$f = \frac{n}{t} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}\ \text{Hz} = 0.5\ \text{Hz}$$

## العلاقة بين التردد و الزمن الدوري

التردد هو مقلوب الزمن الدوري

$$f = \frac{1}{T} \qquad\qquad T = \frac{1}{f}$$

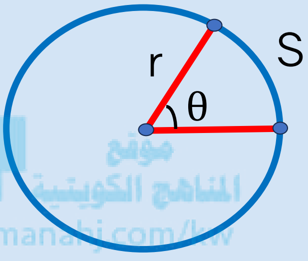
**Q** جسم يدور بحركة دائرية منتظمة تردده **10 Hz** احسب الزمن الدوري

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0.1\ s$$

## الإزاحة الزاوية θ

هي الزاوية التي يمسحها الجسم خلال دورانه

$$S = \theta\, r$$






**ويوضح الجدول التالي العلاقة بين الدرجة والراديان**

| θ degree | 30 | 45 | 60 | 90 | 180 | 270 | 360 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| θ rad | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $3\frac{\pi}{2}$ | $2\pi$ |

**التحويل بين الراديان والدرجة :**

$$1\ rad = 57.3^\circ$$

وبالتالي إذا دار الجسم دورة واحدة كاملة يصبح

$$S = 2\pi\, r$$

محيط الدائرة

أما إذا دار الجسم عدة دورات يصبح

$$S = N\, 2\pi\, r$$

**Q** يقف حكم مباراة في مركز المسار الدائري على بعد **200 m** من لاعب يركض في المسار الدائري , فإذا ركض اللاعب على المسار من الشرق إلى الشمال , احسب

- المسافة التي قطعها اللاعب

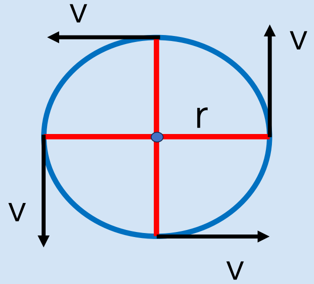
$$S = \theta\, r = \frac{\pi}{2}(200) = 100\,\pi = 314\ m$$

- احسب مسافة السباق إذا قطع اللاعب دورتين

$$S = N\,(2\pi\, r) = 2\,(2\,\pi)\,(200) = 800\,\pi = 2512\ m$$

## السرعة الخطية ( المماسية )

طول القوس المقطوع خلال وحدة الزمن




$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها مقدار السرعة الخطية لجسم يتحرك حركة دائرية
  - نصف القطر
  - التردد
  - الزمن الدوري

- جسم يتحرك على محيط دائرة نصف قطرها **200 cm** حركة دائرية منتظمة , فإذا كان الجسم يستغرق **60 s** لعمل **دورتين كاملتين** , احسب
  - الزمن الدوري و التردد



$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{2} = 30\ s$$
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{30}\ \text{Hz}$$

  - السرعة الخطية

$$r = \frac{200}{100} = 2\ \text{m}$$
$$v = \frac{2\pi\, r}{T} = \frac{2\pi\,(2)}{30} = 0.418\ \text{m/s}$$

### علل لما يأتي :

- تسمى سرعة الجسم الذي يتحرك على طول مسار دائري بالسرعة المماسية

لأن اتجاهها عند أي نقطة هي المماس

## السرعة الزاوية ( الدائرية ) (ω)

هي مقدار الزاوية التي يمسحها نصف القطر خلال وحدة الزمن

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\,\pi\, f$$

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها السرعة الزاوية
  - الزمن الدوري
  - التردد

### علل لما يأتي :

- يكون لكل أجزاء دوران المنضدة الدوارة المعدل نفسه

لأن حركة المنضدة ( الحركة الدائرية المنتظمة ) تتحرك بسرعة زاوية ثابتة

جسم يتحرك على محيط دائرة قطرها **400 cm** حركة دائرية منتظمة , فإذا كان الجسم يستغرق **20 s** لعمل **دورة واحدة** كاملة , احسب

