

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



الملف أوراق عمل وحدة الأعداد المركبة

موقع المناهج ← ملفات الكويت التعليمية ← الصف الحادي عشر العلمي ← رياضيات ← الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الحادي عشر العلمي



روابط مواد الصف الحادي عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الحادي عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

النموذج الاول 11 علمي(1)	1
هندسة الفضاء بالحلول في مادة الرياضيات	2
مراجعة هامة ومتوقعة في مادة الرياضيات	3
تحميل كتاب الطالب(تمارين)علمي	4
تحميل كتاب الطالب	5

الوحدة السابعة: الأعداد المركبة

بنك 7 - 1

الوحدة التخيلية

هي العدد الذي مربعه (-1) ويرمز إليه بالرمز i

$$i = \sqrt{-1} , i^2 = -1$$

الأعداد التخيلية:

• لأي عدد حقيقي موجب m ،

$$\sqrt{-m} = \sqrt{m}i$$

• تسمى الأعداد التي على الصورة bi حيث $b \in \mathbb{R}^*$ أعدادًا تخيلية.

حاول أن تحل

1 بسط كل عدد مما يلي مستخدمًا الوحدة التخيلية i :

a $\sqrt{-2}$

b $-\sqrt{-12}$

c $\sqrt{-36}$

الحل:

a $\sqrt{-2}$

b $-\sqrt{-12}$

c $\sqrt{-36}$

تطبيق (1): بسط كل عدد مستخدمًا الوحدة التخيلية i :

1 $\sqrt{-16} =$

2 $3\sqrt{-9} =$

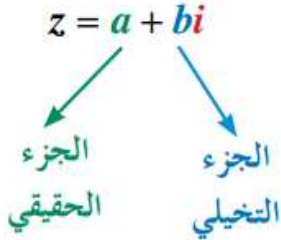
3 $-\frac{1}{2}\sqrt{-36} =$

تعريف العدد المركب :

العدد المركب هو عدد على الصورة $a + bi$ حيث a, b عدداً حقيقيين، i الوحدة التخيلية.

يمكن كتابة أي عدد مركب على الصورة $z = a + bi$

الصورة $a + bi$ تسمى الصورة الجبرية للعدد المركب.



ويسمى a الجزء الحقيقي Real Part

ويسمى b الجزء التخيلي Imaginary Part

ويرمز لمجموعة الأعداد المركبة بالرمز \mathbb{C} .

حاول أن تحل

2 اكتب كلاً من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية:

a $\sqrt{-18} + 7$

b $\frac{10 - \sqrt{-100}}{5}$

c $\frac{\sqrt{-9} + 5}{7}$

تطبيق : اكتب كل عدد في الصورة الجبرية :

1 $2 + \sqrt{-3} =$

2 $\frac{\sqrt{-8} + 8}{2} =$

تساوي عددين مركبين

يتساوى عددان مركبان إذا فقط إذا تساوى جزءاهما الحقيقيان وتساوى جزءاهما التخيليان.

$$z_1 = a_1 + b_1 i , z_2 = a_2 + b_2 i \quad \text{ليكن:}$$

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2 , b_1 = b_2$$

حاول أن تحل

3 أوجد قيم كل من $x, y \in \mathbb{R}$ في كل مما يلي:

a $x + 5i = 7 - 3yi$

b $(x + 3) + y^2 i = 5 - yi$

تطبيق: أوجد قيم كل من $x, y \in \mathbb{R}$ في كل مما يأتي:

1 $2x + 3yi = -14 + 9i$

2 $14i^2 - 3i = 2x + (y + 5)i$

التمثيل البياني لعدد مركب

حاول أن تحل

4 مثل كلاً مما يلي في المستوى المركب :

