

الرياضيات

Mathematics

الصف الثامن - الجزء الأول

www.kweducfiles.com



كتاب الطالب

المرحلة المتوسطة



الطبعة الرابعة



وزارة التربية

الرياضيات

Mathematics

الصف الثامن - الجزء الأول

لجنة تعديل كتاب الرياضيات للصف الثامن

www.kwedufiles.com
أ. إيمان يوسف محمد المنصور (رئيساً)

أ. غادة عبد الرحمن سليمان زامل	أ. جمال عبد الناصر أحمد السبال
أ. سمير عبدالله أحمد مرسي	أ. محمد سعد مطلق المطيري
أ. عبد الكريم غدير مريد الشمري	أ. مريم عقّاس سعود الشحومي
أ. أمينة عبدالله عبد الرزاق البلوشي	أ. غنيمة يوسف عبد الكريم الكندري

الطبعة الرابعة

١٤٣٩ - ١٤٤٠ هـ

٢٠١٨ - ٢٠١٩ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية - قطاع البحوث التربوية والمناهج

إدارة تطوير المناهج

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حسين علي عبدالله أ. حصة يونس محمد علي

أ. فتحية محمود أبو زور

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الثامن

أ. اعتدال محمد أحمد البحر (رئيسًا)

أ. إلهام عفيفي علي أ. عادل عبدالله أبو نعمة

أ. مي أحمد الأستاذ أ. نداء محمد التحو



مسوده

www.kwedufiles.com

مسوده

مسوده



صاحب السمو الشيخ جابر الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت

مسوده

www.kwedufiles.com

مسوده

مسوده



سَيِّدُ الشَّيْخِ نَوَافُ بْنُ عَبْدِ الْوَائِلِ السَّبَّاحِ
وَلِيَّ عَهْدِ دَوْلَةِ الْكُوَيْتِ

مسوده

www.kwedufiles.com

مسوده

مسوده

تصدير

لم يعد خافياً على كل مهتم بالشأن التربوي الأهمية القصوى للمناهج الدراسية، وذلك لأنها تركز بطبيعتها على فلسفة المجتمع وتطلّعاته بالإضافة إلى أهداف النظام التعليمي والمنظومة التعليمية، لذلك نجد أنّ صناعة المنهج أصبحت من التحديات التي تواجه التربويين لارتباط ذلك بأسس فنية ذات علاقة وثيقة في البنية التعليمية، مثل الأسس الفلسفية والتربوية والاجتماعية والثقافية، ومن هنا اكتسبت المناهج الدراسية أهميتها ومكانتها الكبرى.

ونظراً لهذه المكانة التي احتلتها المناهج الدراسية، قامت وزارة التربية بعملية تطوير واسعة، استكمالاً لكل الجهود السابقة، حيث قامت بإعداد الكتب والمناهج الدراسية وفقاً للمعايير والكفايات سواء أكانت العامة أم الخاصة، وذلك لتحقيق نقلة نوعية في الشكل والمضمون، ولتكون المناهج برؤيتها الجديدة ذات بعد عملي تطبيقي وظيفي يرتبط بقدرات المتعلمين وسوق العمل ومتطلبات المجتمع وغيرها من أبعاد المناهج التربوية، مع تأكيدنا بأن ذلك يأتي أيضاً اتساقاً مع التطوّرات الحديثة، إن كانت في مجال الفكر التربوي والسلوك الإنساني أو القفزات المتسارعة في مجال التكنولوجيا، والتي أصبحت جزءاً لا يتجزأ من حياة الإنسان، وأيضاً ما أملت التطوّرات الثقافية والحضارية المعاصرة وانعكاساتها على الفكر ونمط العلاقات الإنسانية.

ونحن من خلال هذا الأسلوب نتطلع إلى أن تساهم المناهج الدراسية في تحقيق أهداف دولة الكويت بشكل عام وأهداف النظام التعليمي بشكل خاص، والتي تأتي في طليعتها تنشئة أجيال مؤمنة بربّها مخلصّة لوطنها تتمتع بقدرات ومهارات عقلية ومهارية واجتماعية تجعل منهم مواطنين فاعلين ومتفاعلين، محافظين على هويتهم الوطنية ومنفتحين على الآخر ومتقبلين مع احترام حقوق الإنسان وحرّياته الأساسية والتمسك بمبادئ السلام والتسامح، والتي صارت من أهمّ متطلبات الحياة المستقرّة الكريمة.

والله ولي التوفيق،،،

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

مسوده

www.kwedufiles.com

مسوده

مسوده

المحتويات

الجزء الأول :

الوحدة الأولى : المجموعات

الوحدة الثانية : الأعداد النسبية

الوحدة الثالثة : النسبة والتناسب

الوحدة الرابعة : تطابق وتشابه المثلثات

الوحدة الخامسة : العلاقة والتطبيق

الوحدة السادسة : علم الإحصاء

www.kwedufiles.com

الجزء الثاني :

الوحدة السابعة : التحويلات الهندسية

الوحدة الثامنة : الأشكال الرباعية

الوحدة التاسعة : المقادير الجبرية

الوحدة العاشرة : تحليل المقادير الجبرية

الوحدة الحادية عشرة : الهندسة والقياس

الوحدة الثانية عشرة : الاحتمال

محتوى الجزء الأول

الوحدة الأولى : المجموعات

الموضوع : عالم الرياضة

١٨ مشروع الوحدة الأولى

١٩ مخطط تنظيمي للوحدة الأولى

٢٠ ١-١ الحسّ العددي والهندسة (مراجعة)

٢٤ ٢-١ المجموعات

٣٠ ٣-١ المجموعة الجزئية - تساوي مجموعتين

٣٤ ٤-١ العمليات على المجموعات (تقاطع - اتحاد)

٤٠ ٥-١ مراجعة الوحدة الأولى

٤١ اختبار الوحدة الأولى

www.kwedufiles.com

الوحدة الثانية : الأعداد النسبية

الموضوع : صناعات ومعادن

٤٢	مشروع الوحدة الثانية.....	
٤٣	مخطط تنظيمي للوحدة الثانية.....	
٤٤	استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها.....	١-٢
٤٨	مقارنة وترتيب الأعداد النسبية.....	٢-٢
٥٢	جمع الأعداد النسبية.....	٣-٢
٥٨	طرح الأعداد النسبية.....	٤-٢
٦٢	ضرب الأعداد النسبية.....	٥-٢
٦٨	قسمة الأعداد النسبية.....	٦-٢
٧٢	الجذر التربيعي للعدد النسبي.....	٧-٢
٧٦	الجذر التكعيبي للعدد النسبي.....	٨-٢
٨٠	مراجعة الوحدة الثانية.....	٩-٢
٨٢	إختبار الوحدة الثانية.....	

الوحدة الثالثة : النسبة والتناسب الموضوع : المشروعات الصغيرة

٨٤ مشروع الوحدة الثالثة	
٨٥ مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة	
٨٦ حل التناسب (طردي - عكسي)	١-٣
٩٢ إيجاد النسبة المئوية من عدد	٢-٣
٩٦ استخدام المعادلات لحل مسائل تتضمن نسباً مئوية	٣-٣
١٠٠ النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية	٤-٣
١٠٦ مراجعة الوحدة الثالثة	٥-٣
١٠٨ اختبار الوحدة الثالثة	

الوحدة الرابعة : تطابق وتشابه المثلثات

الموضوع : الفنون الجميلة

١١٠ مشروع الوحدة الرابعة

١١١ مخطط تنظيمي للوحدة الرابعة

الوحدة الرابعة (٢) : التطابق

١١٢ ١-٤ التطابق

١١٦ ٢-٤ الحالة الأولى : تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع

١٢٠ ٣-٤ الحالة الثانية : تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما

١٢٤ ٤-٤ الحالة الثالثة : تطابق مثلثين بزائيتين وضلع واصل بين رأسيهما

١٢٨ ٥-٤ تطبيقات على تطابق المثلثات

١٣٢ ٦-٤ تطابق مثلثين قائمي الزاوية بضلع ووتر

الوحدة الرابعة (ب) : التشابه

١٣٨ ٧-٤ تشابه المثلثات

١٤٢ ٨-٤ تشابه مثلثين بتطابق زائيتين

١٤٦ ٩-٤ تشابه مثلثين بتناسب أطوال الأضلاع المتناظرة

١٥٠ ١٠-٤ تشابه مثلثين بتطابق زاوية وتناسب طولي الضلعين

المحددین لها

١٥٤ ١١-٤ تطبيقات على تشابه المثلثات

١٥٨ ١٢-٤ مراجعة الوحدة الرابعة

١٦٠ اختبار الوحدة الرابعة

الوحدة الخامسة : العلاقة والتطبيق الموضوع : عائلي

١٦٢ مشروع الوحدة الخامسة	
١٦٣ مخطط تنظيمي للوحدة الخامسة	
١٦٤ الزوج المرتب والحاصل الديكارتية	١-٥
١٦٨ مفهوم العلاقة	٢-٥
١٧٦ التطبيق (الدالة)	٣-٥
١٨٢ مراجعة الوحدة الخامسة	٥-٥
١٨٤ اختبار الوحدة الخامسة	

www.kwedufiles.com

الوحدة السادسة : علم الإحصاء الموضوع : السياحة

١٨٦ مشروع الوحدة السادسة	
١٨٧ مخطّط تنظيمي للوحدة السادسة	
١٨٨ مخطّطات الساق والأوراق	١-٦
١٩٢ تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية	٢-٦
١٩٦ المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال	٣-٦
٢٠٢ مراجعة الوحدة السادسة	٤-٦
٢٠٥ اختبار الوحدة السادسة	

www.kwedufiles.com

المجموعات Sets

الوحدة الأولى

عالم الرياضة The Sport



مشروع الوحدة :
(رياضتي المفضلة)

الرياضة هي مجهود جسدي أو مهارة تُمارَس بموجب قواعد متفق عليها بهدف
(الترفيه ، المنافسة ، المتعة ، التميز ، تطوير المهارات ، تقوية الثقة بالنفس والجسد) .

www.kwedufiles.com

خطة العمل :

- يقوم المعلم بتقسيم المتعلمين إلى عدة فرق ومن ثم استطلاع آرائهم حول نوعين من الرياضة المفضلة لديهم وعمل جدول بذلك .

الرياضة المفضلة	رياضة (١)	رياضة (٢)
أسماء الطلاب		
١ -		
٢ -		
٣ -		
٤ -		

خطوات تنفيذ المشروع :

- أكمل الجدول بأسماء المتعلمين لكل فريق والرياضة التي يفضلونها .
- حدّد عدد الطلبة الذين يفضلون نوع محدد فقط أو نوعين معًا واستكمال الجدول .

علاقات وتواصل :

- تواجد الفرق في صالة الألعاب لممارسة الرياضة المفضلة لديهم وحسب الأسماء في الجدول أعلاه .
- تلعب الفرق الرياضية أثناء الفرض للتواصل فيما بينهم .

عرض العمل :

- يتم تمثيل الجدول للألعاب المحددة كما في الشكل المرسوم أمامك .
- تناقش المجموعات ما تم عمله .



مخطط تنظيمي للوحدة الأولى



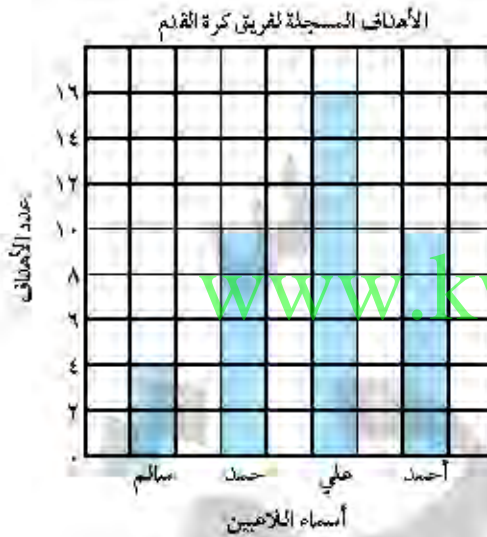
الحس العددي والهندسة (مراجعة) Number Sense and Geometry (Revision)

١-١



أولاً: الحس العددي

١. تُعتبر لعبة كرة القدم من أكثر الألعاب شيوعاً في دولة الكويت . التمثيل البياني التالي يمثل عدد الأهداف التي أحرزها بعض لاعبي كرة القدم في إحدى المدارس .
أ) ما نوع التمثيل البياني المقابل ؟



- ب) اللاعب الذي أحرز أكثر عدد من الأهداف هو:

- ج) بكم يزيد عدد الأهداف التي أحرزها علي عن عدد الأهداف التي أحرزها سالم ؟

- د) من التمثيل البياني السابق أوجد :

- المتوسط الحسابي لعدد الأهداف التي أحرزها اللاعبون =

- الوسيط = - المثال هو : - المدى =

٢. أوجد المضاعف المشترك الأدنى (م.م.أ) للعددين .

٩ ، ٦

٥ ، ٣

٣. أوجد العامل المشترك الأكبر (م.ع.أ) للعددين .

٨ ، ١٢

٩ ، ٦

٤ أوجد ناتج كلٍّ مما يلي :

ب $_____ = (3-) - 6-$

أ $_____ = (2-) + 7-$

د $_____ = (5-) \times 3$

ج $_____ = 6 \div 24-$

و $_____ = +, 1 \times 74, 9$

هـ $_____ = 1++ \times 5, 73$

ح $_____ = (9-) + | 5- |$

ز $_____ = (1+-) \div 1234$

ي $_____ = 9- 9 \div 9 \times 9$

ط $_____ = 31 \div 31 + 31$

www.kwedufiles.com

٥ مثل العبارة التالية على خطِّ الأعداد ، ثم أوجد الناتج .

_____ = $(5+) + 4-$



٦ أوجد الناتج في أبسط صورة :

ب $_____ = 1 \frac{4}{5} \div \frac{7}{10}$

أ $_____ = 4 \frac{1}{2} - 8 \frac{1}{6}$

٧ أوجد ناتج القسمة ، ثم قرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة .

$+, 4 \div 3, 684$

تذكّر أنّ:

المعكوس الضربي لـ
 $\frac{1}{a}$ هو a
 حيث $a \neq 0$

٨ أوجد قيمة س :

$$\frac{3}{4} = \frac{س}{12}$$

٩ أوجد قيمة ٢٥٪ من ١٢٠٠ متر.

١٠ هل العبارات التالية صحيحة أم خاطئة ؟ أذكر السبب .

٨٣ × ٥٩ = ٥٩ × ٨٢ **ب**

٢٥ + ٣٦ = ٣٦ + ٢٥ **أ**

٢٤ ÷ ١٢ = ١٢ ÷ ٢٤ **د**

١٩ × (٢ × ٣) > (١٩ × ٢) × ٣ **ج**

٢٠٠ + ١٥٨ > ١٢٠ + ١٥٨ **و**

٢ ÷ ٢٤٦ = ٣ ÷ ٢٤٦ **هـ**

ثانياً : الهندسة

١١ أوجد مساحة كلٍّ من المناطق التالية :

أ



ب



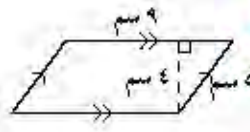
ج



د



هـ



و



(اختر π ٤ و ٣)

www.kwedufiles.com

١٢

صندوق لجمع كرات التنس في ملعب رياضي على شكل شبه مكعب أبعاده ٥ دسم ، ٢ دسم ، ٣ دسم . أحسب كلاً مما يلي :



أ المساحة السطحية للصندوق .

ب

حجم الصندوق .

المجموعات Sets

٢-١

سوف تتعلم: مفهوم المجموعة وعناصرها وكتابة المجموعة وتمثيلها:



نشاط (١)

شارك المنتخب الكويتي لكرة القدم في بطولة كأس العالم عام ١٩٨٢ م، وكان يضم المنتخب الكويتي ١١ لاعباً أساسياً مميزاً منهم: جاسم يعقوب، فتحي كميل، فيصل الدخيل، ... إلخ المنتخب الكويتي عبارة عن تجمع من اللاعبين، وهذا التجمع يُسمى **مجموعة** وكل لاعب فيها يمثل **عنصرًا** في المجموعة. **فمثلاً**: أرقام لاعبي المنتخب الكويتي تشكل **مجموعة** وكل رقم في هذه المجموعة يشكل **عنصرًا**.

المجموعة هي تجمع من الأشياء المتميزة المحددة تحديداً تاماً، ويُطلق على هذه الأشياء عناصر.

فمثلاً www.kwedufiles.com

أ) يشكل « المتعلمون في ثانوية المياريكية » **مجموعة** لأنها محددة تحديداً تاماً ولكن لا يشكل « المتعلمون » **مجموعة** لأنهم غير محددين تحديداً تاماً.

ب) « لاعبو فريق كرة القدم بمدرسة الجهراء الثانوية » يشكلون **مجموعة**، بينما « اللاعبين » لا يشكلون **مجموعة**.

أجب عن الأسئلة التالية:

أ) هل « المدربون » يشكلون مجموعة أم ليست مجموعة؟ ولماذا؟

ب) هل « المتعلمون في مدرسة ابن طفيل المتوسطة » مجموعة أم ليست مجموعة؟ ولماذا؟



تدريب (١)

حدد ما إذا كان كل مما يلي يمثل مجموعة أم لا، فسر إجابتك.

أ) الأعداد الكلية (ط): +، ١، ٢، ... ()

ب) نجوم في السماء ()

ج) المتعلمون في الصف الثامن ()

د) مضاعفات العدد ٩ الأصغر من ٢٨ ()

من النشاط اذكر أمثلة عن مجموعات متعلقة بكرة القدم؟

أ

ب

الصفات والمفردات:
مجموعة

Set

عنصر

Element

انتماء ⇒

Belongs to

عدم انتماء ⇐

Doesn't Belong to

مخطط فن

Venn Diagram

المجموعة الخالية ∅

Empty Set

منتهية

Finite

غير منتهية

Infinite

ملاحظة مهمة:

سيتم اعتبار أن كل المضاعفات معرفة على مجموعة الأعداد الكلية (الطبيعية).

تذكر أن:

يُرمز إلى الأعداد الكلية بالرمز ط، وإلى الأعداد الصحيحة بالرمز ص، وإلى الأعداد الصحيحة الموجبة بالرمز ص⁺، وإلى الأعداد الصحيحة السالبة بالرمز ص⁻.

ملاحظة

- يُرمز إلى المجموعة بأحرف مثل s ، v ، h ، ... بينما يُرمز إلى العناصر بأحرف مثل s ، v ، h ، ...
- يجب كتابة جميع عناصر المجموعة داخل قوسين $\{ \}$ مع وضع فاصلة بين كل عنصر وآخر .
- يجب عدم تكرار العنصر نفسه داخل المجموعة .
- لا يشترط ترتيب كتابة العناصر داخل المجموعة .

من النشاط السابق لاحظ ما يلي :

بعد انتهاء المباراة ، غادر كل اللاعبين الملعب . وفي هذه الحالة ، فإن مجموعة اللاعبين في الملعب لا تحتوي على عناصر .

المجموعة التي لا تحتوي على عناصر تُسمى **مجموعة خالية** ويُرمز إليها بالرمز $\{ \}$ أو \emptyset .

فمثلاً :

١ المتعلمون الذين تقل أعمارهم عن ١٠ سنوات في الصف الثامن يشكلون **مجموعة خالية** .

٢ مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ٠ والأصغر من ١ تُسمى **مجموعة خالية** .

تمرين (٢) :



أي من المجموعات التالية تمثل مجموعة خالية ؟

أ مجموعة الأزهار على سطح القمر ()

ب مجموعة أرقام العدد ١٦٩ + ٢٢ ()

ج مجموعة الأعداد الأكبر من ٦ في حجر نرد ()

من النشاط السابق لاحظ ما يلي :

اللاعب فتحي كميل ينتمي إلى مجموعة لاعبي المنتخب الوطني الكويتي ، بينما المدرب لا ينتمي إلى المجموعة نفسها .

فمثلاً : ٢- لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد الكلية ، بينما العدد ٢ ينتمي إلى مجموعة الأعداد الكلية . لاحظ ما يلي :

المفهوم	التعريف	الرمز	مثال
الانتماء	انتماء عنصر إلى مجموعة	\ni	$\{ ٥ ، ١ ، ٢ ، ٤ \} \ni ٤$
عدم الانتماء	عدم انتماء عنصر إلى مجموعة	\notin	$\{ ٥ ، ٦ ، ٢ ، ٣ \} \notin ٧$

تدريب (٣)

أكمل كلاً مما يلي بوضع الرمز المناسب \in أو \notin لتحصل على عبارات صحيحة :

١ ن <input type="checkbox"/>	$\{١، ٣، ٥، ٧\}$	٢ د <input type="checkbox"/>	مجموعة أحرف كلمة حريق
٣ ج <input type="checkbox"/>	$\{٧٧\}$	٤ د <input type="checkbox"/>	$\{١، ٣، ٥، ٧\}$

طرق التعبير عن المجموعة

مثال (١)

إذا كانت S هي مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨ ، فعبر عن المجموعة S ثم مثلها .
يمكن التعبير عن المجموعة بأربع طرق كالتالي :

الطريقة الأولى : الصفة المميزة (لفظية) $S =$ مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨

$$S = \{١، ٢، ٤، ٨\}$$

الطريقة الثانية : ذكر العناصر

الطريقة الثالثة : الصفة المميزة (رمزية) $S = \{١:٨\} \Rightarrow S$ عامل من العوامل

الموجبة للعدد ٨ www.kwedufiles.com

حيث $S =$ مجموعة الأعداد الصحيحة $= \{...، -٢، -١، ٠، ١، ٢، ...\}$

الطريقة الرابعة : تمثيل المجموعة بالرسم بشكل يُسمى **مخطط الشكل** $(Venn)$



تدريب (٤)

أكمل الجدول التالي :

١	الصفة المميزة (لفظية)	$S =$ مجموعة أرقام العدد ٧٠١٩٧٣
	ذكر العناصر	$S = \{١، ٣، ٥، ٧، ٩\}$
	الصفة المميزة (رمزية)	$S = \{١:٩\} \Rightarrow S$ أحد أرقام العدد ٧٠١٩٧٣
٢	الصفة المميزة (لفظية)	$S =$ _____
	ذكر العناصر	$S = \{١، ٢، ٣، ٦\}$
	الصفة المميزة (رمزية)	$S = \{١:٦\} \Rightarrow S$ _____

تذكر أن :

العوامل الموجبة للعدد

١٠ هي :

$$١٠ = ١ + ٩ = ٢ + ٨ = ٣ + ٧ = ٤ + ٦$$

العوامل السالبة للعدد

١٠ هي :

$$-١٠ = -١ - ٩ = -٢ - ٨ = -٣ - ٧ = -٤ - ٦$$

عوامل العدد ١٠ هي :

$$\pm ١، \pm ٢، \pm ٣، \pm ٤، \pm ٥، \pm ٦، \pm ٧، \pm ٨، \pm ٩، \pm ١٠$$

نشاط (٢) :



اختلف أحمد وعبدالله في تحديد عدد عناصر المجموعتين .

س = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } ، عدد عناصر س =

ع = مجموعة الأعداد الكلية الأكبر من أو تساوي ٦ . عدد عناصر ع =

فأي المجموعتين يمكن حصر عناصرها ؟ فسر إجابتك .

إذا **المجموعة المنتهية** : هي المجموعة التي يمكن حصر عناصرها .
المجموعة غير المنتهية : هي المجموعة التي لا يمكن حصر عناصرها .

مثال (٢) :

حدّد أي المجموعتين مجموعة منتهية وأيها مجموعة غير منتهية .

أ س = مجموعة عوامل العدد ٦

س = { ١- ، ٢- ، ٣- ، ٦- ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ } **مجموعة منتهية**

(يمكن حصر عناصرها .)

ب د = المضاعفات الموجبة للعدد ٦

د = { ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ... } **مجموعة غير منتهية**

(لا يمكن حصر عناصرها .)

ج ص = مجموعة الأعداد الصحيحة

ص = { ... ، ٢- ، ١- ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ... }

تدرّب (٥) :



أكمل كتابة كلّ من المجموعات التالية بذكر العناصر ، ثم حدّد أيّا منها منتهية أم غير منتهية أم خالية .

أ ص = { ١ : ١ من المضاعفات الموجبة للعدد ١٠ }

ص = { ١٠ ، ٢٠ ، ... } ، ص مجموعة

ب س = { ١ : ١ عامل من عوامل العدد ٩ }

س = { ١- ، ٦- ، ... } ، س مجموعة

ج ه = { ١ : ١ عدد زوجي لا يقبل القسمة على ٢ } ،

ه = { ... } ، ه مجموعة

تمرّن :

١ أكمل كلاً ممّا يلي بوضع الرمز المناسب \ni أو \nexists لتصبح كلّ من العبارات التالية صحيحة :

أ ع <input type="checkbox"/> {ع، م، ل}	ب ٩ <input type="checkbox"/> {٢:٢ عدد صحيح سالب}
ج ٢٣ <input type="checkbox"/> {١، ٢، ٣}	د ق <input type="checkbox"/> مجموعة أحرف كلمة فريق
هـ ٤ <input type="checkbox"/> {٢:٢ عامل أولي من عوامل العدد ٢٠}	و ٥ <input type="checkbox"/> {٥٥٤}

٢ عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر العناصر ومثلها بمخطط ثن .

أ ل = {ب : ب حرف من أحرف كلمة سمسم}

www.kwedufiles.com

ب ع = {أرقام العدد ١٢٩ ٢٣}

ج س = {٢:٢ \ni ص، ٢ عامل من عوامل العدد ٩}

د ل = {هـ : هـ عدد زوجي أكبر من ١٠ وأصغر من ١٥}

هـ ن = {ب : ب \ni ط، ٢٣ > ب \geq ٢٩}

و ٢ = {ج : ج عدد كلي أكبر من ٨ وأصغر من ٩}

٣ عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر صفة مميّزة (بالصورة الرمزية) .

أ $\{ \dots, 15, 12, 9, 6, 3 \} = س$ ب $\{ 5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2 \} = ع$

.....
.....

.....
.....

٤ عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر صفة مميّزة (بالصورة اللفظية) ، ومثّلها بمخطط فّن .

أ $\{ 11, 9, 7, 5, 3 \} = ح$ ب $\{ م, ح, د \} = ط$

.....
.....

.....
.....

www.kwedufiles.com

٥ أكتب كلّاً من المجموعات التالية بذكر العناصر ، ثم حدّد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية أم خالية .

أ $\{ س : ب \mid ب \geq 3, ط \mid 2 \leq ط \} = س$ ب $\{ 1 > 2, ط \mid 2 \leq ط \} = ع$

.....
.....

.....
.....

أ $\{ س : س \mid س \geq 5 \} = ح$ د $\{ س : س \mid س \geq 5 \} = ح$

.....
.....

.....
.....

المجموعة الجزئية – تساوي مجموعتين Subset - Equal Set

٣-١

سوف نتعلم: المجموعة الجزئية وتساوي مجموعتين.



نشاط (١١)



يضم المنتخب الكويتي الوطني الحالي لكرة القدم ١١ لاعباً موزعين بحسب خطة المدرب، وموضحين في المخطط المقابل.

لتكن $S =$ مجموعة فريق المنتخب الكويتي الوطني الحالي

أكمل ما يلي مستعيناً بالمخطط المقابل :

ص هي مجموعة المدافعين = { م ، ط ، ف }

ع هي مجموعة لاعبي الوسط = { د ، ح ، ل }

ه هي مجموعة لاعبي الهجوم = { س ، م ، ع }

هل كل عنصر في ص ينتمي إلى س ؟ وضح ذلك .

العبارات والمقررات :

مجموعة جزئية \supseteq

Subset

مجموعة غير جزئية $\not\supseteq$

Not subset

تساوي مجموعتين

Equal Set

لتكن م ، ن مجموعتين :

المفهوم	التعريف	الرمز	المخطط
المجموعة الجزئية (الاحتواء)	إذا كان كل عنصر من م ينتمي إلى ن فإن م مجموعة جزئية من ن وتقرأ (م محتواة في ن)	$M \subseteq N$	
المجموعة غير الجزئية (عدم الاحتواء)	إذا وجد عنصر من م لا ينتمي إلى ن فإن م ليست مجموعة جزئية من ن وتقرأ (م ليست محتواة في ن)	$M \not\subseteq N$	



تدرب (١)



من الشكل المقابل ، ضع الرمز المناسب \supseteq ، $\not\supseteq$ لتحصل على عبارة صحيحة .

أ $\{8, 4\}$ شجرة	ب $\{7, 3\}$ شجرة
ج $\{8, 4, 3, 2\}$ شجرة	د $\{5, 8\}$ شجرة
هـ $\{س : من حل المعادلةس + 2 = 5\}$ شجرة	و $\{8, 5, 4, 3, 2\}$ شجرة

فكر وناقش

بالرجوع إلى تدريب (١) يقول راشد :

أ إن شجرة مجموعة جزئية (محتواة) في نفسها

ب المجموعة الخالية \emptyset مجموعة جزئية (محتواة) من أي مجموعة .

هل توافقه الرأي ؟ فسر إجابتك

www.kwedufiles.com

ملاحظة :

لأي شجرة نجد أن :

$$(١) \text{ شجرة } \supseteq \text{ شجرة } \quad (٢) \text{ شجرة } \supseteq \emptyset$$

مثال :

إذا كانت شجرة = $\{1, 2, 3\}$ ، فاكتب جميع المجموعات الجزئية من شجرة واذكر عددها :

الحل :

- أ \emptyset المجموعة الخالية (مجموعة بدون عناصر)
- ب $\{1\}$ ، $\{2\}$ ، $\{3\}$ مجموعات جزئية أحادية ذات عنصر واحد
- ج $\{1, 2\}$ ، $\{2, 3\}$ ، $\{3, 1\}$ مجموعات جزئية ثنائية (ذات عنصرين)
- د $\{1, 2, 3\}$ مجموعة جزئية ثلاثية (ذات ثلاثة عناصر)

وتساوي شجرة

إذا عدد المجموعات الجزئية من شجرة = ٨

نشاط (٢)



قام معلّم الصف بتوزيع مجموعة من الأسئلة على مجاميع المتعلّمين وكان نصيب مجموعة محمد السؤال التالي :

إذا كانت $S =$ مجموعة أحرف كلمة "علّم"

$T =$ مجموعة أحرف كلمة "معلّم" ، فأكمل ما يلي لتصبح العبارة صحيحة :

- أ $S = T$
 ب $S = T$
 ج هل $S \supseteq T$ ؟ فسّر
 د هل $S \supseteq T$ ؟ فسّر

هـ ماذا تلاحظ ؟

$S = T$ عندما يكون لهما العناصر نفسها ، أو بمعنى آخر عندما تكون

$S \supseteq T$ ، $T \supseteq S$.



تدرب (٢)

من المخطّط الموضّح أمامك ، أجب عمّا يلي :

- أ هل $4 \supseteq S$ ؟ ولماذا ؟
 ب هل $S \supseteq 4$ ؟ ولماذا ؟ كلا ، لأن $4 \ni S$ ولكن $4 \not\supseteq S$ إذاً $S \not\supseteq 4$.
 ج هل $S = 4$ ؟ ولماذا ؟

تدرب (٣)

أكمل ما يلي مستخدماً $=$ أو \neq لتصبح العبارة صحيحة :

- أ $\{5, 3\}$ $\{5, 3, -\}$
 ب مجموعة أحرف كلمة « حبر » مجموعة أحرف كلمة « بحر » .
 ج $\{3, 2, 1\}$ $\{3, 2, 1\}$
 د $\{2\}$ مجموعة العوامل الموجبة للعدد 6 .
 هـ مجموعة عوامل العدد 9 $\{9, 3, 1, -1, -3, -9\}$
 و مجموعة أرقام العدد ٤٠٥٤١ $\{5, 4, 1, 0\}$

تمرّن :

١ إذا كانت $s = \{1:2 \mid \exists v, 1 \text{ عدد أولي أصغر من } 10\}$ ،

$e = \{b : b \mid \exists p, \text{ مضاعفات العدد } 3 \text{ الأصغر من } 14\}$

أ اكتب بطريقة ذكر العناصر كلّاً من s, e .

ب هل $e \supseteq s$ ولماذا ؟

ج هل $s \supseteq e$ ولماذا ؟

د هل $s = e$ ؟ ولماذا ؟

٢ إذا كانت $s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، $e = \{x \mid x > 1 \text{ و } x < 10\}$ ،

أ اكتب لك بطريقة ذكر العناصر .

ب هل $e = s$ ؟ ولماذا ؟

٣ إذا كانت $s = \{1:2 \mid \text{ عدد فردي محصورة بين } 1, 9\}$ ، $e = \{3, 5, 7\}$ ،

أ اكتب s بذكر العناصر .

ب هل $1 \in s$ ؟ فسّر إجابتك .

ج أذكر المجموعات الجزئية الأحادية والثنائية من s .

د هل $s = e$ ؟ ولماذا ؟

٤ إذا كانت $s = \{5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ ، $e = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ ،

وكانت $s = e$ ، فأوجد قيمة كلٍّ من s, e .

العمليات على المجموعات | تقاطع – واتحاد Operation in Sets | Intersection – Union

٤-١

سوف تتعلم : إيجاد عناصر المجموعة الناتجة من تقاطع أو اتحاد مجموعتين .

نشاط

من أحد فصول الصف الثامن تم تشكيل فريق كرة القدم والمكون من ٧ لاعبين يمثلون المجموعة S ويرمز كل منهم بأحد الرموز (أ، ب، ج، د، هـ، و، ز) وأيضا تم تشكيل فريق كرة السلة والمكون من ٥ لاعبين يمثلون T ويرمز كل منهم بأحد الرموز (ل، م، ن، د، هـ)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اكتب المجموعتين S ، T بذكر عناصرها

$S =$ www.kwedufiles.com

$T =$

٢ اكتب المجموعة التي تعبر عن اللاعبين المشاركين في الفريقين معا



وهم {

٣ مثل كلاً من S ، T من شكل فن المقابل .

٤ ظل المنطقة التي تمثل اللاعبين المشاركين من الفريقين معا .

المنطقة الناتجة من تقاطع المجموعتين S ، T والتي تضم اللاعبين المشاركين من الفريقين معا تسمى **مجموعة التقاطع** .

مجموعة التقاطع بين S ، T : هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى S وتنتمي إلى T أي تنتمي إلى (المجموعتين معا) .

هذه المجموعة تُسمَّى :

اسم المجموعة	تُكتب	تُقرأ	المخطط
مجموعة التقاطع بين S ، V	$S \cap V$	S تقاطع V	

الحالات الخاصّة لتقاطع مجموعتين :

٢

$\emptyset = S \cap V$

١

$S \supset V \leftarrow S \cap V = S$

تدرب (١)

أكمل ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثّل مجموعة التقاطع في كلّ ممّا يلي إن أمكن ذلك .

ك = { }
 ص = { }
 ك ∩ ص = { }

ع = { }
 د = { }
 ع ∩ د = { }
 ماذا تلاحظ ؟

$S = \{1, 2, 4, 5\}$
 $V = \{2, 3, 5, 6\}$
 $S \cap V = \{2, 5\}$
 $S \cap V = \{2, 5\}$
 إذاً $S \cap V = S \cap V$

تدرب (٢)

لتكن S = مجموعة المضاعفات الموجبة للعدد ٣ الأصغر من ١٠ ، E = {١، ٢، ٣، ٩}

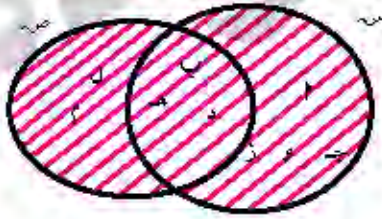
أوجد بذكر العناصر كلّاً من :

$S =$ ، $S \cap E =$ ،
 $E \cap S =$ ، ماذا تلاحظ ؟

ب مثل كلّاً من S ، E بمخطّط فن ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثّل $S \cap E$.

فكر وناقش

بيّن صحة أو خطأ العبارة التالية مع التفسير لأي مجموعتين S ، T ،
إذا كانت $A \Rightarrow (S \cap T) \Rightarrow A$ فإن $A \Rightarrow S$



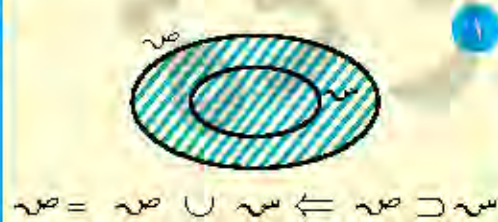
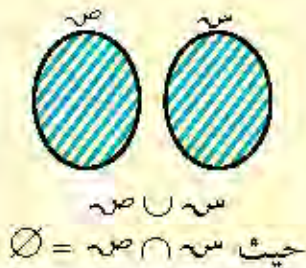
بالرجوع إلى النشاط السابق، ظلل المنطقة التي تمثل مجموعة المتعلمين الذين يمارسون رياضة كرة القدم أو رياضة كرة السلة أو الرياضتين معاً.

مجموعة الاتحاد:
هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى S أو T أو كليهما معاً.

هذه المجموعة تُسمى :

المخطط	تقرأ	تكتب	اسم المجموعة
	$S \cup T$ اتحاد S	$S \cup T$	مجموعة الاتحاد بين S ، T

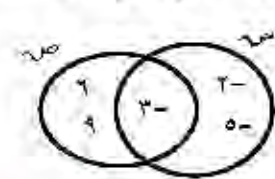
الحالات الخاصة لاتحاد مجموعتين :





تمرين (٣١)

أكمل ما يلي ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل مجموعة الاتحاد .



_____ } = ح
_____ } = ب
_____ } = ح ∪ ب

_____ } = ن
_____ } = ك
_____ } = ك ∪ ن
_____ ماذا تلاحظ ؟

_____ } = هـ
_____ } = ص
_____ } = هـ ∪ ص
_____ } = هـ ∪ ص
_____ ماذا تلاحظ ؟



تمرين (٣٢)

إذا كانت $هـ = \{1 : 10\}$ ، $ط$ ، 1 عدد فردي أصغر من 10 حيث $ط$ هي مجموعة

الأعداد الكلية ، $صه =$ مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من 10 ،

فأوجد بذكر العناصر كلاً من :

$هـ$ ، $صه$ ، $هـ \cap صه$ ، $هـ \cup صه$ ، ثم مثل المجموعتين بشكل فن وظلل منطقة التقاطع .

$هـ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$صه = \{2, 3, 5, 7\}$

$هـ \cap صه = \{2, 3, 5, 7\}$

$هـ \cup صه = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

فكر وناقش

بين صحة أو خطأ العبارة التالية مع التفسير لأي مجموعتين $هـ$ ، $صه$ ،
إذا كانت $1 \in هـ$ ، فإن $صه \in (هـ \cup صه)$.