- تردد الحركة و زمنها الدوري

$$r = \frac{400}{2} = 200\ \text{cm} = 2\ \text{m}$$

$$f = \frac{n}{t} = \frac{1}{20}\ \text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 20\ \text{s}$$

- السرعة الزاوية

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} = 0.314\ \text{rad/s}$$

- السرعة الخطية

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\,(2)}{20} = 0.628\ \text{m/s}$$



**العلاقة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية**

$$v = \omega r$$

- عندما يتحرك الجسم حركة دائرية منتظمة فإن سرعته الزاوية تكون ثابتة المقدار و لا تتوقف على مقدار نصف القطر , بينما تتوقف قيمة سرعته الخطية على مقدار نصف القطر
- عند مركز الدوران توجد سرعة زاوية ولا توجد سرعة خطية , و كلما ابتعدنا عن مركز الدوران تزداد السرعة الخطية و تظل السرعة الدورانية ثابتة

## علل لما يأتي :

في الحركة الدائرية تكون جميع الأجزاء لها نفس السرعة الدائرية بالرغم من أن السرعة الخطية تتغير

لأن السرعة الخطية تتغير باختلاف موضع الجسم بالنسبة لمحور الدوران , لكن السرعة الزاوية ثابتة بسبب ثبات الزمن الدوري , اي أنه بزيادة نصف القطر تزداد السرعة الخطية و تظل السرعة الزاوية ثابتة

## العجلة في الحركة الدائرية

## علل لما يأتي :

رغم أن سرعة جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة ثابتة إلا أنه يتحرك حركة معجلة

لأن العجلة تنشأ من اختلاف اتجاه السرعة الخطية و ليس اختلاف مقدارها

### العجلة الخطية a

تنقسم العجلة الخطية في الحركة الدائرية المنتظمة الى نوعان

| عجلة مماسيه $a_t$ | عجلة مركزية $a_c$ |
|---|---|
| تساوي صفراً وتكون في اتجاه المماس | وتسمى مركزية لأنها في اتجاه المركز |

**علل لما يأتي :**

Q العجلة المماسية لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تساوي صفراً

لأن السرعة الخطية ثابتة المقدار وبالتالي تكون العجلة المماسية في نفس اتجاه المماس ( السرعة الخطية )

### العجلة المركزية $a_c$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$



Q اذكر العوامل التي يتوقف عليها العجلة المركزية

- السرعة الخطية
- نصف القطر

Q جسم يدور بحركة دائرية منتظمة على مسار نصف قطره , **50 cm** يصنع الجسم **أربع دورات** في **الثانية الواحدة** , احسب

- تردد الحركة و زمنها الدوري

$$f = \frac{n}{t} = \frac{4}{1} = 4\ \text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} = 0.25\ \text{s}$$

- السرعة الخطية

$$r = \frac{50}{100} = 0.5\ \text{m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\,(0.5)}{0.25} = 12.56\ \text{m/s}$$

- السرعة الزاوية

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.25} = 25.13\ \text{rad/s}$$

- العجلة المركزية

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(12.56)^2}{0.5} = 315.50\ \text{m/s}^2$$

$$a_c = \omega^2 r = (25.13)^2\,(0.5) = 315.75\ \text{m/s}^2$$

**العجلة الزاوية $\theta''$** هي مقدار التغير في السرعة الزاوية خلال وحدة الزمن

$$\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

**علل لما يأتي :**

- العجلة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفراً

لأن السرعة الزاوية للجسم ثابتة و بالتالي $\Delta\omega = zero$

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها العجلة الزاوية

  - التغير في السرعة الزاوية
  - الزمن

الحركة الدائرية

# القوة الجاذبة المركزية



**القوة الجاذبة المركزية $F_c$** هي القوة التي تسبب الحركة الدائرية للكتلة و يكون اتجاهها دائما نحو مركز الدائرة

- محصلة عدة قوى مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تكسبه تسارعا مركزيا يتناسب طرديا مع مربع السرعة و عكسيا مع نصف قطر المسار