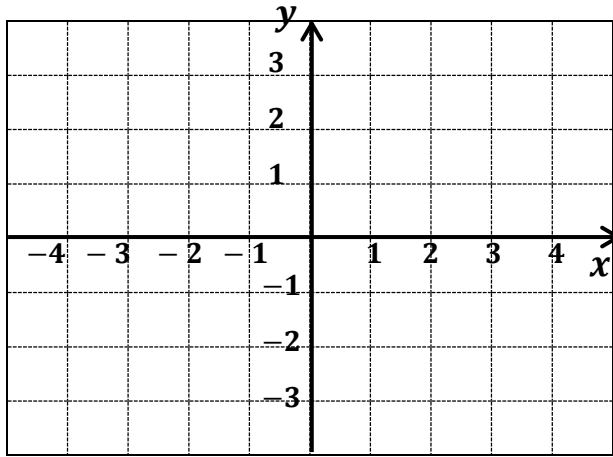
a $z_1 = 4 - i$

b $z_2 = -3i$

c $z_3 = -4 - 3i$

d $z_4 = 2$

الحل :



تمثله النقطة $z_1 = 4 - i$ a

تمثله النقطة $z_2 = -3i$ b

تمثله النقطة $z_3 = -4 - 3i$ c

تمثله النقطة $z_4 = 2$ d

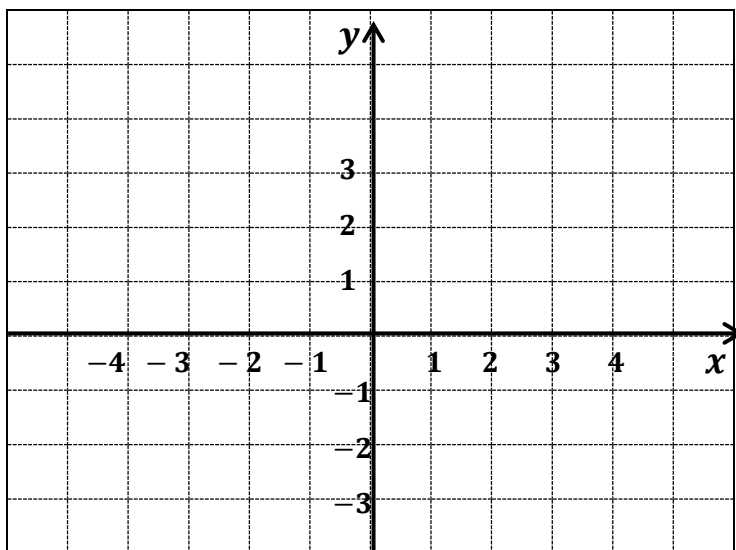
تطبيق : مثل كلاً مما يلي في المستوى المركب :

(a) $z_1 = -2 + 3i$

(b) $z_2 = -4$

(c) $z_3 = -i$

(d) $z_4 = 2(2 + i)$



حاول أن تحل

5 اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط $K(7,0)$, $H(1,-2)$, $N(-4,1)$.

الحل :

النقطة $K(7,0)$ تمثل العدد المركبالنقطة $H(1,-2)$ تمثل العدد المركبالنقطة $N(-4,1)$ تمثل العدد المركب

العمليات على الأعداد المركبة

أولاً: جمع وطرح الأعداد المركبة

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$ عددين مركبين فإن:

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

خواص عملية الجمع على الأعداد الحقيقية تستمر مع عملية الجمع على الأعداد المركبة كما يلي:

الخاصية	$\forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$
الإبدالية	$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$
التجميعية	$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$

ملاحظات:

- الصفر هو العنصر المحايد لعملية الجمع على مجموعة الأعداد المركبة $(0 = 0 + 0i)$.
- المعكوس الجمعي للعدد المركب $z = a + bi$ هو العدد المركب $-z = -a - bi$
- إذا كان مجموع عددين مركبين يساوي صفرًا فإن كلاً منهما معكوس جمعي للآخر والعكس صحيح.
- لإيجاد ناتج طرح: $z_1 - z_2$ يمكن إضافة المعكوس الجمعي لـ z_2 إلى z_1 أي $z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$

تطبيق : بسط كل تعبير مما يلي :

① $(2 + 4i) + (4 - i) =$

② $(8 - \sqrt{-1}) - (-3 + \sqrt{-16}) =$

ثانياً: ضرب الأعداد المركبة

حاول أن تحل

7 أوجد الناتج:

a $(6 - 5i)(4 - 3i)$

c $(12i)(7i)(i + 1)$

تطبيق : أوجد الناتج :