مثال ١

من خلال مخطط فن الذي أمامك ، فإن :

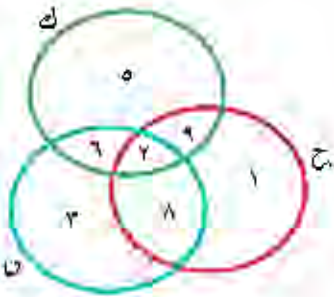
$هـ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$ب = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$ك = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

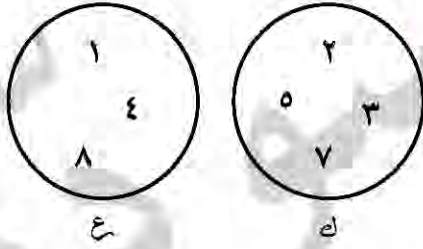
$هـ \cap ب \cap ك = \{2\}$

$هـ \cup ب \cup ك = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

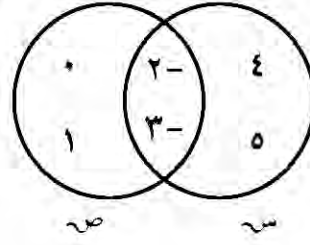


تمرّن :

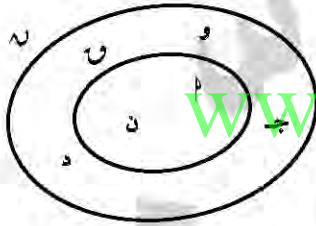
١ أكمل ما يلي ، ثم ظلّل مجموعة التقاطع إن أمكن :



_____ = ك
 _____ = ع
 _____ = $ع \cap ك$
 _____ = $ع \cup ك$



_____ = س
 _____ = ص
 _____ = $ص \cap س$
 _____ = $ص \cup س$



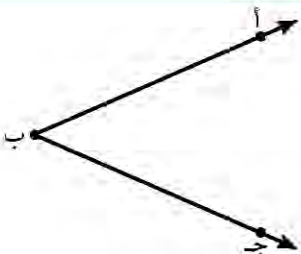
_____ = ن
 _____ = و
 _____ = $ن \cap و$
 _____ = $ن \cup و$

٢ إذا كانت $ع = \{ ٢ : ٢ عامل أولي من عوامل العدد ١٥ \}$ ،

$ن = \{ ٥ ، ٣ ، ١- ، ٢- ، ٣- \}$

فأوجد بذكر العناصر كلّاً من : $ع$ ، $ع \cap ن$ ، $ع \cup ن$ ،

مثل كلّاً من $ع$ ، $ن$ بمخطّط فن ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثّل $ع \cup ن$.



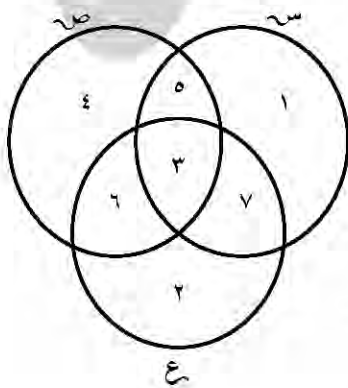
٣ في الشكل المقابل ، أكمل كلّاً ممّا يلي :

_____ = $\overleftrightarrow{ب أ} \cup \overleftrightarrow{ب ج}$
 _____ = $\overleftrightarrow{ب أ} \cap \overleftrightarrow{ب ج}$

٤ إذا كانت $s = \{s : s \ni ط ، ٤ \geq s > ٩\}$ ،
 $v = \{v : v \text{ عامل موجب من عوامل العدد } ٨\}$ ، فأوجد بذكر العناصر كلاً من :
 s ، v ، $s \cup v$ ، $s \cap v$ ، ومثل كلاً من s ، v بشكل فن ، ثم
 ظلل المنطقة التي تمثل $s \cap v$.

٥ إذا كانت s هي مجموعة أحرف كلمة "جمال" ، v هي مجموعة أحرف كلمة
 "سعود" ، فاكتب كلاً من s ، v بذكر عناصرها ،
 ثم أوجد $s \cap v$ ، $s \cup v$.

www.kwedufiles.com



٦ من خلال مخطط فن الذي أمامك ، أكمل ما يلي :

_____ = s
 _____ = v
 _____ = e
 _____ = $s \cap v \cap e$
 _____ = $s \cup v \cup e$

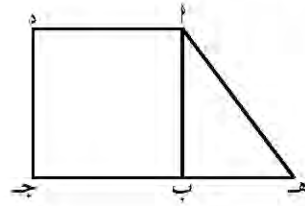
مرادعة الوحدة الأولى Revision Unit One

٥-١

١ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ ، فأَيّ من العبارات التالية صحيحة .

- أ $1 \in S$ ب $7 \in S$ ج $1 \notin S$ د $54 \in S$
هـ $\{3, 1\} \subseteq S$ و $\{7\} \not\subseteq S$

٢ تأمّل الشكل المقابل، وضع الرمز المناسب \in أو \notin أو \subseteq أو \supseteq أو \neq .



- أ $\overline{د ج}$ ب $\overline{ج د}$ ج $\Delta ا ب هـ$
د $\overline{د ج}$ هـ الشكل الرباعي ا هـ ج د

٣ إذا كانت $S =$ مجموعة الأعداد الكلية الأصغر من ٥
 $V = \{0, 1, 2, 3\}$ ، فهل $S = V$ ؟ فسر إجابتك.

٤ إذا كانت $S = \{1: 1, 2: 3, 3: 4, 4: 5, 5: 6\}$ ، فأوجد S ، V ، $S \cap V$ ، $S \cup V$ بذكر العناصر ثم مثل S ، V بمخطط فن وظلل $S \cap V$.

٥ إذا كانت $E = \{س : عدد زوجي أكبر من ١ وأصغر من ٩\}$
 $K = \{٠, ٣, ٤, ٦\}$ ، $M = \{١, ٣, ٤, ٥, ٦\}$ ، فأوجد كلاً ممّا يلي :

- أ $E =$ ب $E \cup K =$
ج $E \cap K =$ د $E \cup K \cup M =$
هـ $E \cap K \cap M =$

اختبار الوحدة الأولى

أولاً : في البنود (١-٤) ظلّل ① إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل ② إذا كانت العبارة غير صحيحة .

②	①	لأي مجموعتين S ، $S \cap S = S \cup S$ فإن $S \cap S = S \cup S$
②	①	إذا كانت $3 \in S \cap S$ ، فإن $3 \in S$
②	①	لأي مجموعة S يكون $\emptyset \subseteq S$
②	①	في الشكل المقابل ، $m \in$ المربع AB جد

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة :

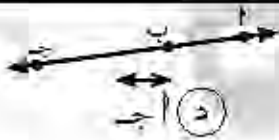


في الشكل المقابل العبارة الصحيحة فيما يلي هي :

① $S \cap T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ② $S \cup T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ③ $S \cap T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ④ $S \cup T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

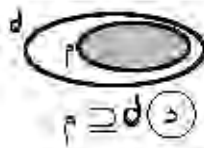
⑤ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ وكان $S = T$ ، فإن $K =$

① ٦ ② ٢ ③ ٧ ④ ٨



① $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{AC}$ ② $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CB}$ ③ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{AC}$ ④ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CB}$

في الشكل المقابل ، $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{AC}$ ① $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{AC}$ ② $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CB}$ ③ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{AC}$ ④ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CB}$



في الشكل المقابل ، المنطقة المظللة يمكن التعبير عنها بالصورة :

① $M \cap D$ ② $M \cup D$ ③ $M \supseteq D$ ④ $M \supseteq D$

⑤ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، فإن S هي :

① $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ④ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

⑥ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، فإن المجموعة الجزئية من S هي :

① ٣ ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ④ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

الأعداد النسبية Rational Numbers

الوحدة الثانية

صناعات ومعادن Industries and Metals



مشروع الوحدة :
(التغذية السليمة)

للصناعة أهمية كبرى في كونها تنوع مصادر الدخل للدولة وترفع من مستوى معيشة الشعوب بما تلذره من مال ، وما توفره من رفاهية للإنسان بمقتنياتها المختلفة .
يقدم أحد مصانع الأغذية نوعين مختلفين من الأغذية :
(١) أغذية تساعد على زيادة الوزن . (٢) أغذية تساعد على فقدان الوزن .

www.kwedufiles.com

الاسم	تعبير لفظي	العدد النسبي
فرح	فقدت كيلوجراماً	-١
نورة	زادت ٢ كيلوجرام ونصف	$2\frac{1}{2}+$
سليم		$1\frac{3}{4}-$
محمد	فقد ٢ كيلوجرام وثلاثة أرباع	
لولوة	زادت كيلوجراماً ونصفاً	
عبدالله	زاد ٢ كيلوجرام وربع	
فهد		$1\frac{1}{4}-$
خالد		$\frac{1}{4}-$
سعد	زاد ٣ أرباع كيلوجرام	

● يُعبر عن زيادة الوزن بإشارة (+)
● يُعبر عن فقدان الوزن بإشارة (-)

خطوة العمل :

- ترتيب الأعداد (الأوزان) تصاعدياً - تنازلياً .
- تمثيل هذه الأعداد (الأوزان) على خط الأعداد .

خطوات تنفيذ المشروع :

- أكمل الجدول المقابل .
- رتب الأوزان المكتسبة تصاعدياً .
- رتب الأوزان المفقودة تنازلياً .
- مثل الأعداد التي تمثل الأوزان (المكتسبة - المفقودة) على خط الأعداد .



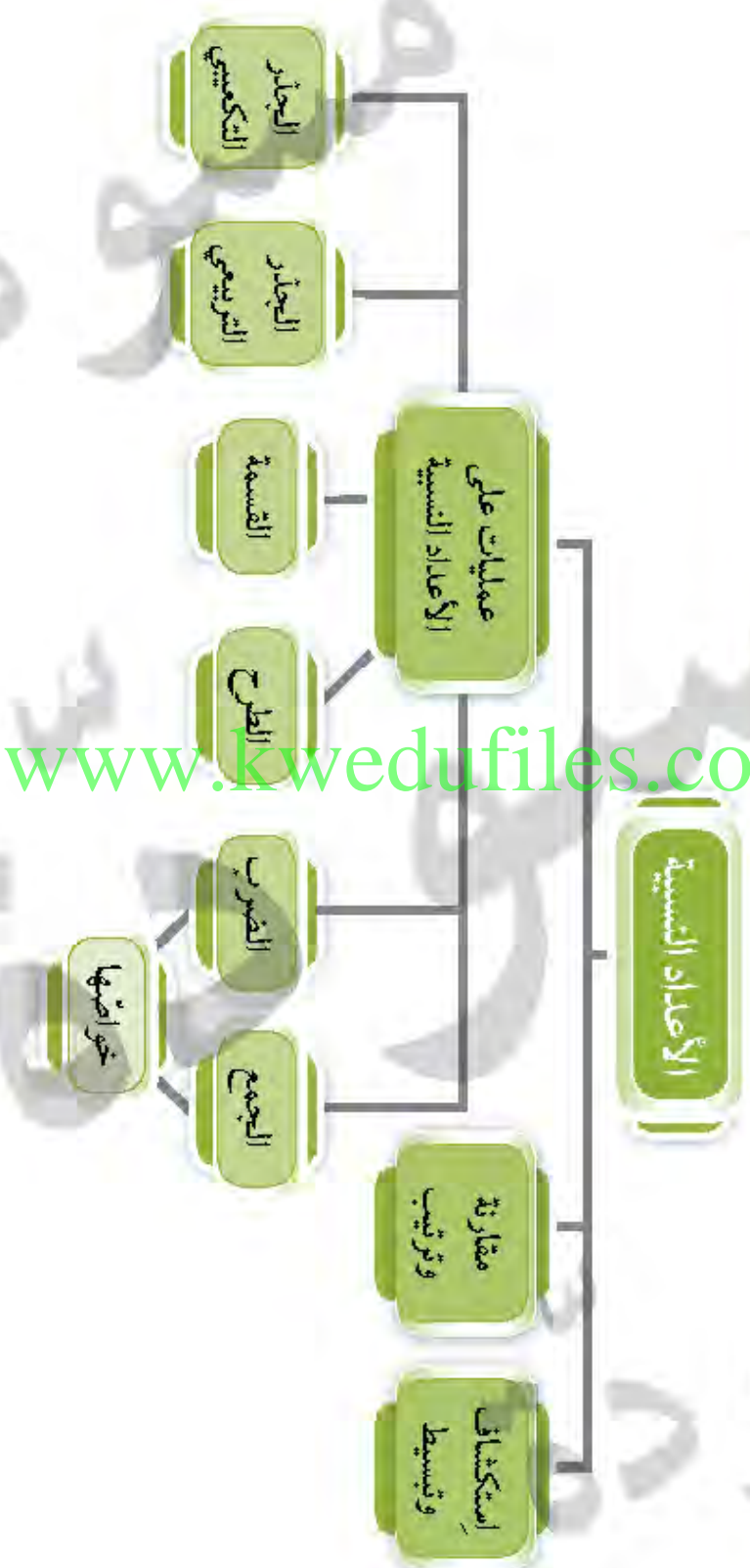
علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات الجداول للتعرف على صحة الحل ، وكذلك للتأكد من ترتيب الأوزان (تصاعدياً - تنازلياً) وتمثيلها على خط الأعداد .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة جدولها لمناقشته .
- تفسر المجموعة ترتيب الأوزان (تصاعدي - تنازلي) .
- تناقش المجموعة كيفية تمثيل الأعداد التي تمثل الأوزان على خط الأعداد .

مخطط تنظيمي للوحدة الثانية



استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها Exploring and Simplifying Rational Numbers

١-٢

سوف نتعلم : استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها.



نشاط (١)

اشترى سمير خمس نسخ من الكتاب نفسه ليهدياها لأصدقائه بمبلغ ٤ دنانير ، فما ثمن الكتاب الواحد ؟
أجب عما يلي :

ثمن الكتاب الواحد = ----- = ----- دينار

هل ثمن الكتاب الواحد هو عدد $\in \mathbb{Z}$ ؟ ط

هل ثمن الكتاب عدد $\in \mathbb{Q}$ ؟ ص

∴ الناتج هو النسبة بين ٤ ، ٥ وهو عدد على صورة $\frac{4}{5}$

نلاحظ ما يلي : $\frac{4}{5} \in \mathbb{Z}$ ط ، $\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$ ص .

$\frac{4}{5} \in$ لمجموعة جديدة من الأعداد نسميها مجموعة الأعداد النسبية حيث $\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$

مجموعة الأعداد النسبية \mathbb{Q}

هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{a}{b}$ حيث a, b عددان صحيحان ، $b \neq 0$

نمبر عنها : $\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \}$

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$ حيث \mathbb{Q}^+ هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة ،

\mathbb{Q}^- هي مجموعة الأعداد النسبية الموجبة .

أمثلة الأعداد النسبية :

$\frac{3}{5}, \frac{7}{11}, 6, +, -, 4, 2, \dots$

كل عدد طبيعي هو عدد نسبي لأنه يمكن وضعه على صورة $\frac{a}{1}$.

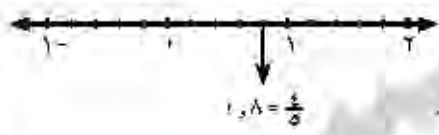
كل عدد صحيح هو عدد نسبي لأنه يمكن وضعه على صورة $\frac{a}{1}$.

معلومات مفيدة :

يستخدم صانعو الملاءات الأعداد النسبية كل يوم لإيجاد قياسات دقيقة وتكرار الأنماط .



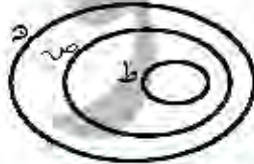
أين يقع العدد $\frac{4}{5}$ على خط الأعداد ؟



لاحظ أن : $0.8 = \dots = \frac{12}{15} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

كلها كسور متكافئة وصور مختلفة لعدد نسبي واحد .

فكر وناقش



استعن بالشكل المقابل وأعط أمثلة لكل من ط، ص على صورة $\frac{1}{b}$.

الأعداد النسبية

عدد عشري غير منته
(متكرر) أو دوري .

مثل : 3 ، $5\overline{71}$ ، 4.4 ، 1.6

عدد عشري منته

مثل : 6 و 1

مثل : 1.5 ، 1.3

يكون على الصورة

$\frac{a}{b}$ ، a ، $b \in \mathbb{Z}$

مثل : $\frac{4}{5}$ ، $\frac{7}{6}$ ، $\frac{1}{2}$

www.kwedufiles.com

الأعداد غير النسبية

3 ، 198 ، 475 ، 683 ...

$\sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{3}$ ، ...

π



تمرين (١)

ضع كلاً مما يلي على صورة $\frac{1}{b}$:

د 3 ، 4

ج -6 ، 1

ب $1\frac{1}{4}$

أ 5



تمرين (٢)

ضع \Rightarrow أو \nRightarrow لتحصل على عبارات صحيحة :

د 17 _____

ص 17 _____

ط 17 _____

د -5 _____

ص -5 _____

ط -5 _____

د $\frac{3}{4}$ _____

ص $\frac{3}{4}$ _____

ط $\frac{3}{4}$ _____

د 3 ، 4 _____

ص 3 ، 4 _____

ط 3 ، 4 _____

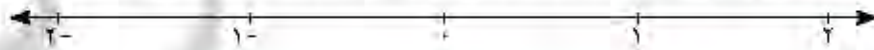
مثال (١)

مثّل الأعداد التالية على خطّ الأعداد .

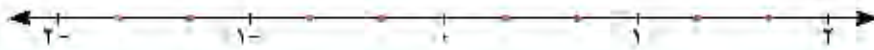
$$\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{6}{3}$$

الحل :

خطوة (١): ترسم خطّ الأعداد محدّدين الصفر ووحدة متساوية .



خطوة (٢): نقسّم كلّ وحدة إلى ٣ أجزاء متساوية تمثّل مقام ٣ .



خطوة (٣): نعيّن النقاط المطلوبة .

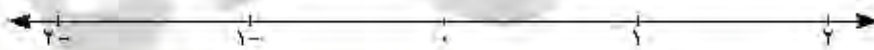


www.kwedufiles.com

تمرين (٣)

مثّل الأعداد التالية على خطّ الأعداد .

$$2, 5, \frac{3}{4}, \frac{7}{4}, \frac{1}{4}$$



ملاحظة :

لايجاد المعكوس والمطلق ،
نستخدم طريقة
الأعداد الصحيحة .

مكروب (٤)

أكمل الجدول التالي :

العدد	-٥	صفر	٣	$\frac{5}{6}$	٧, ٠	-٤, ١
المعكوس الجمعي	٥	_____	-٣	_____	_____	_____
المطلق	٥	صفر	_____	_____	_____	_____

تذكّر !

- يرمز للمطلق ٢
بالرمز |٢|
ومعكوس ٢ هو -٢ .

مثال (٢) :

أكتب العدد $\frac{12}{18}$ في أبسط صورة .

يوسف

أنا سأبسط بالقسمة على ٦

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

بلال

أنا سأبسط بالقسمة على ٢ ثم ٣

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

تذكّر أن :

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \text{ حيث } b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

فكر وناقش

في مثال (٢) السابق ، من المنهات طرقتة أفضل ؟ فسر إجابتك .

تمرين :

أتي من الأعداد التالية نسبي ؟ وأيتها غير نسبي ؟

٧, ٥٢٣٩٨ ...	١, ٧٥ -	١٥, ١ -	$\frac{22}{7}$
٠, ٦ +	٠, ١١٣ +	١١٧ -	$1\frac{7}{9}$

مثل الأعداد النسبية التالية على خط الأعداد .

$$1\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}, ٠, ٦+, ٤-, ١,$$



أكتب كلاً مما يلي في أبسط صورة .

$\frac{15}{12}$	$\frac{25}{45}$	$\frac{12}{24}$
$\frac{24}{8}$	$٠, ١٤$	$\frac{8}{4}$

في التمرينين (٤ ، ٥) اختر الإجابة الصحيحة :

$$= \frac{|3-1|}{5}$$

$$٠, ٦+ \quad ٠, ٦- \quad ٠, ٦+ \quad ٠, ٦-$$

العدد النسبي الدوري هو :

$$\frac{3}{8} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{4}{5}$$

مقارنة وترتيب الأعداد النسبية Comparing and Ordering Rational Numbers

٢-٣

سوف تتعلم : المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها .



معلومات شائعة

يعمل محمد على إعداد مشروع علمي عن الماء والصناعات المتعلقة به . وجد أن درجة تجمّد الماء تختلف باختلاف الارتفاع عن سطح البحر كما هو موضح في الجدول التالي :

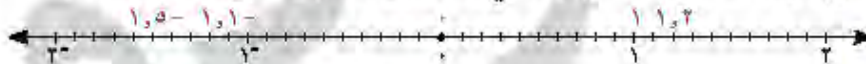
٣٦٠	٣٣٦-	صفر (مستوى سطح البحر)	٣٠٩	٣٣-	الارتفاع أو العمق (بالمتر)
١,٢	١,١-	صفر	١	١,٥-	درجة التجمّد (درجة مئوية)

معلومات شائعة :

يتم استخدام ٢٠٪ من المياه العذبة في الصناعة عالميًا ، في حين تذهب ١٠٪ للاستخدام المنزلي والمحلي ، بينما تذهب ٧٪ للاستهلاك الزراعي . وهذه النسبة تتأثر بمدى تقدم الدولة صناعيًا . لذلك يجب علينا المحافظة على نعمة الماء ورشيد استهلاكه لتضمن تلبية احتياجاتنا صناعيًا واقتصاديًا .



١ مثل درجات التجمّد الواردة في الجدول السابق على خط الأعداد .



٢ من الجدول السابق ، أكمل ما يلي لتكون العبارة صحيحة .

أ درجة التجمّد مئوية هي الأصغر من بين درجات التجمّد .

ب درجة التجمّد ١ مئوية أصغر من درجة التجمّد مئوية .

ج درجة التجمّد -١ و ١ مئوية هي أكبر من درجة التجمّد مئوية .

د رتب درجات التجمّد السابقة تنازليًا .

مثال (١) :

قارن بين العددين النسبيين $2,5$ ، $2\frac{1}{4}$

الحل :

الطريقة الأولى : تحويل العدد النسبي من الصورة العشرية إلى الصورة الكسرية .

$$2\frac{1}{4} = 2\frac{5}{10} = 2,5$$

الطريقة الثانية : تحويل العدد النسبي من الصورة الكسرية إلى الصورة العشرية .

$$2,25 = 2\frac{25}{100} = 2\frac{1}{4}$$

وَأخذ المقامات

ثم قارن

$$2\frac{2}{4} < 2\frac{1}{4}$$

$$2\frac{2}{4} > 2\frac{1}{4}$$

$$2,5 > 2\frac{1}{4}$$

ساوي المنزلات العشرية

ثم قارن

$$2,50 < 2,25$$

$$2,50 > 2,25$$

$$2,5 > 2\frac{1}{4}$$

مذكرات:

$$0,25 = \frac{1}{4}$$

$$0,5 = \frac{1}{2}$$

$$0,75 = \frac{3}{4}$$

$$0,2 = \frac{1}{5}$$

$$0,125 = \frac{1}{8}$$

تدرّب (١) :

ضع < أو > أو = لتصبح العبارة صحيحة :

$$2,5 \bigcirc 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$$0,5 \bigcirc \frac{2}{3}$$

$$\frac{2-}{50} \bigcirc 0,06-$$

$$7\frac{1}{3} \bigcirc 7,3$$

$$0,001- \bigcirc 0,009-$$

$$\frac{1-}{2} \bigcirc \frac{1-}{3}$$

$$\frac{1}{2} \bigcirc \frac{1}{3}$$

$$0,4- \bigcirc 0,6-$$

$$0,4 \bigcirc 0,6$$

فكر وناقش

من خلال تدرّب (١) ماذا تلاحظ ؟

- في البندين (ز ، ح) ، - في البندين (ط ، ي)



تمرين (١٢)

أ) رتب الأعداد التالية ترتيبًا تنازليًا :

$$-٢٥,٠ \quad -٥,٠ \quad ٠ \quad -\frac{١}{٣} \quad ١\frac{١}{٤}$$

الترتيب التنازلي هو : $١\frac{١}{٤}$ ، _____ ، _____ ، _____ ، $-\frac{١}{٣}$

ب) رتب الأعداد التالية ترتيبًا تصاعديًا .

$$٢ \quad -٦,٠ \quad \text{صفر} \quad \left| -\frac{٣}{٤} \right|$$

الترتيب التصاعدي هو : $-٦,٠$ ، _____ ، _____ ، _____



تمرين (١٣)

صنع بدير مجسمًا لمبنى يحوي عمودين ، ارتفاع العمود الأول $٤٢\frac{٣}{٥}$ سم ، وارتفاع العمود الثاني $٤٢\frac{٣}{٥}$ سم . قارن بين الارتفاعين .

تمرين ١٤

أ) ضع < أو > أو = لتصبح العبارة صحيحة :

$$-٢٨,٥ \quad \bigcirc \quad -٢,٥ \quad \text{ب}$$

$$-\frac{٢}{٥} \quad \bigcirc \quad -\frac{٢}{٣} \quad \text{أ}$$

$$-٣٠,٤ \quad \bigcirc \quad -٣٠,٤ \quad \text{د}$$

$$-٥,٠ \quad \bigcirc \quad -\frac{٢}{٥} \quad \text{ج}$$

$$\frac{٥}{٨} \quad \bigcirc \quad ٢\frac{٣}{٤} \quad \text{و}$$

$$\frac{٧}{٢٥} \quad \bigcirc \quad \frac{٧}{١١} \quad \text{ز}$$

$$-\frac{٢}{٥} \quad \bigcirc \quad -٢\frac{١}{٤} \quad \text{ح}$$

$$\frac{١}{٣} \quad \bigcirc \quad -٣,٠ \quad \text{ز}$$

٢ رتّب ما يلي ترتيبًا تصاعديًا :

١ $\frac{3}{4}$ ، $-\frac{5}{6}$ ، $+$ ، $-\frac{5}{6}$ ، $1-$

ب $\frac{7}{9}$ ، $+$ ، $+$ ، $8-$ ، 1 ، $-\frac{3}{5}$

٣ رتّب ما يلي ترتيبًا تنازليًا .

$7, 23$ ، $9, 7-$ ، $7\frac{1}{5}$ ، $6\frac{1}{3}-$

www.kwedufiles.com



٤ يقضي صائغ حلّي ٤ ، ٣ ساعات لصياغة سوار من الذهب ، بينما يقضي ٣ ساعات وثلاثة أرباع الساعة لصياغة سوار من الفضة ، أي نوع من الأساور يقضي الصائغ وقتًا أطول في صياغتها ؟



جمع الأعداد النسبية Adding Rational Numbers

٣-٢

سوف تتعلم: جمع الأعداد النسبية.

تصاها

يوضح الجدول التالي فائضًا (+) أو عجزًا (-) في الميزانية السنوية لـ ٤ شركات صناعية بآلاف الدنانير الكويتية.

الشركة	الشركة (١)	الشركة (٢)	الشركة (٣)	الشركة (٤)
السنة الأولى	٣, ٦+	٢, ٣+	٤, ٥+	١, ٥-
السنة الثانية	١, ٣+	٣, ٤-	١, ٥-	٣, ٥-

من خلال الجدول السابق، أجب عما يلي:

١ حدد ما إذا كانت الشركة (١) قد حققت فائضًا أو عجزًا خلال السنتين.

ب أوجد مجموع ما حققته الشركة (١) من فائض أو عجز خلال السنتين.

المجموع = (٣, ٦+) + (١, ٣+) = (____ + ____)+ = (____ + ____)+
إذا المجموع = ____ ألف دينار فائض.

ج حدد ما إذا كانت الشركة (٤) قد حققت فائض أو عجزًا خلال السنتين.

د أوجد مجموع ما حققته الشركة (٤) من فائض أو عجزًا خلال السنتين.

المجموع = (١, ٥-) + (٣, ٥-) = (____ + ____)- = (____ + ____)-
إذا المجموع = ____ ألف دينار.

مما سبق تلاحظ أن:

لأي عددين نسبيين a ، b حيث a ، $b \in \mathbb{Z}$ ، فإن:

$$(a+b)+ = (a+)+(b+)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

العبارات والمقررات:

خاصية الإبدال

Commutative Property

خاصية التجميع

Associative Property

خاصية التوزيع

Distributive Property

معلومات مفيدة:

يقوم صانعو الحلويات بجمع الأعداد الصحيحة والكسور والكسور العشرية عند تحضير أنواع الحلويات المختلفة.



تذكر أن:

لأي عددين a ، $b \neq$ صفر،

$a, b \in \mathbb{Z}$ ، فإن:

$$(a+b)+ = (a+)+(b+)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$a, b \in \mathbb{Z}$ ، فإن:

$$(a+b)+ = (a+)+(b+)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$

$$(a+b)- = (a-)+(b-)$$



تمرين (١)

أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

أ $(\frac{2}{5}) + \frac{3}{8} =$

$(\frac{2}{5} + \frac{3}{8}) =$
 $=$

ب $(5\frac{1}{4}) + \frac{3}{8} =$

$(5\frac{1}{4} + \frac{3}{8}) =$
 $=$

وخذ المقامات

اجمع السط
واجمع الصحيح

سط

ج $5 + \frac{2}{3} =$

$5 + \frac{2}{3} =$

اجمع العددين في
الصورة نفسها

وخذ المقامات

اجمع

د $5 + 7 + \frac{3}{8} =$

$5 + 7 + \frac{3}{8} =$

www.kwedufiles.com

فكر وناقش

من خلال النشاط السابق ، أيهما أكبر :

ب $5, 4 \mid 5, 1 \mid 5, 1 \mid 5, 1$

أ $3, 2 \mid 3, 2 \mid 3, 2 \mid 3, 2$

ثم فسر إجابتك .

بالرجوع إلى النشاط السابق :

أوجد مجموع السنتين معًا للشركة (٣) كما هو موضح في الشركة (٢) :
 للشركة (٢) للشركة (٣)

$$\text{المجموع} = ٤, ٥ + (١, ٥ -)$$

$$= \frac{٤٥}{١٠} + \frac{١٥}{١٠}$$

لاحظ أن العددين في البسط صحيحان

$$= \frac{60}{10}$$

إذاً المجموع = ٦

$$\text{المجموع} = ٢, ٣ + (٣, ٤ -)$$

$$= \frac{٢٣}{١٠} + \frac{٣٤}{١٠}$$

لاحظ أن العددين في البسط صحيحان

$$= \frac{٥٧}{١٠} = \frac{١١-}{١٠} = \frac{(٢٣-٣٤)-}{١٠}$$

إذاً المجموع = ٥, ٧

مما سبق نلاحظ أن :

لأي عددين نسبيين ١ ، ب \Rightarrow ٥ ، فإن :

$$(١ +) + (ب -) = (ب -) + (١ +) ، | ١ | < | ب |$$

$$(١ -) + (ب -) = (ب -) + (١ -) ، | ١ | < | ب |$$

www.kwedufiles.com

تدرب (٢)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ (١) $(٠, ٥ -) + ٠, ١٥$

ساوي المنزلات العشرية

$$= \frac{15}{10} + \frac{05}{10}$$

اجمع وفق القاعدة

$$= \frac{20}{10} = ٢$$

ب (٢) $٣ \frac{٣}{٧} + ١ \frac{١}{٦}$

وحد المقامات

$$= ٣ \frac{٣}{٧} + ١ \frac{٧}{٤٢}$$

اجمع وفق القاعدة

$$= ٣ \frac{١٨}{٤٢} = ٣ \frac{٣}{٧}$$

تدرب (٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ (١) $(\frac{٢}{٩} -) + (\frac{٥}{٩} -)$

ب (٢) $(\frac{٥}{٩} -) + (\frac{٢}{٩} -)$

ماذا تلاحظ في أ ، ب ؟

لكل ١ ، ب \Rightarrow ٥ ، فإن :

(خاصية الإبدال لعملية الجمع على ٥) $١ + ب = ب + ١$

تدرّب (٤)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\text{أ} \quad \frac{2}{3} + 0 \quad \text{ب} \quad 0 + \frac{2}{3} \quad \text{ج} \quad 8 - 0 + 0 \quad \text{د} \quad 0 + (-8, 0)$$

ماذا تلاحظ في أ ، ب ، ج ، د ؟

لكل $a \in \mathbb{R}$ ، فإن :

$$a = a + 0 = 0 + a \quad (\text{خاصية العنصر المحايد لعملية الجمع على } \mathbb{R})$$

تدرّب (٥)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\text{أ} \quad \frac{4}{5} + (-\frac{4}{5}) \quad \text{ب} \quad -2, 5 + (2, 5) \quad \text{ج} \quad 3\frac{2}{7} + (-3\frac{2}{7})$$

ماذا تلاحظ في أ ، ب ، ج ؟

لكل $a \in \mathbb{R}$ ، فإن :

$$a + (-a) = 0 \quad (\text{خاصية المعكوس الجمعي في } \mathbb{R})$$

تدرّب (٦)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\text{أ} \quad \frac{2}{7} + (3 + \frac{2}{7}) \quad \text{ب} \quad 3 + (\frac{2}{7} + \frac{2}{7})$$

ماذا تلاحظ في أ ، ب ؟

لكل $a, b \in \mathbb{R}$ ، فإن :

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad (\text{الخاصية التجميعية لعملية الجمع على } \mathbb{R})$$

مثال :

أذكر اسم الخاصية المستخدمة لحل التمرين التالي :

$$(1\frac{2}{9} -) + 3\frac{5}{9} + 1\frac{2}{9}$$

الحل :

الخاصية التجميعية

$$((1\frac{2}{9} -) + 3\frac{5}{9}) + 1\frac{2}{9} =$$

الخاصية الإبدالية

$$(3\frac{5}{9} + (1\frac{2}{9} -)) + 1\frac{2}{9} =$$

الخاصية التجميعية

$$3\frac{5}{9} + ((1\frac{2}{9} -) + 1\frac{2}{9}) =$$

خاصية المعكوس الجمعي

$$3\frac{5}{9} + \text{صفر} =$$

خاصية العنصر المحايد

$$3\frac{5}{9} =$$

فكر وتناقش

قال عبد الرحمن: إنني أستطيع حل السؤال التالي بعدة طرق .

$$(14\frac{4}{5} -) + 8\frac{1}{5} + 4,5 -$$

هل توافقه الرأي ؟ اذكر إحدى هذه الطرق .

تمرين ٢

أوجد الناتج وضعه في أبسط صورة إن أمكن .

$$\text{ب) } \underline{\hspace{2cm}} = (2 -) + 9 -$$

$$\text{أ) } \underline{\hspace{2cm}} = (5 -) + 7$$

$$\text{د) } \underline{\hspace{2cm}} = 16 + 24$$

$$\text{ج) } \underline{\hspace{2cm}} = 8 + 13 -$$

$$\text{و) } \underline{\hspace{2cm}} = (\frac{2}{9} -) + \frac{2}{9}$$

$$\text{هـ) } \underline{\hspace{2cm}} = (2,5 -) + 3,2 -$$

$$\text{ج} \quad \left(\frac{1}{10} \right) + \dots$$

$$\text{ز} \quad \frac{1}{2} + 7,4$$

$$\text{ي} \quad (3,7) + 6 \frac{7}{8}$$

$$\text{ط} \quad (9 \frac{3}{5}) + 7 \frac{4}{7}$$

$$\text{ل} \quad (1 \frac{5}{8}) + | 4 \frac{7}{8} |$$

$$\text{ك} \quad (-3,4) + \frac{2}{9}$$

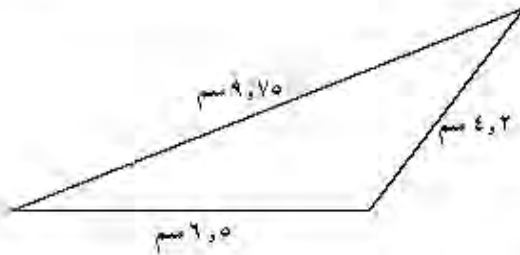
$$\text{ن} \quad (13 \frac{4}{5}) + 7 \frac{3}{4} + 4,62$$

$$\text{م} \quad (2 \frac{3}{5}) + (14 \frac{2}{3}) + 2 \frac{3}{5}$$

www.kwedufiles.com



١ تتضمن مقادير عمل فطائر $\frac{5}{8}$ كيلوجرام من الجوز،
 $\frac{1}{4}$ كيلوجرام من البندق، كم كيلوجرامًا من هذه
 المكسرات يلزمك؟



٢ أوجد محيط الشكل المرسوم .

٣ قرّب الناتج لأقرب جزء من عشرة .

طرح الأعداد النسبية Subtracting Rational Numbers

٤-٢

سوف تتعلم : طرح الأعداد النسبية .

العبارات والمفردات :

المعكوس الجمعي .
(النظير الجمعي)

Additive
Inverse

نشاط



في المناطق الجديدة تقوم وزارة الكهرباء والماء بتوصيل الكابلات الكهربائية للمساكن ولمنشآت أخرى . فإذا كان لدينا بكرة فيها $15\frac{3}{4}$ متراً من الكابلات الكهربائية ونحتاج إلى $5\frac{1}{4}$ أمتار من الكابلات الكهربائية لتمديد لأحد المنازل ، فما هو طول الكابل الباقي ؟

لايجاد ذلك يمكننا التواصل إلى الناتج بالطريقتين التاليتين :

الطريقة الثانية : (جمع النظير الجمعي)

$$(5\frac{1}{4} -) + 15\frac{3}{4}$$

$$=$$

$$=$$

الطريقة الأولى : (الطرح)

$$15\frac{3}{4} -$$

$$15\frac{3}{4} =$$

$$=$$

ماذا تلاحظ ؟

معلومات مفيدة :

يوظف العمال الذين يقومون بإصلاح شبكات الهاتف مفاهيم طرح الأعداد الصحيحة والكسور العشرية عند ضبط أعطال الشبكة لإصلاح الخطوط صلب هبوب عاصفة .



تذكر أن :

• إذا كان a ، $b \in \mathbb{Z}$ فإن $a - b = a + (-b)$ (المعكوس (النظير) الجمعي للعدد النسبي

$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + (-\frac{c}{d})$ حيث $b \neq 0$ ، $d \neq 0$ هو

ملاحظة :

• طرح الأعداد النسبية يشبه طرح الأعداد الصحيحة وطرح الكسور .

• لكل $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ ، $b \neq 0$ ، $d \neq 0$ ، فإن :

$$(\frac{a}{b} -) + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} - \frac{c}{d}$$

لاحظ أن :

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + (-\frac{c}{d})$$



تدريب (١)

أوجد الناتج في أبسط صورة .

١ $(3\frac{1}{8} -) - 4\frac{5}{8}$

استبدل عملية الطرح
بعملية جمع العكس
الجمعي

$_____ + 4\frac{5}{8} =$

$_____ =$

$_____ =$

٢ $|\frac{3}{5}| - 4,6 =$

$_____ - 4,6 =$

$_____ + 4,6 =$

$_____ =$

٣ $(12,975 -) - 8\frac{1}{4} =$

ضع العددين في الصورة
نفسها إما في الصورة
العشرية أو في الصورة
الاعتيادية .