$$F_c = m\, a_c$$

$$F_c = \frac{m\, v^2}{r}$$

$$F_c = m\, \omega^2\, r$$

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها القوة المركزية

  - كتلة الجسم
  - سرعة الجسم [ خطية - زاوية ]
  - نصف قطر المسار

- سيارة كتلتها $1500\ Kg$ تتحرك بسرعة منتظمة على طريق دائري نصف قطره $50\ m$, أكملت السيارة **خمس دورات** في $314\ s$ , احسب

  - الزمن الدوري

$$T = \frac{t}{n} = \frac{314}{5} = 62.8\ s$$

  - السرعة الخطية و السرعة الزاوية للسيارة

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi\,(50)}{62.8} = 5\ m/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{62.8} = 0.1\ rad/s$$

- العجلة المركزية

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(5)^2}{50} = 0.5\ m/s^2$$

- القوة المركزية

$$F_c = m\,a_c = (1500)\,(0.5) = 750\ N$$

**علل لما يأتي :**

Q في الحوض المغزلي للغسالة تكون القوة المركزية مؤثرة فقط على الملابس ولا تؤثر على المياه

لأن المياه تخرج من الفتحات بفعل القصور الذاتي و بالتالي لا تتأثر

Q عندما ينقطع الخيط المربوط بجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة فإن الجسم يتخذ مسار خط مستقيم

طبقا للقانون الأول لنيوتن , عند زوال القوة المركزية يتحرك الجسم في خط مستقيم و في اتجاه السرعة الخطية بتأثير القصور الذاتي

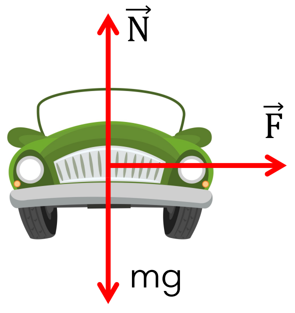


# تطبيقات على القوة الجاذبة المركزية

### 1. الإنزلاق على طريق دائري أفقي

عندما تتحرك السيارة على طريق دائري أفقي فإن السيارة تقع تحت تأثير ثلاث قوى وهي :

- قوة الوزن $W$
- قوة رد الفعل $N$
- قوة الاحتكاك $f_s$




كما هو مبين بالشكل يتساوى قوة الوزن و قوة رد الفعل للسيارة , لتصبح القوة الوحيدة المؤثرة على السيارة هي قوة الاحتكاك

**معامل الاحتكاك μ** هو النسبة بين قوة الاحتكاك إلى قوة رد الفعل $\mu = \frac{f}{N}$

- حساب قوة الاحتكاك

$$f_s = \mu\, m\, g$$

- إذا كانت قوة الاحتكاك أقل من القوة الجاذبة المركزية بين إطارات السيارة و الطريق فإن السيارة تنقلب بسبب سرعتها و يجب تقليل السرعة للمرور بأمان
- إذا كانت قوة الاحتكاك مساوية أو أكبر من القوة الجاذبة المركزية فإن السيارة تتحرك على الطريق الدائري الأفقي بسرعة امنه ( دون ان تنقلب )

سيارة كتلتها **1000 Kg** تتحرك على مسار دائري قطره **100 m** على طريق أفقي بسرعة **14 m/s** هل تستطيع السيارة الالتفاف أم تنزلق في كل من الحالات التالية

| الطريق جاف $\mu = 0.6$ | الطريق مبلل $\mu = 0.25$ |
|---|---|
| $r = \frac{100}{2} = 50\ m$ <br> $F_c = \frac{m v^2}{r} = \frac{(1000)(14)^2}{50} = 3920\ N$ | |
| $f_s = \mu m g$ <br> $f_s = (0.6)(1000)(10)$ <br> $f_s = 6000\ N$ <br> $F_c < f_s$ <br> لا تنزلق السيارة | $f_s = \mu m g$ <br> $f_s = (0.25)(1000)(10)$ <br> $f_s = 2500\ N$ <br> $F_c > f_s$ <br> تنزلق السيارة |



