اختباراتالفصل الدراسي الأول

٢٠٢٤ـ٢٠٢٥

رياضيات

الصف الثاني عشر علمي

اعداد

الاستاذ: حسام بيومي

إعداد: أ. حسام بيومي

(النموذج الأول)

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحـل:

تابع السؤال الأول:

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث

$$f(x)=\begin{cases} -2 & : x=1 \\ x^2-3 & : 1<x<3 \\ 6 & : x=3 \end{cases}$$

الحــل:

السؤال الثاني:

(a) بين أن الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة علي الفترة [0,4] ، ثم أوجد c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك.

الحـل:

تابع السؤال الثاني:

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي 290 ديناراً كويتياً.

فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 منازل تبين أن متوسطها الحسابي (دينارا) $\overline{x} = 283$ ،

وانحرافها المعياري (ديناراً) $S = 32$. فهل يمكن الاعتماد عل هذه العينة لتأكيد ما افترضه؟

استخدم مستوى الثقة 95% (علماً بأن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً)

الحـل:

السؤال الثالث:

(a) أوجد معادلة المماس والناظم عند النقطة $(1,0)$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f(x)=\frac{x-1}{x+2}$$

الحــل:

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن: $g(x) = x^{13}$, $f(x) = -2x^3 + 4$

باستخدام قاعدة السلسلة : $(gof)'(0)$

الحــل:

السؤال الرابع:

(a) أوجد:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

الحـــل:

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

أوجد كلا مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية .

الحل:

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to 0} \frac{5x^3+8x^2}{3x^4-16x^2} = 0$	(b)	(a)
(2) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=x^2$ عند $x=-2$ هو 4	(b)	(a)
(3) إذا كانت f : $f(x)=3x-12$ فإن $f'(x)=3$	(b)	(a)

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$ يساوي

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

(5) لتكن الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x)=x^2-3$ فإن: $(f o g)(0)$ يساوي:

(a) 4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0,2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(7) للدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x=0$ (b) $x=1$ (c) $y=0$ (d) $y=1$

8 الدالة : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

a $(-\infty, \frac{1}{2}]$

b $(5, \infty)$

c R

d $(-5, 5)$

---

9 إذا كانت : $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\acute{y}$ تساوي :

a $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

b $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

c $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

d $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

---

10 مستطيل مساحته $36cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط

a $6\ cm\ , 6\ cm$

b $12\ cm\ , 3\ cm$

c $9\ cm\ , 4\ cm$

d $18\ cm\ , 2\ cm$

---

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) أوجد $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$

الحـل:

تابع السؤال الأول:

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & : \quad x \geq 1 \\ 5x - 1 & : \quad x < 1 \end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 1$

الحـــل:

السؤال الثاني:

(a) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها h.

a) أوجد الارتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.

b) ما قيمة هذا الحجم؟

الحـل:

تابع السؤال الثاني:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الاناث 25 والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 3.6$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 18.4$. باستخدام مستوى ثقة 95 %

1- أوجد هامش الخطأ.

2- أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

3- فسّر فترة الثقة.

الحــل:

السؤال الثالث:

(a) أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته: $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$ عند $(1, 1)$

الحــل:

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & : \quad x \leq 2 \\ 3x - 2 & : \quad x > 2 \end{cases}$$

ابحث قابلية الدالة f للاشتقاق عند $x = 2$

الحـــل:

السؤال الرابع:

(a) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$$

الحـــل:

تابع السؤال الرابع:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

الحل:

صفحة بيانية

(النموذج لثاني) إعداد: أ. حسام بيومي

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{\|2x-3\|} = \dfrac{1}{2}$	(b)	(a)
(2) إذا كانت الدالة $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\dfrac{1}{4}$	(b)	(a)
(3) الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\ge 1 \\ 4x-1 & x<1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو R	(b)	(a)

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4} =$

(a) 0 (b) $-\dfrac{1}{4}$ (c) $\dfrac{1}{4}$ (d) غير موجودة

(5) إذا كانت الدالة : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ ، متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي

(a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0\,,2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(7) ميل الناظم لمنحنى الدالة: $y=x^3-3x+1$ عند النقطة $(2\,,3)$ تساوي :

(a) 9 (b) 3 (c) $-\dfrac{1}{3}$ (d) $-\dfrac{1}{9}$

8) الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

متصلة عند $x = 0$

فإن a تساوي

(a) 4

(b) $\frac{-1}{4}$

(c) -4

(d) $\frac{1}{4}$

---

9) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) انفصال

---

10) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a) $f(x) = x^3 - 5x$

(b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c) $f(x) = x^3$

(d) $f(x) = (x-2)^4$

---

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

HOSSAMBAYOUMI199

(النموذج الثالث) إعداد: أ. حسام بيومي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) لتكن: $y = u^2 + 4u - 3 \quad , \quad u = 2x^2 + x$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل

الحـل:

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$$

الحــل:

السؤال الثاني:

(a) أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ، علماً بأن العينة أخذت من مجتمع طبيعي.

إذا كان لدينا $\overline{x} = 8.4 \quad , \quad s = 0.3 \quad , \quad n = 13$

الحـل:

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-7x+10}$

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم ادرس اتصال الدالة f على $[6,10]$

الحـل:

السؤال الثالث:

(a) أوجد معادلة المماس والعمودي عند النقطة $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f(x) = \tan x$$

الحـــل:

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن الدالة f :
$$f(x)=\begin{cases} x+5 & : \quad x\le 3 \\ x^2-1 & : \quad x>3 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(3)$

الحــل:

السؤال الرابع:

(a) إذا كانت $y=\sqrt{1-2x}$ فأثبت أن $yy''+(y')^2=0$

الحـــل:

تابع السؤال الرابع:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها

الحل:

صفحة بيانية

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to1^+}(2x-\lvert x\rvert+2)=3$	(b)	(a)
(2) الدالة f $f(x)=\frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x=3$	(b)	(a)
(3) أصغر محيط لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$	(b)	(a)

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan 2x}{\sin x}$ يساوي

(a) 0 (b) ∞ (c) -2 (d) 2

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكان $\lim\limits_{x\to-2}\left(x^2+f(x)\right)=7$
فإن : $f(-2)$ تساوي

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0,2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(7) الدالة f $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $(-\infty,\frac{1}{2})$ (b) $(5,\infty)$ (c) R (d) $(-5,5)$

8 إذا كانت : $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

a $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

b $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

c $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

d $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

9 إذا كانت : $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\acute{y}$ تساوي

a $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

b $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

c $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

d $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

---

10 أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

a $f(x) = x^3 - 5x$

b $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

c $f(x) = x^3$

d $f(x) = (x-2)^4$

---

* انتهت الأسئلة*

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحـل:

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(x-2)^3 - 8}{x}$$

الحـــل:

السؤال الثاني:

(a) ابحث اتصال الدالة f $\quad f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-3x}{|x|} & : \ x\neq 0 \\ -3 & : \ x=0 \end{cases}$ عند $x=0$

الحـل:

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & : \ x\leqslant 1 \\ 2x+1 & : \ x>1 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها.

أوجد $f'(x)$ إن أمكن

الحـل:

السؤال الثالث:

(a) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالّة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.

الحـــل:

تابع السؤال الثالث:

(b) بيّنت الدراسة أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل أسلاك معدنية هو $\mu = 1800\ kg$ مع انحراف معياري $\sigma = 150\ kg$. ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الاسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك و تأكيدًا على ذلك تمّ اختبار عينة من 40 سلكًا. فتبيّن أن متوسط قوة تحمل هذه الأسلاك يساوي $1840\ kg$

هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$؟

الحــل:

السؤال الرابع:

(a) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(3, 1)$

الحـــل:

تابع السؤال الرابع:

(b لتكن f: $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

a) أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f

b) أوجد فترات التقعّر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f

الحل:

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$	(b)	(a)
(2) الدالة f : $f(x) = x\lvert x\rvert$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in R$	(b)	(a)
(3) الدالة f: $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ لوجود ركن	(b)	(a)