$(\frac{1}{4}) - \frac{1}{4} =$

$_____ + \frac{1}{4} =$

٤ $6\frac{2}{3} - 2\frac{2}{5} =$

$_____$

$_____$

$_____$

www.kwedufiles.com

٥ $(1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} -) - 3\frac{1}{5} =$

$(1\frac{1}{4}) - 3\frac{1}{5} =$

$_____ =$

$_____ =$

٦ $(4,3 -) - 9\frac{1}{5} =$

$_____ =$

$_____ =$

$_____ =$

$_____ =$



تمرين (٢)

مع عبد الرحمن ٢٨ دينارًا، أراد أدوات منزلية بمبلغ ١٣,٢٥ دينارًا، وأدوات صباغة بمبلغ $14\frac{1}{4}$ دينارًا. فهل ما معه يكفي لشراء الأدوات المنزلية وأدوات الصباغة ؟
(وظف مفهوم التقريب لعدد كلي لاتخاذ قرارك) .

$_____$

$_____$

$_____$

فكر وناقش

اكتب مسألة لفظية تتطلب طرح عددين نسبيين مختلفي المقام ، ثم أوجد الناتج .

تمرّن

أوجد الناتج وضّعه في أبسط صورة لكلّ مقالي :

ب $2\frac{4}{7} - 4\frac{1}{5}$

أ $17\frac{17}{25} - 17\frac{17}{20}$

د $8\frac{2}{3} - (5\frac{1}{4} -)$

ج $5 - (3\frac{2}{7} -)$

و $4\frac{3}{5} - (1\frac{1}{10} + 7\frac{1}{7} -)$

هـ $5\frac{3}{5} - 3\frac{2}{20}$

ح $7\frac{7}{8} - (12,95 -)$

ز $1,3 - | 6,57 - |$

ي $57,9 - 15,3$

ط $12,64 - 14\frac{5}{8}$

www.kwedufiles.com



١ يمارس سعود وفهد رياضة الجري يوميًا لمسافة $6\frac{1}{4}$ كم من منزلهما إلى الحديقة العامة . فإذا استراحا بعد قطع مسافة ٣، ٢ كم ، فما هي المسافة التي يجب أن يقطعها ليصلا إلى الحديقة العامة ؟



٢ إذا كان سعر السهم لإحدى الشركات في سوق الأوراق المالية هو ١٣٥، ٣ دينار كويتي ، ثم انخفضت قيمة هذا السهم إلى $1\frac{1}{4}$ دينار كويتي ، فما هو التغير في سعر هذا السهم ؟

ضرب الأعداد النسبية Multiplying Rational Numbers

٥-٢

سوف تتعلم : ضرب الأعداد النسبية .

نشاط ١



شاهدت غنيمة فيلًا وثائقياً عن أساليب البقاء لدى الحيوانات ، فعلمت أن الفهد الصياد يُعتبر من أسرع الحيوانات الثديية حيث تصل سرعته إلى ١٢٠ كم / الساعة تقريباً ، بينما تبلغ سرعة الفيل ثلث سرعة الفهد الصياد ، فما هي سرعة الفيل ؟ لإيجاد سرعة الفيل :

أ - حدّد العملية المطلوبة .

ب - سرعة الفيل =

ملاحظة :

- إذا كان $\frac{p}{b}$ ، $\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{p}{b} \cdot \frac{c}{d}$ ، $b \neq 0$ ، $d \neq 0$ ، فإن :

$$\frac{p}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{p \times c}{b \times d}$$

تدرب (١)

أوجد ناتج :

١ $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$

ب $\frac{5}{8} \times \frac{7}{9}$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{7}{9} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

(لاحظ أن العددين في كل من البسط والمقام عددان صحيحان)

العبارات والمقررات :

المعكوس

(النظير) الضربي

Multiplicative
Inverse

معلومات مفيدة :

تُعتبر صناعة الأفلام الوثائقية واحداً من التحديات في عالم الإنتاج السينمائي ، فهي تعرض العديد من جوانب الحياة بشئى المجالات وتحمل جانباً من المعلومات العلمية والتاريخية ، فلذلك يستخدم صناع الأفلام الأعداد النسبية لترتيب مشاهد الفيلم الواحد .



تذكر أن :

$$6+ = (3+) \times (2+)$$

$$6+ = (3-) \times (2-)$$

$$6- = (3+) \times (2-)$$

$$6- = (3-) \times (2+)$$

تدرّب (٢)

أوجد ناتج $3\frac{3}{4} \times 1,2$ بطريقتين .

• الطريقة الأولى :

$$3\frac{3}{4} \times 1,2 =$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{12}{10} =$$

$$= \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

$$= \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

بسّط ثم اضرب .

$$= \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

صّع العدد في أبسط صورة .

• الطريقة الثانية :

$$3\frac{3}{4} \times 1,2 =$$

$$= 3,75 \times 1,2 =$$

(صّع العددين في الصورة نفسها)

٣٧٥

$$\times$$

$$=$$

$$+$$

$$=$$

تدرّب (٣)

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي وضعه في أبسط صورة .

$$\text{أ} \quad \frac{3-}{8} \times \frac{4-}{5}$$

$$\text{ب} \quad \frac{4-}{5} \times \frac{3-}{8}$$

قارن بين الإجابتين في أ و ب . ماذا تلاحظ ؟

لكلّ ١ ، ب \Rightarrow ٢ ، فإن :

(خاصيّة الإبدال في عملية الضرب على ٢) $٢ \times ب = ب \times ٢$

تدريب (٤)

أوجد ناتج كل مما يلي وضمعه في أبسط صورة .

ب $(\frac{7}{3} \times \frac{5}{7}) \times \frac{1}{5}$

أ $\frac{7}{3} \times (\frac{5}{7} \times \frac{1}{5})$

قارن بين الإجابتين في أ و ب . ماذا تلاحظ ؟

لكل ١ ، ب ، ج \Rightarrow د ، فإن :

(خاصية التجميع لعملية الضرب على د) $(١ \times ب) \times ج = ١ \times (ب \times ج)$

تدريب (٥)

أوجد ناتج كل مما يلي :

ب $1 \times 2 - \frac{1}{4}$

أ $\frac{1}{9} \times 1$

د $0 \times 3 - \frac{1}{4}$

ج $\frac{2}{5} \times 0$

مما سبق ماذا تلاحظ ؟

لكل ١ \Rightarrow د ، فإن :

(خاصية العنصر المحايد لعملية الضرب على د) $١ = ١ \times ١ = ١ \times ١$

(خاصية الضرب في صفر لعملية الضرب على د) $0 = ١ \times 0 = 0 \times ١$

تذكر أن :
- المعكوس (العكس)
الضرب للعند ١ هو
 $\frac{1}{١} \neq ١$ صفر
حيث $١ \Rightarrow ١$

تدريب (٦)

أوجد ناتج كل مما يلي :

ب $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}$

أ $\frac{9}{4} \times \frac{2}{9}$

ماذا تلاحظ ؟

لكل $a \neq 0$ ، فإن :

$$1 = a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a$$

(خاصية المعكوس الضربي لعملية الضرب على $\neq 0$)



تدريب (٧)

أوجد الناتج في كل مما يلي وضعه في أبسط صورة .

١ $(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}) \times \frac{2}{9}$

تذكر !

- أولوية إجراء ترتيب

العمليات عند الحاجة.

- لكل

$a, b, c \Rightarrow a \times (b + c) =$

فإن :

$$= (a \times b) + (a \times c)$$

$$(a \times b) + (a \times c)$$

• الطريقة الثانية :

$$(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}) \times \frac{2}{9}$$

$$= (2\frac{1}{2} \times \frac{2}{9}) + (1\frac{1}{4} \times \frac{2}{9}) =$$

$$= (\frac{5}{2} \times \frac{2}{9}) + (\frac{5}{4} \times \frac{2}{9}) =$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{5}{18} = \frac{45}{18} + \frac{5}{18} =$$

$$= \frac{50}{18} = \frac{25}{9}$$

• الطريقة الأولى :

$$(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}) \times \frac{2}{9}$$

(وخذ المقامات)

$$= (\frac{5}{2} + \frac{5}{4}) \times \frac{2}{9} =$$

$$= \frac{10}{4} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{9} =$$

$$= \frac{15}{4} \times \frac{2}{9} =$$

$$= \frac{15}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{2}$$

ماذا تلاحظ ؟

لكل a, b, c ، جـ \Rightarrow

$$(a \times b) + (a \times c) = a \times (b + c)$$

(الخاصية التوزيعية لعملية الضرب على الجمع في $\neq 0$)

تذكروا قس



هل عملية الضرب تتوزع على عملية الطرح في $\neq 0$ ؟ فسر إجابتك .

تمرّن :

١ أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{2}{5}$	$٠,٧-$	$٠,٣-$	$٢\frac{1}{4}-$	$٣,٧٥$
المعكوس الضربي للعدد		$\frac{1-}{7}$			

٢ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

ب $١٠- \times ١٧-$

أ $١٢ \times ٤-$

د $\frac{2}{5} \times ٢\frac{1}{2}$

ج $(\frac{15}{9-}) \times \frac{3-}{5}$

و $(٢\frac{1}{5}-) \times ١,٦$

هـ $(١\frac{1}{3}-) \times ٢\frac{1}{4}$

ح $٢\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$

ز $١,٣ \times ٣,١$

www.kwedufiles.com

أوجد ناتج كل مما يلي وضعه في أبسط صورة . (مستخدمًا خواص ضرب الأعداد النسبية) .

ب $(3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2}) \times \frac{3}{5}$

أ $(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}) \times \frac{2}{5}$

د $(0,9-) \times (1\frac{2}{3} + 2\frac{4}{9}-)$

ج $2\frac{1}{5} \times (1\frac{1}{4} + \frac{2}{5})$

هـ $(\frac{8}{5}-\frac{5}{6}) \times \frac{1}{5} \quad (3-\frac{1}{2}) \times \frac{1}{6} - (1-\frac{1}{6}) \times \frac{1}{2}$



يبلغ طول قطعة من الخشب $2\frac{1}{4}$ متر ، قطع النجار $\frac{2}{3}$ هذه القطعة لاستعمالها في صناعة خزانة ، فما طول قطعة الخشب الباقية ؟

قسمة الأعداد النسبية Dividing Rational Numbers

٦-٢

سوف تتعلم : قسمة الأعداد النسبية .

نشاط :



يضع أحمد وسالم $3\frac{3}{4}$ لترات من الصلصة في علب سعة الواحدة $\frac{1}{4}$ لتر .

ما عدد العلب اللازمة التي سعتها $\frac{1}{4}$ لتر ؟

لايجاد عدد العلب اللازمة ، اتبع الخطوات التالية :

١ حدد العملية المطلوبة :

ب عدد العلب =

أكتب $3\frac{3}{4}$ على شكل كسر مركب

$$\frac{3\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3\frac{3}{4} \times \frac{4}{4}}{\frac{1}{4} \times \frac{4}{4}} = \frac{13\frac{3}{4}}{1} = 13\frac{3}{4}$$

حوّل القسمة إلى ضرب في
المعكوس الضربي للمقسوم عليه ،
ثم اختصر .

$$\frac{13\frac{3}{4}}{1} = \frac{13\frac{3}{4} \times \frac{4}{4}}{1 \times \frac{4}{4}} = \frac{13\frac{3}{4}}{1} = 13\frac{3}{4}$$

إذا عدد العلب اللازمة علبة .

لقسمة عدد نسبي على آخر ، اضرب في المعكوس الضربي
للعدد الآخر واتبع قاعدة ضرب الأعداد النسبية .



تدرب (١)

أكمل الجدول التالي :

العدد	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{4}$	$1\frac{7}{12}$	-9 ، $+$	$3\frac{1}{4}$
العدد في صورة $\frac{p}{b}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{4}$			
المعكوس الضربي	$\frac{3}{2}$				

تذكر أن :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

حيث a, b, c, d حيث $b, c, d \neq 0$
صفر

تذكر أن :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

حيث a, b, c, d حيث $b, c, d \neq 0$
صفر

فكر وناقش

هل للصفر معكوس جمعي أو معكوس ضربي؟



تدريب (٧)

أوجد ناتج القسمة في أبسط صورة :

١ $\frac{1}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \div 2 \frac{5}{6}$

$\frac{1}{3} \times \frac{17}{1} =$

$\frac{1 \times 17}{3 \times 1} =$

ب $(\frac{2}{5}) \div (2,84) =$ حول إلى الصورة

العشرية ثم اقسم

$(\frac{2}{5}) \div (2,84) =$

$\frac{2}{5} \div 2,84 =$

$\frac{2}{5} \div 2,84 =$

www.kwedufiles.com

٢ $(3 \frac{1}{2}) \div 7 =$

$3 \frac{1}{2} \div 7 =$

$3 \frac{1}{2} \times 7 =$

$3 \frac{1}{2} \times 7 =$

٣ $(3 \frac{3}{4}) \div 5 \frac{5}{8} =$

$3 \frac{3}{4} \div 5 \frac{5}{8} =$

$3 \frac{3}{4} \times 5 \frac{5}{8} =$

$3 \frac{3}{4} \times 5 \frac{5}{8} =$

$3 \frac{3}{4} \times 5 \frac{5}{8} =$

تدريب (٣٠)



أرادت ندى تصميم نموذج لعلم دولة الكويت القديم.
فإذا كان العلم الواحد يحتاج إلى $1\frac{1}{4}$ متر من القماش
الأحمر، فما عدد الأعلام التي يمكن صنعها باستخدام
 $6\frac{1}{4}$ أمتار من القماش نفسه؟

أ حدد العملية المطلوبة :

ب عدد الأعلام =

فكر وناقش



هل ناتج قسمة كسرين اعتياديين يقع كل منهما بين ١،٠ يكون دائمًا عددًا أكبر
من واحد صحيح؟ ناقش صحة العبارة موضِّحًا رأيك بأمثلة .

تمرّن

أوجد ناتج كلٍّ مما يلي في أبسط صورة .

ب $\frac{2}{10} \div \frac{4}{5}$

أ $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

$$(\frac{2}{3} - 4) \div 12 \frac{1}{4}$$

$$(\frac{9}{16} - 3) \div$$

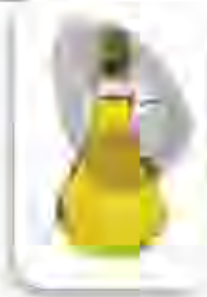
$$2,8 \div \frac{12-}{20}$$

$$6 \frac{3}{10} \div 49$$

$$(\frac{7}{9} - 11) \div 7$$

$$(\frac{4}{5} - 8,36) \div$$

www.kwedufiles.com



١ يراد تفريغ $26 \frac{1}{4}$ لتر من الزيت في عبوات سعة كل منهما $1 \frac{3}{4}$ لتر . ما أصغر عدد من العبوات يلزم لتفريغ الزيت كله ؟

٢ رصدت إحدى المدارس المتوسطة مبلغ ١٣٥ دينارًا للحفل ختام العام الدراسي . إذا ساهم كل مشترك بمبلغ ٥, ٤ دنانير ، فما عدد الأشخاص الذين ساهموا في الحفل ؟

الجذر التربيعي لعدد نسبي Square Root of Rational Numbers

٧-٢

سوف نتعلم : إيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب :

نشاط :



ذهب عبد الكريم إلى مصنع الألومنيوم لمشاهدة بعض أعمالهم واختيار ما هو مناسب لمنزله الجديد . فاختار شباكًا مربعًا مساحته $٩ \text{ م}^٢$ ، وشباكًا مربعًا آخر مساحته $٩ \text{ م}^٢$ ، وبوابة مربعة ضخمة للمدخل الرئيسي مساحتها $١٦ \text{ م}^٢$.

ساعد عبد الكريم على معرفة طول كل ضلع مما اختاره حتى يتمكن من عمل اللازم عند البناء ، وذلك بإكمال الجدول .

الشكل			
مساحة منطقتة	$٩ \text{ م}^٢$	$٩ \text{ م}^٢$	$١٦ \text{ م}^٢$
المساحة بصورة أشية	$٩ = ٣ \times ٣ = ٣^٢$		
طول الضلع	٣ م		

تعميم
لأي عدد نسبي $\frac{١}{ب}$ يكون : مربع العدد $\frac{١}{ب} = (\frac{١}{ب})^٢ = \frac{١}{ب} \times \frac{١}{ب} = \frac{١}{ب^٢}$

تدريب (١)
أكمل الجدول التالي :

العدد	٣	٧	٨-	٩	١٠	$٢ \frac{١}{٧}$ -	٩	٩-	$\frac{٢}{٥}$
مربعه			٦٤				٨١		$\frac{٤}{٢٥}$

ملاحظة :

مربع أي عدد نسبي لا يساوي الصفر ، هو دائمًا عدد موجب ، $١ \in \mathbb{N}$ ، $٠ \neq ٠$ ، $٠ < ٠$

العبارات والمقررات :

مربع العدد

Square of
a Number

الجذر التربيعي

Square Root

تذكر أن :

مساحة المنطقة المربعة

= طول الضلع \times نفسه

= $ل \times ل = ل^٢$

تذكر أن :

مربع العدد $٢ = ٢^٢$

$٤ = ٢ \times ٢ = ٢^٢$



تدريب (٢)

ضع كلاً مما يلي على صورة: $\sqrt{\frac{p}{q}}$:

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7} = 0,714$$

$$\sqrt{\frac{144}{121}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{121}} = \frac{12}{11} = 1,091$$

$$\sqrt{\frac{8}{100}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{100}} = \frac{2,828}{10} = 0,2828$$

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب a هو:
العدد الذي مربعه يساوي a ونرمز اليه بالرمز \sqrt{a} .

* كل عدد نسبي موجب a يوجد له جذران، أحدهما موجب (\sqrt{a}) والآخر

سالب $(-\sqrt{a})$ ونحصرهما على الجذر الموجب للعدد النسبي a .

* لاحظ من تدريب (١) أن:

٩، هو الجذر التربيعي الموجب للعدد ٨١،
٩-، هو الجذر التربيعي السالب للعدد ٨١،
www.kwefiles.com



تدريب (٣)

أكمل الجدول التالي:

١٤٤	١٢١	٣٦	٢٥	١٦	٤	العدد (p)
	١١	٦			٢	الجذر التربيعي الموجب (\sqrt{p})
	$= \sqrt{121}$ ١٢١				$= \sqrt{4}$ 2×2	السبب

فكر وناقش

يوجد عددان مختلفان مربعاهما يساويان $\frac{64}{25}$. ما هما؟ تحقق من إجابتك.

تذكر أن

عند تحليل العدد إلى عوامله الأولية نقسم على ٢ أو ٣ أو ٥ أو ٧ أو ...
حلل: ١٩٦ إلى عوامله الأولية.

٢	١٩٦
٢	٩٨
٧	٤٩
٧	٧
	١

$$2(7) \times 2(7) = 196$$

تمرين (٤٩)

أوجد كلاً مما يلي :

$$\sqrt{\frac{4 \times 4}{5 \times 5}} = \frac{16}{25} \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\quad}{\quad}\right)} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{(\quad)}} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} =$$

$$\sqrt{\frac{\quad}{100}} = \sqrt{\frac{\quad}{100}} =$$

$$= \sqrt{100} =$$

تمرين (٥٠)

أوجد الجذر التربيعي لكلٍّ من الأعداد التالية :

$$\frac{1}{16} \quad ٥$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

www.kwedufiles.com

$$٣٢٤$$

$$\sqrt{324} = 18$$

مثال

أوجد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد $\sqrt{23, 25}$.

الحل : نعلم أن :

$$25 > 23, 25 > 16$$

$$\sqrt{25} > \sqrt{23, 25} > \sqrt{16}$$

$$5 > \sqrt{23, 25} > 4$$

إذا العدد $\sqrt{23, 25}$ يقع بين العددين ٤ ، ٥

$$\begin{aligned} \sqrt{4} &= 2 \\ \sqrt{25} &= 5 \end{aligned}$$

تفكير وناقش

أعط أمثلة عن جذور تربيعية أخرى تقع بين العددين ٤ ، ٥ .

تمرّن :

١ أوجد كلّاً من :

أ $\sqrt{\frac{225}{64}}$	ب $\sqrt{3\frac{6}{25}}$
---------------------------	--------------------------

٢ أوجد الجذر التربيعي لكلّ من الأعداد التالية :

أ $1,96$	ب 256
----------	---------

٣ أوجد عددين صحيحين يقع بينهما العدد :

أ $\sqrt{52}$	ب $\sqrt{13,5}$
---------------	-----------------

في التمارين من (٤ - ٧) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $= \left(\frac{1-}{2}\right)^2$

أ $\frac{1-}{4}$	ب $\frac{1-}{2}$	ج $\frac{1-}{4}$	د $\frac{1-}{8}$
------------------	------------------	------------------	------------------

٥ $= \sqrt{2(4) + 2(3)}$

أ 7	ب 5	ج 25	د 4
-------	-------	--------	-------

٦ ما العدد الذي جذره التربيعي = ٩ ؟

أ 9	ب 3	ج 81	د 27
-------	-------	--------	--------

٧ $= \sqrt{1\frac{9}{16}}$

أ $1\frac{3}{4}$	ب $1\frac{4}{3}$	ج $1\frac{1}{4}$	د $\frac{4}{5}$
------------------	------------------	------------------	-----------------

٨ أوجد طول ضلع المربع الذي مساحته $13\frac{4}{9}$ سم^٢.

الجدول التكراري للعدد الثماني Cubic Roots of Rational Numbers

٨-٢

سوف تتعلم: إيجاد الجذر التكعيبي لعدد نسبي



لدى فرح صناديق على شكل مكعبات ذات أحجام مختلفة. استخدمت صندوقاً حجمه ٨ سم^٣ لوضع بعض حبوب الدواء الخاصة بها، وصندوقاً ثانياً حجمه ٢٧ سم^٣ لوضع صابون معطر فيه، وصندوقاً ثالثاً حجمه ١٢٥ سم^٣ لوضع القطع الذهبية الخاصة بها. أرادت حساب طول ضلع كل صندوق من هذه الصناديق المكعبة لتجهيز مكان مناسب داخل الخزانة الخاصة بها. ساعد فرح على معرفة طول كل ضلع بإكمال الجدول التالي:

صندوق قطع ذهبية	صندوق صابونة معطرة	صندوق حبوب الدواء	الشكل
١٢٥ سم ^٣	٢٧ سم ^٣	٨ سم ^٣	حجمه
		$2 \times 2 \times 2 = 8$ $\sqrt[3]{(8)} =$	الحجم بصورة أسية
		٢ سم	طول الضلع



تدريب (١)

أكمل الجدول التالي:

العدد	١	٣		٦	٨	٩	ص
مكعبه			٦٤				

العبارات والمقررات:
الجذر التكعيبي
The Cubic Root

تذكر أن:

- مكعب العدد n
 $n^3 =$
 $n \times n \times n =$
- مكعب العدد ٢
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$
 $8 =$

تعميم:

لأي عدد نسبي $\frac{p}{b}$ يكون:

$$\sqrt[p]{\frac{p}{b}} = \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} = \left(\frac{p}{b}\right)^3 = \frac{p}{b}$$

الجذر التكعيبي للعدد النسبي $\sqrt[p]{p}$ هو العدد الذي مكعبه p ويرمز له بالرمز $\sqrt[p]{p}$.

ملاحظة:

١- لإيجاد $\sqrt[p]{p}$ نحلل العدد p إلى عوامله الأولية ونضعه على الصورة $p = b^3$

٢- الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب هو عدد نسبي موجب. فمثلاً $\sqrt[3]{8} = 2$

٣- الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب هو عدد نسبي سالب. فمثلاً $\sqrt[3]{-8} = -2$



تدرب (٢)

أكمل الجدول التالي:

العدد (p)	٨	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	١٠٠٠
الجذر التكعيبي $\left(\sqrt[p]{p}\right)$					
السبب				$343 = 7^3$	



تدرب (٣)

أوجد كلاً مما يلي:

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$$

$$\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{4^3}{10^3}} = \frac{4}{10} = 0,4$$



أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية :

ب $3,375$

$$\sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5} = 3 \times 5 = 15$$

أ $15 \frac{5}{8}$

$$\sqrt[3]{15 \frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

أوجد ناتج ما يلي : $27 - \sqrt[3]{4} - 36 - \sqrt[3]{5}$

الحل :

$$(3 -) 4 - 6 \times 5 = 27 - \sqrt[3]{4} - 36 - \sqrt[3]{5}$$

$$(12 -) - 3 + =$$

$$42 = 12 + 3 + =$$

تذكروا :-

ترتيب العمليات الحسابية كما يلي :

- (١) ما داخل الأقواس
- (٢) الأسس والجذور
- (٣) الضرب والقسمة
- (٤) الجمع والطرح

تمرّن :

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية :

ب $\frac{27}{8}$

أ $0,216$

د $42 \frac{7}{8}$

ج $0,125$

٢ مكعب حجمه ٦٤ سم^٣ . أوجد طول حرفه .

٣ أوجد ناتج ما يلي :

١ $\sqrt[3]{125} \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{64} \sqrt[3]{3}$

٢ $\sqrt[3]{8} \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{27} \sqrt[3]{2}$

في التمارين من (٤ - ٩) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\sqrt[3]{(-0,04)^3}$

- أ $0,04$ ب $-0,04$ ج $0,016$ د 4

٥ $\sqrt[3]{\frac{343}{27000}}$

- أ $\frac{7}{30}$ ب $\frac{30}{7}$ ج $\frac{7}{30}$ د $\frac{30}{7}$

٦ $\frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{25}}$

- أ 5 ب 1 ج $\frac{1}{5}$ د $0,1$

٧ $\sqrt[3]{0,008}$

- أ $0,2$ ب $0,02$ ج $0,8$ د 2

٨ $\sqrt[3]{b^3}$

- أ b^3 ب b^2 ج b د $-b$

٩ مكعب حجمه ٨ م^٣. فإن مساحة أحد أوجهه تساوي :

- أ 2 م^2 ب 4 م ج 4 م^2 د 8 م^2

مراجعة الوحدة الثانية
Revision Unit Two

٩-٢

١ مثل الأعداد النسبية التالية على خط الأعداد .

$$١,٧٥- , ٠,٢٥ , \frac{١-}{٤} , \frac{٣-}{٤} , ١ \frac{١}{٤}$$

٢ رتب الأعداد التالية ترتيباً تصاعدياً .

$$٥,٤- , ٥,٢٥ , ٥ \frac{١}{٥}- , ٥ \frac{١}{٣}$$

٣ رتب الأعداد التالية ترتيباً تنازلياً .

$$٠,٨- , ٠,٨ , \frac{٣-}{٥} , \frac{٣}{٤}$$

www.kwedufiles.com

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة .

ب $٣ \frac{١}{٣} + ٥,٤ -$

أ $(٢,٠٧٣-) - ٥,٦٣ -$

د $١٨ \frac{١}{٥} - ١٠ \frac{٢}{٣}$

ج $٣ \frac{٥}{٦} + ٦ \frac{٥}{٨} -$

$$\text{د} \quad \left(1 - \frac{1}{7}\right) \div 5 \frac{1}{7}$$

$$\text{ب} \quad 2 \frac{1}{6} \times 1 \frac{2}{3}$$

$$\text{ج} \quad 3 \frac{2}{5} + 7 \frac{7}{9} + 3 \frac{2}{5}$$

$$\text{ز} \quad \left(\frac{3}{14} - \frac{7}{7}\right) \times 1 \frac{1}{6}$$

٥ أوجد ناتج كلِّ مما يلي :

$$\text{ج} \quad \sqrt[3]{2 \frac{10}{27}}$$

$$\text{ب} \quad \sqrt{\frac{81}{100}}$$

$$\text{أ} \quad \sqrt{0,0064}$$

www.kwedufiles.com

٦ يريد جاسم صناعة عطر في المنزل ، وذلك من خلال خلط $9 \frac{1}{7}$ جرام من العطر المرّكّز و ٨,٣٩ جرامًا من الكحول الأبيض و ٤٥,٠ جرام من الصندل للتثبيت .

٧ ما كمية الجرامات التي استخدمها في صناعة العطر ؟



٨ إذا كان يريد جاسم عمل $\frac{3}{4}$ الكمية ، فما الكمية اللازمة من الجرامات التي يحتاج إليها .

٩ خزّان ماء على شكل مكعب حجمه ١٢٥ مترًا مكعبًا . أوجد طول حرفه .

اختبار الوحدة الثانية

أولاً : في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

(ب)	(أ)	$\frac{7}{10}$ المعكوس الضربي للعدد $1\frac{3}{7}$
(ب)	(أ)	$+3,2 = (+3,5) + (+,1)5$
(ب)	(أ)	$+3,6 = +,6$
(ب)	(أ)	$\frac{10-}{15} = (\frac{3-}{15}) - \frac{7-}{15}$

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة :

ناتج $\frac{7}{9} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{5}$ يساوي :

(أ) $\frac{2}{9}$ (ب) $\frac{5}{9}$ (ج) $\frac{7}{9}$ (د) $\frac{5}{7}$

$= \frac{1}{4} \div \frac{1}{7}$

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) ٢ (ج) ٨ (د) $\frac{1}{2}$

$= \sqrt{900}$

(أ) ٣٠٠ (ب) ٣ (ج) ٣٠ (د) ٩٠

$= \sqrt[3]{\frac{3}{8}}$

(أ) $\frac{1}{8}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{3}{8}$ (د) $\frac{9}{4}$

٩ العددان الصحيحان المتتاليان اللذان يقع بينهما $\sqrt{7}$ هما :

Ⓐ ٨، ٦

Ⓑ ٤، ٣

Ⓒ ٣، ٢

Ⓓ ٢، ١

١٠ الأعداد المربعة ترتيبًا تصاعديًا هي :

Ⓐ $\frac{1}{9} -$ ، $\frac{2}{3} -$ ، ٠ ، $٠,٧$

Ⓑ $\frac{2}{3} -$ ، $\frac{1}{9} -$ ، ٠ ، $٠,٧$

Ⓒ $٠,٧$ ، ٠ ، $\frac{2}{3} -$ ، $\frac{1}{9} -$

Ⓓ ٠ ، $٠,٧$ ، $\frac{2}{3} -$ ، $\frac{1}{9} -$

www.kwedufiles.com

النسبة والتناسب Ratio and Proportion

الوحدة الثالثة

المشروعات الصغيرة

The small projects



مشروع الوحدة
(التاجر الصغير)

تم إنشاء الصندوق الوطني في عام ٢٠١٣م لرعاية وتنمية المشروعات الصغيرة والمتوسطة ، حيث يهدف هذا الصندوق إلى دعم الشباب ومحاربة البطالة وتمكين القطاع الخاص من المساهمة في تحقيق النمو الاقتصادي في دولة الكويت .

www.kwedufiles.com

خطة العمل

- اختيار منتج محدد تشارك فيه المجموعات في مقصف المدرسة وتحديد سعر البيع والمكسب لهذا المنتج كنسبة مئوية .

المنتج	سعر المنتج	سعر البيع	المكسب	نسبة المئوية للمكسب
عصير	٢٠٠ فلس	٣٠٠	١٠٠	٥٠%

خطوات تنفيذ المشروع

- حدد المنتج (نوع من العصير - نوع من الكيك نوع من السندويش ...)
- حدد ثمن المنتج .
- حدد ثمن البيع .
- حدد النسبة المئوية للمكسب .
- حدد نسبة خصم لزيادة مبيعات المنتج .
- أوجد السعر الجديد والمكسب .

خصم على سعر البيع السابق				
المنتج	سعر البيع القديم	سعر البيع الجديد	الخصم	نسبة الخصم
عصير	٣٠٠	٢٤٠	٦٠	...

علاقات وتواصل

- يقوم المتعلمون بالتشاور باختيار المنتج والتشاور في نسبة الخصم .

عرض العمل

- تعرض المجموعات جداولها وتناقش كل منتج ومكاسبه والمنتج الجديد ومكاسبه ، وتحدد أرباح كل فريق .

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة

النسبة والتناسب

النسبة المئوية

النسبة المئوية
الترايدية و التناقصية

نسبة مئوية

إيجاد النسبة
المئوية من عدد

مقارنة النسب
المئوية

حساب ذهني

التناسب

حل التناسبات

تناسب طردي
وعكسي

الحل بالضرب
المتقاطع

المعدلات والنسب

النسبة

المعدّل

معدّل
الوحدة

www.kwedufiles.com

حل التناسب (طردى - عكسي) Solving Proportion (Direct - Inverse)

١-٣

سوف تتعلم: حل التناسب - حل التناسب (طردى - عكسي)



ذهبت نور إلى معرض الكتاب الدولي وأرادت شراء بعض الكتب ، فإذا كان سعر كتاب ما ٥ دنانير والمطلوب : معرفة سعر ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ كتب .
ياكمال الجدول التالي :

عدد الكتب	١	٣	٤	٥	١٠
ثمنها بالدينار	٥	١٥	٢٠	-----	-----

ونلاحظ أن : $\frac{1}{5} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \frac{5}{-----} = \frac{10}{-----}$

ونلاحظ العكس أن : $\frac{5}{1} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{-----}{5} = \frac{-----}{10}$ [نسقي ذلك تناسباً] .
من الجدول نلاحظ أن: عدد الكتب يتناسب مع ثمنها بالدينار .

التناسب: هو تساوي نسبتيين .

تدريب (١)

صندوق فيه عدد من الكرات البيضاء والكرات الحمراء . فإذا كانت نسبة عدد الكرات البيضاء إلى الكرات الحمراء هي ٧ : ٣ وكان عدد الكرات الحمراء هو ٢٤ كرة .
فما عدد الكرات البيضاء ؟

نقرب أن عدد الكرات البيضاء = س ، $\frac{7}{3} = \frac{\text{عدد الكرات البيضاء}}{\text{عدد الكرات الحمراء}}$

$$\frac{7}{3} = \frac{-----}{24}$$

س = -----

إذا عدد الكرات البيضاء = -----

العبارات والمقررات:
التناسب

Proportion

تساوي نسبتيين

Equivalent Ratios

تناسب طردى

Direct Proportion

تناسب عكسي

Inverse Proportion

معلومات مفيدة:

يستخدم مصطلح
المجالات التناسبات
لوضع الصور بمقاييس
معينة في الأماكن
المخصصة لها في المجلة .



تذكر أن:

النسبة بين مقدارين:

- قسمة المقدار الأول
على المقدار الثاني أو
العكس .

- علاقة بين كميتين أو
مقدارين من الوحدات
نفسها .

إذا كانت $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن : $a \times d = b \times c$

تدريب (٧)

حل التناسب .

$$\frac{2}{س} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2 \times 2}{5} = س$$

$$\frac{4}{5} = س$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{1-ص}$$

$$\frac{2 \times 6}{1-ص} = (1-ص)$$

$$12 = 1-ص$$

$$1+ \text{---} = ص$$

$$\text{---} = ص$$

$$\frac{س}{4} = \frac{10,5}{2,5}$$

$$\frac{10,5 \times \text{---}}{2,5} = س$$

$$\text{---} = س$$



ملاحظة (٢)

شارك حمد في معرض الكويت الدولي للعطور .

باع ١٥ زجاجة عطر خلال ٣ ساعات (١)

إذا افترضنا أن معدل المبيعات هو نفسه طيلة النهار ، فإنه يكون قد :

باع زجاجة عطر خلال ٥ ساعات (٢)

من خلال (١) ، (٢) لاحظ أنه عندما زاد عدد الساعات زاد في المقابل بيع زجاجات

العطر . هذا النوع من التناسب يُسمى **تناسبًا طرديًا** .

التناسب الطردي إذا حدث تغير في كمية ما ويقابله التغير نفسه في كمية أخرى بالزيادة أو النقصان ، فنقول إن الكميتين متناسبتان طرديًا . إذا كانت $\frac{1}{ب}$ متناسبة طرديًا مع $\frac{1}{د}$ ، فإن : $\frac{1}{ب} = \frac{1}{د}$ حيث $ب \neq د$.

ولمعرفة الكمية المباعة خلال ٥ ساعات نكون التناسب التالي :

لنفرض أن عدد الزجاجات المباعة هو س .

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{س}$$

$$\text{---} \times 15 = س$$

$$\text{---} = س$$

إذا عدد زجاجات العطر المباعة خلال ٥ ساعات هو

زجاجة العطر	الساعات
١٥	٣
س	٥

زيادة

زيادة

توابع التناسب

فكر وناقش

قرّر حمد استخدام معدل الوحدة لإيجاد عدد زجاجات العطور. ما رأيك في ذلك؟
وضح الحل.

تذكّر أنّ:

المعدل:

هو مقارنة بين كميتين
لهما وحدات قياس
مختلفة.

معدل الوحدة:

هو مقارنة لوحدة
واحدة.



تدريب (٣)

يبلغ ثمن ٣ بطاريات ٢٤٠ فلسًا. إذا أردنا شراء ٥ بطاريات
من النوع نفسه، فحدّد نوع التناسب ثم أوجد ثمن شراء
٥ بطاريات.

بطاريات	فلس
٣	
٥	

نوع التناسب

أ أكمل الجدول:

ب حل التناسب:

$$\frac{240}{3} = \frac{\quad}{5}$$

$$240 \times \frac{5}{3} = \frac{\quad}{\quad}$$

تدريب (٤)



سيارة يمكنها أن تسير مسافة ١٥٠ كم مستخدمة ١٥ لترًا
من البنزين. فما المسافة التي تسيرها باستخدام ٢٥ لترًا من
البنزين، علمًا أنّ معدل الاستهلاك هو نفسه (عند ثبوت
السرعة).

ملاحظة:

كلما زادت المسافة زاد
استهلاك البنزين.

www.kwedufiles.com

يستطيع ٣ عمال إنجاز عمل ما في ١٢ يومًا . في كم يومًا يتم إنجاز العمل نفسه بواسطة ٩ عمال في المستوى نفسه من الكفاءة ؟ « ماذا تتوقع : هل يزيد عدد الأيام أم يقل ؟ »

النسب العكسي : إذا حدث تغير بالزيادة في كمية ما ويقابله تغير بالنقصان في كمية أخرى « أو العكس » فنقول إن الكميةين متناسبتان عكسيًا .
إذا كانت $\frac{1}{a}$ تتناسب عكسيًا مع $\frac{1}{b}$ فإن $\frac{1}{a}$ تتناسب طرديًا مع $\frac{1}{b}$ ويكون $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$

عمال	يوم
٣	١٢
٩	س

نقصان

زيادة

$$\frac{3}{12} = \frac{9}{s}$$

نوع التناسب

www.kwedufiles.com

تدريب (٥)

تقطع سيارة المسافة من مدينة (أ) إلى مدينة (ب) خلال زمن قدره ٣٠ دقيقة عندما كانت تسير بسرعة ١٠٠ كم / ساعة ، فما هو الزمن اللازم لقطع المسافة نفسها إذا سارت بسرعة ١٢٠ كم / ساعة (عند ثبات السرعة) ؟

لتعرف الزمن المطلوب هو

سرعة	زمن
١٠٠	٣٠
١٢٠	س

نقصان

زيادة

$$\frac{\text{السرعة في الحالة الأولى (١٠٠)}}{\text{السرعة في الحالة الثانية (١٢٠)}} = \frac{\text{الزمن في الحالة الثانية (س)}}{\text{الزمن في الحالة الأولى (٣٠)}}$$

$$\frac{100}{120} = \frac{s}{30}$$

إذا الزمن (س) هو _____ دقيقة .