**علل لما يأتي :**

تنزلق السيارات على المسارات الدائرية في الأيام الممطرة

لأن معامل الاحتكاك بين الإطارات و الطريق يقل

**قانون لحساب السرعة الآمنة للسيارة على طريق دائري افقي**

$$v = \sqrt{\frac{f_s\, r}{m}}$$

$$v = \sqrt{r\, g\, \mu}$$

اذكر العوامل التي يتوقف عليها السرعة الآمنة للسيارة على طريق دائري أفقي

- قوة الاحتكاك
- نصف قطر الطريق
- كتلة السيارة

ما هي السرعة القصوى التي يمكن أن تتحرك بها سيارة كتلتها **1500 Kg** بحيث تستطيع أن تنحرف على مسار دائري نصف قطره **70 m** علما أن معامل الاحتكاك السكوني بين العجلات و الطريق يساوي **0.8**

$$v = \sqrt{r\, g\, \mu} = \sqrt{(70)(10)(0.8)} = 23.6\ m/s$$

# مركز الثقل

**الوزن** هو مقدار جذب الأرض للأجسام

يعتبر الوزن أحد أشكال القوة لذلك يحدد بالمقدار والاتجاه و نقطة التأثير

**مركز الثقل**

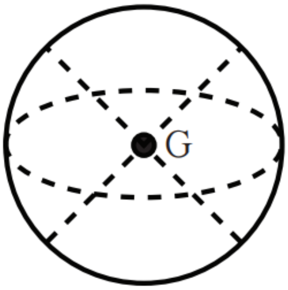
- هو نقطة تأثير ثقل الجسم ( وزن الجسم )
- النقطة التي تقع عند الموضع المتوسط لثقل الجسم الصلب المتجانس

### تحديد موضع مركز الثقل

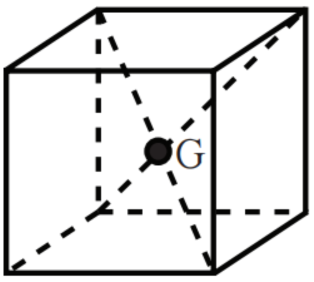
| مركز الثقل | |
|---|---|
| **جسم منتظم الشكل الهندسي ( متجانس )** | **جسم غير منتظم الشكل الهندسي** |
| يقع مركز الثقل عند المركز الهندسي للشكل | يقع مركز الثقل عند الطرف الاثقل |
| مثال : الكرة - الحلقة - المثلث - المستطيل - المخروط | مثال : المضرب - المطرقة - مفتاح إنجليزي |

### تحديد مركز الثقل لجسم منتظم الشكل الهندسي

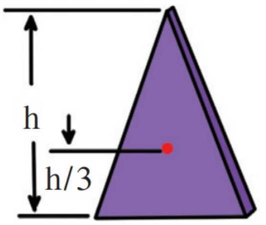
- **الكرة :** يقع مركز الثقل عند مركز الكرة



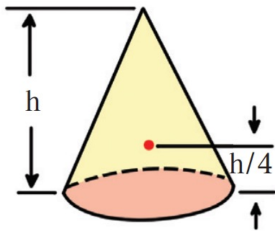

- **المكعب :** يقع مركز الثقل عند المركز الهندسي




- **المثلث :** يقع مركز الثقل على الخط الواصل بين رأس المثلث و قاعدته و على ارتفاع مقداره $\frac{h}{3}$ من قاعدة المثلث