② $(-6 - 5i)(1 + 3i) =$

③ $(-2 + \sqrt{-9})(6 + \sqrt{-25}) =$

④ $(-2 + 3i)^2$

حاول أن تحل

8 إذا كان $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$ فأوجد:

a $\frac{1}{2} z_1$

b $z_1 \cdot z_2$

قوى العدد المركب:

إذا كان p عدد كلي فإن:

$$i^{4p} = 1 , i^{4p+1} = i , i^{4p+2} = -1 , i^{4p+3} = -i$$

مثال (9)

إذا كان $z_1 = i$, $z_2 = -2i$, $z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
فأوجد:

a z_1^{21}

c z_3^2

b z_2^6

d z_3^3

قسمة الأعداد المركبة

مرافق العدد المركب

مرافق العدد المركب $z = a + bi$ هو العدد المركب $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$

خواص مرافق العدد المركب:

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$

فإن:

- $z_1 + \bar{z}_1 = 2a_1$
- $z_1 - \bar{z}_1 = 2bi$
- $z_1 \cdot \bar{z}_1 = a_1^2 + b_1^2$

- $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$
- $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
- $\overline{(\bar{z}_1)} = z_1$

مثال (10)

إذا كان $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$ فأوجد:

a $z_1 + \bar{z}_1$

b $z_1 - \bar{z}_1$

c $\overline{(\bar{z}_1)}$

d $\overline{z_1 + z_2}$

e $\overline{z_1 \cdot z_2}$

f $\overline{z_1 \cdot z_2}$

المعكوس الضربي للعدد المركب

المعكوس الضربي عدد مركب غير صفري $z = a + bi$ هو z^{-1} :

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} \times \frac{a - bi}{a - bi} \text{ أي أن:}$$

$$z^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$$

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{a^2 + b^2}$$

حاول أن تحل

11 أوجد المعكوس الضربي لكل من:

a $z_1 = -3i - 7$

b $z_2 = 5 + 11i$

c $z_3 = 6i$

الحل:

تطبيق :

أوجد المعكوس الضربي لكل مما يلي :

① $-3 - 2i$

② $5i$

③ $3i - 4$

الحل :

حاول أن تحل

12 أوجد ناتج قسمة $2i - 3$ على $1 + 2i$

الحل :

مثال (13)

اكتب كلاً مما يلي في الصورة الجبرية للعدد المركب:

a $\frac{2}{3-i}$

b $\overline{\left(\frac{5+i}{2-3i}\right)}$

الحل :

حاول أن تحل

13 اكتب كلاً مما يلي في الصورة الجبرية:

b $\frac{2-i}{2+i}$

c $\overline{\overline{\frac{5+i}{2-3i}}}$

الأعداد المركبة

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) الصورة الجبرية للعدد: $3 + \sqrt{-4}$ هي: $3 + 2i$

(a) (b)

(2) مرافق العدد المركب: $z = 3 + 4i$ هو: $\bar{z} = -3 - 4i$

(a) (b)

(3) المعكوس الجمعي للعدد المركب $z = 3 - 2i$ هو: $-z = 3 + 2i$

(a) (b)

(4) الصورة المبسطة للتعبير: $(12 + 5i) - (2 - i)$ هي: $10 + 6i$

(5) العدد: $\sqrt{-225} + 32$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

(a) $-15 + 6i$

(b) $6 + 15i$

(c) $6 - 15i$

(d) $32 + 15i$

(6) حل المعادلة: $-10 - 6i = 2x + 3yi$ هو:

(a) $x = 5, y = -2$

(b) $x = -5, y = -2$

(c) $x = -5, y = 2$

(d) $x = 5, y = 2$

(7) إذا كان $z_1 = 5i + 2$ ، $z_2 = -3 - i$ فإن $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{10} + \frac{17}{10}i$

(b) $\frac{-1}{10} - \frac{17}{10}i$

(c) $\frac{-1}{10} + \frac{17}{10}i$

(d) $\frac{1}{10} - \frac{17}{10}i$

(8) إذا كان: $xi^2 + 3yi = 5 + 3i^5$ فإن (x, y) تساوي

(a) (5, 1)

(b) (-5, -1)

(c) (5, -1)

(d) (-5, 1)

(9) أبسط صورة للتعبير: $(3 + \sqrt{-4})(4 + \sqrt{-9})$ هي:

(a) $18 + 17i$

(b) $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

(c) $6 + 17i$

(d) 18

(10) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (1 + 2i)^2$ هي:

(a) $z = -3 + 4i$

(b) $z = 5 + 4i$

(c) $z = -3$

(d) $z = 5$

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = (2 - i)^3$ هي:

(a) $z = 14 + 13i$

(b) $z = 14 - 13i$

(c) $z = 2 - 11i$

(d) $z = 2 - 13i$

(12) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \frac{i}{i+2}$ هي:

(a) $z = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

(b) $z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

(c) $z = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

(d) $z = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

(13) إذا كان $z = i$ فإن z^{250} يساوي:

(a) $-i$

(b) i

(c) 1

(d) -1

(14) ليكن $x \in \mathbb{Z}^+$ فإن مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5 + i^x)$ عددًا حقيقيًا هي:

(a) \mathbb{Z}^+

(b) $\{0, 2, 4, 6, \dots\}$

(c) $\{1, 3, 5, \dots\}$

(d) $\{2, 4, 6, \dots\}$

الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

7-2

بنك

القيمة المطلقة لعدد مركب :

إذا كان $z = a + bi$ فإن: $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

حاول أن تحل

a $|6 - 4i|$

b $|-2 + 5i|$

1 أوجد:

الحل :

a $|6 - 4i|$

b $|-2 + 5i|$

تطبيق: أوجد:

① $|5 + 12i| =$

② $|2 - 2i| =$

③ $|2i| =$

الإحداثيات القطبية

يمكن التحويل بين الإحداثيات القطبية والإحداثيات الديكارتية باستخدام:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

حاول أن تحل

2 أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين:

a $A(5, 300^\circ)$

b $B\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$

الحل :

تطبيق : حول الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية :

① $(2, \frac{\pi}{3})$

② $(2, 270^\circ)$

③ $(\sqrt{2}, -\frac{\pi}{6})$

الحل:

للتحويل من الإحداثيات الديكارتية (x, y) إلى الإحداثيات القطبية (r, θ) نوجد قيمة r باستخدام القاعدة: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ثم نوجد قياس زاوية الإسناد α باستخدام: $\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right|$ بعد ذلك تحديد الربع الذي تقع فيه هذه الزاوية θ من إشارة كل من x, y ونوجدتها.

تذكر:

إذا كانت α زاوية الإسناد
للزاوية التي قياسها θ فإن:

$$\theta = \begin{cases} \alpha & : x > 0, y > 0 \\ \pi - \alpha & : x < 0, y > 0 \\ \pi + \alpha & : x < 0, y < 0 \\ 2\pi - \alpha & : x > 0, y < 0 \end{cases}$$

حاول أن تحل

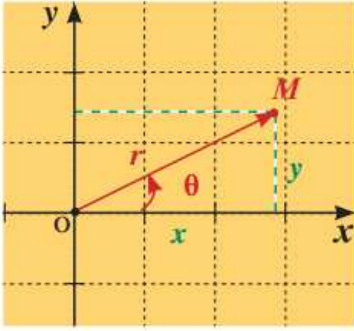
3 أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

a $D(3\sqrt{3}, 3)$

b $C(4, -2\sqrt{5})$

الحل:

الصورة المثلثية



النقطة $M(x, y)$ تمثل العدد المركب $z = x + yi$
 المسافة بين نقطة الأصل O والنقطة M هي $OM = r$, $r > 0$
 θ هي قياس الزاوية الموجهة (\vec{Ox}, \vec{OM})

يمكن كتابة العدد المركب $z = x + yi$ على الصورة:
 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ وتعرف بالصورة المثلثية للعدد المركب z .