تمرين :

١ حلّ التناسبات :

٢ $\frac{27}{6} = \frac{18}{ص}$

٣ $\frac{1}{3} = \frac{6}{١-ل}$

ب $\frac{٧,٢}{٦٠} = \frac{من}{٩٠}$

٤ في سباق السيارات قطع وليد مسافة الـ ٥٠٠ كم الأولى في ٥ ساعات .

أ أوجد المعدّل الذي قطع فيه وليد المسافة بالكيلومتر في الساعة .



www.kwedufiles.com

ب بهذا المعدّل نفسه ، أحسب المسافة التي قطعها وليد في ساعتين خلال هذا السباق .

في التمارين من (٣ - ٦) حدد نوع التناسب ثم أوجد المطلوب :

٥ قامت إحدى المجموعات في الصف الثامن بنشاط عن

كيفية صناعة الصابون السائل في مختبر العلوم ، حيث كانت

نسبة هيدروكسيد البوتاسيوم إلى الزيت ١ : ٦ على الترتيب .

إذا كانت كمية هيدروكسيد البوتاسيوم ٤ , ٤٥ مل ،

فكم تكون كمية الزيت في الصابون السائل ؟





١ شمعـة طولها ٤٠ سم تحترق في مدـة قدرها ٦ ساعـات .
فكم يلزم من الوقت لاحتراق شمعـة من السمك نفسه وفي
الظروف نفسها بطول ٥٠ سم .



٥ يلزم ٢١ عاملاً ليجني محصول الطماطم من مساحة
الأرض خلال ٨ ساعـات . أحسب عدد العمال
اللازم ليجني المحصول خلال ١٢ ساعة .

www.kwedufiles.com

٦ إذا كان ٢٠ رجلاً يحفرون بئراً في ١٥ يوماً، فكم يوماً يحفر ٣٠ رجلاً البئر
نفسها إذا كانت قدرات الرجال متساوية في الحاليتين .

إيجاد النسبة المئوية من عدد Finding Percent of a Number

٢-٣

سوف تتعلم : كيفية إيجاد النسبة المئوية من عدد (ذهنيًا - جبريًا) .



نشاط :



يمتلك بدر سلسلة مطاعم في الكويت ، ويتم إضافة ١٥٪ بدل خدمة على قيمة الطلب .

إذا كانت قيمة الطلب ٤٠ دينارًا ، فاحسب بدل الخدمة . لإيجاد ذلك :

الطريقة الثانية : باستخدام الحل الجبري

١٥٪ من المبلغ

$$٤٠ \times ١٥\%$$

$$٦ = ٤٠ \times \frac{١٥}{١٠٠}$$

الطريقة الأولى : باستخدام الحساب الذهني

فكر : ١٥٪ = ١٠٪ + ٥٪

١٠٪ من ٤٠ = ٤

٥٪ هي نصف ١٠٪

٥٪ هي نصف ٤ = ٢ دينار

بدل الخدمة = ٤ + ٢ = ٦ دنائير

إذا بدل الخدمة للطلب = ٦ دنائير .

معلومات مفيدة :

يستخدم متلويو المبيعات النسب المئوية في تحديد نسب الخصم بسرعة .



تذكر أن :

$$\frac{1}{4} = ٢٥\%$$

$$\frac{1}{10} = ١٠\%$$

$$\frac{1}{100} = ١\%$$



تدريب (١)

أكمل كلاً مما يلي :

النسبة المئوية من العدد	العدد	النسبة المئوية
$٢٢٥ = ٤٥٠ \times \frac{٥٠}{١٠٠}$	٤٥٠	٥٠٪
	٨٠	٢٠٪
	٧٥	١٠٪
	٤٠	٥٪

مثال :

استخدم الحساب الذهني لإيجاد ٧٠٪ من ٦٠٠ .

الحل :

فكر : ٧٠٪ تساوي ٧ أمثال ١٠٪ .

١٠٪ من ٦٠٠ هو ٦٠

٧٠٪ من ٦٠٠ = $60 \times 7 = 420$



تدريب (٢١)

أوجد ٦٠٪ من ٤٨٠ بطريقتين مختلفتين .

تذكر أن :

لإيجاد قيمة نسبة مئوية
بالحساب الذهني
عدد نقسم النسبة المئوية
إلى أجزاء مثل : ١٠٠ :
٤٪ ١٠٪ ٥٠٪ ٤٪
١٪

ب

٦٠٪ من

$\times \frac{60}{100}$

=

أ

www.kwdufiles.com

فكر وناقش

هل ١٠٪ من ٥٠ هي نفس قيمة ٥٠٪ من ١٠ ؟ فسّر إجابتك .



تدريب (٢٢)

في إحدى المدارس تم اختيار ٥٠٪ من ٨٠٠ متعلم لأداء اختبار موزع لمادة الرياضيات في الصف التاسع ، كم عدد هؤلاء المتعلمين ؟

تمرين ١

١ أوجد النسب المئوية التالية من العدد ٢٠٠ ٨ باستخدام الحساب الذهني :

أ ٢ %	ب ١٢ %	ج ٨٢ %
_____	_____	_____
_____	_____	_____

٢ أوجد كلاً مما يلي :

أ ٣٠ % من ٦٠٠	ب ١٥ % من ٢٢ ديناراً
_____	_____
_____	_____
_____	_____

ج ٣٣ ⅓ % من ٩٠	د ١٢ ⅝ % من ٢٠٠
_____	_____
_____	_____
_____	_____

لنأخذ الآن:

$$\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$$

$$\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\%$$

٣ استخدم < أو > أو = لتحصل على عبارة صحيحة :

أ ١ % من ١٥٠ ○ ١٠ % من ١٥

ب ⅔ ٦٦ % من ١٨ ○ ٦٠ % من ١٥

ج ١٠٠ % من ٩٥ ○ ١٠ % من ٩,٥

د ⅓ ٤ % من ⅓ ○ ٤ % من ⅓



٤ باع صاحب محلّ أقمشة ٢٥ ٪ من أحد الأنواع . إذا كان لديه ١٢٠ مترًا من النوع نفسه ، فما عدد الأمتار الباقية ؟



٥ تحتوي زجاجة عطر على حوالي ٤ و ٦ ٪ زيوت عطرية . إذا كان في الزجاجة ٧٥ مل من العطر ، فما مقدار الزيوت العطرية في الزجاجة ؟

www.kwedufiles.com



استخدام المعادلات لحل مسائل تتضمن نسبًا مئوية Using Equations to Solve Percentages Problems

٣-٢

سوف تتعلم: كيفية استخدام المعادلات لحل مسائل تتضمن نسبًا مئوية.

نشاط ١



يمثل الشكل المقابل ٤ أنواع من الأغذية الأكثر مبيعًا في أحد المتاجر، وذلك من خلال دراسة أجريت على مجموعة من زبائن هذا المتجر، فإذا كان عدد الزبائن الذين يشترون الخضار هو ١٨٠ شخصًا فكم:

أ) عدد زبائن هذا المتجر؟

للإجابة عن ذلك، نترض أن عدد زبائن هذا المتجر هو x .
أكمل حل المعادلة لمعرفة عدد زبائن المتجر:

www.kwedufiles.com

$$180 = x \times \frac{45}{100}$$

معلومات مفيدة:

يقوم العاملون في مجال تكوين البترول بتصنيع مختلف أنواع الوقود من طريق إضافة مركبات كيميائية مختلفة إلى الوقود بنسب مئوية معينة.



تذكر أن:

* المعكوس الضربي للعدد النسبي $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ حيث $a, b \neq 0$.
* النسبة المئوية من عدد = النسبة المئوية \times العدد

فيكون عدد زبائن هذا المتجر هو شخص.

ب) عدد الأشخاص الذين يشترون الطيور؟

نترض أن عدد الذين يشترون الطيور هو n ، مثلاً، أكمل:

$$n \times 5\% = \dots \times \dots = \dots$$

$$n = \dots$$

فيكون عدد الزبائن الذين يشترون الطيور هو شخصًا.

فكر وناقش

- هل يمكنك بطريقة ذهنية أن تحسب عدد الزبائن الذين يشترون الأسماك ؟
- بكم يزيد عدد الزبائن الذين يشترون الخضار عن عدد الذين يشترون الأسماك ؟

مثال (١)

في إحدى المدارس يتناول ٤٨٠ متعلماً إفطارهم قبل الذهاب إلى المدرسة ويمثلون ٨٠٪ من عدد متعلمي المدرسة ، فما عدد متعلمي المدرسة ؟

الحل

نوضح أن عدد متعلمي المدرسة هو ؟

$$480 = \text{مس} \times 80\%$$

$$480 = \text{مس} \times \frac{80}{100}$$

$$\frac{100}{80} \times 480 = \text{مس} \times \frac{100}{80} \times \frac{80}{100}$$

$$\frac{100 \times 480}{80} = \text{مس}$$

$$600 = \text{مس}$$

إذا عدد متعلمي المدرسة هو ٦٠٠ متعلم .

تذكر أن :

يمكن حل المعادلة باستخدام مفهوم العملية العكسية .

تمرين (١)

ما العدد الذي يمثل ٢٠٪ من العدد ١,٦ ؟

نوضح أن العدد هو ؟

$$1,6 \times 20\% = \text{ن}$$

$$= \text{ن}$$

$$= \text{ن} \quad , \quad \text{إذا العدد هو}$$

تدريب (٢)

ما النسبة المئوية التي تمثل قيمة ٣٦ من ١٢٠ ؟

نضرب أن النسبة المئوية هي ن فإن :

$$٣٦ = ١٢٠ \times ن$$

$$٣٦ = ١٢٠ \times ن$$

$$\underline{\quad} \times ٣٦ = \underline{\quad} \times ١٢٠ \times ن$$

$$\underline{\quad} = ن$$

تذكر أن:
النسبة المئوية =
 $\frac{\text{الجزء} \times ١٠٠}{\text{الكل}}$

هل يمكن حل مثال (١) ، تدريب (١) ، تدريب (٢) بطريقة أخرى ؟

www.kwedufiles.com

مثال (٢)

بيعت إحدى ساعات اليد بتخفيض قدره ٢٠٪ من ثمنها الأصلي . إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو ٢٨ دينارًا ، فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض ؟

الحل :

النسبة المئوية للبيع = ١٠٠٪ - النسبة المئوية للتخفيض

$$٨٠٪ = ١٠٠٪ - ٢٠٪ =$$

إذا كان الثمن الأصلي س ، فإن :

$$٢٨ = س \times ٨٠٪$$

$$٢٨ = س \times \frac{٨٠}{١٠٠}$$

$$\frac{١٠٠}{٨٠} \times ٢٨ = س \times \frac{١٠٠}{٨٠} \times \frac{٨٠}{١٠٠}$$

$$٣٥ = \frac{١٠٠ \times ٢٨}{٨٠} = س$$

إذا ثمنها الأصلي قبل التخفيض = ٣٥ دينارًا



تمرّن :

١ أوجد النسبة المئوية التي تمثل ٣٥ من ٧٥ .

٢ ما العدد الذي يمثل ٤٥ % من ٨٠ ؟

٣ ما العدد الذي ٥٠ % منه هو ٤٠٠ ؟

٤ إذا نجح ٢٥٥ متعلّمًا في مدرسة وكانت نسبة النجاح هي ٨٥ % ، فكم عدد متعلّمي هذه المدرسة ؟

www.kwedufiles.com

٥ قامت لطيفة بحمية غذائية أفقدتها ٢٠ % من وزنها ليصبح وزنها ١٠٠ كجم ، أوجد وزنها قبل الحمية .

٦ أثناء مهرجان هلا فبراير ، يقدّم محلّ للحلوى تخفيضًا قدره ٣٥ % على كل منتجاته ، فبكم يبيع طبق حلوى ثمنه الأصلي ٢٠ دينارًا ؟





النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية Percent Increase and Percent Decrease

٤-٣

سوف تتعلم: حل مسائل تتضمن نسباً مئوية تزايدية ونسباً مئوية تناقصية .

نشاط ١

بدأ كل من ناصر وأحمد تجارتهم برأسمال قدره ٥٠٠٠ دينار كويتي، وخلال الشهر الأول أصبح ما مع ناصر ٧٠٠٠ دينار كويتي، وأصبح ما مع أحمد ٢٠٠٠ دينار كويتي خلال الشهر نفسه.

١ أجب عما يلي :

أ هل زاد أم نقص ما مع ناصر خلال هذا الشهر ؟

ب هل زاد أم نقص ما مع أحمد خلال هذا الشهر ؟

٢ من خلال المخطط التالي، أجب عن الأسئلة التالية :



١ ما هي النسبة المئوية للزيادة في ما مع ناصر خلال هذا الشهر ؟

$$\text{مقدار الزيادة} = ٥٠٠٠ - ٧٠٠٠ = ٢٠٠٠$$

ملاحظ أن :

$$\frac{٥٠٠٠}{١٠٠} \leftarrow \text{تمثل (الأصل)}$$

$$\frac{٢٠٠٠}{١٠٠} \leftarrow \text{تمثل (مقدار الزيادة) س.}$$

$$\frac{٥٠٠٠}{٢٠٠٠} \leftarrow \text{مقدار التناقص}$$

$$\frac{\text{س.}}{\text{س.}} = \frac{\text{س.}}{\text{س.}} \times \frac{\text{س.}}{\text{س.}}$$

$$\frac{\text{س.}}{\text{س.}} = \frac{\text{س.}}{\text{س.}} \times \frac{\text{س.}}{\text{س.}} \leftarrow \text{إذا النسبة المئوية للزيادة (التزايدية)}$$

العبارات والمفردات :

النسبة المئوية التزايدية

Percent Increase

النسبة المئوية التناقصية

Percent Decrease

معلومات مفيدة :

يحتاج تاجر المجزفة إلى أن يعرفوا مقدار تخفيض سعر منتج ما في البيع من دون أن تلحق بهم الخسارة.



ب) ما هي النسبة المئوية للنقصان في ما مع أحمد أيضًا خلال هذا الشهر؟
مقدار النقصان = ٥٠٠٠ - ٢٠٠٠ = ٣٠٠٠

نلاحظ أن:

$$٥٠٠٠ \leftarrow ١٠٠\%$$

$$\leftarrow \text{س} \quad ١٠٠\%$$

(مقدار النقصان)

$$\frac{١٠٠}{\text{س}} = \frac{٥٠٠٠}{\text{.....}}$$

نكوّن تناسبًا

$$\text{س} = \frac{\text{.....} \times \text{.....}}{\text{.....}}$$

إذا النسبة المئوية للنقصان =%
(التناقصية)

$$\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{القيمة الأصلية}} \times ١٠٠\% = \text{النسبة المئوية التزايدية}$$

$$\frac{\text{مقدار النقصان}}{\text{القيمة الأصلية}} \times ١٠٠\% = \text{النسبة المئوية التناقصية}$$

www.kwedufiles.com



تدرب (١)

في أحد المحلات التجارية كان عدد الزبائن يوم الثلاثاء ٦٠٠ شخص وفي يوم الأربعاء انخفض العدد إلى ٤٥٠ شخصًا.

أ) أوجد النسبة المئوية للانخفاض في عدد الزبائن ليوم الأربعاء.

$$\text{مقدار (النقصان)} = ٤٥٠ - ٦٠٠ = \text{.....}$$

$$\frac{\text{.....}}{٦٠٠} \times ١٠٠\% = \text{النسبة المئوية التناقصية}$$

$$= \text{.....}$$

إذا النسبة المئوية للانخفاض (التناقصية) =

ب إذا زاد عدد الزبائن ليوم الخميس بنسبة ٦٠ ٪ عن يوم الثلاثاء ، فأوجد الزيادة في عدد الزبائن ليوم الخميس ، ثم أوجد عدد الزبائن في هذا اليوم .

فرض أن الزيادة في عدد الزبائن هو س

$$\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{القيمة الأصلية}} \times 100\% = \text{النسبة المئوية التزايدية}$$

$$\frac{\text{س}}{600} \times 100\% =$$

$$\text{س} = \frac{600 \times \text{---}}{100}$$

$$\text{س} = \text{---}$$

إذا مقدار الزيادة في عدد الزبائن هو ---

إذا عدد زبائن يوم الخميس = 600 + ---

شخصًا = ---

www.kwedufiles.com

مثال :

اشترى محمد جهاز حاسوب بخصم ١٥ ٪ ومقدار هذا الخصم ٢٢٥ دينارًا كويتيًّا ، فما هو ثمن الحاسوب الأصلي ؟ وبكم دفع محمد للجهاز ؟

الحل :

فرض أن :

ثمن الحاسوب الأصلي = س

$$\text{س} \leftarrow 100\%$$

$$225 \leftarrow 15\%$$

$$\frac{\text{س}}{225} = \frac{100}{15}$$

$$\text{س} = \frac{100 \times 225}{15}$$

$$\text{س} = 1500$$

إذا ثمن الحاسوب الأصلي = 1500 دينار

إذا الثمن الذي دفعه للشراء = 1500 - 225 = 1275 دينارًا



لاحظ أن :

التغير إما أن يكون تزايدًا أو تناقصًا .



تدريب (٢٠)

أعلن متجر عن خصم ٢٥٪ على جميع الأدوات الرياضية . فإذا كانت قيمة الخصم لكرة القدم واللباس الرياضي ٢٣,٥ دينارًا ، فما سعرهما الأصلي ؟

تشرى أن سعر الأدوات = س

س ← ————— %

٢٥% ← —————

النائب هو $\frac{\text{س}}{٢٥} =$

س = $\frac{\text{س}}{٢٥}$

س = —————

إذا سعرهما معًا = —————



تدريب (٢١)



افتُتِحَ قبل ٤ سنوات ، محلّ للألعاب الإلكترونية .
واستخدم مالك المحلّ الحاسوب ليراقب دخله السنوي ، وقد أصيب حاسوبه بفيروس تسبّب بخلل أدى إلى ظهور بعض الجداول بخانات فارغة .
أكمل الجدول التالي لتساعد المالك مستخدمًا خبراتك الحاسوبية .

السنة	المبيعات بالدينار	مقدار التغير عن العام السابق بالدينار	النسبة المئوية للتغير	نوع التغير
١	٢٠٠٠٠٠	لم يُفتتح	—	—
٢	٢٤٠٠٠٠	٤٠٠٠٠	$\frac{٤٠٠٠٠}{٢٠٠٠٠٠} \times ١٠٠\% = ٢٠\%$	زيادة
٣	١٨٠٠٠٠			
٤			٤٠%	زيادة

تمرّن +



١ باعت إحدى المكتبات خلال مهرجان هلا فبراير ٤٠٠ كتاب، ثم باعت ٦٠٠ كتاب في شهر مارس، بيّن نوع التغيّر ما إذا كان زيادة أم نقصاناً؟ ثم أوجد النسبة المئوية للتغيّر.

www.kwedufiles.com

٢ معدّل تساقط الأمطار سنوياً في الكويت خلال شهر فبراير هو ٢٤ مم وخلال شهر مارس ٢١ مم. أوجد النسبة المئوية للتغيّر في معدّل تساقط الأمطار خلال الشهرين، ثم بيّن نوع التغيّر من زيادة أو نقصان.





٣ تحوي علبة من الحليب المخصّصة للدعاية نسبة
زيادة مجانية ٣٠٪ عمّا تحويه العلبة الأصلية ، فإذا
كانت سعة علبة الحليب الأصلية ٤ لترات ، فما السعة
الزائدة عن العلبة الأصلية ؟ وما سعة علبة العروض ؟



٤ جهاز رياضي سعره الأصلي ١٢٠ دينارًا
كوبتًا يُضاف إليه نسبة ١٢٪ خدمة توصيل
فما هو ثمنه عند التوصيل ؟

مراجعة الوحدة الثالثة Revision Unit Three

٥-٣

١ حلّ التناسب :

٢ $\frac{10}{س} = \frac{4}{9}$

ب $س - ١ = \frac{٧}{٤}$

٢ تدور آلة طباعة ٢٠ دورة فتقطع ٣٢٠ ورقة ، كم ورقة تطبع إذا دارت ١٤ دورة ؟

www.kwedufiles.com

٣ طائرة تطير بسرعة ٤٠٠ كم / ساعة قطعت مسافة بين دولتين خلال ٥ ساعات . فإذا طارت بسرعة ١٠٠٠ كم / ساعة ، فكم ساعة تحتاج لتقطع المسافة نفسها ؟

٤ في الفصل الثامن لإحدى المدارس ٢٨ متعلّمًا من بينهم ٧ متعلّمين فائقين . أوجد النسبة المئوية للفائقين في الفصل الثامن .

٥ أوجد كلاً مما يلي :

أ ٥٪ من ٧٠٠ دينار

ب ١٥٠٪ من ٢٣٨

ج ما هو العدد الذي ١٢٪ منه هو ٣٦ ؟

د ما هي النسبة المئوية من ٨٠ ليكون الناتج ٤٤ ؟

٦ بيعت إحدى الساعات بتخفيض ٤٠٪ من ثمنها الأصلي . إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو ٧٥ ديناراً ، فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض ؟

٧ باعت إحدى المكتبات ٢٠٠ كتاب في شهر يونيو ، و ١٧٥ كتاباً في شهر يوليو . أوجد النسبة المئوية للتغير وبين نوع التغير من زيادة أو نقصان .

اختبار الوحدة الثالثة

أولاً : في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١	٣/١٠٠ في صورة نسبة مئوية = ١٢٪	(أ)	(ب)
٢	تتقاضى سلمى ٢٥,٥٠٠ ديناراً في العمل لمدة ٥ ساعات. فإن ما تتقاضاه مقابل ساعة عمل واحدة تساوي ٥,١٠٠ دنانير.	(أ)	(ب)
٣	تستهلك سيارته ٣٠ لترًا من البنزين لتقطع مسافة ١٨٠ كم ، فإذا استهلك ١٦٠ لترًا من البنزين عند قطعها مسافة ٩٦٠ كم ، فإن نوع التناسب بين هذه القيم هو تناسب عكسي .	(أ)	(ب)
٤	قرأ بدر ٢٠٠ صفحة في زمن قدره ٦ ساعات ، فإن الزمن الذي يستغرقه لقراءة ٥٠٠ صفحة بالمعدل نفسه هو ١٥ ساعة.	(أ)	(ب)

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

سعر لعبة كمبيوتر ٤ دنانير . إذا كانت ضريبة المبيعات ٦٪ ، فإن ثمن التكلفة الكلية يساوي :

- (أ) ٤ دنانير \times ٦,٠٠ (ب) ٤ دنانير + ٦,٠٠ (ج) ٤ دنانير \times ٦,٠١ (د) ٤ دنانير + ٦,٠١

إذا كان $\frac{س}{٩٠} = \frac{٧٥}{١٥٠}$ ، فإن س =

- (أ) ٤٥ (ب) ٤,٥ (ج) ٤٥,٠ (د) ١٨٠

عدد ما ٣٠٪ منه هو ٤٥ ، فإن العدد هو :

- (أ) ١٥ (ب) ٧٥ (ج) ١٥٠ (د) ٢٥٠

٨ ٥٠٪ من ٢٤٠ تساوي :

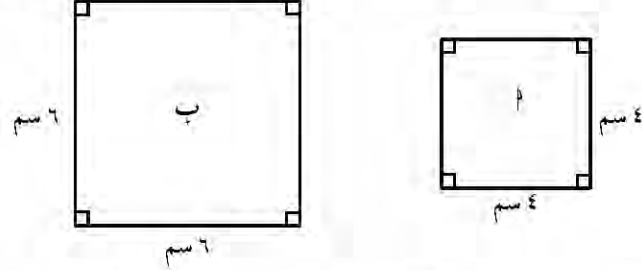
١٢٠ (د)

١١٥ (ج)

١٠٠ (ب)

٥٠ (أ)

٩ النسبة المئوية للزيادة في مساحة الشكل (ب) عن الشكل (أ) هي :



٥٥,٥٪ (د)

٥٠٪ (ج)

١٢٥٪ (ب)

٨٠٪ (أ)

١٠ قيمة التذكرة العادية لحضور أمسية شعرية هي ٧ دنانير ، ويُمنَح المتعلِّمون تخفيضًا قدره ٢٥٪ من ثمن التذكرة ، فإنَّ ثمن التذكرة بعد التخفيض :

١,٧٥ دينار (د)

٥,٢٥٠ دنانير (ج)

٧ دنانير (ب)

٨,٧٥ دنانير (أ)

الوحدة الرابعة

تطابق وتشابه المثلثات

Congruency and Similarity of Triangles

الفنون الجميلة

Project Art



مشروع الوحدة :

(الفنان الصغير)

الفنون الجميلة هي أحد وأهم أنواع الفنون ، حيث تصف موهبة الإنسان ومقدرته على التعبير عن مكونات نفسه وعقله وتجسيدها ، ليترجم بذلك جميع أحاسيسه وخواطره على شكل رسومات أو منحوتات أو أشعار أو أعمال يدوية وغيرها الكثير . وأغلب الفنانين يستخدمون هندسة المثلث في أعمالهم الفنية .

www.kwedufiles.com

خطوة العمل :

رسم لوحة فنية من الفسيفساء باستخدام نوع محدد من المثلثات .

خطوات تنفيذ المشروع :

باستخدام الأدوات الهندسية ، اصنع لوحة من الفسيفساء توظف فيها المثلثات التالية ومثلثات من اختيارك (احرص على استخدام مثلثات متطابقة أكثر)

ارسم مثلثاً فيه طول ضلعين وزاوية (٥ سم ، ٣ سم ، وقياس الزاوية المحددة بهما ١٢٠°)

ارسم مثلثاً متطابقاً للأضلاع طول ضلعه ٦ سم .

ارسم مثلثاً بمعلومية زاويتين وضلع واصل (٤٠° ، ٦٠° والضلع الواصل بينهما طوله ٧ سم)

لوّن المثلثات بطريقة مميزة للحصول على لوحة مميزة .

علاقات وتواصل :

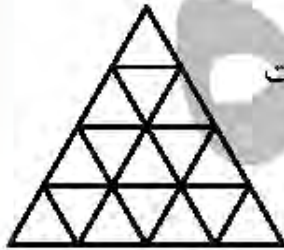
كل مجموعة تعرض لوحتها .

تبادل المجموعات اللوحات للاطلاع عليها .

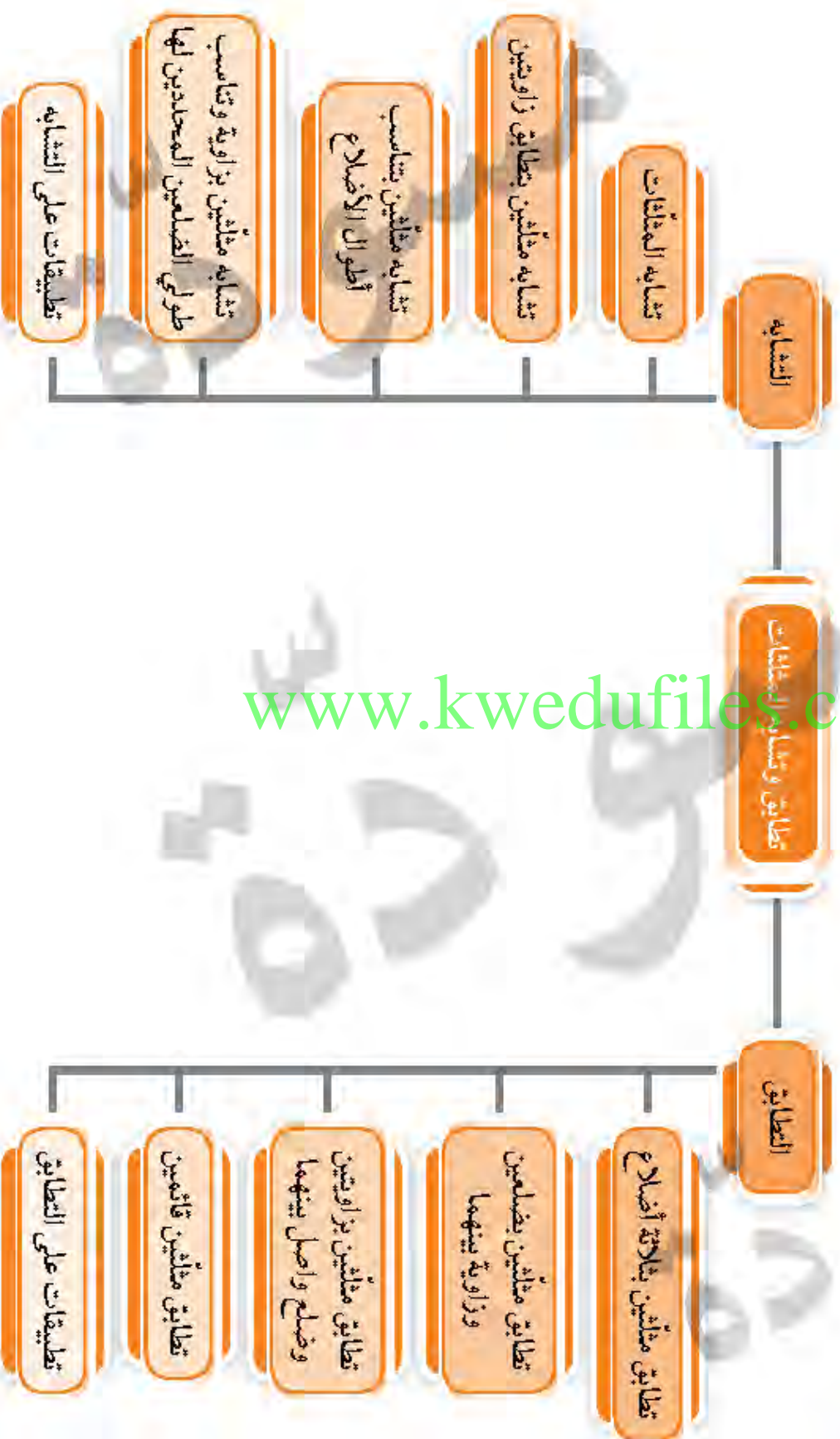
عرض العمل :

تعرض كل مجموعة اللوحة الفنية .

تحدد عدد المثلثات المتطابقة المستخدمة .



مخطط تنظيمي للوحدة الرابعة



التطابق Congruency

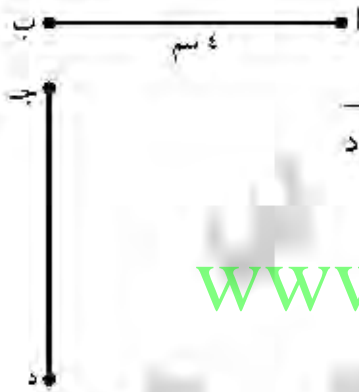
١-٢

سوف نتعلم: تطابق قطعتين مستقيمتين ، زاويتين ، مثلثين .

تطابق قطعتين مستقيمتين

نشاط (١)

استعن بالورق الشفاف للتحقق من تطابق القطعتين \overline{AB} ، \overline{CD} ثم أكمل ما يلي :



حاول مطابقة \overline{AB} على \overline{CD} بحيث

\overline{A} تنطبق على \overline{C} ، \overline{B} تنطبق على \overline{D} ،
إذا \overline{AB} تطابق \overline{CD} . وترمز إلى ذلك بالرمز $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

العبارات والمفردات:
التطابق

Congruency

رمز التطابق \cong

Congruency

sign \cong

ملاحظة :

- إذا كان :

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ تعني

$\overline{AB} = \overline{CD}$

- إذا كان :

$\hat{A} \cong \hat{B}$ تعني

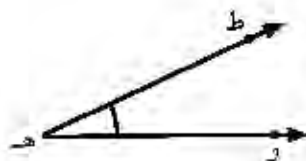
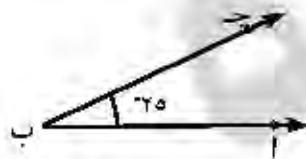
$\hat{A} = \hat{B}$

www.kwedufiles.com

نشاط (٢)

استعن بالورق الشفاف للتحقق من تطابق \hat{A} ، \hat{B} وهـ د

حاول مطابقة \hat{A} مع \hat{B} وهـ د ثم أكمل ما يلي :



بحيث: تنطبق نقطة \overline{B} على نقطة \overline{D}

$\overline{A} \cong \overline{B}$

$\overline{C} \cong \overline{D}$

إذا $\hat{A} \cong \hat{B}$ وهـ د

فكر وناقش

متى تتطابق قطعتان مستقيمتان ؟

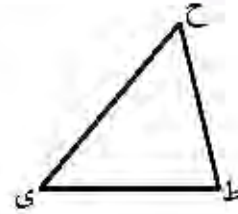
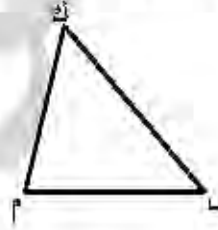
متى تتطابق زاويتان ؟

تطابق مثلثين

نشاط (١٣)



استعين بالورق الشفاف لتتحقق من تطابق المثلثين ك ل م ، ح ي ط ، ثم أكمل :



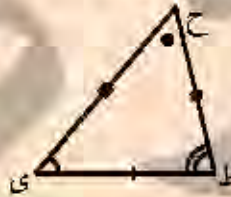
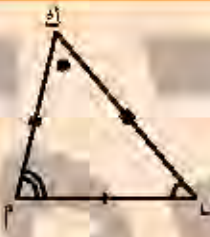
_____ \cong \hat{K}	_____ $\Delta \cong$ ك ل م
_____ \cong \hat{L}	_____ \cong ل م
_____ \cong \hat{M}	_____ \cong م ك
	_____ \cong ك م

تذكر أن:

فراصي ترميز الرموز
بعد كتابة عبارة
التطابق.

تذكر أن:

للمثلث ستة عناصر،
ثلاثة أضلاع،
ثلاث زوايا.



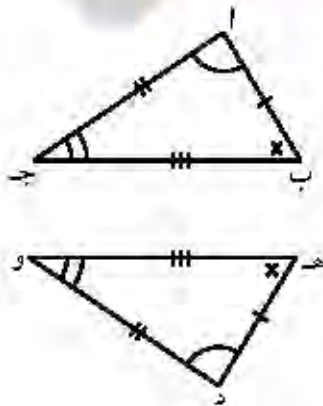
المثلث ك ل م \cong المثلث ح ي ط إذا وفقط إذا كانت:

- أضلاعهما المتناظرة متطابقة.
- زواياهما المتناظرة متطابقة.

تدريب (١٤)

في الشكل المقابل Δ أ ب ج ، Δ د ه و .

أكمل ما يلي حسب الشروط المعطاة بالرسم :



_____ \cong \hat{A}	_____ \cong \hat{D}
_____ \cong \hat{B}	_____ \cong \hat{H}
_____ \cong \hat{J}	_____ \cong \hat{W}
_____ \cong \hat{A}	_____ \cong \hat{D}
_____ \cong \hat{B}	_____ \cong \hat{H}
_____ \cong \hat{J}	_____ \cong \hat{W}

نستنتج أن: المثلث أ ب ج \cong المثلث د ه و

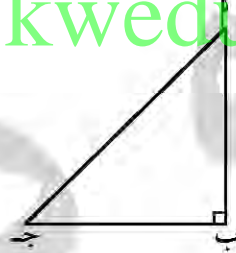
تمرّن :

١ في الجدول التالي حدّد المثلثين المتطابقين :

المثلث المجموعة	١	٢	ب	ج	د	المثلثان المتطابقان
١						
٢						

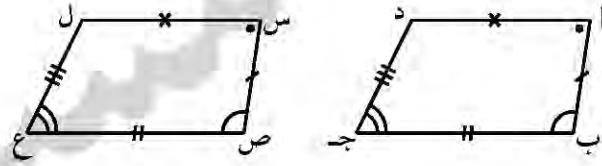
٢ في الشكل المقابل Δ ب ج قائم الزاوية في ب باستخدام الورق الشفاف ارسم Δ ل م ن المتطابقة مع Δ ب ج ثم حدّد العناصر المتطابقة فيهما.

www.kwedufiles.com



٣ إذا كان Δ ب ج \cong Δ س ص ع ، فحدّد العناصر المتطابقة فيهما .

٤ في الشكل المقابل Δ ب ج د ، س ص ع ل شكلين رباعيين متطابقين

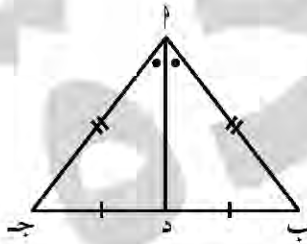


أكمل ما يلي حسب الشروط المعطاة :

ب	$\hat{S} \cong$ _____
أ	_____ $\cong \hat{B}$
د	_____ \cong _____
و	_____ \cong _____
ز	_____ \cong _____
هـ	_____ $\cong \Delta$ ب ج د
ج	_____ \cong _____

www.kwedufiles.com

٥ في الشكل المقابل Δ ب ج د وبحسب الشروط المعطاة أكمل ما يلي :



- أ Δ ب ج د \cong _____
- ب Δ ب ج د \cong _____
- ج (ضلع مشترك) _____
- د Δ ب ج د \cong _____
- هـ $\hat{A} \cong$ _____
- و Δ ب ج د \cong _____ (_____)

الحالة الأولى: تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع Congruent Triangles with SSS

٢-٤

سوف تتعلم: تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع .



في شهر فبراير ، تتزين دولة الكويت بأعلامها الجميلة ذات الأشكال المتنوعة .
في الصورة المقابلة أحد هذه الأشكال .

نشاط

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
مثلث أ ب جـ	مثلث د هـ و
أ ب = ٧ سم	د هـ = ٦ سم
ب جـ = ٦ سم	هـ و = ٥ سم
أ جـ = ٥ سم	د و = ٧ سم

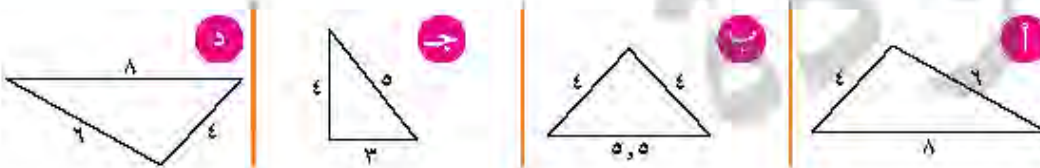
www.kwedufiles.com

- كل مجموعة ترسم المثلث المطلوب منها .
 - يطابق أعضاء المجموعة المثلثات التي تم رسمها .
 - تطابق المجموعة الأولى مع المجموعة الثانية المثلثات المرسومة .
- ماذا تلاحظ ؟

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في المثلث الأول مع نظيره في المثلث الثاني .
يُعبّر عن ذلك بحالة (ضلع ، ضلع ، ضلع) ويرمز إليها (ض . ض . ض)

تدريب (١)

عين المثلثات المتطابقة في ما يلي :



العبارات والمقررات :
رمز التطابق (\cong)

Congruency

Symbol (\cong)

ضلع : S (ض)

زاوية : A (ز)

تطابق مثلثين بثلاثة

أضلاع

Congruency

Triangles with 3

Corresponding

Sides .

معلومات مفيدة :

يستخدم مصصمو

الواجهات الزجاجية

الملونة المثلثات المتطابقة

في الإنشاءات .