- **مخروط :** يقع مركز الثقل على الخط الواصل بين رأس المخروط و قاعدته و على ارتفاع $\frac{h}{4}$ من قاعدة المخروط




Q مثلث ارتفاعه **30 cm** فإن مركز الثقل يكون على بعد 10 cm من قاعدة المثلث

Q مخروط ارتفاعه **40 cm** فإن مركز الثقل يكون على بعد 10 cm من قاعدة المخروط

## علل لما يأتي :

- يعتبر مركز ثقل الجسم نقطة توازن له

لأن محصلة القوة المؤثرة عليه تساوي صفراً

- يتزن الجسم عند تطبيق قوة عليه في مركز ثقله بحيث تكون مساوية لوزنه بالمقدار وتعاكسه في الاتجاه

لأن محصلة القوة المؤثرة عليه تساوي صفراً

- يقع مركز ثقل مسطرة منتظمة المقطع في منتصفها تماما

لأنها جسم منتظم الشكل الهندسي و متجانس

- ينطبق مركز الثقل للقرص على مركزه الهندسي

لأنها جسم منتظم الشكل الهندسي و متجانس

- لا يقع مركز ثقل مضرب البيسبول عند منتصف المضرب

لأنه جسم غير منتظم الشكل الهندسي , لذلك يصبح مركز الثقل عند الطرف الأثقل



- لا ينطبق مركز الثقل على المركز الهندسي للجسم دائما

لأن الأجسام غير منتظمة الشكل الهندسي يكون مركز الثقل عند الطرف الأثقل ، أما في الأشكال المنتظمة فيكون عند المركز الهندسي

إذا كان الجسم منتظم الشكل لكن غير متجانس , فإن مركز الثقل لا يصبح عند المركز الهندسي للشكل , بل يصبح أقرب للطرف الأثقل

**مثال :** إذا ملئ جزء من كرة مجوفة بالرصاص يصبح مركز ثقلها عند الطرف الممتلئ بالرصاص وليس عند مركز الكرة

| حركة الأجسام على سطح أفقي أملس | | |
|---|---|---|
| جسم منتظم الشكل | جسم غير منتظم الشكل | |
| | مركز الثقل | باقي أجزاء الجسم |
| يتحرك الجسم في خط مستقيم و بسرعة ثابتة بسبب غياب قوة الاحتكاك | يتحرك في خط مستقيم و بسرعة ثابتة بسبب غياب قوة الاحتكاك | يتحرك حركة دائرية حول مركز الثقل للجسم |

| حركة الأجسام في الهواء | | |
|---|---|---|
| جسم منتظم الشكل | جسم غير منتظم الشكل | |
| | مركز الثقل | باقي أجزاء الجسم |
| يتحرك في مسار قطع مكافئ بسبب غياب قوة الاحتكاك | يتحرك في مسار قطع مكافئ بسبب غياب قوة الاحتكاك مع الهواء | يتحرك حركة دائرية حول مركز الثقل للجسم |

لن يتأثر موضع مركز الثقل للألعاب النارية قبل الانفجار أو بعده و يتخذ مسار قطع مكافئ , و باقي أجزاء الجسم (الشظايا ) تبتعد بتأثير الانفجار وبالتالي **الانفجار لن يغير موضع مركز الثقل**



# مركز الكتلة

**مركز الكتلة ( مركز العطالة )** هو الموضع المتوسط لكتل جميع الجزيئات التي يتكون منها الجسم

- مركز الكتلة ثابت لا يتغير بالنسبة لجميع الأجسام القريبة أو البعيدة عن سطح الأرض
- يعتبر مركز الكتلة ومركز الثقل مفهوماً واحداً للأجسام الصغيرة أو القريبة من الأرض
- مركز الثقل يختلف في الأجسام الكبيرة ذات الارتفاعات الشاهقة نتيجة اختلاف قوى الجاذبية الأرضية عند أجزاء الجسم المختلفة