حاول أن تحل

4 ضع كلاً مما يلي في الصورة المثلثية:

a $z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$

b $z_2 = -1 - i$

c $z_3 = -2 + 2\sqrt{3}i$

الحل:

تطبيق: ضع كلاً مما يلي في الصورة المثلثية مستخدماً السعة الأساسية :

① $2 + 2i$

② $-2 + 2\sqrt{3}i$

الحل:

حاول أن تحل

6 ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية:

a $z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

b $z_2 = \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

الحل :

تطبيق : ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية :

1 $2\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

2 $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

3 $\sqrt{3}(\cos 225^\circ + i\sin 225^\circ)$

الحل :

الصورة المثلثية في حالات خاصة

العدد	المقياس	سعة (بالراديان) (rad)
a	a	0
$-a$	$ -a = a$	π
bi	b	$\frac{\pi}{2}$
$-bi$	$ -b = b$	$\frac{3\pi}{2}$

حاول أن تحل

7 ضع في الصورة المثلثية كلاً من الأعداد التالية:

a $z_1 = 2i$

b $z_2 = 5$

c $z_3 = \frac{-3}{4}$

d $z_4 = -\frac{5}{2}i$

الحل :

تطبيق : ضع في الصورة المثلثية كلاً من الأعداد التالية :

① $z_1 = 3i$

② $z_2 = -2i$

③ $z_3 = 8$

الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

- (1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A(4, \frac{7\pi}{6})$ هي: $A(-2\sqrt{3}, 2)$
- (2) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2}, 135^\circ)$ هي: $B(-1, 1)$
- (3) الإحداثيات القطبية للنقطة: $M(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2})$ هي: $M(1, \frac{5\pi}{4})$
- (4) العدد المركب: $z = \sqrt{3} - i$ بصورة المثلثية هو: $z = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$
- (5) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z = \sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$ هي: $z = 1 - i$
- (6) السعة الأساسية للعدد $z = \cos 30^\circ + i \cos 240^\circ$ هي 330°
- (7) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي:
- (8) الإحداثيات القطبية للنقطة: $B(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ هي:
- (a) $A(2, 2\sqrt{3})$ (b) $A(-2, 2\sqrt{3})$ (c) $A(-2, -2\sqrt{3})$ (d) $A(2, -2\sqrt{3})$
- (a) $B(1, \frac{-\pi}{4})$ (b) $B(1, \frac{\pi}{4})$ (c) $B(1, \frac{3\pi}{4})$ (d) $B(1, \frac{-3\pi}{4})$

بنك 3-7 : حل المعادلات

أولاً: حل معادلات من الدرجة الأولى في \mathbb{C}

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i = 3 + 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} .

الحل:

تطبيق: أوجد مجموعة حل المعادلة: $3z - 1 + i = 5 - 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة.

الحل:

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$.

الحل :

تطبيق: أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + 2\bar{z} = 4 + i$ في مجموعة الأعداد المركبة .

الحل :

ثانيًا: حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد في \mathbb{C}

حاول أن تحل

3 أوجد حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in \mathbb{C}$:

a $3x^2 + 48 = 0$

b $-5x^2 - 150 = 0$

c $8x^2 + 2 = 0$

الحل:

حاول أن تحل

4 أوجد مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$ في \mathbb{C} .

الحل :

تطبيق : أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 + 2z + 5 = 0$.

الحل :

الجذر التربيعي لعدد مركب

حاول أن تحل

6 أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 3 + 4i$

الحل :

حاول أن تحل

7 أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -5 - 12i$

الحل :

حاول أن تحل

8 أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 7 - 24i$

الحل :

تطبيق : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$:

الحل :

حل معادلات

- (1) حل المعادلة: $\bar{z} + 2 = 5 - i$ هو: $z = 3 + i$ (a) (b)
- (2) حل المعادلة: $2z + \bar{z} - 3 - 5i = 0$ هو: $z = 1 - 5i$ (a) (b)
- (3) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي: $\{-2 - i, 2 + i\}$ (a) (b)
- (4) الجذران التربيعيان للعدد -1 هما: $1, -1$ (a) (b)
- (5) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 16 + 30i$ هما: $z_1 = 5 + 3i, z_2 = -5 - 3i$ (a) (b)
- (6) إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1 + z_2 = 0$ (a) (b)
- (7) حل المعادلة: $2z - 5 + 6i = -3\bar{z}$ هو: (a) (b)
- (8) مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي: (a) (b) (c) (d)
- (9) الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما: (a) (b) (c) (d)
- (10) حل المعادلة $(3 - 4i)z = 5 - 2i$ هو: (a) (b) (c) (d)