الملوازم :

- ورق شفاف

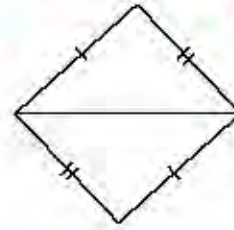
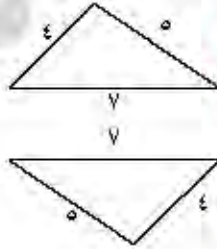
- مسطرة

- فرجار

تمرين (٢)

هل المثلثان في كلٍّ من الأشكال التالية متطابقان ؟ ولماذا ؟

اعتبر أن الأضلاع لها نفس وحالة الطول أينما وجد .



مثال :

يبدو ذيل الحوت القاتل على شكل مثلثين بينهما ضلع مشترك إذا علم أن :

$$\widehat{EN} \cong \widehat{HN} , \widehat{EO} \cong \widehat{HO} , \widehat{EO} = \widehat{HO}$$

فأثبت أن $\Delta ENO \cong \Delta HNO$ ، ثم أوجد \widehat{H} .



الحل :

المعطيات

$$\widehat{EN} \cong \widehat{HN} , \widehat{EO} \cong \widehat{HO} , \widehat{EO} = \widehat{HO}$$

المطلوب :

(١) إثبات أن : $\Delta ENO \cong \Delta HNO$ ، (٢) إيجاد \widehat{H} .

المبرهان :

ΔENO و ΔHNO فيهما :

$$(١) \widehat{EN} \cong \widehat{HN} \text{ (معطى)}$$

$$(٢) \widehat{EO} = \widehat{HO} \text{ (معطى)}$$

$$(٣) \widehat{NO} \text{ (ضلع مشترك)}$$

$$\therefore \Delta ENO \cong \Delta HNO$$

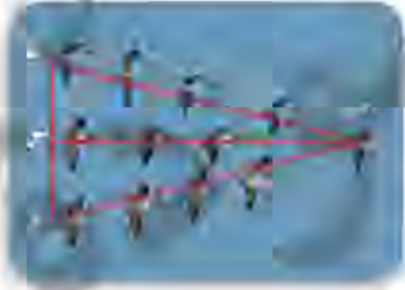
بحالة (ض . ض . ض)

$$\text{ويتنتج أن } \widehat{H} = \widehat{E} = ٥٠^\circ$$

لاحظ أن : عند إثبات تطابق مثلثين نحتاج إلى إثبات تطابق ثلاثة عناصر مثل (ض . ض . ض) ونستنتج بعد ذلك تطابق الثلاثة عناصر الباقية (الزوايا الثلاث) .

تمرين (٢٠)

يطير سرب من الإوز مشكلاً الرسم الذي في الصورة المجاورة .



إذا عُلِمَ أنَّ : $\overline{ص م} \cong \overline{ص ل}$ ، $س$ منتصف $\overline{م ل}$

فأثبت أنَّ : (١) $\Delta ص م س \cong \Delta ص ل س$

(٢) $\overline{ص س}$ ينصف $(\widehat{ل ص م})$

المعطيات :

(١) $\overline{ص م} \cong$ _____

(٢) _____ منتصف _____

المطلوب

إثبات أنَّ : (١) $\Delta ص م س \cong \Delta ص ل س$

(٢) $\overline{ص س}$ منتصف $(\widehat{ل ص م})$

البرهان www.kwedufiles.com

Δ ، _____ Δ ، فيهما :

(١) $\overline{ص م} \cong$ _____ (معطى)

(٢) $\overline{ل س} \cong$ _____ (_____ منتصف _____)

(٣) _____ (ضلع مشترك)

$\therefore \Delta$ _____ \cong _____ بحالة (_____)

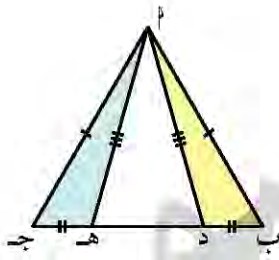
وينتج من التطابق أنَّ $\widehat{م ص س} = \widehat{ل ص س}$ (_____)

$\therefore \overline{ص س}$ ينصف $(\widehat{ل ص م})$

فكر وناقش

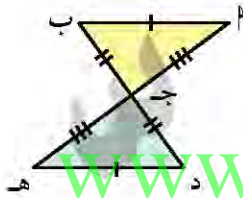
هل كل المثلثات المتطابقة الأضلاع متطابقة ؟ فسّر ذلك .

تمرّن :



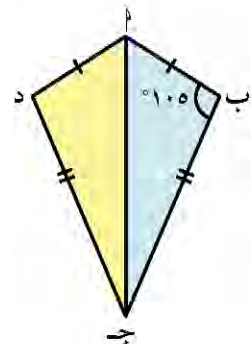
١ في الشكل المقابل :

$\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، $\overline{AD} \cong \overline{AD}$ ، $\overline{BD} \cong \overline{CD}$
 أثبت أن : (١) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$
 (٢) $\angle B \cong \angle C$



٢ في الشكل المقابل :

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{BE} \cong \overline{DE}$ ، $\overline{AE} \cong \overline{CE}$
 أثبت أن : $\triangle ABE \cong \triangle CDE$



٣ الشكل المقابل $\triangle ABE$ جد شكل رباعي فيه

$\angle A = 105^\circ$ ، $\angle B = 105^\circ$ ، $\angle C = 105^\circ$ ، $\angle D = 105^\circ$
 أثبت أن : (١) $\triangle ABE \cong \triangle CDE$
 (٢) $\angle AEC = 105^\circ$
 (٣) \overline{AC} منتصف \overline{BD}

الدالة الثانية: تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما Congruency Triangles with SAS

٣-٤

سوف تتعلم: تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما .



نشاط



تمثل المباني الحديثة جزءاً مهماً من الفن المعماري ، ويتم تصميم بعض واجهات المباني على شكل مثلثات متطابقة كما في الصورة المجاورة .

المثلث	طول الضلع الأول	قياس الزاوية	طول الضلع الثاني
أ ب جـ	أ ب = ٧ سم	ب (\hat{B}) = 80°	ب جـ = ٩ سم
س ص ع	س ص = ٨ سم	ص (\hat{V}) = 140°	ص ع = ٦ سم

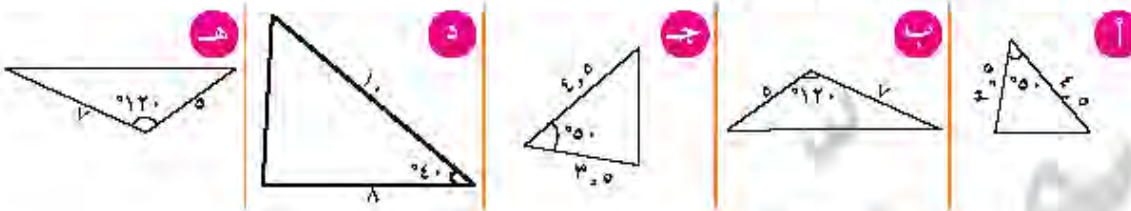
كل مجموعة تقوم برسم المثلثين في الجدول أعلاه .

على كل مجموعتين العمل معاً لمطابقة المثلثات في ما بينها ، ماذا تلاحظ ؟

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحددة بهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر . يُعبّر عن ذلك (ضلع ، زاوية ، ضلع) ويرمز إليها (ض . ز . ض)

تدرب (١) :

عين المثلثات المتطابقة في ما يلي :



المعلومات المفيدة:

يستخدم التجارون الكثير من المثلثات المتطابقة في تشييد المباني.

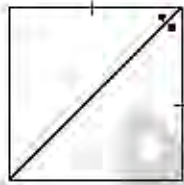


الواجب :

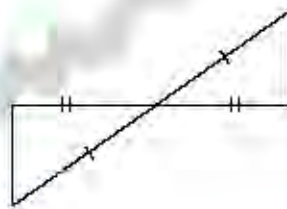
- ورق شفاف
- مسطرة
- منقلة
- فرجار

تمرين (٢)

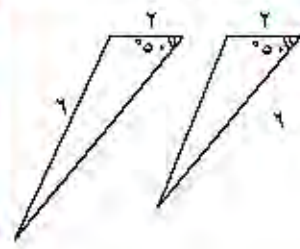
هل المثلثان في الأشكال التالية متطابقان ؟



أ



ب



ج



مثال :

يبدو جناحا الطائرة الشراعية في الصورة المجاورة
أنهما مثلثان متطابقان .

إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، أو منصف زاوية الرأس \hat{B} \hat{C} ،

فهل المعطيات في الرسم كافية ليصبح المثلثان متطابقين . أثبت صحة ذلك .

الحل :

المعطيات

(١) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، (٢) أو منصف \hat{B} \hat{C} (ب \hat{A})

الطلب

إثبات أن : $\triangle BAO \cong \triangle CAO$

المبررات

$\triangle BAO$ ، $\triangle CAO$ فيهما :

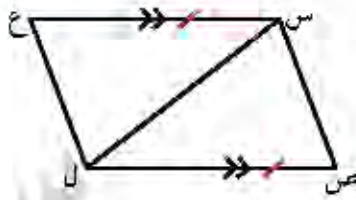
(١) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطى)

(٢) $\hat{B} = \hat{C}$ (ب \hat{A}) (أو منصف زاوية الرأس \hat{B} \hat{C})

(٣) \overline{AO} (ضلع مشترك)

$\therefore \triangle BAO \cong \triangle CAO$ حالة (ض . ز . ض)

\therefore نعم المعطيات كافية لإثبات الحالة .



تمرين (٢٠)

في الشكل المقابل

$\overline{س ع} \cong \overline{ص ل}$ ، $\overline{س ل} \parallel \overline{ص ع}$.
 أثبت أن : (١) $\Delta ل س ع \cong \Delta س ل ص$
 (٢) $س ص = ل ل$

المعطيات

(١) $\overline{س ع} \cong \overline{ص ل}$ ، (٢) $\overline{س ل} \parallel \overline{ص ع}$

المطلوب

إثبات أن : (١) $\Delta ل س ع \cong \Delta س ل ص$ ، (٢) $س ص = ل ل$

البرهان

Δ ، Δ فيهما :

(١) $\overline{س ع} \cong \overline{ص ل}$ (معطى)

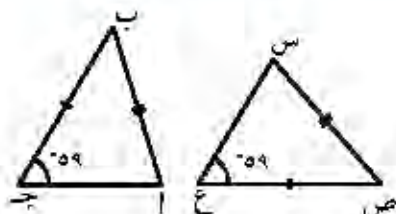
(٢) $\angle ل س ع = \angle س ل ص$ ()

(٣) () (مطلوب مشترك)

∴ أن $\Delta \cong \Delta$ بحالة ()

وينتج من التطابق أن $س ص = ل ل$

فكر وناقش



قال أحمد إن $\Delta س ص ع \cong \Delta أ ب ج$ بحالة (ض . ز . ض)

وقال خالد إن المعلومات غير كافية لبيان أن المثلثين متطابقان .

أيهما على صواب ؟ فسر ذلك .

الحالة الثالثة: تطابق مثلثين بأضلع واحد بين رأسيهما Congruent Triangle with ASA

٤-٤

سوف تتعلم: تطابق مثلثين بتطابق زاويتين وضلع واحد بين رأسيهما .

نشاط (١)



أرسم المثلثات التالية وفقاً للمعلومات المعطاة في الجدول الموضح :

المثلث	طول الضلع	قياس الزاوية (١)	قياس الزاوية (٢)
١	أب = ٦ سم	ق (أ) = 60°	ق (ب) = 70°
٢	س ص = ٧ سم	ق (س) = 60°	ق (ص) = 70°
٣	ل م = ٦ سم	ق (ل) = 60°	ق (م) = 70°

اللوازم:

- ورق شفاف
- أدوات هندسية

أي المثلثات المرسومة متطابقة ؟

حدّد الشروط المتوفرة في المثلثات المتطابقة ؟

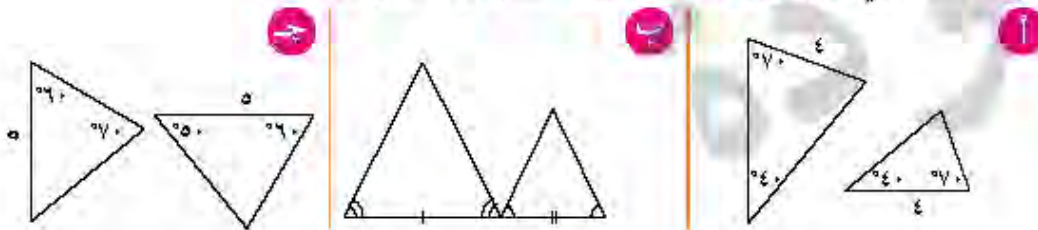
تذكر أن:

- المثلثين يتطابقان بحالة (١) (ض . ض . ض)
- (٢) (ض . ز . ض)

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائريهما في المثلث الآخر، ويُعبّر عن ذلك بحالة (زاوية، ضلع، زاوية) ويرمز إليها (ز . ض . ز).

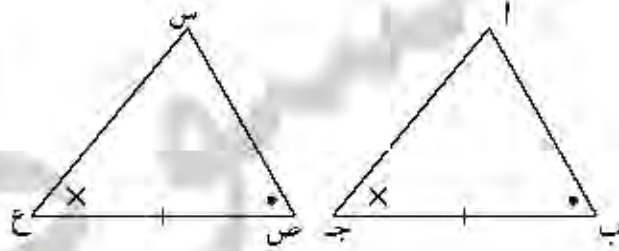
تدريب (١)

هل المثلثان في كلّ من أ، ب، ج متطابقان؟ فسّر ذلك .



تمارين ٢٣

من المعطيات الموضحة في الرسم ، أكمل كلاً مما يلي :



في Δ أ ب ج ، Δ د ع ف

(١) \angle (أ) = \angle (د)

(٢) \angle (ع) = \angle (ف)

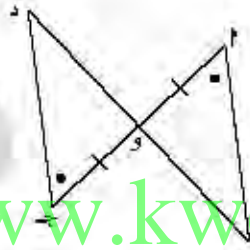
(٣) ب ج = د ع

∴ يتطابق المثلثان بحالة (.....)

ينتج من التطابق أن \angle (أ) = \angle (د) ، $\overline{س ص} \cong \overline{س ج}$ ، $\overline{أ ج} \cong \overline{د ع}$

تذكر أن :

- الزوايا المقابلة بالرأس متطابقة
- ضلعان يتوازي مستقيمان فإن :
- كل زاويتين متبادلتين متطابقتان .
- كل زاويتين متناظرتين متطابقتان .



تمارين ٢٤

في الشكل المقابل :

أثبت أن : Δ أ ب و Δ ج د و

المعطيات :

(١) $\overline{أ و} \cong \overline{ج د}$

(٢) \angle (أ) = \angle (ج)

المطلوب :

إثبات أن : Δ أ ب و Δ ج د و

المستنتجات :

في Δ ، Δ فيهما :

(.....)

(١) \angle (أ) = \angle (ج)

(.....)

(٢) $\overline{أ و} = \overline{ج د}$

(.....)

(٣) \angle (أ و ب) = \angle (ج د و)

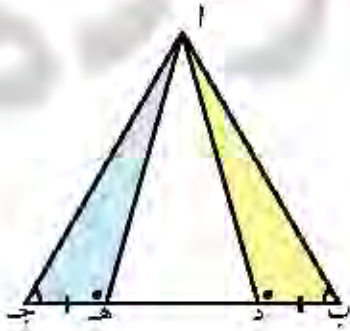
∴ يتطابق Δ أ ب و ، Δ ج د و بحالة (.....)

فكر وناقش

إذا تطابقت ثلاث زوايا في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر ،
فهل يتطابق المثلثان ؟
أرسم مثلثين لدعم إجابتك .

تذكر أن:

في Δ مطابق الضلعين
زاويتا القاعدة متطابقتان .



تعقيب (٤)

في الشكل المقابل :

أثبت أن :

(١) $\Delta \text{ أ ب د} \cong \Delta \text{ أ ج هـ}$

(٢) $\text{أ ب} = \text{أ ج}$

الخطوات : (١) $\text{ب د} \cong \text{ج هـ}$ ،

(٢) $\text{أ} (\text{أ د ب}) \text{و} = (\text{أ د ج}) \text{و} = (\text{أ د هـ}) \text{و} = (\text{أ د هـ}) \text{و}$ (٣) $\text{أ} (\text{أ ب د}) \text{و} = (\text{أ ب د}) \text{و} = (\text{أ ب د}) \text{و}$

www.kwedufiles.com

المطلوب

إثبات أن :

(١) $\Delta \text{ أ ب د} \cong \Delta \text{ أ ج هـ}$ ، (٢) $\text{أ ب} \cong \text{أ ج}$

النتيجة

$\Delta \text{ أ ب د} \cong \Delta \text{ أ ج هـ}$ فيهما :

(معطى)

(١) $\text{ب د} \cong \text{ج هـ}$

(٢) $\text{أ} (\text{أ د ب}) \text{و} = (\text{أ د ج}) \text{و} = (\text{أ د هـ}) \text{و} = (\text{أ د هـ}) \text{و}$

(٣) $\text{أ} (\text{أ ب د}) \text{و} = (\text{أ ب د}) \text{و} = (\text{أ ب د}) \text{و}$

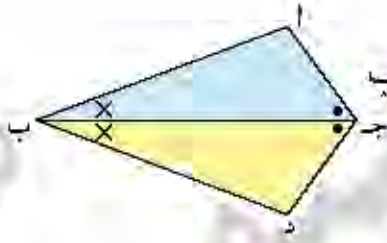
∴ يتطابق المثلثان بحالة (.....) .

∴ يتضح أن $\text{أ ب} \cong \text{أ ج}$.

فكر وناقش

هل يتطابق ضلعان في مثلث إذا تطابقت زوايا القاعدة منه ؟ فسر إجابتك .

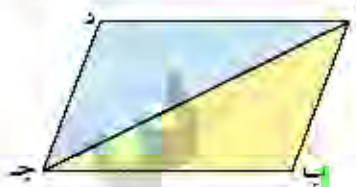
تمرين ١



١) في الشكل المقابل ليكن $\overline{جـ}$ منتصف الزاويتين جـ، بـ

(١) أثبت أن $\Delta أ ج ب \cong \Delta د ج ب$.

(٢) برهن أن $أ ج = د ج$.



٢) أ ب جـ د متوازي أضلاع . وظّف حالة التطابق

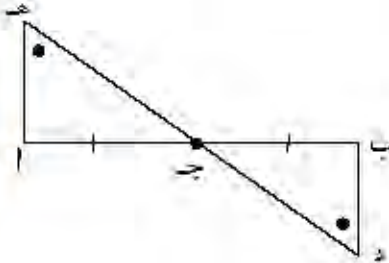
(زاويتان وضلع واصل بين رأسيهما) لإثبات تطابق

$\Delta أ ب جـ$ ، $\Delta د جـ أ$.

www.kwedufiles.com

تذكر أن:

إذا تطابقت زاويتان
في مثلث مع نظائريهما
في المثلث الآخر، فإن
الزاوية الثالثة فيهما تكون
متطابقة. (لأن مجموع
قياسات زوايا المثلث
تساوي 180°)



٣) في الشكل المقابل جـ منتصف $\overline{أ ب}$ ،

$$\angle د = \angle هـ$$

أثبت أن : (١) $\Delta ب ج د \cong \Delta أ ج د$

(٢) $\overline{أ هـ} \cong \overline{ب د}$.

تطبيقات علم تطابق المثلثات Congruent Triangles

٤-٥



نشاط ١



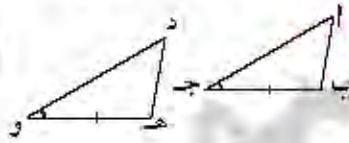
أراد مبارك عمل لوحة فنية باستخدام المثلثات . وبعد أن اكتملت اللوحة بلصق مثلثات معينة وأثناء النقل ، سقطت بعض المثلثات ، فحاول رسم مثلثات تطابق المثلثات المفقودة من اللوحة . ساعد مبارك على الوصول إلى المثلثات التي يحتاج إليها بإكمال الجدول .

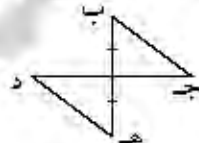
رقم القطعة المتطابقة مع حالة التطابق	الأنواع			القطعة المثلثة المفقودة
	٣	٢	١	
رقم () (. .)				
رقم () (. .)				
رقم () (. .)				
رقم () (. .)				

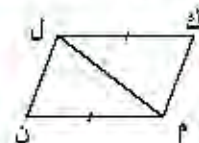


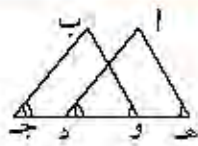
تدريب (١)

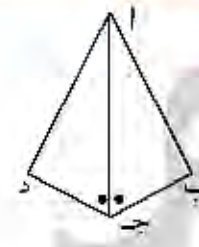
ما المعلومة الإضافية التي تحتاج إليها لإثبات أنَّ المثلثين في الأشكال التالية متطابقان ؟











www.kwedufiles.com تدريب (٢)

شكلت الطائرات في العرض الذي أُقيم للطائرات النفاثة سربًا على شكل مثلثين .

إذا عُلِمَ أنَّ $\overline{ع هـ} \cong \overline{ع ن}$ ، $د$ منتصف $\overline{هـ ن}$.

أثبت أنَّ : $\triangle ع د هـ \cong \triangle ع د ن$

المعطيات

$\overline{ع هـ} \cong \overline{ع ن}$ ، $د$ منتصف _____

المطلوب

إثبات أنَّ $\triangle ع د هـ \cong \triangle ع د ن$ _____

الملاحظات

$\triangle ع د هـ$ ، $\triangle ع د ن$ فيهما :

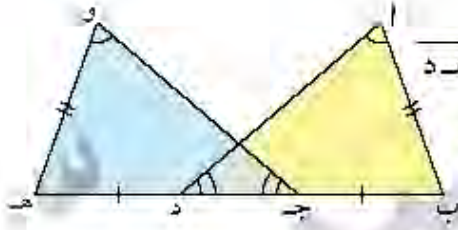
(١) $\overline{ع هـ} \cong \overline{ع ن}$ ()

(٢) _____ (ضلع مشترك)

(٣) $\overline{هـ د} \cong \overline{ن د}$ ()

∴ نستنتج أنَّ $\triangle ع د هـ \cong \triangle ع د ن$

بحالة ()



تمارين (٣) ↑↑↑

في الشكل المقابل : $\overline{ا ب} \cong \overline{و هـ}$ ، $\overline{ب ج} \cong \overline{د هـ}$

$\angle د = \angle ا$ ، $\angle و ج هـ = \angle ا د ب$

أثبت أن : $\overline{ا د} \cong \overline{و ج}$

المعطيات

ملاحظة:

خاصية المساواة :

لكل $ا$ ، $ب$ ، $ج$ ، $د$

إذا كان $ا = ب$

فإن : $ا + ج = ب + ج$

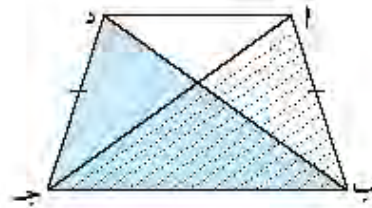
المطلوب : إثبات أن : _____ \cong _____

الهدف :

Δ ، _____ Δ فيهما :

www.kwedufiles.com

تمرين :

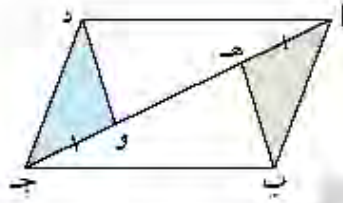


١ $\overline{ا ب} \parallel \overline{ج د}$ شبه منحرف متطابق الضلعين .

أثبت أن : $\Delta ا ب ج \cong \Delta د ج ب$

(علماً بأن قطري شبه المنحرف المتطابق

الضلعين متطابقان)



❖ في الشكل المقابل :
 $AB \parallel CD$ متوازي أضلاع ، E جـ قطريه ،
 $AE = EC$. أثبت أن $BE = DE$

ملاحظة:
 مكملات الزوايا المتطابقة
 تكون متطابقة



❖ في الشكل المقابل :
 $AD = DC$ ، $\angle ADE = \angle CDE$
 أثبت أن : المثلثان ADE و CDE متطابقان

المعطيات : (١) $AD = DC$ \cong _____

(٢) _____

المطلوب : إثبات أن : _____ \cong _____

البرهان

تطابق مثلثين قائمي الزاوية بضلع وتر Congruency of Two Right Triangles (HL)

٦-٤

سوف تتعلم: تطابق مثلثين قائمي الزاوية بتطابق وتر واحد ضلعي القائمة .

انتباه !



ارسم المثلثين القائمي الزاوية الآتيين وفقاً للمعلومات المعطاة في الجدول التالي :
ثم أجب عن الأسئلة التالية :

المثلث	طول ضلع القائمة	طول الوتر
س ص ع	س ص = ٣ سم	س ع = ٥ سم
أ ب ج	أ ب = ٤ سم	أ ج = ٥ سم

هل يتطابق المثلثان المرسومان ؟

حدد الشروط المتوفرة في المثلثين المطابقين

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضلع في أحدهما مع نظائريهما في المثلث الآخر ويعبر عن ذلك بحالة (زاوية قائمة ، وتر ، ضلع) ويرمز إليها (\angle . و . ض)

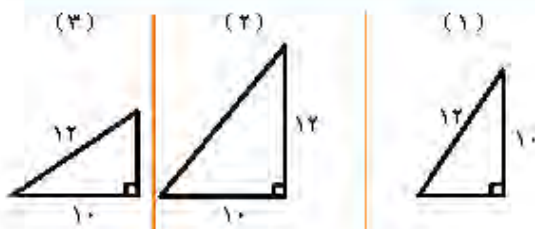


تدرب (١)

أكمل ما يلي لتصبح العبارة صحيحة :

المثلث (١) \cong المثلث _____

المثلث (١) $\not\cong$ المثلث _____



المثلث (١) \cong المثلث _____

المثلث (١) $\not\cong$ المثلث _____

العبارات والمقررات :

زاوية قائمة

Right Angle

مثلث قائم الزاوية

Right-Angled Triangle

Hypotenuse وتر

ضلع الزاوية القائمة

Leg

تذكر أن :

لأنني مثلث أ ب ج

قائم الزاوية في ب

يكون أ ب ، ب ج

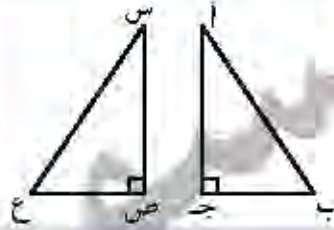
ضلعاً القائمة ، أ ج

وتر المثلث .

ملاحظة :

كلمة معني لا يتطابق

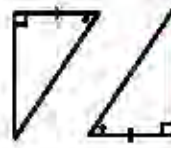
فكر وناقش



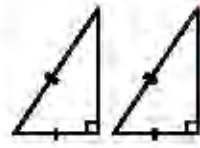
أمامك مثلثان ، ما الحد الأدنى من المعلومات التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان ؟

تمرين (٢)

في كل من الأشكال التالية المثلثان متطابقان ، حدّد حالة التطابق :



ج



ب



أ

www.kwedufiles.com

تمرين (٣)

في الشكل المقابل :

برهن أن $\Delta س ص م \cong \Delta ع ل م$

أكمل ما يلي :

المعطيات : (ص) ، (ل) زوايا

$\overline{س م} \cong \overline{ل م}$

$\overline{ص م} \cong \overline{ل م}$

المطلوب : إثبات أن $\Delta س ص م \cong \Delta ع ل م$

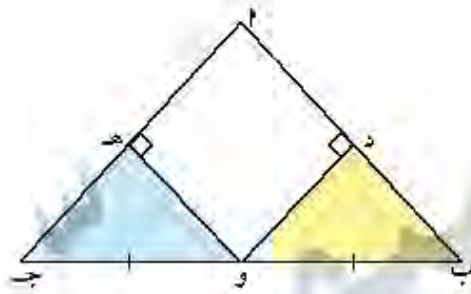
البرهان

$\Delta س ص م$ ، $\Delta ع ل م$ فيهما :

(١) $\angle ق (ص) = \angle ق (ل) = 90^\circ$ (معطى) \therefore نستنتج أن $\Delta س ص م \cong \Delta ع ل م$

(٢) $\overline{س م} \cong \overline{ل م}$ (معطى) ← حالة التطابق هي (.....)

(٣) $\overline{ل م} \cong \overline{ل م}$ (معطى)



مثال

في الشكل المقابل :

أدوه مربع ، ب و = ج و

أثبت أن (١) $\hat{B} \cong \hat{C}$

(٢) $\Delta ADE \cong \Delta DEC$ ب ج متطابق الضلعين

الحل

المعطيات : أدوه مربع ، ب و = ج و

المطلوب : إثبات أن $\hat{B} \cong \hat{C}$

البرهان : ΔADE و ΔDEC ، هـ ج و فيهما :

(١) ب و = ج و (معطى)

(٢) د و = هـ و (من خواص المربع)

(٣) $\angle ADE = \angle DEC = 90^\circ$ (ب و د ب) و $\angle AED = \angle DEC = 90^\circ$ (ب و هـ ج) بالتجاور مع (أ د و)

(٤) $\angle ADE = \angle DEC = 90^\circ$ (ب و هـ ج) و $\angle AED = \angle DEC = 90^\circ$ (ب و د ب) بالتجاور مع (أ هـ و)

$\therefore \Delta ADE \cong \Delta DEC$ ب ج و حالة تطابقهما هي (ل . و . ض)

(١) _____

وينتج من التطابق أن : $\hat{B} \cong \hat{C}$

$\therefore \Delta ADE \cong \Delta DEC$ ب ج فيه :

$\angle ADE = \angle DEC$ (ب و هـ ج)

$\therefore \Delta ADE \cong \Delta DEC$ ب ج متطابق الضلعين

(زاويتا القاعدة متطابقتان)

(٢) _____

ملاحظة

في أي مثلث إذا تطابقت زاويتا القاعدة تطابق الضلعان المقابلان لهما .

المثلث متطابق الضلعين

\Leftrightarrow

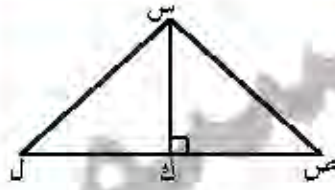
زاويتي القاعدة في مثلث متطابقتان

تعميم

تذكر أن:

- في المثلث المتطابق الضلعين، القطعة المستقيمة المرسومة من رأس المثلث والعمودية على القاعدة تنصفها.
- من خواص المستطيل:
 - زواياه الأربع قوائم
 - كل ضلعين متقابلين متطابقان
 - القطران متطابقان
 - ويتصف كل منهما الآخر.

فكر وناقش



في Δ س ص ل ، س ك \perp ص ل
ما الحد الأدنى من المعلومات التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين س ص ك ، س ل ك متطابقان .



تدريب (٤)

في الشكل المقابل مخطط لحديقة على شكل مستطيل ، يراد زراعة حوضين من الأزهار على شكل مثلثين . أثبت أن حوضي الزهور متطابقاً موظفاً المعطيات الموجودة على الرسم .
أكمل كلاً مما يلي :



المعطيات : أ ب ج د \cong ،

المطلوب : إثبات أن

المبرهنات : Δ أ ب هـ ، Δ ج د و فيهما :

(١) \angle (أ) = \angle (ب) = 90° من خواص (زواياه الأربع)

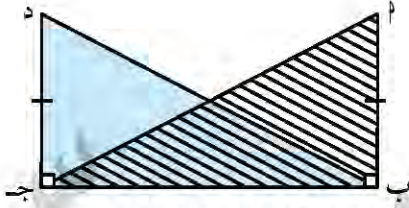
(٢) أ ب \cong ب هـ من خواص (كل ضلعين متقابلين)

(٣) ب هـ \cong د و (معطى)

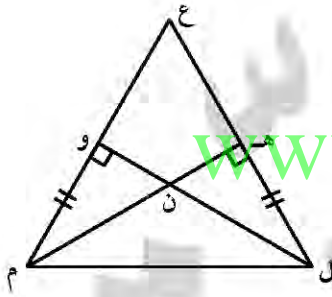
Δ أ ب هـ \cong Δ ج د و بحالة (. . . .)

ويتضح أن الحوضان متطابقان .

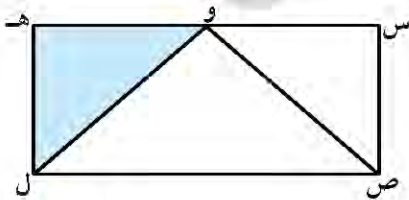
تمرّن :



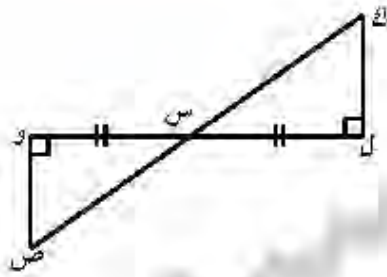
- ١ في الشكل المقابل : $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ،
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$. $\overline{AC} = \overline{BD}$ ،
 أثبت أنّ : $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.



- ٢ في الشكل المقابل :
 أثبت أنّ : $\triangle AND \cong \triangle BNE$ ، $\triangle ANE \cong \triangle BND$.



- ٣ في الشكل المقابل :
 س ص ل هـ مستطيل ، و ص ل مثلث متطابق
 الضلعين . وظف التطابق لإثبات أنّ :
 و منتصف س هـ .

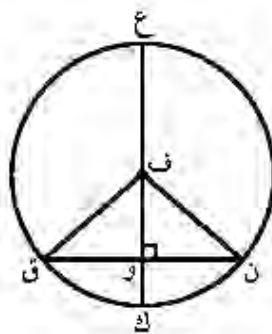


في الشكل المقابل :
برهن أن $\Delta ك ل س \cong \Delta ص و س$.



صمم عبد الكريم لوحة من الفسيفساء
كما في الشكل المقابل ،
وأراد إثبات أن : $\Delta ج م ب$ ، $\Delta ا هـ د$ متطابقان .
ساعده في إثبات ذلك .
(علمًا بأن الشكل ج ب ا د متوازي أضلاع)

www.kwedufiles.com

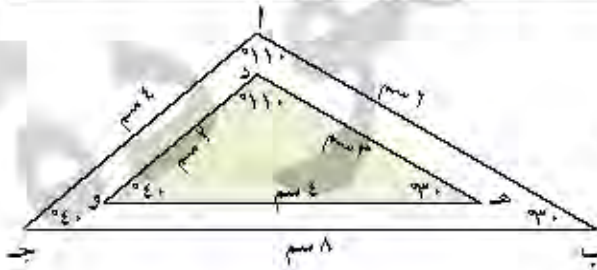


دائرة مركزها ف ، ع ك \perp ن ق ،
وظف التطابق لإثبات أن :
و منتصف ن ق .

تشابه المثلثات Similarity of Triangles

٧-٤

سوف نتعلم: تشابه المثلثات.



نشاط :

في الشكل المقابل المثلثان $\triangle ABC$ ،
دهو لهما الشكل نفسه ولكن
ليس بالضرورة القياسات نفسها.
من المعلومات على الرسم أكمل ما يلي :

$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

الزوايا المتناظرة

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = 2$$

الأضلاع المتناظرة

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ وترمز لذلك $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

الأضلاع المتناظرة متناسبة	الزوايا المتناظرة المتطابقة
$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ (نسبة التشابه)	$\angle A = \angle D$ $\angle B = \angle E$ $\angle C = \angle F$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \iff$$

العبارات والبغرات:

التشابه

Similarity

رمز التشابه \sim

Symbol of
Similarity \sim

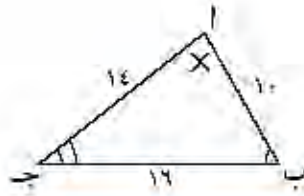
معلومات مفيدة:

للتشابه أهمية كبيرة
في كثير من تصاميم
المباني والأجهزة
والاستحقاقات الحياتية
المتوقعة.

تذكر أن:

يتشابه المضلعان إذا
وفقط إذا كانت:
- زواياهما المتناظرة
متطابقة.
- أطوال أضلعها
المتناظرة متناسبة.

ملاحظة: نراعي ترتيب رؤوس المثلثين عند كتابة عبارة التشابه.



في الجدول التالي حدّد أيّاً من المثلثات يشابه $\triangle ABC$ مع ذكر السبب .

م	المثلث	يشابه أو لا يشابه	السبب
أ			الزوايا المتناظرة و أطوال الأضلاع المتناظرة
ب			

مثال :

في الشكل المقابل $\triangle ABC \sim \triangle DEH$.

أ اذكر الزوايا المتناظرة المتطابقة .

ب اكتب نسبة التشابه .

ج أوجد طول \overline{AC} ؟

الحل :

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEH$:

أ \therefore الزوايا المتناظرة والمتطابقة هي :

$$\hat{A} \cong \hat{D}, \hat{B} \cong \hat{E}, \hat{C} \cong \hat{H}$$

ب أطوال الأضلاع المتناظرة المتناسبة هي :

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EH} = \frac{AC}{DH} \leftarrow \text{نسبة التشابه} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AB}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{8 \times 3}{2} = AB$$

$$12 = AB$$

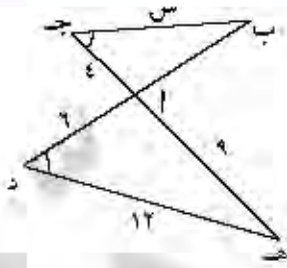
تذكّر أن :

مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°



ملاحظة :

لتحديد الأضلاع المتناظرة، يمكن ترتيب أطوال الأضلاع تصاعدياً أو تنازلياً في كل من المثلثين .



في الشكل المقابل : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. أوجد قيمة s ؟

المعطيات

المطلوب

البرهان

تذكر أن:

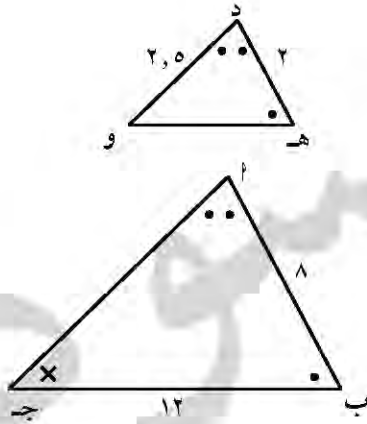
إذا تقاطعت زاويتان في مثلث مع نظائريهما في المثلث الآخر، فإن الزاوية الثالثة فيهما تكون متطابقة. (لأن مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي 180°)



في الجدول التالي حدد أيًا من المثلثات يشابه ΔABC مع ذكر السبب .

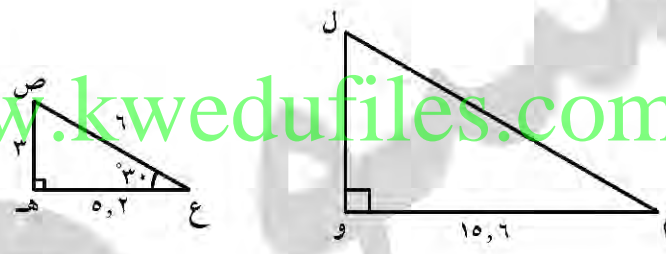
م	المثلث	يشابه أو لا يشابه	السبب
أ			
ب			

٢ في الشكل المقابل: $\Delta \text{ أ ب ج} \sim \Delta \text{ د ه و}$.
أحسب طول كلٍّ من $\overline{\text{أ ج}}$ ، $\overline{\text{ه و}}$.