**علل لما يأتي :**

- يتطابق مركز الكتلة و مركز الثقل للأجسام الصغيرة

لأن قوة الجاذبية الأرضية تكون متساوية عند جميع أجزاء الجسم

- يختلف مركز الثقل عن مركز الكتلة للأجسام ذات الارتفاعات الشاهقة

نتيجة لاختلاف قوة الجاذبية الأرضية عند أجزاء الجسم المختلفة , في الأجسام شاهقة الارتفاع

- مركز ثقل مبنى مركز التجارة العالمي الجديد يقع أسفل مركز الكتلة بحوالي 1 mm

نتيجة لاختلاف قوة الجاذبية الأرضية عند أجزاء الجسم المختلفة , في الأجسام شاهقة الارتفاع

### موضع مركز الكتلة

| مركز الكتلة | |
|---|---|
| يقع في نقطة مادية في الجسم | يقع في نقطة غير مادية خارج الجسم |
| **مثال :** قرص من المعدن<br>ينطبق مركز الكتلة على مركز القرص | **مثال :** حلقة من المعدن<br>ينطبق مركز الكتلة على مركز الحلقة |

**علل لما يأتي :**

- مركز كتلة المطرقة الحديدية يكون أقرب للرأس الحديدي

لأنه جسم غير منتظم الشكل الهندسي , لذلك يصبح مركز الكتلة عند الطرف الأكبر كتلة

| حركة مركز الكتلة ( جسم منتظم ) | |
|---|---|
| **على سطح افقي** | **في الهواء** |
| خط مستقيم | قطع مكافئ |

| حركة مركز الكتلة ( جسم غير منتظم ) | | | |
|---|---|---|---|
| **على سطح افقي** | | **في الهواء** | |
| **مركز الكتلة** | **باقي أجزاء الجسم** | **مركز الكتلة** | **باقي أجزاء الجسم** |
| خط مستقيم | حركة دائرية حول مركز الكتلة | قطع مكافئ | حركة دائرية حول مركز الكتلة |

في الألعاب النارية يتحرك مركز الكتلة قبل انفجارها على مسار القطع المكافئ و بعد الانفجار تتحرك الشظايا في كل الاتجاهات راسمة قطوعاً مكافئة في حين يكمل مركز الكتلة حركته على مساره القديم

### تأرجح النجوم

تدور كواكب المجموعة الشمسية و الشمس حول مركز كتلة المجموعة الشمسية و ليس حول مركز الشمس



- إذا كانت الكواكب تقع على خط مستقيم يكون مركز الكتلة للمجموعة الشمسية خارج الشمس و على بعد 800 ألف كيلو متر من سطح الشمس
- وجود الكواكب مبعثرة حول الشمس يجعل مركز كتلة المجموعة الشمسية داخل الشمس وأقرب لمركزها
- تدور الشمس حول مركز كتلة المجموعة الشمسية الذي يقع داخلها فتبدو الشمس من بعيد كما لو أنها تتأرجح

### علل لما يأتي :

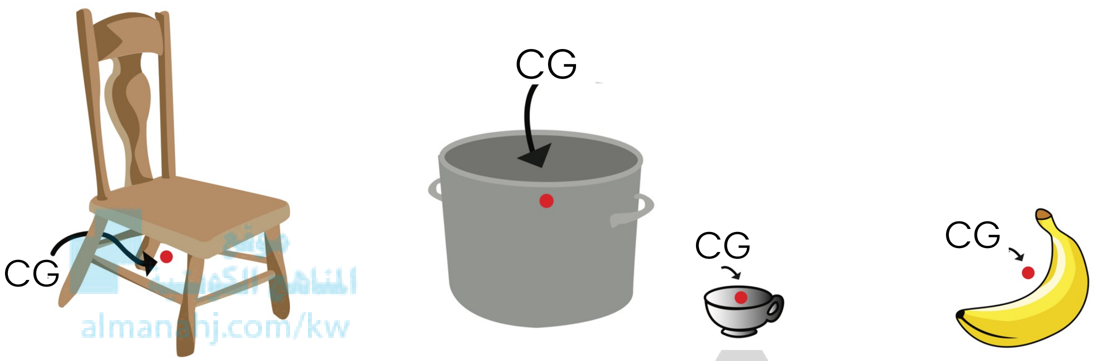
Q تبدو حركة الشمس للمراقب البعيد على شكل تأرجح بسيط