٣ في الشكل أدناه:

www.kwedufiles.com



$\Delta \text{ ل م و} \sim \Delta \text{ ص ع ه}$. أحسب طول كلٍّ من $\overline{\text{ل م}}$ ، $\overline{\text{ل و}}$ ، $\widehat{\text{ل}}$.

تشابه مثلثين المطابقين الزوايا Similarity of 2 Triangles with 2 Congruent angles

٨-٤

سوف نتعلم: تشابه مثلثين يتطابقان زاويتين فقط

في دراستنا لتشابه المثلثات استخدمنا العلاقة بين ٣ زوايا و ٣ أضلاع. نبحث الآن عن عدد أقل من الشروط لتشابه مثلثين، نستقي هذه الشروط حالات تشابه مثلثين



لتشابه

في الشكل المقابل:

Δ أ ب ج فيه $\angle \text{أ} = 40^\circ$ ، $\angle \text{ب} = 60^\circ$ ،

Δ د ه و فيه $\angle \text{د} = 40^\circ$ ، $\angle \text{ه} = 60^\circ$ ،

لمعرفة أطوال أضلاع المثلثين نستخدم المسطرة وفرجار القياس

لإكمال الجدول التالي:

المثلث	قياسات الزوايا	أطوال الأضلاع
Δ أ ب ج	$\angle \text{أ} = 40^\circ$ ، $\angle \text{ب} = 60^\circ$ ، $\angle \text{ج} = 80^\circ$	أ ب = _____ ، ب ج = ١ ، ٥ ، أ ج = _____
Δ د ه و	$\angle \text{د} = 40^\circ$ ، $\angle \text{ه} = 60^\circ$ ، $\angle \text{و} = 80^\circ$	د ه = _____ ، ه و = ٣ ، د و = _____
النتائج	$\angle \text{أ} = (\angle \text{د})$ ، $\angle \text{ب} = (\angle \text{ه})$ ، $\angle \text{ج} = (\angle \text{و})$	$\frac{\text{أ ب}}{\text{د ه}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{ه و}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{د و}}$

ما العلاقة بين الزوايا المتناظرة؟ ، الأضلاع المتناظرة؟

هل المثلثان متشابهان؟

معلومات مفيدة:

يستخدم المهندسون حالات تشابه المثلثات للمساعدة في إيجاد ارتفاع مبنى وكذلك معرفة عمق المياه عند نقطة محددة.



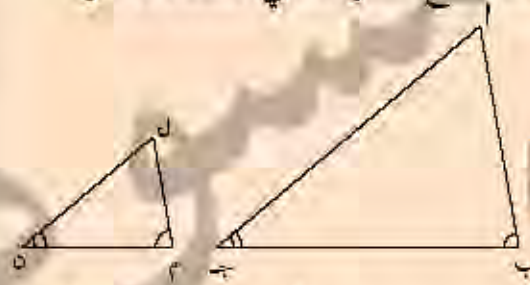
اللوازم:

- مسطرة
- فرجار قياس



نظريـة (١) :

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحدهما مع نظائريهما في المثلث الآخر .



أ ب جـ ، ل م ن مثلثان فيهما :

$$\angle \hat{A} = \angle \hat{L}, \angle \hat{B} = \angle \hat{M}$$

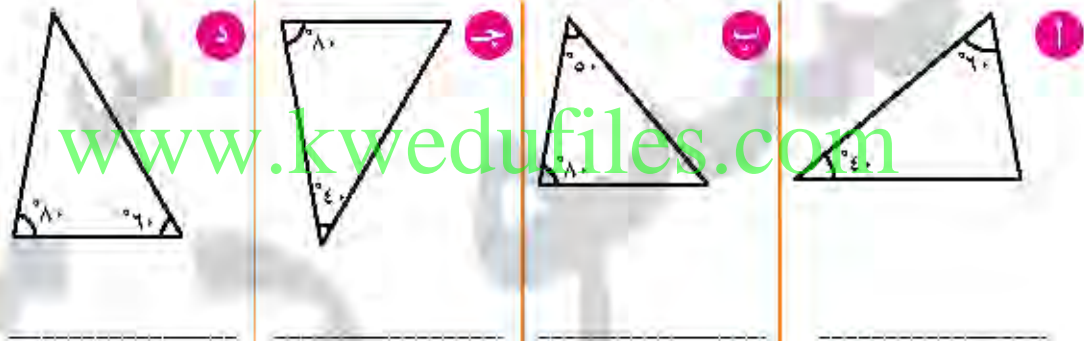


$$\therefore \Delta \text{ أ ب جـ } \sim \Delta \text{ ل م ن}$$

ومنها نستنتج أن $\frac{\text{أ ب}}{\text{ل م}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{م ن}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ل ن}}$

تـلـبـ (١) :

حدّد المثلثات المتشابهة في ما يلي حسب الشروط المعطاة .



تذكّر أنّ :



الزاويتان المتقابلتان
بالرأس متطابقتان .

تـلـبـ (٢) :

في الشكل : $\angle \hat{A} = 50^\circ = \angle \hat{D}$

أثبت أنّ : $\Delta \text{ أ م جـ } \sim \Delta \text{ د م ب}$.

المعطيات : $\angle \hat{A} = 50^\circ$ ، $\angle \hat{D} = 50^\circ$

المطلوب : إثبات أنّ $\Delta \text{ أ م جـ } \sim \Delta \text{ د م ب}$

البرهان : $\Delta \text{ أ م جـ}$ ، $\Delta \text{ د م ب}$ فيهما :

$$(١) \angle \hat{A} = \angle \hat{D}$$

$$(٢) \angle \hat{A} = \angle \hat{D}$$

$$\therefore \Delta \text{ أ م جـ } \sim \Delta \text{ د م ب}$$

(معطى)

()



مثال

في الشكل المقابل :

ده // ب ج ، اه = ٦ وحدة طول ، ه ج = ٣ وحدة طول ،

اب = ٨ وحدة طول ، ه د = ٤ وحدة طول

أوجد طول كل من : اد ، دب



الحل

المعطيات : ده // ب ج ، اه = ٦ ، ه ج = ٣ ، اب = ٨ ، ه د = ٤

المطلوب : إيجاد طول اد ، دب

البرهان : Δ ا ه د ، Δ ا ج ب فيهما :

(١) \angle ا ه د = \angle ا ج ب (زاوية مشتركة)

(٢) \angle ا ه د = \angle ا ج ب (بالتوازي والتوازي)

من (١) و (٢) ينتج أن Δ ا ه د \sim Δ ا ج ب

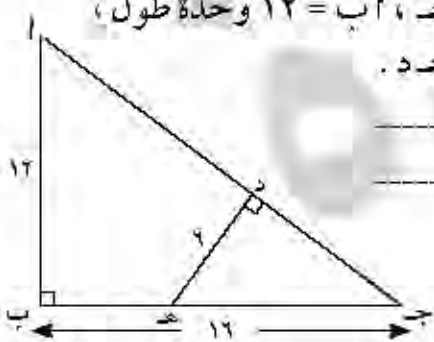
$$\frac{اد}{اب} = \frac{ه د}{ج ب} = \frac{اه}{ج} \quad \therefore \quad \frac{اد}{٨} = \frac{٤}{٣} = \frac{٦}{٩}$$

$$\therefore \quad اد = \frac{٨ \times ٤}{٣} = \frac{٣٢}{٣} = ١٠ \frac{٢}{٣} \quad \text{و} \quad دب = ٨ - اد = ٨ - ١٠ \frac{٢}{٣} = ٢ \frac{٤}{٣}$$

المطلوب : (١) \angle ا ه د = \angle ا ج ب

في الشكل المقابل : Δ ا ب ج قائم في ب ، ه د \perp ا ج ، اب = ١٢ وحدة طول ،

ب ج = ١٦ وحدة طول ، ه د = ٦ وحدة طول ، أوجد ج د .



البرهان : Δ ا ج ب ، Δ ه ج د فيهما :

(١) \angle ا ج ب = \angle ه ج د ()

(٢) \angle ا ج ب = \angle ه ج د ()

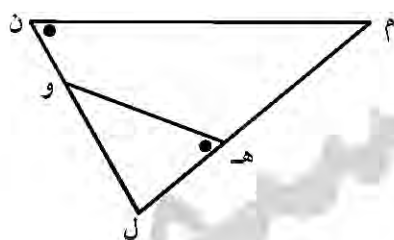
وينتج أطوال الأضلاع المتناظرة .

$$\therefore \quad \frac{ج د}{ه د} = \frac{ج ب}{اب} = \frac{ا ج}{ب ج}$$

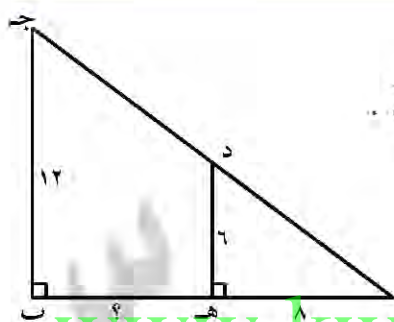
$$\frac{ج د}{٦} = \frac{١٦}{١٢} = \frac{ا ج}{١٦}$$

$$\therefore \quad ج د = \frac{١٦ \times ٦}{١٢} = ٨$$

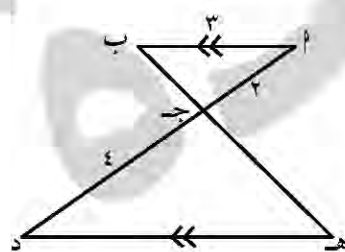
تمرّن :



١ في الشكل المقابل : أثبت أنّ المثلثين
ل هـ و ، ل ن م متشابهان .



٢ في الشكل المقابل : أثبت أنّ المثلثين
أ ب ج ، أ هـ د متشابهان . ثمّ أوجد طول ب هـ .



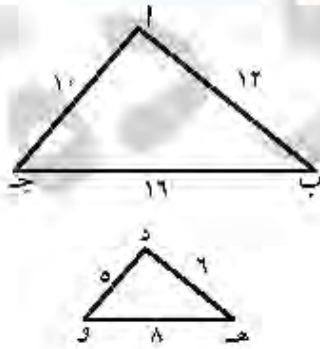
٣ في الشكل :

أ ب // هـ د ، أ ج = ٢ وحدة طول ،
أ ب = ٣ وحدة طول ، ج د = ٤ وحدة طول
أثبت أنّ : $\Delta أ ب ج \sim \Delta أ هـ د$
ثمّ أوجد هـ د .

تشابه مثلثين بنسب أطوال الأضلاع المتناظرة Similarity of 2 Triangles with Proportional Sides

٩-٤

سوف تتعلم: تشابه مثلثين بنسب أطوال أضلاعهما المتناظرة .



في الشكل المقابل :

Δ أ ب ج فيه :

أ ب = ١٢ ، ب ج = ١٦ ، أ ج = ١٠

Δ د ه و فيه :

د ه = ٦ ، ه و = ٨ ، د و = ٥

من الرسم المقابل أكمل الجدول التالي :

المثلث	أطوال الأضلاع	النتائج
Δ أ ب ج	أ ب = _____ ، ب ج = _____ ، أ ج = _____	$\frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ج}{ه و} = \frac{أ ج}{د و}$
Δ د ه و	د ه = _____ ، ه و = _____ ، د و = _____	$\frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ج}{ه و} = \frac{أ ج}{د و}$

١. : الأضلاع المتناظرة _____

أكمل الجدول التالي باستخدام المنقلة :

المثلث	أطوال الأضلاع	النتائج
Δ أ ب ج	أ ب = _____ ، ب ج = _____ ، أ ج = _____	$\angle \text{أ} = \angle \text{د} ، \angle \text{ب} = \angle \text{ه} ، \angle \text{ج} = \angle \text{و}$
Δ د ه و	د ه = _____ ، ه و = _____ ، د و = _____	$\angle \text{أ} = \angle \text{د} ، \angle \text{ب} = \angle \text{ه} ، \angle \text{ج} = \angle \text{و}$

٢. : الزوايا المتناظرة _____

هل Δ أ ب ج ، Δ د ه و متشابهان ؟ فسر ذلك .

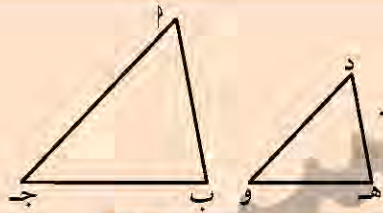
معلومات مفيدة :

يستخدم صانعو
المراكب الشراعية تشابه
المثلثات في صناعة
الأشرعة ، لأهميتها في
عملية الإبحار وقدرتها
على زيادة سرعة
القارب .



الواجب :
- منقلة

نظرية (٢) :



يتشابه مثلثان إذا تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة .

Δ د ه و ، Δ ا ب ج فيهما :

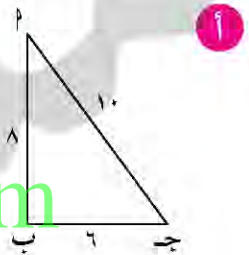
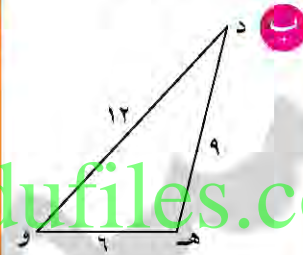
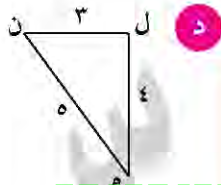
$$\Delta \text{ د ه و} \sim \Delta \text{ ا ب ج} \iff \frac{\text{د و}}{\text{ا ج}} = \frac{\text{ه و}}{\text{ب ج}} = \frac{\text{د ه}}{\text{ا ب}}$$

و منها نستنتج أن الزوايا المتناظرة متطابقة .



تدرّب (١)

حدّد أزواج المثلثات المتشابهة فيما يلي :



www.kwedufiles.com

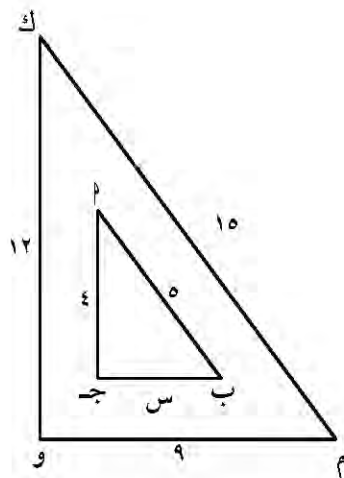


تدرّب (٢)

في الشكل المقابل وبحسب المعطيات ، أوجد قيمة س التي تجعل المثلثان متشابهان .

قيمة س التي تجعل المثلثان ا ب ج ، ك م و متشابهان .

تحقق شرط تناسب الأضلاع المتناظرة .



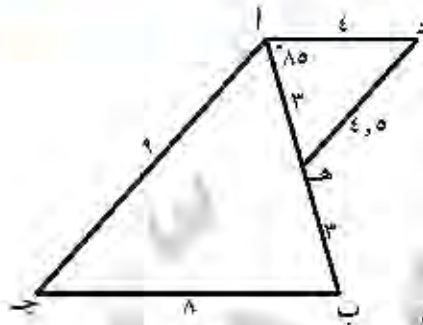
$$\therefore \frac{\text{ا ب}}{\text{ك م}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{م و}} = \frac{\text{ا ج}}{\text{ك و}}$$

$$\frac{\text{س}}{12} = \frac{\text{س}}{\text{س}} = \frac{5}{\text{س}}$$

$$\text{س} = \frac{\text{س} \times 5}{\text{س}}$$

$$\therefore \text{س} = \text{س}$$

تمرين ٣



في الشكل المقابل وحسب المعطيات المدونة عليه :

أ) أثبت أن : $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

ب) أوجد قياس (\hat{A})

المعطيات : $AD = 3$ ، $DE = 4.5$ ، $AB = 8$ ، $\angle A = 85^\circ$

المطلوب : إثبات أن $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

البرهان : $\triangle ADE$ ، $\triangle ABC$ فيهما :

$$\begin{aligned} \text{الأضلاع المتناظرة متناسبة} & \quad \left\{ \begin{aligned} (1) \quad \frac{AD}{AB} &= \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \\ (2) \quad \frac{3}{8} &= \frac{4.5}{BC} \\ (3) \quad \frac{AE}{AC} &= \frac{3}{8} \end{aligned} \right. \\ \therefore \triangle ADE &\sim \triangle ABC \\ \angle A &= \angle A = 85^\circ \end{aligned}$$

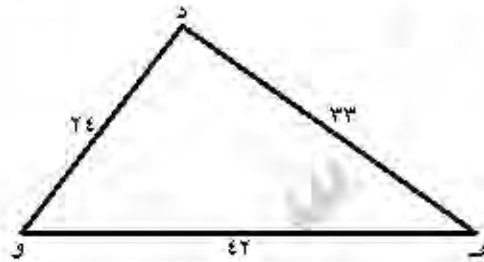
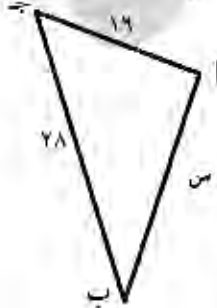
www.kwedufiles.com

فكر وتأمل

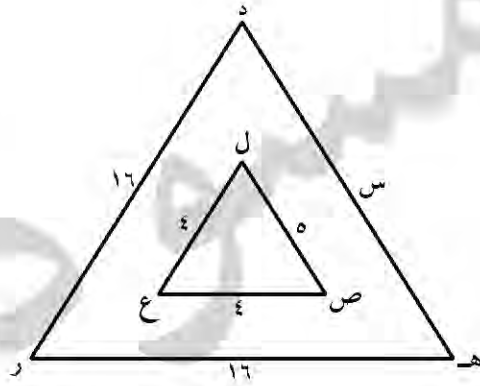
هل كل المثلثات المتطابقة متشابهة؟ وهل العكس صحيح؟

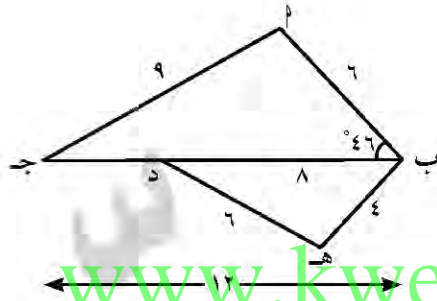
مَرَرْنَا

إذا علمت أن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فأوجد قيمة س .



٢ في الشكل المقابل وبحسب المعطيات ، أوجد قيمة س التي تجعل المثلثان متشابهان .





٣ في الشكل المقابل :

إذا كان $\angle ب = ٦$ ، $\angle ج = ١٢$ ،
 $\angle ب = ٩$ ، $\angle ج = ٤٦^\circ$ ،
 $\angle هـ = ٦$ ، $\angle د = ٨$ ، $\angle ب = ٤$

www.kwedufiles.com

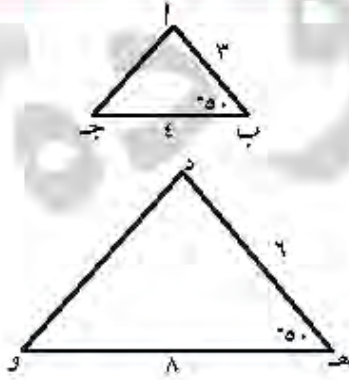
١ أثبت أن $\triangle ب ج د \sim \triangle هـ ب د$.
 ٢ أوجد $\angle هـ ب د$.

تساوية مثلثين بتطابق زاوية وتناسب طولَي الضلعين المحددين بينهما

similarity of 2 Triangles with pair of congruent angles and pair of proportional sides

١٠-٤

سوف تتعلم: تشابه مثلثين بتطابق زاوية في كل منهما وتناسب طولَي الضلعين المحددين لهما .



نشاط

في الشكل المقابل :

Δ أ ب ج فيه : أ ب = ٣ ، ب ج = ٤ ، \angle ب = 50°

Δ د ه و فيه : د ه = ٦ ، ه و = ٨ ، \angle ه = 50°

أكمل الجدول التالي :

المثلث	أطوال الأضلاع	تناسب الأضلاع
Δ أ ب ج	أ ب = ٣ ، ب ج = ٤ ، ج أ = ١	$\frac{أ ب}{د ه} = \frac{ب ج}{ه و} = \frac{ج أ}{و د}$
Δ د ه و	د ه = ٦ ، ه و = ٨ ، و د = ؟	

\angle ب = 50° ، \angle ه = 50° ، \angle ج = ؟ ، \angle و = ؟ ، \angle د = ؟

باستخدام الأدوات الهندسية (المنقلة) . أكمل الجدول التالي :

المثلث	قياسات الزوايا	الزوايا المتناظرة
Δ أ ب ج	\angle أ = ؟ ، \angle ب = 50° ، \angle ج = ؟	\angle أ = ؟ ، \angle ب = 50° ، \angle ج = ؟
Δ د ه و	\angle د = ؟ ، \angle ه = 50° ، \angle و = ؟	الزوايا المتناظرة

من الحالة الأولى : تشابه مثلثين بتطابق زاويتين في كل منهما :

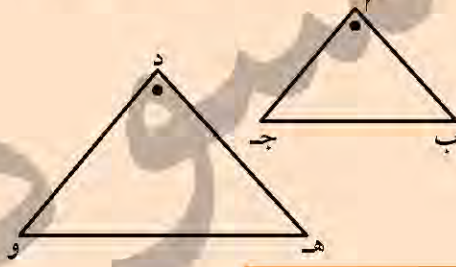
يتبع أن : Δ أ ب ج \sim Δ د ه و

الواجب :
- منقلة

نظرية (٣) :

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلث الآخر وتناسب طولاً ضلعي هاتين الزاويتين .

أ ب ج ، د ه و مثلثان فيهما :



$$\Delta \text{ أ ب ج } \sim \Delta \text{ د ه و}$$

\Leftrightarrow

$$\angle \text{ أ } = \angle \text{ د }$$

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د ه}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{د و}}$$

ويستج أن : $\angle \text{ ب } = \angle \text{ ه } , \angle \text{ ج } = \angle \text{ و }$

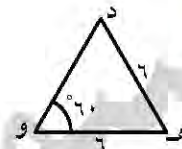
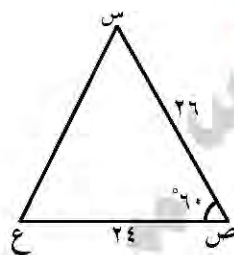
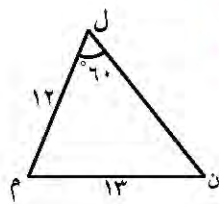
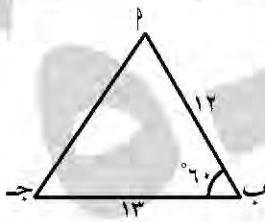
$\frac{\text{أ ب}}{\text{د ه}}$ يساوي نسبة التشابه .

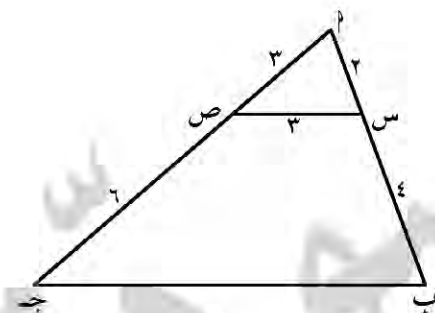
www.kwedufiles.com

ملاحظة : نستطيع من النشاط السابق إثبات التشابه من تناسب أطوال الأضلاع .

تدرّب (١)

أي من المثلثات أدناه متشابهة مع $\Delta \text{ أ ب ج } ?$





تدريب (٢)

في الشكل المقابل : Δ س ب ٢ ، Δ ج ب ٤ ،

Δ ص ٣ ، Δ ج ٦

أثبت أن : Δ س ص يشابه Δ ب ج

ب) أوجد طول ب ج .

المعطيات : Δ س ب ٢ ، Δ ج ب ٤ ، Δ ص ٣ ، Δ ج ٦

المطلوب : أ) إثبات أن

ب)

البرهان : Δ س ص ، Δ ب ج فيهما :

(١) مشتركة

(٢) $\frac{\text{س}}{\text{ج}} = \frac{٢}{٤}$

(٣) $\frac{\text{ص}}{\text{ج}} = \frac{٣}{٦}$

الأضلاع المتناظرة

Δ س ص \sim Δ ب ج

يتبع أن :

$$\frac{\text{س}}{\text{ج}} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢} , \frac{١}{٣} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} , \text{ب ج} = ٣ \times \frac{١}{٣} = ٣$$

تدريب (٣)

هل المثلثان في الشكل المقابل متشابهان ؟

المعطيات :

\angle (ب) = ٢٥° ، \angle ج = ٣ ، \angle ب = ٥ ، ٤

\angle (د) = \angle د ، \angle د = \angle د ، \angle د = \angle د

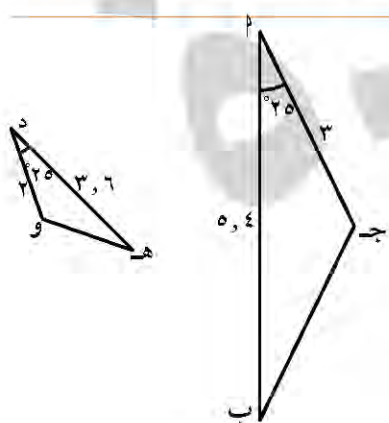
المطلوب :

أثبت أن المثلثان متشابهان .

البرهان :

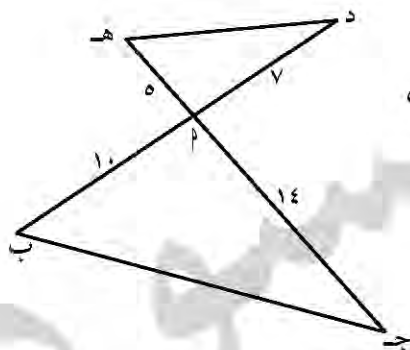
\angle (ب) = \angle (د) = ٢٥°

$$\frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} , \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

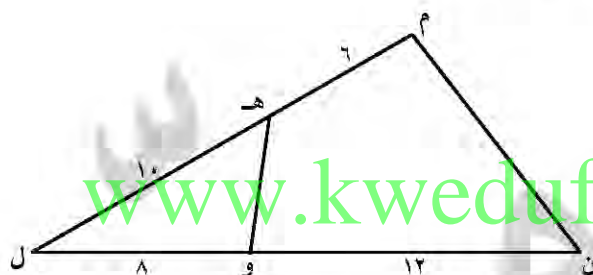


تمرّن :

١ في الشكل المقابل وبحسب المعلومات المعطاة ،
أثبت أنّ : $\Delta ا د ه$ يشابه $\Delta ا ج ب$

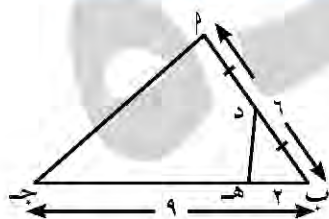


٢ في الشكل المقابل : أثبت أنّ : $\Delta ل ه و \sim \Delta ل ن م$.



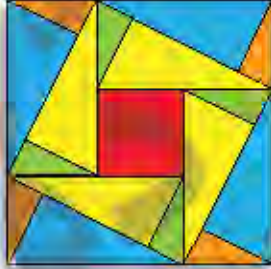
www.kwedufiles.com

٣ ا ب ج مثلث فيه ا ب = ٦ ، ب ج = ٩
د منتصف ا ب ، ه \exists ب ج بحيث ب ه = ٢
أثبت أنّ $\Delta د ب ه \sim \Delta ج ب ا$.



تطبيقات على تشابه المثلثات Applications on the Similarity of Triangles

١١-٤

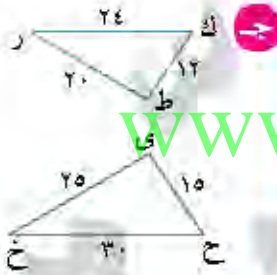


- في بعض الحالات يصعب قياس مسافة أو ارتفاع معين مباشرة . في هذه الحالة يمكن استخدام تشابه المثلثات لإيجاد هذا القياس بطريقة غير مباشرة .
- وأيضًا من تصاميم المباني أو إيجاد بعد فلكي عن مركز الأرض عند مراقبة كسوف الشمس .



تدريب (١)

حدّد ما إذا كانت أزواج المثلثات التالية متشابهة وفقًا للمعطيات الموضحة في كل شكل ، ثم اكتب عبارة التشابه والنظرية المستخدمة .



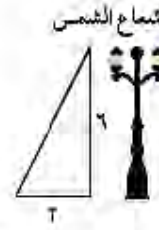
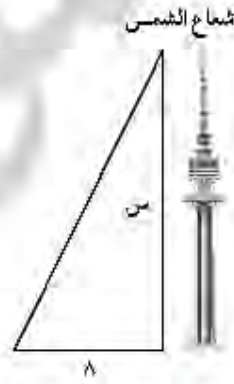
معلومات مفيدة :

يُقال إنّ الفيلسوف الإغريقي أرسطو هو أول من قاس ارتفاع الأهرامات في مصر باستعمال خصائص الشكل .
يبين النسبة الثابتة بين ارتفاعي جسمين وطولي ظليهما في الوقت نفسه .

تذكّر أنّ

البعد بين المستقيمتين المتوازيات ثابت ، فهي لا يتقاطعان مهما امتدّا .

قاس وليد طول ظلّ بناية فوجده ٨ وحدة طول ، وفي الوقت نفسه قاس طول ظلّ عمود إنارة قريب من البناية فوجده ٢ وحدة طول ، إذا كان إرتفاع عمود الإنارة ٦ وحدة طول ، فما إرتفاع البناية ؟



بما أنّ عمود الإنارة والبناية يشكلان مع الأرض زاوية قائمة ، وأشعة الشمس متوازية لذا فهي تشكل زوايا متطابقة مع الأرض ، إذاً يكون المثلثان في الرسم متشابهين

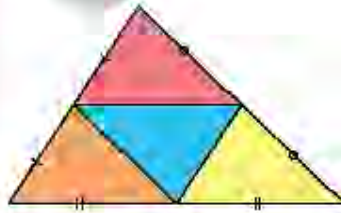
$$\frac{\text{طول ظل البناية}}{\text{ارتفاع عمود الإنارة}} = \frac{\text{ارتفاع البناية}}{\text{طول ظل العمود}}$$

اكتب تناسباً

عوض

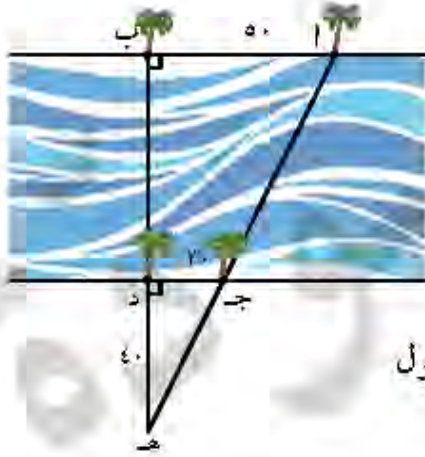
ارتفاع البناية = وحدة طول

فكر وناقش



- ١ في الشكل المقابل :
تم تقسيم المثلث الكبير إلى مثلثات صغيرة .
كيف يمكن إثبات أنّ المثلثات الصغيرة
متشابهة مع المثلث الكبير .
- ٢ هل كلّ المثلثات المتطابقة الضلعين تكون متشابهة .

تمرين ١



١ ، ب شجرتان على شاطئ قناة ، البعد بينهما ٥٠ وحدة طول .

ج ، د شجرتان على الشاطئ الآخر المقابل والموازي للشاطئ الأول والبعد بينهما ٢٠ وحدة طول . كما في الشكل المقابل

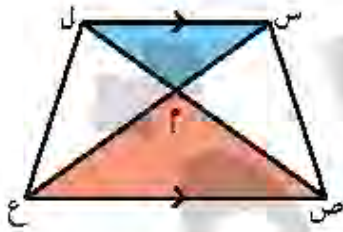
بحيث كان $هـ د \perp ج د$ ، $هـ د = ٤٠$ وحدة طول استخدم التشابه لإيجاد عرض القناة د ب .

٢ في الشكل المقابل س ص ع ل شبه منحرف فيه س ل // ص ع

إذا كان س ل = ٤ ، ص ع = ٦ ،

ل م = ٢ فأثبت أن : $\Delta س ل م \sim \Delta ع ص م$ ،

ثم أوجد طول ص ل .



٢٠ في الشكل المقابل شراعي المركب س ص ن ، ع ل د مثلثين متشابهين .
أوجد قيمة هـ ، ثم أوجد طول س ص .

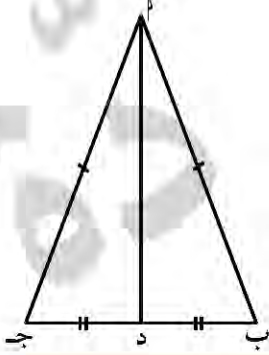


٢١ في الشكل المقابل: أثبت أن $\Delta أ ب ج \sim \Delta د ب أ$.



مراجعة الوحدة الرابعة Revision Unit Four

١٢-٤



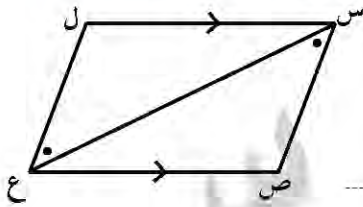
١ أكمل كلاً مما يلي :

لإثبات تطابق Δ ب د ، Δ ج د بثلاثة أضلاع فإن :

أ ب \cong _____

ب د \cong _____ (ضلع _____)

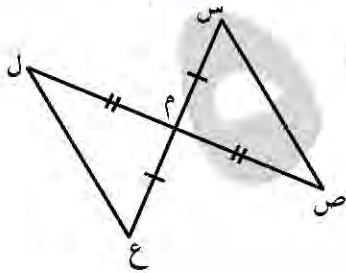
ج د \cong _____



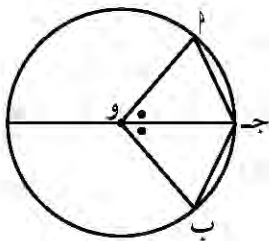
٢ في الشكل المقابل أثبت أن :

أ Δ س ص ع \cong Δ ع ل س ، ب \angle (ص) = \angle (ل)

www.kwedufiles.com

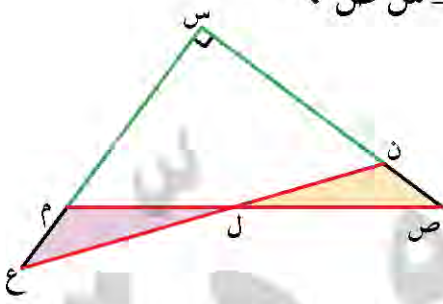


٣ في الشكل المقابل: أثبت أن Δ س م ص \cong Δ ع م ل

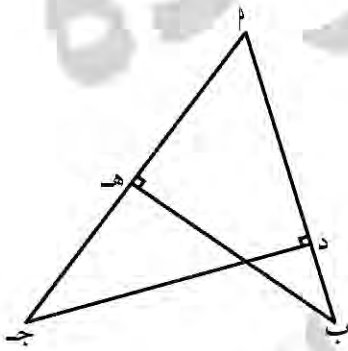


٤ في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، أثبت أن ج د = ب د .

٥ في الشكل المقابل : إذا كان $س ن = س م$ ، $ن ع = ص م$ ، $س ع \perp س ص$ ،
فأثبت أن $\Delta س ص م \cong \Delta س ع ن$.

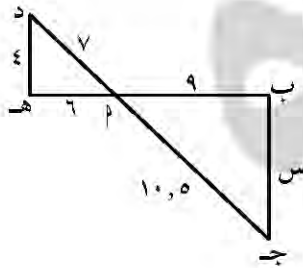


٦ في الشكل المقابل : أثبت أن $\Delta ا د ج$ يشابه $\Delta ا ه ب$



٧ في الشكل المقابل : www.kwedufiles.com

أثبت أن المثلثين متشابهان .



ب أوجد قيمة س .

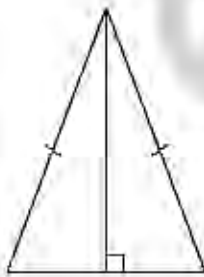
ج أوجد محيط $\Delta ا ب ج$.

اختبار الوحدة الأولى

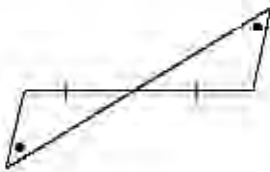
أولاً : في البنود (١ - ٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

(ب)	(أ)	يتشابه المثلثان إذا تناسب طولاهما ضلعين في أحدهما مع نظائريهما في الآخر .
(ب)	(أ)	المثلثان في الشكل المقابل متطابقان
(ب)	(أ)	في الشكل المقابل : $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
(ب)	(أ)	$\triangle M$ من ص ع ، $\triangle L$ من ص ع ، $\triangle M$ من ص ع ، $\triangle L$ من ص ع

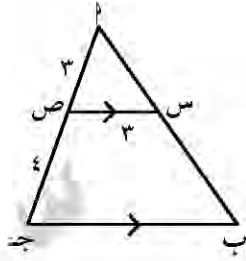
ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .



- في الشكل المقابل : يتطابق المثلثان وحالة تطابقهما هي :
- (أ) (ض . ض . ض) فقط (ب) (ض . ز . ض) فقط
- (ج) (ز . ض . ز) فقط (د) كل حالات التطابق



- في الشكل المقابل : يتطابق المثلثان وحالة تطابقهما هي :
- (أ) (ض . ض . ض) (ب) (ض . ز . ض)
- (ج) (ز . ض . ز) (د) (ز . و . ض)



٧ إذا كان $\overline{س ص} \parallel \overline{ب ج}$ فإن $\overline{ب ج}$ يساوي :

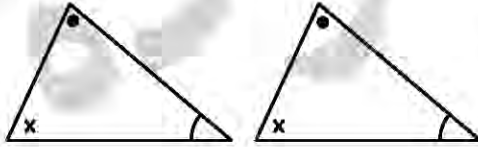
(أ) ٣ وحدة طول

(ب) ٤ وحدة طول

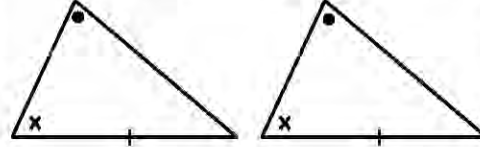
(ج) ٧ وحدة طول

(د) ١٢ وحدة طول

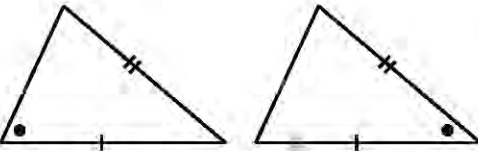
٨ المثلثان المتطابقان في ما يلي هما :



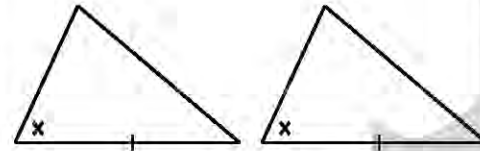
(أ)



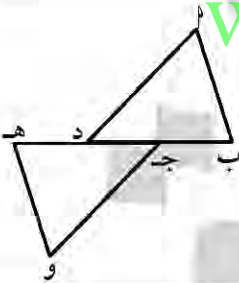
(ب)



(ج)



(د)



٩ في الشكل المقابل، إذا كان $\triangle د ب ج \cong \triangle د هـ و$ فإن :

(أ) $\hat{ب ج د} = \hat{د هـ و}$

(ب) $\hat{ب ج د} \cong \hat{د هـ و}$

(ج) $\hat{ب ج د} = \hat{د هـ و}$

(د) $\hat{ب ج د} \cong \hat{د هـ و}$

١٠ إذا كان قياسا زاويتين في أحد مثلثين متشابهين هما ٣٢° ، ٥٤° فإن قياس زاويتين في

المثلث الآخر هما :

(أ) ٣٢° ، ٥٤°

(ب) ٣٢° ، ٨٤°

(ج) ٣٢° ، ٩٤°

(د) ٣٢° ، ٩٤°

الوحدة الخامسة العلاقة والتطبيق

Relation and Mapping

عائليتي

My Family



مشروع الوحدة :
(شجرة العائلة)

الأسرة هي النواة الأساسية التي يتكوّن منها المجتمع ، وتتكوّن من مجموعة من الأفراد الذين يجمعهم روابط مشتركة مثل : الرحم ، والدم ، والقربا ، حيث تلعب دوراً كبيراً وأساسياً في النشاط الاجتماعي في مختلف جوانبه ، وتحديدًا في الجوانب الاقتصادية ، والدينية ، والمادية والنفسية ، وللأسرة واجبات متعدّدة منها : نقل اللغة للأجيال ، ونقل التراث ، كما أنّ لها وظائف مختلفة ومتنوعة .

www.kwedufiles.com

خطة العمل :

• يكتب كل متعلم شجرة العائلة مع صلة القرابة .

خطوات تنفيذ المشروع :

- ابحث عن نموذج شجرة عائلة من النت أو صممها بنفسك .
- مثل الشجرة بمخطط سهمي وآخر بمخطط بياني .
- ألصق شجرات العائلة لكل أفراد المجموعة بلوحة واحدة .

ملاحظات وتواصل :

• التعرف على شجرات العائلة لكل متعلم .

عرض العمل :

- يعرض المتعلم شجرة العائلة والتمثيلات (سهمي - بياني) لبقية أفراد المجموعة ولبقية المجموعات .

يمكن أن تكون شجرة العائلة افتراضية .

مخطط تنظيمي للوحدة الخامسة

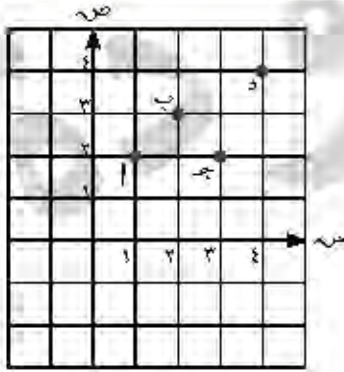


www.kwecufiles.com

الزوج المرتب والحاصل الديكارتي Ordered Pair - (Cartesian) Product

١-٥

سوف نتعلم : الزوج المرتب والحاصل الديكارتي



نشاط (١)

لاحظ النظام الإحداثي أمامك ، ثم أجب :

إحداثيًا كل من ١ (_ ، _) ، ب (_ ، _)

ج (_ ، _) ، د (_ ، _)

لاحظ ب ، ج ، هل ترتيب الاحداثيات في هذه النقاط

مهم هنا ؟

الاستقي كلاً من ١ ، ب ، ج ، د ، أزواجاً مرتبة .

حيث الإحداثي الأول يُسمى المسقط الأول .
حيث الإحداثي الثاني يُسمى المسقط الثاني .

متى يتساوى الزوجان المرتبان (١ ، ب) ، (ج ، د) ؟

العبارات والمفردات :

زوج مرتب

Ordered Pair

حاصل الضرب

الديكارتي

Cartesian

Product

خطّ سهمي

Arrow Diagram

خطّ بياني

Graph

تذكّر أن

المجموعة هي تجمع

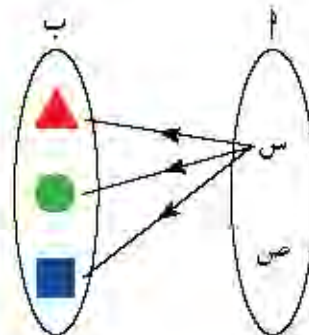
من الأشياء معرفة

تعرّفًا تامًا ومتميزًا

نشاط (٢)

أوجد كل الأزواج المرتبة الناتجة من ارتباط كل عنصر من ب بجميع عناصر ب
مستعينًا بالمخطط السهمي .

الأزواج المرتبة هي :



(س ، س) ، (س ، س)

(س ، ص) ، (ص ، ص)

(ص ، س) ، (ص ، ص)

لتكن S تمثل مجموعة الوالدين و S' تمثل مجموعة الأبناء ،
حيث $S = \{ \text{أمل ، صالح} \}$ ، $S' = \{ \text{نور ، عبدالله ، حسن} \}$
أكمل لتوجد كل الأزواج المرتبة التي تربط مجموعة الوالدين بمجموعة الأبناء
 $\{ (\text{أمل ، نور}) ، (\text{أمل ، عبدالله}) ، (\text{أمل ، _____}) ،$
 $(\text{صالح ، نور}) ، (\text{صالح ، _____}) ، (\text{صالح ، _____}) \}$
سجلي هذه العناصر مجموعة الحاصل الديكارتي ورمزي إليه بالرمز $S \times S'$

الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) $S \times S'$:
هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (a, b) حيث $a \in S$ و $b \in S'$
والمسقط الثاني $b \in S'$.
أي أن : $S \times S' = \{ (a, b) : a \in S , b \in S' \}$
وعدد عناصر $S \times S' = \text{عدد عناصر } S \times \text{عدد عناصر } S'$

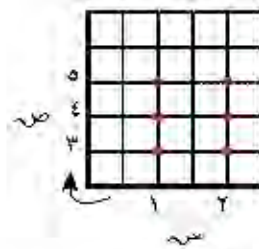
مثال ١

www.kwedufiles.com

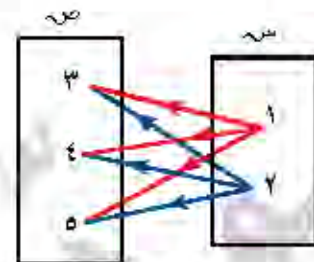
- إذا كانت $S = \{ 1, 2 \}$ و $S' = \{ 3, 4, 5 \}$:
أ أوجد عدد عناصر $S \times S'$
ب أكتب الحاصل الديكارتي $S \times S'$
ج مثل $S \times S'$ بمخطط سهمي ومخطط بياني

الحل ١

- أ عدد عناصر $S \times S' = 2 \times 3 = 6$
ب $S \times S' = \{ (1, 3) , (1, 4) , (1, 5) , (2, 3) , (2, 4) , (2, 5) \}$



مخطط بياني



مخطط سهمي

- د $S \times S' = \{ (1, 3) , (1, 4) , (1, 5) , (2, 3) , (2, 4) , (2, 5) \}$

تفكر وناقش

في المثال السابق : هل $S \times S' = S' \times S$ ؟ فسّر إجابتك .

تدريب (٢)

إذا كانت $S = \{2, 3, 4\}$:

- أوجد عدد عناصر $S \times S$.
- اكتب الحاصل الديكارتي $S \times S$ بذكر العناصر.
- اكتب الحاصل الديكارتي $S \times S$ بذكر الصفة المميزة.
- مثل $S \times S$ بمخطط بياني وآخر سهمي.

الحل:

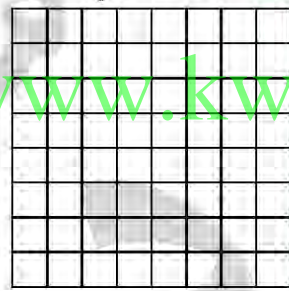
- عدد عناصر $S \times S = 3 \times 3 = 9$
- $S \times S = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

د

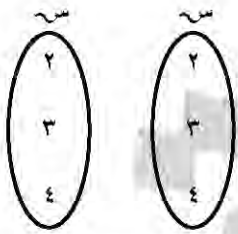
الصفة المميزة $S \times S =$

$\{(a, b) : a, b \in S\}$

مخطط بياني



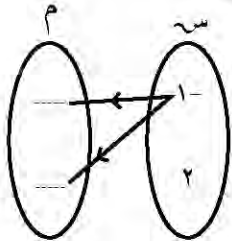
مخطط سهمي



www.kwedufiles.com

تدريب (٣)

إذا كانت $S = \{1, 2\}$ ، $M = \{b : b \in S, b \geq 2\}$ ، حيث S مجموعة الأعداد الصحيحة. أكمل ما يلي:



- $M = \{1, \dots\}$
- $S \times M = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$
- المخطط سهمي $S \times M$
- $(1, 1) \notin S \times M$

تدريب (٤)

إذا كانت $S \times S = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$.

أوجد S ، S بذكر العناصر.
 $S = \{ \dots \}$
 $S = \{ \dots \}$

تمرّن :

١ إذا كانت $S = \{3, 6, 9\}$ ، $T = \{4, 6\}$ ، فاكتب كلاً من $S \times T$ ، $T \times S$ ، $S \times S$ بذكر العناصر .

٢ إذا كانت $S \times T = \{(1,0), (2,0), (3,0), (4,0), (5,0), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5)\}$.

أ اكتب كلاً من S ، T بذكر العناصر .

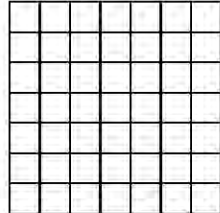
ب مثل $S \times T$ بمخطط سهمي

www.kwedufiles.com

٣ إذا كانت $S = \{p : p \in T, p \text{ عدد فردي أصغر من } 6\}$ ، حيث T مجموعة الأعداد الطبيعية ، $D = \{b : b \in S, b - 2 > 1\}$ ، حيث S مجموعة الأعداد الصحيحة .

أ اكتب كلاً من S ، D بذكر العناصر .

ب اكتب $S \times D$ واذكر عدد عناصرها .



مخطط بياني

ج مثل بمخطط بياني $S \times D$.

مفهوم العلاقة The Concept of Relation

٢-٥

سوف نتعلم : مفهوم العلاقة وكيفية إيجاد العلاقة بين مجموعة وأخرى .



تخرج عبد الكريم من الجامعة وحصل على وظيفة مناسبة ، ثم تزوج ورزق بعائلة كما هو موضح في المخطط التالي :

الأب عبد الكريم



الأب
عبد الله
أوراد

استعن بالصورة التي أمامك لإكمال المخطط السهمي الذي يمثل $S \times S$.



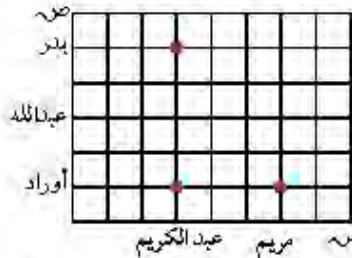
المخطط السهمي

اعتبر S هي علاقة « أب » ، E هي علاقة « أم » من S إلى S .

ثم أجب عن الأسئلة التالية :

١ أكتب الحاصل الديكارتي $S \times S$ ثم مثله بيانياً .

$S \times S = \{ (\text{عبد الكريم} , \text{أوراد}) , (\text{عبد الكريم} , \text{عبد الله}) , (\text{عبد الكريم} , \text{مريم}) , (\text{أوراد} , \text{عبد الكريم}) , (\text{أوراد} , \text{عبد الله}) , (\text{أوراد} , \text{مريم}) , (\text{عبد الله} , \text{عبد الكريم}) , (\text{عبد الله} , \text{أوراد}) , (\text{عبد الله} , \text{مريم}) , (\text{مريم} , \text{عبد الكريم}) , (\text{مريم} , \text{أوراد}) , (\text{مريم} , \text{عبد الله}) \}$



(عبد الكريم ، أوراد) ، (عبد الكريم ، عبد الله) ، (عبد الكريم ، مريم) ، (مريم ، عبد الكريم) ، (مريم ، أوراد) ، (مريم ، عبد الله) ، (أوراد ، عبد الكريم) ، (أوراد ، عبد الله) ، (أوراد ، مريم) ، (عبد الله ، عبد الكريم) ، (عبد الله ، أوراد) ، (عبد الله ، مريم)

أكمل التمثيل البياني $S \times S$ المقابل .

٢ أكتب جميع الأزواج المرتبة التي تمثل علاقة (أب)

$= \{ (\text{عبد الكريم} , \text{أوراد}) , (\text{عبد الكريم} , \text{عبد الله}) , (\text{عبد الكريم} , \text{مريم}) , (\text{أوراد} , \text{عبد الكريم}) , (\text{أوراد} , \text{عبد الله}) , (\text{أوراد} , \text{مريم}) , (\text{عبد الله} , \text{عبد الكريم}) , (\text{عبد الله} , \text{أوراد}) , (\text{عبد الله} , \text{مريم}) , (\text{مريم} , \text{عبد الكريم}) , (\text{مريم} , \text{أوراد}) , (\text{مريم} , \text{عبد الله}) \}$

٣ أكتب جميع الأزواج المرتبة التي تمثل علاقة (أم)

$= \{ (\text{مريم} , \text{عبد الكريم}) , (\text{مريم} , \text{أوراد}) , (\text{مريم} , \text{عبد الله}) , (\text{أوراد} , \text{عبد الكريم}) , (\text{أوراد} , \text{عبد الله}) , (\text{أوراد} , \text{مريم}) , (\text{عبد الله} , \text{عبد الكريم}) , (\text{عبد الله} , \text{أوراد}) , (\text{عبد الله} , \text{مريم}) , (\text{عبد الكريم} , \text{أوراد}) , (\text{عبد الكريم} , \text{عبد الله}) , (\text{عبد الكريم} , \text{مريم}) \}$

العبارات والمقررات :

علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى

Relation from a Set to Another

علاقة على مجموعة

Relation on a Set

معلومات مفيدة :

يستخدم العلماء العلاقة بين صمق المحيط وضغط الماء على الجسم ، فكلما زاد العمق زاد الضغط على الجسم . فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل مما يسبب الضغط .



من الصورة، أكتب جميع الأزواج المرتبة التي تمثل علاقة (أطول من)

ع = { (عبد الكريم، مريم)، (عبد الكريم، أوراد)،

(عبد الكريم، _____)، (عبد الكريم، _____)، (مريم، _____)،

(مريم، _____)، (مريم، _____)، (أوراد، _____)،

(أوراد، _____)، (عبد الله، _____) }

هل ع₁ ⊇ س_ه × ص_ه ؟

هل ع₂ ⊇ س_ه × ص_ه ؟

لتكن س_ه ، ص_ه مجموعتين غير خاليتين تكون «ع» علاقة من س_ه إلى ص_ه عندما تكون «ع» مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي س_ه × ص_ه ونعبر عن ذلك «ع» ⊆ س_ه × ص_ه



تدريب (١)

إذا كانت س_ه = { ٥ ، ٣ } ، ص_ه = مجموعة أرقام العدد ٢٢ ٣٤٤

أ) أكتب ص_ه بذكر العناصر

ب) أكتب حاصل الضرب الديكارتي س_ه × ص_ه.

ج) أيًا مما يلي يمثل علاقة من س_ه إلى ص_ه ؟

ع₁ = { (٢، ٥)، (٣، ٣)، (٤، ٣) }

ع₂ = { (٥، ٤)، (٣، ٢)، (٣، ٣)، (٤، ٣) }

ع₃ = { (٢، ٥)، (٣، ٥)، (٤، ٥)، (٢، ٣) }

ع₄ = { (٣، ٣) }



متعلما نقول إن ع
علاقة ضعف يعني
أن في كل زوج مرتب
المسقط الأول هو
ضعف المسقط الثاني.

فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة على $S = \{2, 3, 4, 5, 6\}$.
اكتب كل علاقة بذكر عناصرها :

١ اكتب ع، علاقة « ضعف » من S إلى S بذكر العناصر :

حيث إن ٤ ضعف العدد ٢ ، _____ ضعف العدد _____

فإن ع، $\{(2, 4), (__, __)\}$

ب ع، $\{(1, 2) : 1 \in S, 2 \in S, 2 = 1 + 1\}$

$\{(2, 2)\}$

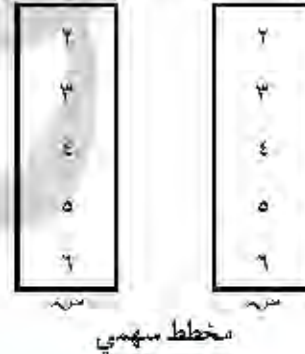
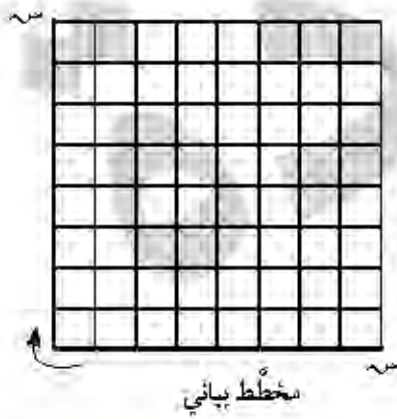
ج ع، $\{(1, 2) : 1 \in S, 2 \in S, 2 = 1\}$

$\{(2, 2)\}$

د ع، $\{(1, 2) : 1 \in S, 2 \in S, 2 = \sqrt{1}\}$

www.kwedufiles.com

هـ مثل ع، بمخطط سهمي وع، بمخطط بياني :



فكر وتناقش

من تدريب (٢) : اكتب علاقة معرفة على S .

تكون « ع » علاقة على S إذا كانت « ع » $\supseteq S \times S$

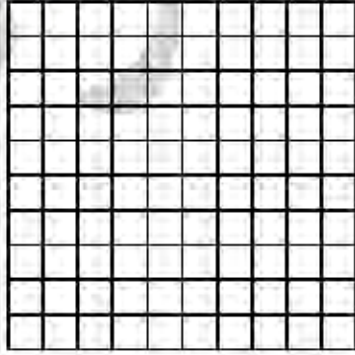
ملاحظة مهمة:

عندما نقول إن ع
علاقة ذلك يعني أن في
كل زوج مرتب المسقط
الأول هو ذلك المسقط
الثاني .

إذا كانت $S = \{1, 3, 5\}$ ، $V = \{3, 4, 8, 9, 15\}$
وكانت $E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 15), (3, 9), (9, 15)\}$:

أ) أكتب ع، بذكر العناصر :

ب) مثل ع، بمخطط بياني .



ج) أكتب العلاقة ع، المبيّنة في المخطط السهمي التالي بذكر العناصر، والصفة المميّزة .

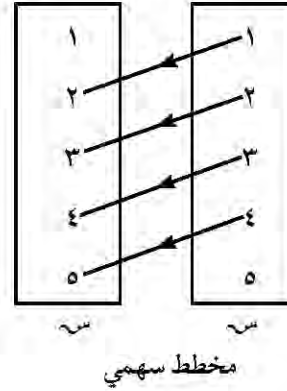
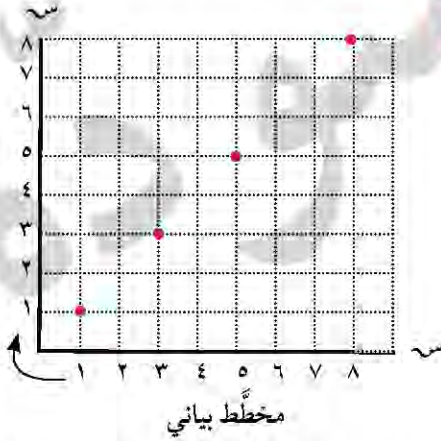


فكر وناقش

يرى أمير أن $E = \{(1, 3), (3, 5), (5, 15), (3, 9), (9, 15)\}$ في تدرّب (3) .
فهل رأي أمير صحيح أم خطأ ؟ فسر ذلك .

تدريب (11)

أكتب العلاقة ع على سـ التي يمثلها كل من المخططين السهمي والبياني المقابلين ،
ثم صف العلاقة .



$$ع = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5), (7, 7), (8, 8)\}$$

$$ع = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1)\}$$

ومن المخطط البياني فإن العلاقة على ع
هي علاقة

ومن المخطط فإن العلاقة على ع
هي علاقة (يريد بمقدار)

www.kwedufiles.com

تمرّن :

١ إذا كانت سـ = {أ، ب، جـ} ، صـ = {٨، ٥، ٤} ، فأَي المجموعات التالية
تمثل علاقة من سـ إلى صـ ؟ مع ذكر السبب .

أ هـ = {(٤، ب)، (٨، أ)، (٤، أ)، (٥، أ)}

ب نـ = {(٥، أ)، (٨، ب)، (٤، ب)، (٣، جـ)، (٥، جـ)}

جـ د = {(٨، أ)، (٨، ب)، (٥، أ)، (٨، ب)}

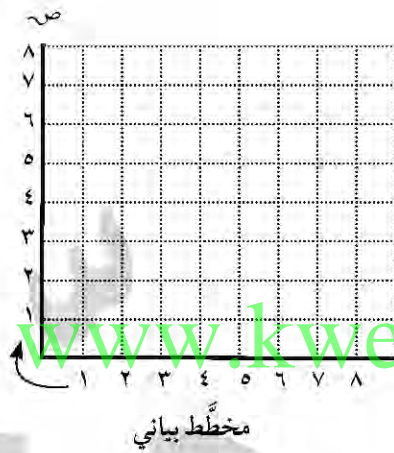
٢ لتكن $\text{ص} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

أ اكتب ع علاقة من ص إلى ص بذكر العناصر حيث

ع = $\{(b, a) : a \in \text{ص}, b = 2a\}$

ب أوجد عدد عناصر $\text{ص} \times \text{ص}$.

ج مثل ع بمخطط سهمي وبياني.



www.kwedufiles.com

٣ فيما ما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة من ص إلى ص ، حيث $\text{ص} = \{3, 6, 9\}$ ،
 $\text{ص} = \{3, 6, 9, 12, 15\}$. اكتب كل علاقة بذكر عناصرها.

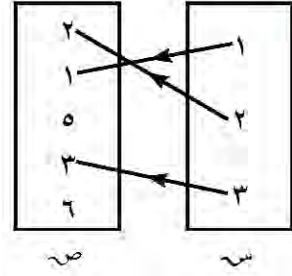
أ هـ = $\{(b, a) : a \in \text{ص}, b < a\}$

ب ل = $\{(b, a) : a \in \text{ص}, b = a\}$

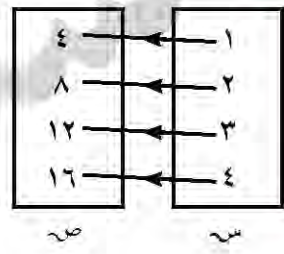
ج ع = $\{(b, a) : a \in \text{ص}, b = a + 6\}$

٤ اكتب العلاقة ع على المجموعات التالية ، ثم صف العلاقة .

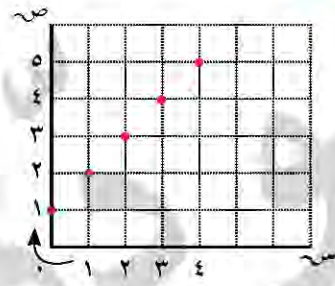
أ



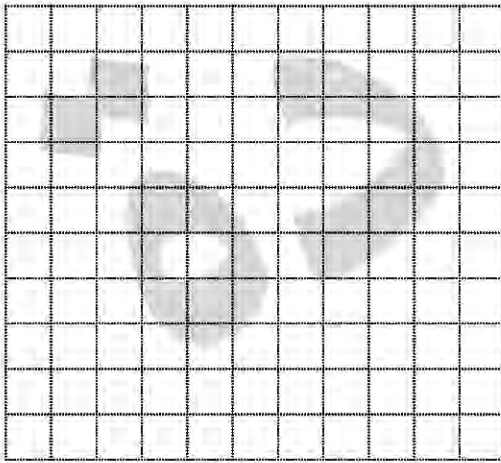
ب



ج

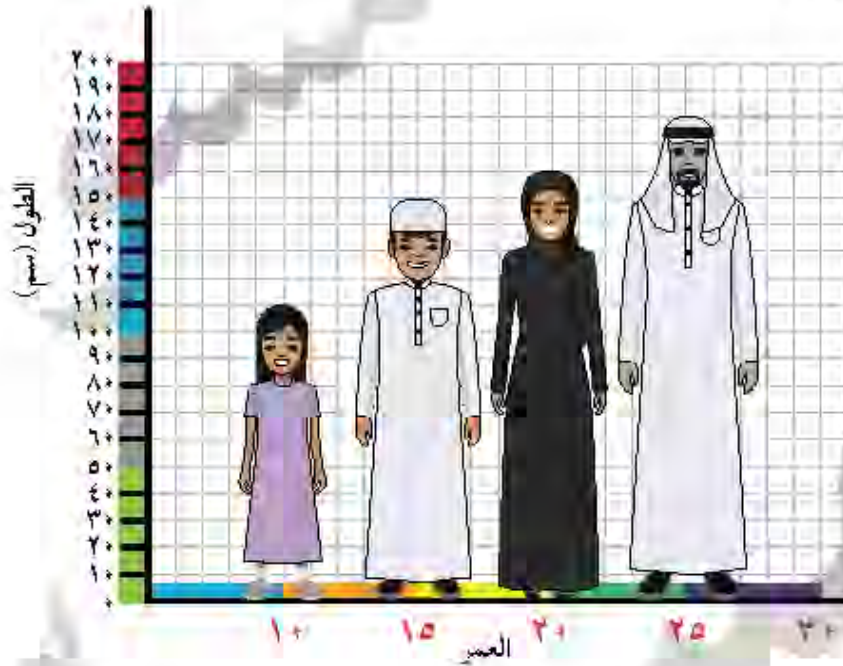


٥ اكتب العلاقة التالية كمجموعة أزواج مرتبة ، ثم مثلها بيانيًا .



أسعار السمك	
الكتلة (كجم)	السعر (دينار)
١	٢,٥
٢	٥
٥	١٢,٥
١٠	٢٥

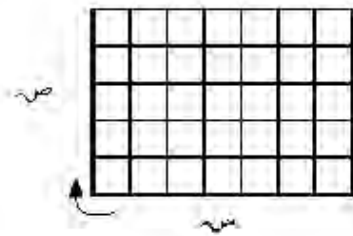
من المخطط البياني ، عبّر عن علاقة (العمر ، الطول) في عائلة عبد العزيز بصورة أزواج مرتبة .



www.kwedufiles.com

إذا كانت $S = \{1, 3, 5\}$ ، $T = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ،

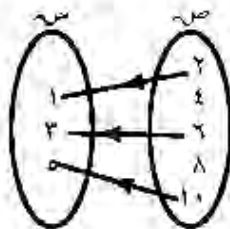
$E = \{A, B\}$: $A \in S$ ، $B \in T$ ، $A = \frac{1}{3}B$.



أكتب E بذكر العناصر .

مثّل E بمخطط بياني .

أكتب العلاقة E المبيّنة في المخطط السهمي التالي بذكر العناصر والصفة المميزة .



هل $E = E$ ؟

مكوّنات التطبيق (الدالة) $T: S \rightarrow V$ هي :

١ المجموعة S تُسمّى مجال التطبيق (الدالة) .

٢ المجموعة V تُسمّى المجال المقابل للتطبيق .

٣ قاعدة الاقتران T .

إذا كان $p \in S$ والعنصر الذي يرتبط به من V هو b ، فإننا نعتبر عن ذلك بالصورة $T(p) = b$ وهي قيمة التطبيق (الدالة) T عند p .



مدى التطبيق : هو مجموعة صور عناصر مجال التطبيق وهو مجموعة جزئية من المجال المقابل V .

مثال :

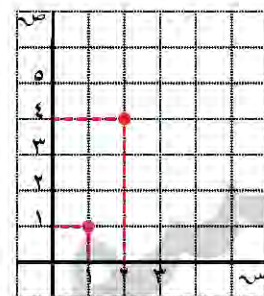
١

E_1 هي علاقة «مربع العدد» من S إلى V حيث :

$$S = \{1, 2, 3\}$$

$$V = \{1, 3, 4, 5\}$$

وممثلة بالشبكة البيانية .



نلاحظ أنّ :

$3 \in S$ ولم ترتبط

بعنصر من V

∴ العلاقة E_1 ليست تطبيق .

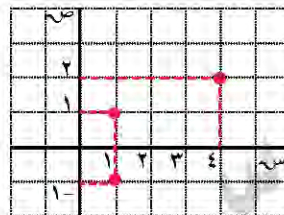
٢

E_2 هي علاقة «الجذر التربيعي» من S إلى V حيث :

$$S = \{1, 4\}$$

$$V = \{-1, 0, 1, 2\}$$

وممثلة بالشبكة البيانية .



نلاحظ أنّ :

$1 \in S$ وقد ارتبطت

بالعنصرين $1, -1$ من V

∴ العلاقة E_2 ليست تطبيق .

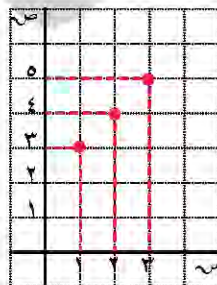
٣

E_3 هي علاقة لها القاعدة « $2 + s$ » من S إلى V حيث :

$$S = \{1, 2, 3\}$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

وممثلة بالشبكة البيانية .



نلاحظ أنّ :

كل عنصر من عناصر S

ارتبط بعنصر واحد فقط من V

∴ العلاقة E_3 تطبيق .

في المثال السابق ع تطبيق فإن :

المجال = س = { ٣ ، ٢ ، ١ }

المجال المقابل = ص = { ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ }

مدى التطبيق = { ٥ ، ٤ ، ٣ }

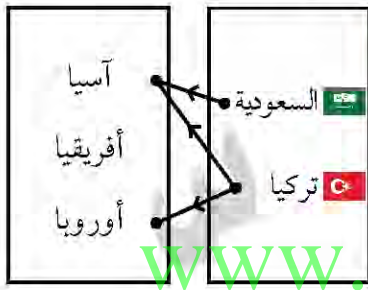
تُكتب ع كأزواج مرتبة كالآتي : { (٥ ، ٣) ، (٤ ، ٢) ، (٣ ، ١) }

لاحظ أن : كل عنصر من س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط .

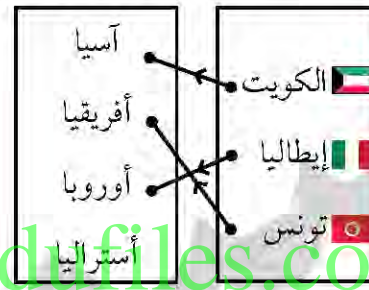
تدريب (١)

لتكن ع العلاقة التي تربط دولة ما بالقارة التي تنتمي إليها .

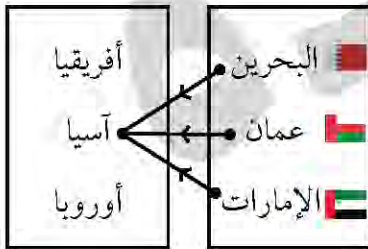
ظلل أ إذا كانت العلاقة تطبيق أو ب إذا كانت العلاقة ليست تطبيقًا .



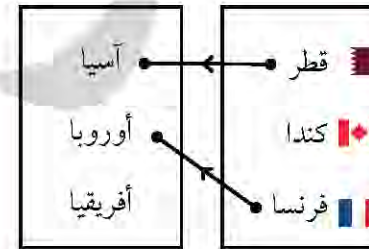
أ تطبيق
ب ليس تطبيقًا
السبب



أ تطبيق
ب ليس تطبيقًا
السبب



أ تطبيق
ب ليس تطبيقًا
السبب



أ تطبيق
ب ليس تطبيقًا
السبب

في المخطط السهمي لبيان العلاقة من س إلى ص نلاحظ أن كل عنصر من س يخرج منه سهم واحد وواحد فقط إلى ص ، لتكون هذه العلاقة تطبيق (دالة) .

مثال (٤) :

إذا كانت $S = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، V هي مجموعة الأعداد الصحيحة وكانت U تطبيقاً معرفاً كما يلي : $U: S \rightarrow V$ حيث $U(S) = 2 - S$ **أ** أوجد مدى هذه الدالة بإكمال الجدول .

عناصر المجال	S	-1	0	1	2	3
قاعدة الاقتراع	$2 - S$	$3 - (1 \times 2)$	$3 - (0 \times 2)$	$3 - (1 \times 2)$	$3 - (2 \times 2)$	$3 - (3 \times 2)$
صور المجال المدى	$U(S)$	0	3	1	1	3

مدى التطبيق $= \{0, 1, 3\}$

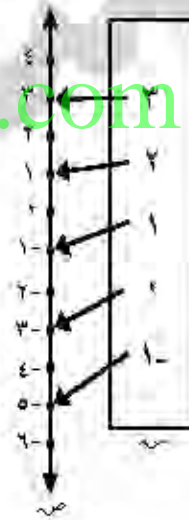
ب اكتب U كأزواج مرتبة .

$U = \{(-1, 3), (0, 3), (1, 1), (2, 1), (3, 0)\}$

ج ارسم مخططاً سهمياً للتطبيق U ، وآخر بياني .



مخطط بياني



مخطط سهمي

شكروناقش

إذا كانت $U: S \rightarrow V$ حيث $U(S) = 2 - S$ فإن المدى يساوي 2 هل هذا صحيح ؟ فسر ذلك .

تمرين (٢)

إذا كانت $s = \{-1, 0, 1, 2\}$ ، s هي مجموعة الأعداد الصحيحة .
 ت : $s \leftarrow$ حيث $t (s) = s^2 + 4$

أ أكمل الجدول التالي ، ثم أوجد مدى التطبيق ت .

س	-1	0	1	2
$s^2 + 4$	$(-1)^2 + 4$			
$t (s)$	5			

مدى التطبيق = $\{ \dots, \dots, \dots, 5 \}$

ب أكتب ت كأزواج مرتبة .

ت = $\{ \dots, (-1, 5) \}$

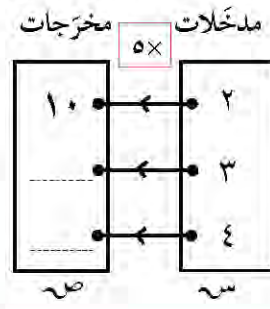
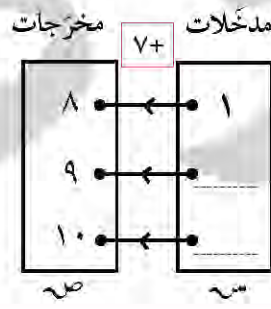
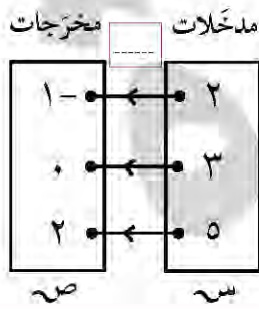
ج أرسم بيان التطبيق ت بالشبكة البيانية .

8					
7					
6					
5					
4					
3					
2					
1					
-1	1	2			

s

تمرين (٣)

أمامك عدد من العلاقات من s إلى s .
 أكمل بحيث تعبّر هذه العلاقات عن تطبيق من s إلى s ،
 ثم اكتب قاعدة إقران كل منها :



تمرين :

إذا كانت $s = \{-1, 1, 2\}$ ، t هي مجموعة الأعداد الطبيعية ،
 ه هي تطبيق معرف كما يلي : ه : $s \leftarrow$ حيث $h (s) = s^2$

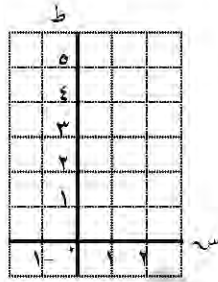
أ أكمل الجدول .

س			
s^2			
$h (s)$			

ب مدى ه = $\{ \dots \}$

ج أكتب ه كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ه = $\{ \dots \}$

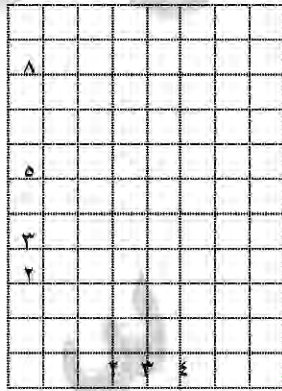


د اُرسَم مَخَطَّطًا سَهْمِيًّا ، وَآخِر بَيَانِيًّا .

٢ إذا كانت س = {٤، ٣، ٢} ، ص = {٨، ٥، ٣، ٢} ،

وكانت ت تطبيق من س إلى ص حيث ت (س) = ٣ - س - ٤ .

أ أكمل الجدول التالي .



س			
٣ - س - ٤			
ت (س)			

ب مدى ت =

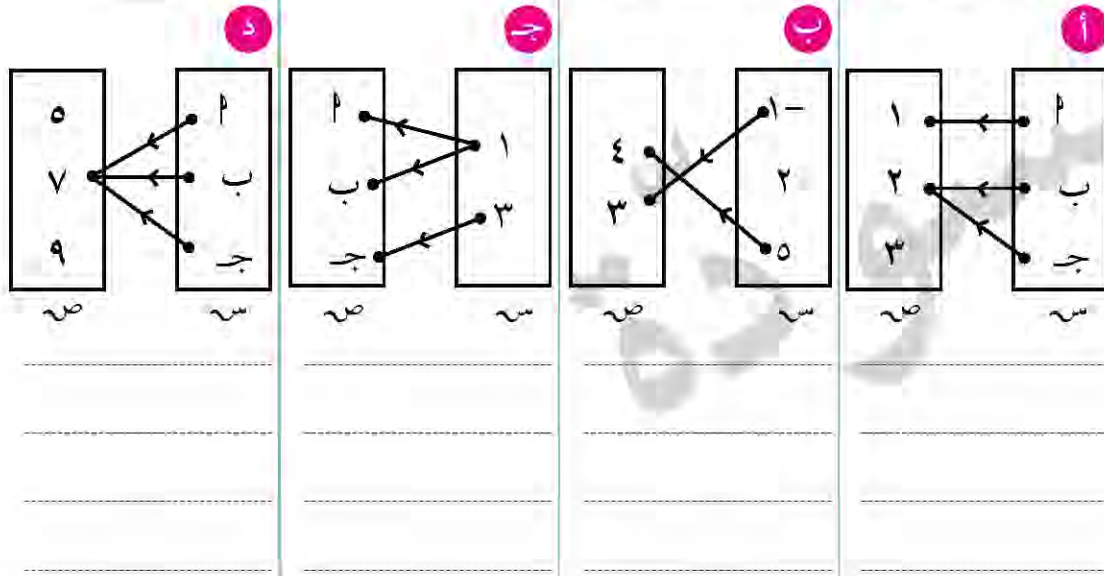
ج اُكْتُب ت كمجموعة من الأزواج المرتبة .

ت =

د اُرسَم مَخَطَّطًا سَهْمِيًّا ، وَآخِر بَيَانِيًّا

٢ بَيِّن أَيًّا مِنَ الْمَخَطَّطَاتِ السَّهْمِيَّةِ التَّالِيَةِ يُمَثِّلُ تَطْبِيقًا ، وَاذْكُرِ السَّبَبَ .

وإذا كان تطبيقًا فاذكر مجاله ومدى التطبيق .



1-0

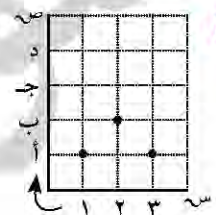
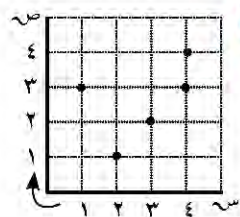
أُكْتُبُ كَلَامًا مِنْ لَ ، لَ بِذِكْرِ الْعُنَاصِرِ .

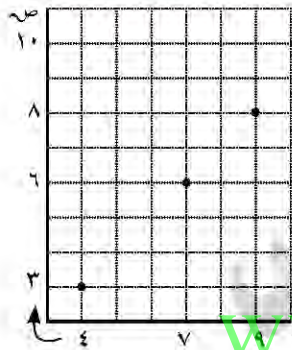
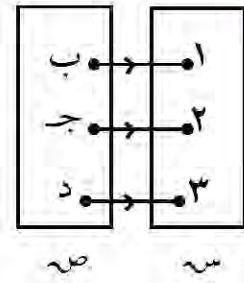
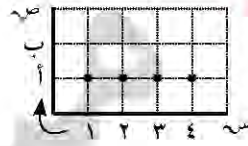
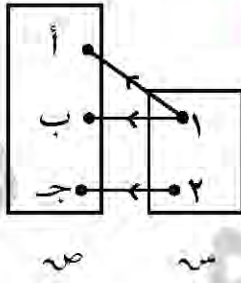
ب اُکٲب لہ x لہ بٲکر العناصر .

www.kwedufiles.com

$$\{ \text{ب} = \text{پ}, \sim \exists \text{ب}, \text{پ} : (\text{ب}, \text{پ}) \} = \text{ع}_2$$

٤ أي من المخططات التالية تمثل تطبيقًا؟ ولماذا؟





٦ استعن بالمخطط البياني التالي ، ثم أجب عما يلي :

أ اكتب العلاقة ع ، ثم أعط وصفا لهذه العلاقة .

ب اكتب الحاصل الديكارتي س × ص .

ج هل العلاقة ع تمثل تطبيقا ؟ ولماذا ؟

٦ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } وكانت ت تطبيق من

س إلى ص حيث ت (س) = ٢س + ١

أ أكمل الجدول المقابل :

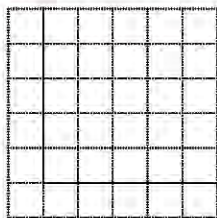
س	١	٢	٣
٢س + ١			
ت (س)			

ب مدى ت =

ج اكتب ت كمجموعة من الأزواج المرتبة :

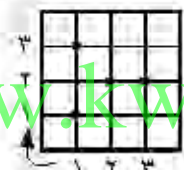
ت =

د ارسم مخطط سهمي ، ومخطط بياني للتطبيق .



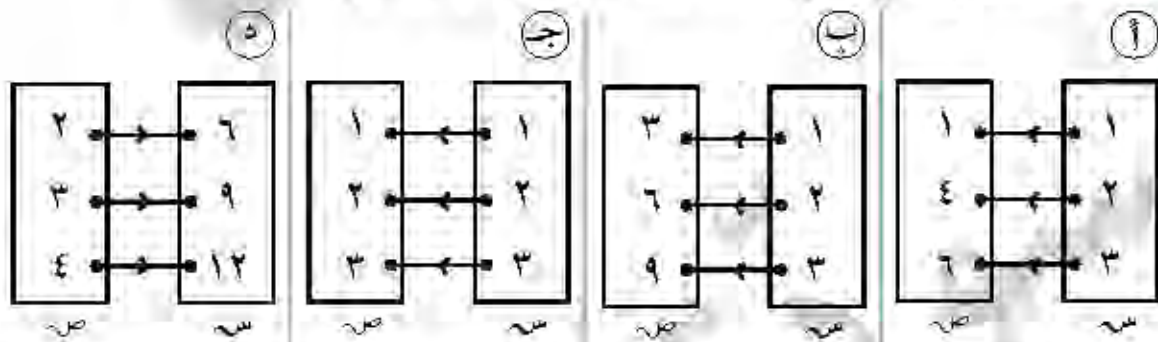
اختبار الوحدة الخامسة

أولاً : في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

(ب)	(أ)	لتكن $S = \{٤, ٥, ٦\}$ فإن $E = \{(٤, ٥), (٥, ٤), (٥, ٥)\}$ لا تمثل تطبيقاً .
(ب)	(أ)	$\{٢\} \times \{١, ٢\} = \{(٢, ١), (٢, ٢)\}$
(ب)	(أ)	إذا كانت $S = \{١, ٢, ٣\}$ ، $S' = \{١, ٢, ٤, ٥, ٦, ٩\}$ وكانت E علاقة من $S \rightarrow S'$ حيث : $E = \{(١, ١), (٢, ٢), (٣, ٩)\}$ فإن E تمثل علاقة «نصف»
(ب)	(أ)	التمثيل البياني المقابل يمثل العلاقة $E = \{(١, ١), (٢, ٢), (٢, ٣), (٣, ١)\}$ 

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

المخطط السهمي الذي يمثل علاقة «ثلث ١ من $S \rightarrow S'$ هو :



إذا كانت E دالة من S إلى S' حيث $S = \{٢, ٤, ٥\}$ ، $S' = \{٦, ٧\}$ وكانت $E = \{(٦, ٢), (٦, ٤), (٦, ٥)\}$ فإن

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧

٧ إذا كانت $S = \{1:1 \mid \exists v, -2 > 1 \geq 5\}$ ، حيث v هي مجموعة الأعداد الصحيحة، فإن عدد عناصر $S \times S$ هو :

- أ) ٧ ب) ٨ ج) ٢٧ د) ٢٨

٨ مدى التطبيق $v: u \leftarrow v$ حيث $u = (س)$:

- أ) $\{٧\}$ ب) v ج) ط د) v

٩ إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، فإن $(1, 3)$ أحد الأزواج المرتبة في التطبيق $T(س) =$

- أ) $٢س - ١$ ب) $٣س + ١$ ج) $٢س + ١$ د) $٣س$

١٠ الأزواج المرتبة التي تمثل تطبيقًا على $S = \{1, 2, 3, 4\}$ هي :

- أ) $\{(1, 2), (2, 1), (3, 1), (4, 2)\}$

- ب) $\{(1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 2)\}$

- ج) $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

- د) $\{(1, 2), (2, 1), (3, 4)\}$

www.kwedufiles.com

السياحة
Tourism



مشروع الوحدة :
(ثقافة السفر)

السياحة تهدف إلى الترفيه (المرح) أو التطبيب أو الاكتشاف ، فهناك ارتباط واضح بين السياحة والمرح . والمرح أمر مهم في حياة الإنسان ، فهو يحفز على العمل والإنجاز ويسهم في تحسين الحالة البدنية والنفسية ، وتنتج الدراسات التربوية الحديثة إلى أن ارتباط المرح في إستراتيجيات التعليم له أثر كبير في التعلم وتثبيت المعلومات ، وتهيئة بيئة صفية مناسبة ومرحة للمتعلمين .

www.kwedufiles.com

عدد السياح لعام ٢٠١٨	
البلد	عدد السياح

خطة العمل :

- صمم جدولاً واختر أفضل تمثيل بياني لعرض إحصائيات السياحة لبعض الدول السياحية من اختيارك (كما في الجدول) .

خطوات تنفيذ المشروع :

- حدد الدول التي سوف تمثلها في الجدول أنت وأفراد المجموعة عن طريق النت لسنة محددة ولتكن سنة ٢٠١٨ .
- حدد الأماكن الأثرية والأكثر شهرة في الدول التي اخترتها مع صور ونبذة عن الدولة إن أمكن .

- حدد التمثيل البياني المفضل لعرض أي من بياناتك (عدد السياح ، عدد الأماكن الأثرية) .

علاقات وتواصل :

- تواصل مع معلم الاجتماعيات للمساعدة .
- ناقش المجموعات حول أفضل معلومات للدول وأفضل تمثيل بياني .

عرض العمل :

- اعرض التمثيلات البيانية المتنوعة والصور التي استخدمتها أمام المتعلمين وتحدث بنبذة عن الدول التي اخترتها .

مخطط تنظيمي للوحدة السادسة

علم الأحياء

التمثيل البياني
بالقطاعات الدائرية

مخطط الساق
والأوراق

النشاط الحسابي

www.kwedufiles.com

مخططات الساق والأوراق Stem - and - Leaf Diagrams

١-٦

سوف تتعلم : صنع مخطط الساق والأوراق ، وصنع مخطط الساق والأوراق المزدوج

نشاط :

يبين الجدول التالي نقاط التميز للسياحة في دولتين لعدة أشهر من السنة .
(درجة التميز هي ٥٠)

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو
الدولة (أ)	٣٨	٢٦	٢٠	١٧	٤٧	٤٩
الدولة (ب)	٣٢	٤٥	١٣	٣٠	٢٢	٤٩

١ أكمل مخطط الساق والأوراق
ليانات الدولة (أ) :

الأوراق	الساق
٧	١
٦	—
٨	—
٧	٤

٢ أكمل مخطط الساق والأوراق
ليانات الدولة (ب) :

الأوراق	الساق
٧	١
٦	—
٨	—
٧	٤

العبارات والمفردات :
مخطط الساق والأوراق
Stem - and - Leaf
Diagram
مخطط الساق والأوراق
المزدوج
Double Stem -
and - Leaf
Diagram

معلومات مفيدة :
يحتاج علماء الإحصاء إلى
مخطط الساق والأوراق
لترتيب البيانات .

يمكن تمثيل الجدول بمخطط ساق وأوراق واحد مزدوج بدمج جدول (أ) مع جدول (ب) كما يلي :

دولة (ب)	دولة (أ)
الأوراق	الساق
٣	١
٢	٢
٢٠	٣
٤٩	٤

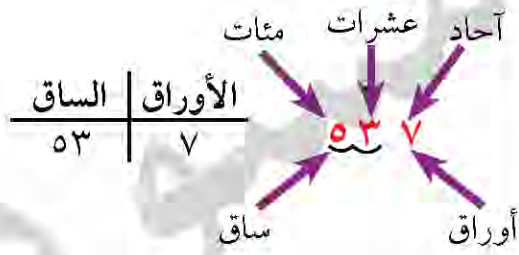
١. أرسم خطين
متعالمين على شكل + .
٢. أكتب الساق جهة
اليسار والأوراق جهة
اليمين .
٣. إذا كان العدد مكوناً
من رقم واحد ، فاكتب
جهة اليسار صفراً .

لاحظ أن :

- كل عدد من البيانات يُجزأ إلى ساق وأوراق .
- إذا كان العدد مؤلفاً من رقمين ، يكون رقم العشرات جهة الساق ورقم الآحاد جهة الأوراق .
- إذا كان العدد مؤلفاً من ٣ أرقام ، يكون رقم المئات جهة الساق ورقم الآحاد جهة الأوراق .
- عند وجود أعداد لها العشرات أو المئات تكتب أحادها في سطر واحد .

مثلاً :

الساق والأوراق في العددين ٥٤ ، ٥٣٧ .



تدرب (١) :

اكمل مخطط الساق والأوراق للبيانات الآتية :

٢٥٤ ، ٣٤٨ ، ٢٥٨ ، ٣٤٢ ،
١٣٦ ، ٣٤٩ ، ٢٧٦

الساق	الأوراق
٣	٦
٢٥	٤
٢	٦
٣٤	٢٩

تدرب (٢) :

يبين الجدول أدناه متوسط درجة الحرارة الشهرية لبعض أيام شهر أبريل ، والتي تم رصدها خلال رحلة قام بها مبارك إلى المدينتين أ ، ب .

أ اصنع مخطط الساق و الأوراق المزدوج :

المدينة (أ)	١٢	٣٤	٢٣	١٨	٣٥	١٥	٢١	٣٤
المدينة (ب)	٣٠	٢٣	١٧	١٣	٣٢	٢١	١٤	٢٢

المدينة (أ)	المدينة (ب)
الساق	الأوراق
_____	_____
_____	_____
_____	_____

ب اكمل ما يلي :

- أدنى درجة حرارة في المدينة (أ) هي _____ .
- أعلى درجة حرارة في المدينة (أ) هي _____ .
- أدنى درجة حرارة في المدينة (ب) هي _____ .
- أعلى درجة حرارة في المدينة (ب) هي _____ .

تمرّن :

١) استخدم مخطط الساق والأوراق التالي الذي يعطي أطوال بعض المتعلّمين بالسنتيمتر للإجابة عما يلي :

المجموعة (ب)	المجموعة (أ)
الأوراق	الساق
٥٣	١٣
٣	١٤
٣٠	١٥
٣٠	١٦
٥٠	١٧
	١٨

- ١) ما عدد المتعلّمين الذين يبلغ طولهم ١٦٣ سنتيمترًا في المجموعة (أ) ؟
 ٢) ما طول أقصر متعلّم في المجموعة (أ) ؟
 ٣) وطول أقصر متعلّم في المجموعة (ب) ؟
 ٤) ما طول أطول متعلّم في المجموعة (ب) ؟

٢) بيّن الجدول أدناه كمّية الأمطار (بالمليّتر) التي هطلت على مدينتين (١) و (٢) في إحدى السنوات .

٨٨	٨٨	٨٥	٨٥	٨٠	٦٨	المدينة (١)
٨٣	٧٨	٧٨	٧٣	٦٠	٦٢	المدينة (٢)

اصنع مخطط الساق والأوراق المزدوج لهذه البيانات .

المدينة (٢)	المدينة (١)
الأوراق	الساق

- ٣ زار المدينة الترفيهية خلال ١٠ أيام الأعداد التالية من الزوار
٣٢٧ ، ٣٣٨ ، ٣٢٩ ، ٣١٧ ، ٣٢٢ ، ٣٣١ ، ٣١٢ ، ٣١٩ ، ٣٢٠
اصنع مخطط ساق وأوراق للبيانات السابقة .

- ٤ يظهر مخطط الساق والأوراق المزدوج عدد دقائق التدريب اليومي لفريقين في لعبة كرة السلة . أكمل كلاً مما يلي :

فريق (أ)	الساق	فريق (ب)
الأوراق		الأوراق
٤٥٧	٣	٨
١٢٩	٤	٨٣
١٦	٥	٧٧٢
٧	٦	٩٥٣٠
١	٧	

- أ ما أكبر وقت لتدريب الفريقين ؟
ب ما أصغر وقت لتدريب الفريقين ؟
ج ما عدد الدقائق الأكثر تكرارًا لتدريب الفريق (ب) ؟

تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية Represent the Data Using the Pie Charts

٢-٦

سوف تتعلم : كيف تمثل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية .

العبارات والمفردات :
القطاعات الدائرية
Pie Charts

نشاط :



قام أحد الفنادق السياحية بحصر عدد الرحلات التي استقبلها ، وقد استخدم زائروه وسائل مواصلات مختلفة للوصول إليه ، فكانت وفق الجدول التالي والتمثيل البياني المرفق .

طائرات	سيارات خاصة	الحافلات	وسيلة المواصلات
٦٠	٤٥	٧٥	عدد الرحلات



من التمثيل البياني المقابل ، أجب عما يلي :

أ) ما اسم التمثيل البياني؟

ب) أي وسائل مواصلات هي أكثر تفضيلاً لدى الزائرين؟

ج) رتب وسائل المواصلات من الأكثر تفضيلاً إلى الأقل تفضيلاً .

ولمعرفة كيف تم تمثيل البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية نستخدم التناسب التالي :



$$\begin{aligned}
 &\text{قياس الدائرة كلها} = \text{يساوي المجموع الكلي للرحلات} \\
 &360^\circ = \text{مجموع الرحلات كلها} \\
 &\text{زاوية رأس القطاع} = \text{التكرار المقابل لوسيلة المواصلات المطلوب تمثيلها} \\
 &360^\circ = \frac{\text{مجموع الرحلات كلها}}{\text{التكرار المقابل لكل وسيلة}}
 \end{aligned}$$

تذكر أن :



قياس الدائرة 360°

تذكر أن :



- نستخدم القطاعات الدائرية لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلها .
- القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة محدد بنصفي قطر وقوس فيها .

هذا التناسب يؤدي إلى القاعدة التالية :

$$(\text{زاوية رأس كل قطاع} = \frac{\text{التكرار المقابل لكل قطاع}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360^\circ)$$

ثم نتبع الخطوات التالية لتمثيل البيانات :

الخطوة الأولى : أوجد العدد الكلي للرحلات (مجموع التكرارات)

$$= 75 + 45 + 60 =$$

التمرين :

- فرجار

- منقلة

- مسطرة

الخطوة الثانية : أوجد قياس الزاوية التي تقابل كل وسيلة مواصلات لكل مما يلي :

$$\text{أ} \quad \text{قياس زاوية قطاع الحافلات} = \frac{75}{180} \times 360^\circ =$$

$$\text{ب} \quad \text{قياس زاوية قطاع السيارات الخاصة} = \frac{45}{180} \times 360^\circ =$$

$$\text{ج} \quad \text{قياس زاوية قطاع الطائرات} = \frac{60}{180} \times 360^\circ =$$

www.kwedufiles.com

الخطوة الثالثة : ارسم دائرة أولاً ثم استخدم المنقلة لرسم القطاعات المناسبة وسَمِّ كل قطاع ، ثم أعطِ التمثيل عنواناً مناسباً .

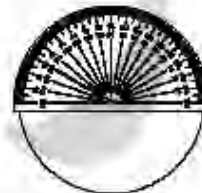


وسيلة المواصلات

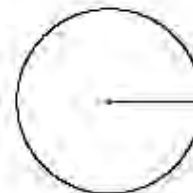
(٥)



(٤)



(٣)



(٢)



(١)

تدرب (١)

يمثل التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المقابل ،

العناصر المكونة للتربة على سطح الأرض . أجب عما يلي :



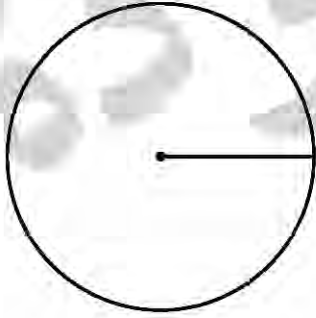
أ النسبة المئوية للمعادن الأخرى =

ب العنصر الأكثر تواجدًا في التربة هو =

ج قياس زاوية قطاع الأكسجين =

تدرب (٢)

ينفق موظف راتبه الشهري كما يلي : ٣٠٠ دينارًا للمأكل ، ٢٥٠ دينارًا للمسكن ، ١٥٠ دينارًا للملبس ويوفر ٢٠٠ دينار . أكمل ما يلي لتمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .



$$\text{الراتب الشهري} = \text{.....} + \text{.....} + ٢٥٠ + ٣٠٠ = \text{.....}$$

$$\text{زاوية رأس قطاع المأكل} = ٣٦٠^\circ \times \frac{٣٠٠}{\text{.....}} = \text{.....}^\circ$$

$$\text{زاوية رأس قطاع المسكن} = ٣٦٠^\circ \times \frac{٢٥٠}{\text{.....}} = \text{.....}^\circ$$

$$\text{زاوية رأس قطاع الملبس} = ٣٦٠^\circ \times \frac{١٥٠}{\text{.....}} = \text{.....}^\circ$$

$$\text{زاوية رأس قطاع ما يوفره} = ٣٦٠^\circ \times \frac{٢٠٠}{\text{.....}} = \text{.....}^\circ$$

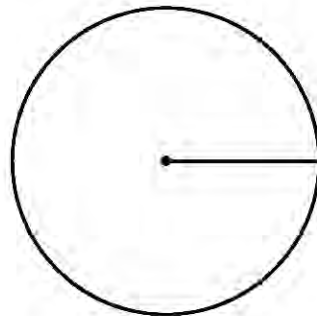
– اتبع الخطوة الثالثة من النشاط السابق لرسم القطاعات المناسبة :

www.kwedufiles.com

تدرب (٣)

الجدول التالي يمثل الرياضات المفضلة لدى متعلمي الصف الثامن و عدددهم ٢٠٠ متعلم . أكمل الجدول ثم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية :

الرياضة المفضلة	كرة القدم	كرة السلة	الكرة الطائرة
النسبة المئوية	٥٠ %	٣٠ %	٢٠ %
زاوية رأسه	$١٨٠^\circ = ٣٦٠^\circ \times \frac{٥٠}{١٠٠}$	$\text{.....}^\circ = ٣٦٠^\circ \times \frac{٣٠}{١٠٠}$	$\text{.....}^\circ = ٣٦٠^\circ \times \frac{٢٠}{١٠٠}$



تمرّن :



١ يوضح التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المقابل

النسبة المئوية للاعبين في ملاعب
إحدى المدارس . إذا كان عددهم هو
٤٠٠ متعلّم ، فأوجد كلاً ممّا يلي :

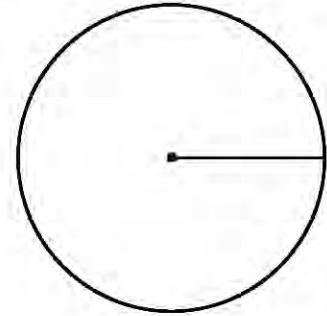
أ النسبة المئوية للاعبين كرة القدم .

ب عدد لاعبي كرة تنس الطاولة .

ج عدد لاعبي كرة السلة .

٢ الجدول التالي يبين مستويات النجاح في إحدى المدارس للصف الثامن وعدد المتعلمين لكل مستوى . أكمل الجدول ثم مثل البيانات بالقطاعات الدائرية :

مستويات النجاح	عدد المتعلمين	قياس زاوية رأس القطاع
ممتاز	١٠٠	
جيد	٢٤٠	
ضعيف	٦٠	



٣ أكمل الجدول ثم مثل البيانات التالية بالقطاعات الدائرية :

الرحلات السياحية		
الوجهة السياحية	النسبة المئوية	قياس زاوية رأس القطاع
آسيا	٢٥٪	
أوروبا	٣٠٪	
دولة عربية	٤٥٪	

المتوسط الحسابي - الوسيط - المتوال The Mean - Median - Mode

٣-٦

سوف تتعلم : كيفية تنظيم البيانات وإيجاد المتوسط الحسابي والوسيط والمتوال .

أعمار ١٥ متعلمًا				
١٢	١٤	١٣	١٢	١٦
١٥	١٢	١٥	١٦	١٤
١٣	١٤	١٤	١٥	١٢

البيانات التالية توضح أعمار ١٥ متعلمًا أعمارهم تتراوح بين (١٦ - ١٢) سنة للمشاركة في مسابقة لعبة كرة القدم .

١ أكمل الجدول التكراري لهذه البيانات .

الأعمار	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢
علامات التكرار					
التكرار					

٢ أوجد المتوسط الحسابي من خلال الجدول السابق .

$$\frac{(\text{---} \times ١٦) + (\text{---} \times ١٥) + (\text{---} \times ١٤) + (\text{---} \times ١٣) + (\text{---} \times ١٢)}{١٥} = \frac{\text{---}}{١٥} = \text{---}$$

٣ رتب أعمار الـ ١٥ متعلمًا ترتيبًا تصاعديًا ، ثم أوجد الوسيط .

الوسيط هو _____

٤ أكثر البيانات تكرارًا من الجدول السابق هو _____ و _____ ويُسمى _____

تدريب (١)

نظم مجموعة البيانات التالية في جدول تكراري ، ثم أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمتوال .

٩ ، ٩ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٩ ، ٧ ، ٤

العبارات والمفردات :

Mean متوسط حسابي

Median وسيط

Mode متوال

Outlier قيم متطرفة

Center of an Interval مركز الفئة

معلومات مفيدة :

يحتاج علماء الإحصاء إلى المتوسط الحسابي لإيجاد متوسط دخل الفرد .

نذكر أن :

المقاييس التي تصف

البيانات هي :

(١) المتوسط الحسابي

= مجموع القيم
عندها

(٢) الوسيط هو القيمة

الوسطى لمجموعة

البيانات بعد

ترتيبها .

(٣) المتوال هو أكثر

القيم تكرارًا .

أ أكمل :

القيمة	٤	٥	٦	٧	٨	٩
التكرار						

ب المتوسط الحسابي = $(1 \times 4) + (\text{---} \times 5) + (\text{---} \times 6) + \text{---}$

ج الوسيط هو

د المنوال هو

مثال (١) :

٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

وسيط البيانات السابقة

هو $5 = \frac{6+4}{2}$

تدريب (٢) :

جاءت أوزان عدد من الأشخاص بالكيلوجرام (كجم) كما يلي :
٦٣ ، ٦٠ ، ٦٠ ، ٦٤ ، ٦٧ ، ٢٠٤ ، ٦١ ، ٥٩ ، ٥٧ ، ٦٥

أ أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه الأوزان .

المتوسط الحسابي =

الوسيط =

المنوال هو

ب هل توجد قيمة بعيدة عن البيانات ؟ ، ما هي ؟

تسمى القيم البعيدة عن معظم مجموعة البيانات بـ **القيمة المتطرفة** .

ج أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للأوزان السابقة من دون القيمة المتطرفة .

المتوسط الحسابي =

الوسيط =

المنوال هو

فكر وناقش

من تدريب (٢) السابق ، ما تأثير القيم المتطرفة على المتوسط الحسابي والوسيط لمجموعة البيانات ؟

الفتات	التكرار
- ٦٥	٦
- ٧٥	٧
- ٨٥	٣
- ٩٥	٣
- ١٠٥	١

بلغت أطوال قامات متعلمي أحد فصول رياض الأطفال
بالستيمتر كما هو موضح في الجدول التكراري
ذي الفتات المقابل :

مركز الفتة هو المتوسط الحسابي لطرفيها .
الحد الأدنى للفتة × الحد الأعلى للفتة
مركز الفتة = $\frac{\quad}{2}$

تذكر أن :

(١) المدى =
أكبر قيمة - أصغر قيمة
(٢) طول الفتة =
الحد الأعلى للفتة -
الحد الأدنى للفتة .

١ أوجد مراكز الفتات ، ثم أكمل الجدول .

$$70 = \frac{75 + 65}{2} = \text{مركز الفتة } (- 65)$$

$$\text{مركز الفتة } (- 75) = \frac{85 + 75}{2}$$

$$\text{مركز الفتة } (- 85) = \frac{\quad + \quad}{2}$$

$$\text{مركز الفتة } (- 95) = \frac{\quad + \quad}{2}$$

$$\text{مركز الفتة } (- 105) = \frac{\quad}{2}$$

الفتات	التكرار (ت)	مركز الفتة (م)	(ت) × (م)
- ٦٥	٦	٧٠	٤٢٠ = ٧٠ × ٦
- ٧٥	٧		
- ٨٥	٣		
- ٩٥	٣		
- ١٠٥	١		
المجموع =	المجموع =		

٢ أوجد المتوسط الحسابي للبيانات السابقة مستخدمًا مراكز الفتات .

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع (التكرار × مركز الفتة)}}{\text{مجموع (ت)}} = \frac{\text{مجموع (ت × م)}}{\text{مجموع (ت)}}$$

تدرّب (٣) :

من خلال البيانات التالية :

١٧ ، ١٨ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٩ ، ٢٠ ، ١٨ ، ١٥ ، ١١ ، ٢٤ ، ٢٦ ، ٢٩ ، ٣٠ ،
١٠ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٢ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٧ ، ٢١ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٨ ، ٢٠ ،
٢٩ ، ١٤ ، ١٥ ، ٢٨

أ) أكمل الجدول التكراريّ التالي :

الفئات	علامات العدّ	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
١٠ -		١٠	$13 = \frac{16+10}{2}$	$130 = 13 \times 10$
١٦ -				
٢٢ -				
٢٨ -				
		المجموع =		المجموع =

ب) أوجد المتوسط الحسابي لهذه البيانات مستخدماً مراكز الفئات .

المتوسط الحسابي =

تدرّب (٤) :

لدينا مخطّط الساق والأوراق المزدوج لمجموعتين من البيانات ١ ، ب .

الأوراق (ب)	الساق	الأوراق (١)
١	٥	٢
٥٤	٦	٧٨٨
٣٣٢	٧	٣

أ) ما متوال البيانات (١) ؟

والبيانات (ب) ؟

س ما وسيط البيانات (١) ؟

والبيانات (ب) ؟

➔ أوجد المتوسط الحسابي لبيانات (١).

$$= \frac{52 + (2 \times 68) + 67}{5}$$

تمرّن

١ نال متعلّم الصف الثامن في أحد الاختبارات الدرجات التالية

(الدرجة النهائية للاختبار من ٢٠) :

١٣ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٩ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ١١ ، ١٨ ، ١٧ ، ١٤ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٧ ، ١٤ ، ١١

أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للبيانات السابقة .

www.kwedufiles.com



٢ في أحد الأعوام كان عدد رحلات ناقلات البترول

لأحدى شركات النفط خلال ٩ أشهر هو :

٩ ، ١٧ ، ١٥ ، ٩ ، ٨ ، ١٢ ، ١٣ ، ٨٩ ، ٨

عَيّن القيمة المتطرفة واحسب المتوسط الحسابي

والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات دون القيمة

المتطرفة .

٣ استخدام مخطط الساق والأوراق للإجابة عن الأسئلة التالية :

الأوراق (ب)	الساق	الأوراق (أ)
٠	١٦	٠٢
٢١	١٧	١٣٤
٣٣٣	١٨	٢٢٣
٠	١٩	٤٤

أ ما منوال البيانات (أ) ومنوال البيانات (ب) ؟

ب أوجد الوسيط للبيانات (أ) والوسيط للبيانات (ب) .

ج أوجد المتوسط الحسابي للبيانات (ب) .

www.kwedufiles.com

٤ في إحدى دورات الألعاب الأولمبية بلغت نتائج الوثب الطويل بالسنتيمتر ما يلي : ٨٦١ ، ٨٥٣ ، ٨٤٤ ، ٨٢٩ ، ٨٢٥ ، ٨٢٠ ، ٨٦٢ ، ٨٣٧ ، ٨٢٧ ، ٨٤٧ ، ٨٥٦ ، ٨٤٩ ، ٨٥٠ ، ٨٤٠ ، ٨٣٢ ، ٨٣٤ ، ٨٥١ ، ٨٢٤ ، ٨٣٦ .

أ أوجد المدى لهذه البيانات .

ب أكمل الجدول التكراري التالي :

الفئات	علامات العدّ	التكرار (ت)	مركز الفئة (م)	(ت) × (م)
٨٢٠ -				
٨٣٠ -				
٨٤٠ -				
٨٥٠ -				
٨٦٠ -				
المجموع =				المجموع =

ج أوجد المتوسط الحسابي لهذه البيانات مستخدماً مراكز الفئات .

مراجعة الوحدة السادسة Revision Unit Six

٤-٦

١ في مقارنة بين أطوال قامات متعلّمي الصفّين الثامن والتاسع في إحدى المدارس تبين ما يلي :
أطوال قامات متعلّمي الصفّ التاسع :

١٧٠ ، ١٦٩ ، ١٦٨ ، ١٦٦ ، ١٦٩ ، ١٧١ ، ١٧٢

أطوال قامات متعلّمي الصفّ الثامن :

١٦٦ ، ١٥٩ ، ١٧٠ ، ١٧١ ، ١٥٩ ، ١٥٨ ، ١٦٠

أ مثل البيانات السابقة باستخدام مخطّط الساق والأوراق المزدوج .

أوراق (التاسع)	الساق	أوراق (الثامن)
------------------	-------	------------------

www.kwedufiles.com

ب أكمل الجدول التالي مستخدماً مخطّط الساق والأوراق المزدوج .

الصفّ التاسع	الصفّ الثامن	
		المتوسّط الحسابي
		الوسيط
		المنوال
		المدى

٢ في إحدى الدورات الأولمبية حقق فريق السيدات النتائج التالية في الوثب العالي بالسنتيمتر :

٢٠٤ ، ٢٠٣ ، ٢٠١ ، ١٩٩ ، ١٩٧ ، ١٨٥ ، ١٨٧ ، ١٨٨ ، ٢٠٢ ، ٢٠٤ ، ١٩٤ ،
١٩٥ ، ١٩٧ ، ١٩٣ ، ١٨٦ ، ١٨٤ ، ١٨٣ ، ١٩٢ ، ١٩١ ، ١٨٠ ، ٢٠٠

أ أوجد المدى لهذه البيانات .

ب أكمل الجدول التكراري التالي :

الفترة	العلامات	التكرار (ت)	مركز الفترة (م)	(ت) × (م)
١٨٠ -				
١٨٦ -				
١٩٢ -				
١٩٨ -				
٢٠٤ -				
		المجموع =		المجموع =

www.kwedufiles.com

ج استخدم مراكز الفئات لإيجاد المتوسط الحسابي .

٣ يُبين الجدول المقابل توزيع متعلمي إحدى المدارس الابتدائية على فصولها الخمسة .

مثل البيانات بالقطاعات الدائرية .

توزيع متعلمي المدرسة	
الصف	النسبة المئوية
الأول	٢٥٪
الثاني	٢٥٪
الثالث	٢٠٪
الرابع	١٥٪
الخامس	١٥٪

٤ يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه توزيع مخصّصات إحدى المدارس في عام ٢٠١٢ م على الأنشطة المدرسية المختلفة . استعمل ذلك في الإجابة عن الأسئلة التي تليه .



أ ما النشاط الذي له أكبر حصّة من المخصّصات ؟

www.kwedufiles.com

ب ما الأنشطة التي لها حصص متساوية من المخصّصات ؟

ج ما الكسر الذي يدلّ على مخصّصات النشاط الرياضي ؟

د إذا كانت المخصّصات للنشاطات في هذا العام ٨٠٠٠ د . ك ، فما حصّة كلّ نشاط من النشاطات الآتية :


(١) الحاسوب (٢) الموسيقى (٣) المختبر

_____	_____	_____
_____	_____	_____

هـ بكم تزيد مخصّصات المكتبة على الحاسوب ؟

اختبار الوحدة السادسة

أولاً : في البنود (١-٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظللّ (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

<p>١</p> <p>ب</p>	<p>أ</p>	<p>١ في مخطّط الساق والأوراق المقابل ، المنوال هو ٢٣ .</p> <table border="1"> <tr> <th>الأوراق</th> <th>الساق</th> </tr> <tr> <td>١٢٣٤</td> <td>١</td> </tr> <tr> <td>٢٢٤٥</td> <td>٣</td> </tr> </table>	الأوراق	الساق	١٢٣٤	١	٢٢٤٥	٣
الأوراق	الساق							
١٢٣٤	١							
٢٢٤٥	٣							
<p>٢</p> <p>ب</p>	<p>أ</p>	<p>٢ في التمثيل البياني بالقطاعات المقابل : إذا كان الدخل الشهري للأسرة هو ٢٠٠٠ دينار ، فإنّ ما تدخّره الأسرة شهرياً هو ٢٠٠ دينار .</p> 						
<p>٣</p> <p>ب</p>	<p>أ</p>	<p>٣ إذا كانت مجموعة من البيانات مكوّنة من ٤ قيم ، والمتوسط الحسابي لهذه القيم هو ٢٨ ، فإنّ مجموع هذه القيم يساوي ٧ .</p>						

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابات الصحيحة :

٤ أيّ ممّا يلي ليس متوسطاً حسابياً ولا وسيطاً ولا منوالاً لمجموعة البيانات التالية :

٢٠٠ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧

(أ) ٧ (ب) ٥ (ج) ٥٠ (د) ٦

٥ المدى لمجموعة البيانات التالية : ١٩ ، ٩٠ ، ٩٢ ، ٩٤ ، ٩٤ هو :

(أ) ٩٢ (ب) ٧٥ (ج) ٩٤ (د) ١١٣

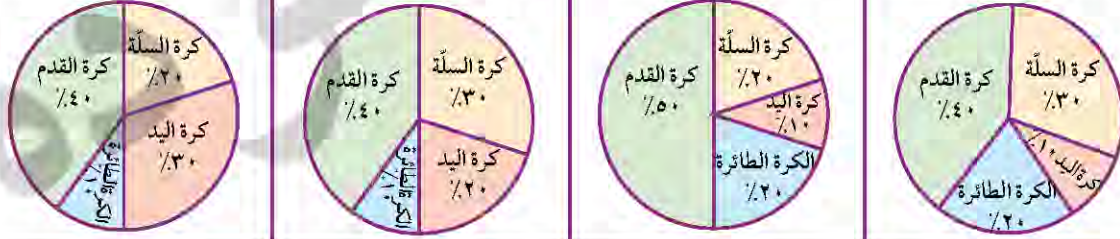
٦ الوسيط لمجموعة القيم : ٣ ، ٦ ، ٢ ، ٩ ، ٤ هو :

(أ) ٢ (ب) ٦ (ج) ٤ (د) ٣

٧ في الجدول المقابل ، إن التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية المناسب في ما يلي هو :

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الكرة الطائرة
العدد	١٨٠	١٢٠	٢٤٠	٦٠

١) الرياضة المفضلة (ب) الرياضة المفضلة (ج) الرياضة المفضلة (د) الرياضة المفضلة

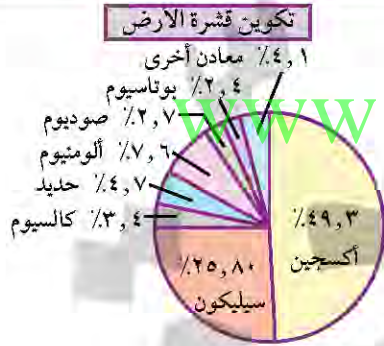


٨ العدد الذي يمثل الساق ٨ والورقة ٧ هو :

١) ٨٧ (ب) ٧٨ (ج) ٨٨ (د) ٨٠٧

٩ في التمثيل البياني المقابل ، إن النسبة المئوية

لقطاع السيليكون وقطاع الأكسجين بالنسبة إلى تكوين قشرة الأرض هي :



١) ٥٣,٤ (ب) ٨,٨ (ج) ٢٩,٨ (د) ٧٥,١

١٠ في التمثيل المقابل ، إن أعلى

كمية دهون من بين أنواع الفطائر هي :

كمية الدهون بالجرام في فطائر اللحم والدجاج	أوراق (لحم)	الساق	أوراق (دجاج)
٨	٠	٠	٠
٩٨٥٥٣٣	١	٠٥٩	٠
٠	٢	٠٦	٠
٠	٣	٠٣٦	٠

١) ٦٣ (ب) ٣٦ (ج) ٥٩ (د) ١٩

الرياضيات

الصف الثامن

المجلد الأول

كتاب الطالب

الرحلة المتوسطة

الطبعة الرابعة

www.kwedufiles.com



Grade

8

ISBN: 978-614-406-369-9



9 786144 063699

PEARSON

Scott
Foresman

مركز

البحوث
التربوية