لأن الشمس تدور حول مركز كتلة المجموعة الشمسية , والذي يقع في داخل الشمس و تبعد عن مركزه قليلا فتبدو الشمس تتأرجح

# تحديد موضع مركز الكتلة (مركز الثقل)

سنتعامل في هذا الجزء مع الأجسام الصغيرة نسبيا لذلك يعتبر مفهوم مركز الكتلة ومركز الثقل مفهوماً واحداً

قد يكون مركز الثقل نقطة مادية على الجسم أو قد يكون نقطة غير مادية خارج الجسم




- مركز الثقل يقع خارج الموزة
- مركز الثقل يقع في التجويف داخل الوعاء و الفنجان
- مركز الثقل يقع أسفل الكرسي

**علل لما يأتي :**

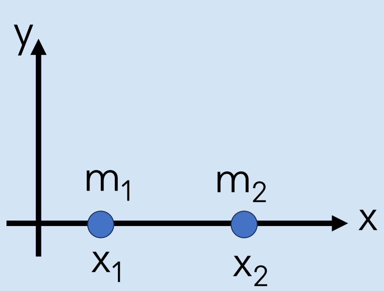
Q يوضع قطع من الرصاص في الجزء المعدني من إطارات السيارات

ليبقى مركز الثقل في المنتصف تماما و يمنع اهتزاز الاطار

- تحديد مركز الكتلة لا يعتمد على طريقة اختيارنا للمحاور بل يعتمد على توزيع الجسيمات المكونة للنظام

## حساب موضع مركز كتلة جسمين نقطيين

- **على المحور السيني ( الأفقي ) x**




$$x_{cm} = \frac{(m_1x_1) + (m_2x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

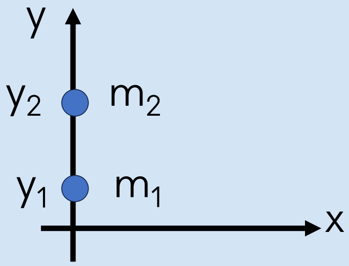
Q كتلتان نقطيتان $m_2 = 8\ Kg$ , $m_1 = 2\ Kg$ تقعان على محور السينات تبعدان عن بعضهما $6\ cm$ , احسب أين يقع مركز كتلة الجسمين

$$x_{cm} = \frac{(m_1x_1)+(m_2x_2)}{(m_1+m_2)} = \frac{(2 \times zero)+(8 \times 6)}{(2+8)} = 4.8\ cm$$

$$CG = (4.8\ ,0)$$

## حساب موضع مركز كتلة جسمين نقطيين

- على المحور الرأسي ( y )




$$y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2)}{(m_1 + m_2)}$$

**Q** كتلتان نقطيتان $m_1 = 2\ Kg$ , $m_2 = 8\ Kg$ تقعان على محور الصادات تبعدان عن بعضهما , **6 cm** احسب أين يقع مركز كتلة الجسمين

$$y_{cm} = \frac{(m_1y_1)+(m_2y_2)}{(m_1+m_2)} = \frac{(2 \times zero)+(8 \times 6)}{(2+8)} = 4.8\ cm$$

$$CG = (0 , 4.8)$$



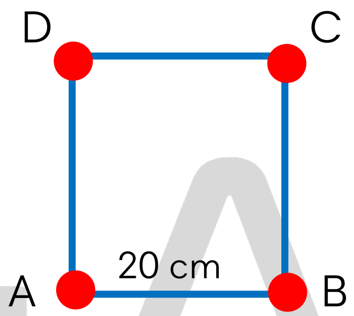
## حساب موضع مركز كتلة جسمين نقطيين

- جسم نقطي على محوري x , y

$$y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$x_{cm} = \frac{(m_1 x_1) + (m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

**Q** احسب موضع مركز الكتلة لنظام مؤلف من أربع كتل $m_A = 1\ Kg$ , $m_B = 2\ Kg$ , $m_C = 3\ Kg$ , $m_D = 4\ Kg$ موزعة على أطراف مربع طول ضلعه **20 cm** ومهمل الكتلة كما بالشكل




$$x_{cm} = \frac{(m_1x_1) + (m_2x_2) + (m_3x_3) + (m_4x_4)}{(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}$$

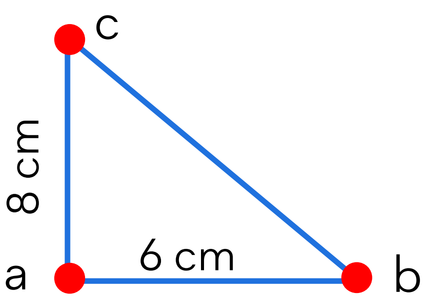
$$x_{cm} = \frac{(1 \times zero)+(2 \times 20)+(3 \times 20)+(4 \times zero)}{(1+2+3+4)} = 10\ cm$$

$$y_{cm} = \frac{(m_1y_1) + (m_2y_2) + (m_3y_3) + (m_4y_4)}{(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}$$

$$y_{cm} = \frac{(1 \times zero)+(2 \times zero)+(3 \times 20)+(4 \times 20)}{(1+2+3+4)} = 14\ cm$$

$$CG = (10 , 14)$$

Q أوجد موضع مركز كتلة ثلاث كتل $\mathbf{m_a = 1\ Kg}$ , $\mathbf{m_b = 2\ Kg}$ , $\mathbf{m_c = 3\ Kg}$ موضوعة على رأس مثلث كما بالشكل




$$x_{cm} = \frac{(m_1x_1) + (m_2x_2) + (m_3x_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

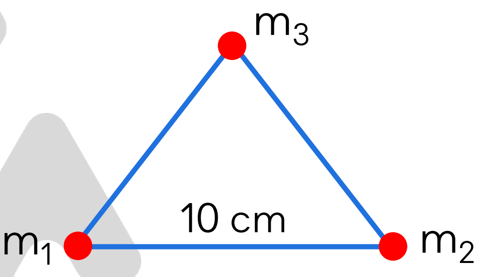
$$x_{cm} = \frac{(1 \times zero) + (2 \times 6) + (3 \times 0)}{(1+2+3)} = 2\ cm$$

$$y_{cm} = \frac{(m_1y_1) + (m_2y_2) + (m_3y_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$y_{cm} = \frac{(1 \times zero) + (2 \times zero) + (3 \times 8)}{(1+2+3)} = 4\ cm$$

$$CG = (2, 4)$$

Q أوجد موضع مركز كتلة ثلاث كتل $\mathbf{m_1 = 1\ Kg}$ , $\mathbf{m_2 = 2\ Kg}$ , $\mathbf{m_3 = 3\ Kg}$ , موضوعة على رأس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه **10 cm**




$$x_{cm} = \frac{(m_1x_1) + (m_2x_2) + (m_3x_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$x_{cm} = \frac{(1 \times zero) + (2 \times 10) + (3 \times 5)}{(1+2+3)} = 5.83\ cm$$

$$y_{cm} = \frac{(m_1y_1) + (m_2y_2) + (m_3y_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$y_{cm} = \frac{(1 \times zero) + (2 \times zero) + (3 \times 5\sqrt{3})}{(1+2+3)} = 4.33\ cm$$

$$CG = (5.83, 4.33)$$