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{x+3}$ يساوي

(a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 1 (d) 0

(5) إذا كانت الدالة : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ ، متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

(a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(6) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة

(7) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3\,,2)$ على المنحنى $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

(a) -5 (b) $\dfrac{-1}{5}$ (c) $\dfrac{1}{5}$ (d) 5

8) إذا كان $f`(x) = x^2$ فإن الدالة $f(x)$

a) متناقصة على مجال تعريفها

b) متزايدة على مجال تعريفها

c) متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

---

9) إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{ax^2+b\,x+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم a ، b تساوي

a) $a = 0\ , b = 6$

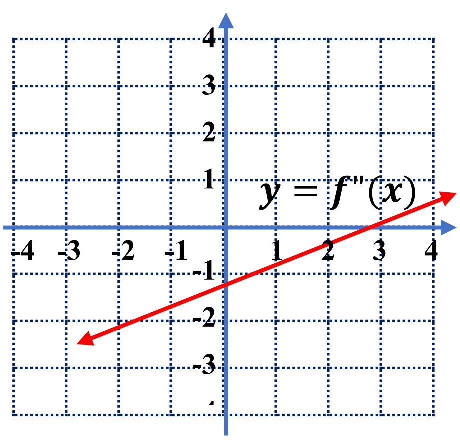
b) $a = 0\ , b = -6$

c) $a = 6\ , b = 0$

d) $a = -6\ , b = 0$

---

10) إذا كانت f كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعر للأسفل في الفترة



a) $(-1\ ,\ 4]$

b) $(3\ ,\ \infty)$

c) $(-\infty\ , 3)$

d) $(3\ ,\ 5)$

---

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

حل اختبارات الفصل الدراسي الأول

٢٠٢٤ ـ ٢٠٢٥

رياضيات

الصف الثاني عشر علمي

اعداد
الاستاذ: حسام بيومي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) أوجد $\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

الحـل:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$\sqrt{x^2} = |x|$
عندما $x \to \infty$
يكون $|x| = x$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} \quad , x \neq 0$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{1-0}{1} = \boxed{1}$$

شرط الجذر
(ما تحت الجذر > 0)

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)$
$= \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$
$= 1+0-0 = 1 > 0$

شرط القسمة

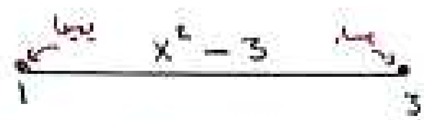
$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}$
$= \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}$
$= \sqrt{1} = 1 \neq 0$

تابع السؤال الأول:

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x = 3 \end{cases}$$

الحــل:



أولاً ندرس اتصال الدالة f على $(1,3)$

الدالة f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$

∴ الدالة f متصلة على $(1,3)$ —— ①

ثانياً ندرس اتصال الدالة f عند $x=3$ من جهة اليسار

$f(3) = 6$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} (x^2 - 3)$

$= 3^2 - 3 = 6$

∵ $f(3) = \lim_{x \to 3^-} f(x)$

∴ الدالة f متصلة عند $x = 3$ من جهة اليسار —— ②

ثالثاً ندرس اتصال الدالة f عند $x=1$ من جهة اليمين

$f(1) = -2$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (x^2 - 3)$

$= 1^2 - 3 = -2$

∵ $f(1) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$

∴ الدالة f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين —— ③

من ①، ②، ③ (أولاً، وثانياً، ثالثاً) نجد أن

الدالة f متصلة على $[1,3]$

السؤال الثاني:

(a) بين أن الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة علي الفترة $[0,4]$ ، ثم أوجد c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك.

الحـل:

∵ الدالة f كثيرة حدود متصلة على R

∴ الدالة f متصلة على الفترة $[0,4]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(0,4)$

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0,4]$

∴ يوجد على الأقل $c \in (0,4)$ بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(4)-f(0)}{4-0}$$

$$f'(c) = \frac{54-2}{4} = 13 \to (1)$$

$f(4) = 4^3 - 3(4) + 2 = \boxed{54}$

$f(0) = 0^3 - 3(0) + 2 = \boxed{2}$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(c) = 3c^2 - 3 \to (2)$

بالتعويض من (1) في (2)

$3c^2 - 3 = 13$

$3c^2 = 13 + 3 \Rightarrow \frac{3c^2}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow c = \pm\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\frac{4\sqrt{3}}{3} \in (0,4)$

$-\frac{4\sqrt{3}}{3} \notin (0,4)$

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $(0,2)$ و $(4,54)$

تابع السؤال الثاني:

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي 290 ديناراً كويتياً.

فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 منازل تبين أن متوسطها الحسابي (دينارا) $\overline{x} = 283$ ،

وانحرافها المعياري (ديناراً) $S = 32$. فهل يمكن الاعتماد عل هذه العينة لتأكيد ما افترضه؟

استخدم مستوى الثقة 95% (علماً بأن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً)

الحـل:

① صياغة الفروض

فرض العدم $H_0: \mu = 290$ مقابل الفرض البديل $H_1: \mu \neq 290$

② المقياس الإحصائي

∵ σ غير معلومة ، $n \leq 30$ ∴ نستخدم المقياس

$$t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{283-290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917$$

③ $n = 10$ ∴ درجات الحرية $n-1 = 10-1 = 9$

مستوى الثقة 95% $1-\alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول التوزيع t

$t_{0.025} = 2.262$

④ منطقة القبول

$(-2.262, 2.262)$

⑤ القرار

∵ $-0.6917 \in (-2.262, 2.262)$

∴ القرار هو قبول فرض العدم $\mu = 290$

إعداد: أ. حسام بيومي

السؤال الثالث:

(a) أوجد معادلة المماس والناظم عند النقطة $(1,0)$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f(x)=\frac{x-1}{x+2}$$

الحـــل:

$$f'(x)=\frac{(1)(x+2)-(1)(x-1)}{(x+2)^2}$$

$$=\frac{x+2-x+1}{(x+2)^2}=\frac{3}{(x+2)^2}$$

$(x-1)'=1$

$(x+2)'=1$

الميل

$$m=f'(1)=\frac{3}{(1+2)^2}=\frac{1}{3}$$

معادلة المماس

$m=\frac{1}{3}$

$y-y_1=m(x-x_1)$

$y-0=\frac{1}{3}(x-1)$

$y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$

معادلة الناظم

$-\frac{1}{m}=-3$

$y-y_1=-\frac{1}{m}(x-x_1)$

$y-0=-3(x-1)$

$y=-3x+3$

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن: $g(x) = x^{13}$, $f(x) = -2x^3 + 4$

باستخدام قاعدة السلسلة : $(gof)'(0)$

الحــل:

$(gof)'(0) = g'(f(0)) \cdot f'(0)$

$f(0) = -2(0) + 4 = 4$

$\therefore (gof)'(0) = g'(4) \cdot f'(0)$

$g'(x) = 13x^{12}$ | $f'(x) = -6x^2$

$g'(4) = 13(4)^{12}$ | $f'(0) = -6(0)^2 = 0$

$(gof)'(0) = 13(4)^{12} \times 0$

$= 0$

السؤال الرابع:

(a) أوجد:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos x}$$

الحـــل:

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos x}\times\frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

(بالضرب × مرافق المقام)

تذكر أن
$\sin^2 x+\cos^2 x=1$
$\sin^2 x=1-\cos^2 x$
$\cos^2 x=1-\sin^2 x$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sin^2 x}\cdot(1+\cos x)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\lim_{x\to 0}(1+\cos x)=\left(\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to 0}1+\lim_{x\to 0}\cos x\right)$$

$$=(1)^2\cdot(1+1)=1\times 2=\boxed{2}$$

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

أوجد كلا مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية .

الحل:

الدالة f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل $x \in \mathbb{R}$

نوجد أولاً النقاط الحرجة

$f'(x) = -3x^2 + 6x$

بوضع $f'(x) = 0$

$-3x^2 + 6x = 0$

$-3x(x-2) = 0$

$x = 0$ و $x = 2$

$f(0) = -4$

$f(2) = 0$

∴ النقاط الحرجة هي $(0, -4)$, $(2, 0)$

نكون الجدول

الفترات	$-\infty$ إلى 0	0 إلى 2	2 إلى ∞
إشارة $f'(x)$	$-$	$+$	$-$
سلوك $f(x)$	تناقص	تزايد	تناقص

∴ الدالة f متزايدة على الفترة $(0, 2)$

∴ الدالة f متناقصة على الفترات $(-\infty, 0)$ و $(2, \infty)$

للدالة f قيمة عظمى محلية قيمتها 0 عند $x = 2$

للدالة f قيمة صغرى محلية قيمتها -4 عند $x = 0$

إعداد: أ. حسام بيومي

HOSSAMBAYOUMI199

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x^3+8x^2}{3x^4-16x^2}=0$		a
2	ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x)=x^2$ عند $x=-2$ هو 4	b	a
3	إذا كانت f : $f(x)=3x-12$ فإن $f'(x)=3$	b	a

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}$ يساوي

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

(5) لتكن الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x)=x^2-3$ فإن: $(fog)(0)$ يساوي:

4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0\,,2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 1 (d) 0

(7) للدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x=0$ $x=1$ (c) $y=0$ (d) $y=1$

8 الدالة : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

a $(-\infty, \frac{1}{2}]$

b $(5 \ , \ \infty)$

c R

d $(-5 \ , \ 5)$

---

9 إذا كانت : $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\acute{y}$ تساوي :

a $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

b $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

c $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

d $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

---

10 مستطيل مساحته $36cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط

a $6\ cm \ , 6\ cm$

b $12\ cm \ , 3\ cm$

c $9\ cm \ , 4\ cm$

d $18\ cm \ , 2\ cm$

---

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) أوجد $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$

الحـل:

بالتعويض المباشر عن $x=2$ نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

بالضرب في مرافق البسط

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(\sqrt{2x-3}-1)}{x-2} \times \frac{(\sqrt{2x-3}+1)}{(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(\sqrt{2x-3}+1)} \quad , x \neq 2$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1} = \frac{\lim\limits_{x\to 2} 2}{\lim\limits_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$$

شرط المقام

$$\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1) = \lim_{x\to 2}\sqrt{2x-3} + \lim_{x\to 2} 1 = 1+1 = 2 \neq 0$$

شرط الجذر

نهاية ما تحت الجذر > 0

$$\lim_{x\to 2}(2x-3) = 2(2)-3 = 1 > 0$$

نهاية الجذر

$$\lim_{x\to 2}\sqrt{2x-3} = \sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)} = \sqrt{1} = 1$$

تابع السؤال الأول:

(b) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+3x & : \quad x\geq 1 \\ 5x-1 & : \quad x<1 \end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x=1$

الحـل:

$5x-1$ | x^2+3x ، 1

أولاً: $f(1) = 1^2 + 3(1) = 4 \longrightarrow (1)$

النهاية من جهة اليمين

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+}(x^2+3x)$

$= 1^2+3(1)$

$= \boxed{4}$

النهاية من جهة اليسار

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-}(5x-1)$

$= 5(1)-1$

$= \boxed{4}$

$\because \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} f(x) = 4$

$\therefore \lim\limits_{x\to1} f(x) = 4 \longrightarrow (2)$

من (1) ، (2) نستنتج أن

الدالة متصلة عند $x=1$

السؤال الثاني:

(a) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها h.

a) أوجد الارتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.

b) ما قيمة هذا الحجم؟

الحـل:

$$V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h) \quad , \quad h \in (0, \infty)$$

$$V'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$$

بوضع $V'(h) = 0$

$$V'(h) = 0 \Rightarrow -3h^2 + 36 = 0$$

$$\frac{\cancel{-3}h^2}{\cancel{-3}} = \frac{-36}{-3} \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = \pm 2\sqrt{3}$$

$h = -2\sqrt{3} \notin (0, \infty)$

$h = 2\sqrt{3} \in (0, \infty)$

اختبار المشتقة الثانية

$V''(h) = 2\pi(-6h)$

$V''(2\sqrt{3}) = 2\pi(-6(2\sqrt{3}))$

$\simeq -130.6 < 0$

∴ قيمة $h = 2\sqrt{3}$ هي قيمة عظمى مطلقة

∴ أكبر حجم للأسطوانة عندما $h = 2\sqrt{3}$ cm

ويكون الحجم

$$V(2\sqrt{3}) = 2\pi\left(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3})\right) \simeq 522.37 \text{ cm}^3$$

تابع السؤال الثاني:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الاناث 25 والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 3.6$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 18.4$ باستخدام مستوى ثقة 95 %

1- أوجد هامش الخطأ.

2- أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

3- فسّر فترة الثقة.

الحـل:

$\sigma = 3.6$ ، $\bar{X} = 18.4$ $n = 25$

① ∵ مستوى الثقة 95%

∴ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

∵ σ معلومة يكون هامش الخطأ

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{3.6}{\sqrt{25}} = 1.4112$$

② فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

$$(\bar{X} - E, \bar{X} + E) = (18.4 - 1.4112, 18.4 + 1.4112)$$

$$= (16.99, 19.81)$$

③ التفسير

عند اختيار 100 عينة عشوائية حجم كل منها $n=25$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحتوي على القيمة الحقيقية لـ μ.

السؤال الثالث:

(a) أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته: $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$ عند $(1,1)$

الحـــل:

باستخدام الاشتقاق الضمني

$$2x - 2yy' + y'x + y = 0$$

$$-2yy' + y'x = -2x - y$$

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

$$y' = \frac{-2x - y}{-2y + x}$$

لإيجاد الميل نعوض بالنقطة $(1,1)$

$$m = y'|_{(1,1)} = \frac{-2(1) - (1)}{-2(1) + (1)} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$m = 3$$

ميل المماس $= 3$

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن f :
$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x & : \quad x\le 2 \\ 3x-2 & : \quad x>2 \end{cases}$$

ابحث قابلية الدالة f للاشتقاق عند $x=2$

الحــل:

$-\infty \quad x^2-4x \quad 2 \quad 3x-2 \quad \infty$

نبحث اتصال الدالة f عند $x=2$

$f(2)=2^2-4=0$

النهاية من جهة اليمين

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}(3x-2)$

$=3(2)-2=\boxed{4}$

النهاية من جهة اليسار

$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}(x^2-4x)$

$=2^2-4(2)=\boxed{-4}$

$\because \lim_{x\to 2^-} f(x)\ne \lim_{x\to 2^+} f(x)$

$\therefore \lim_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة

$\therefore$ الدالة f غير متصلة عند $x=2$

$\therefore$ الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند $x=2$

السؤال الرابع:

(a) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x \tan x - 2x \cos x}{3x}$$

الحـــل:

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\cos x \tan x}{3x} - \frac{2\cancel{x} \cos x}{3\cancel{x}} \right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\cos x}{3} \cdot \frac{\tan x}{x} - \frac{2}{3} \cos x \right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{3} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} - \lim_{x \to 0} \frac{2}{3} \cos x$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 - \frac{2}{3} \times 1$$

$$= -\frac{1}{3}$$

تابع السؤال الرابع:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ وارسم بيانها

الحل:

① المجال الدالة f كثيرة حدود متصلة على R وقابلة للاشتقاق على R

② النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$$

③ النقاط الحرجة

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

بوضع $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$x = 3 \qquad x = 1$$

$$f(3) = -4$$

$$f(1) = 0$$

النقاط الحرجة هي

$(1, 0)$, $(3, -4)$

④ تكوين الجدول

الفترات	$-\infty$	1	3	∞
اشارة $f'(x)$	+	−	+	
سلوك $f(x)$	↗ تزايد	↘ تناقص	↗ تزايد	

- الدالة f متزايدة على الفترات $(-\infty, 1)$, $(3, \infty)$
- الدالة f متناقصة على الفترة $(1, 3)$

للدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 3$

$$f''(x) = 6x - 12$$

بوضع $f''(x) = 0$

$$6x - 12 = 0 \Rightarrow 6x = 12$$

$$x = 2 \Rightarrow \boxed{f(2) = -2}$$

⑤ نقطة الانعطاف هي $(2, -2)$

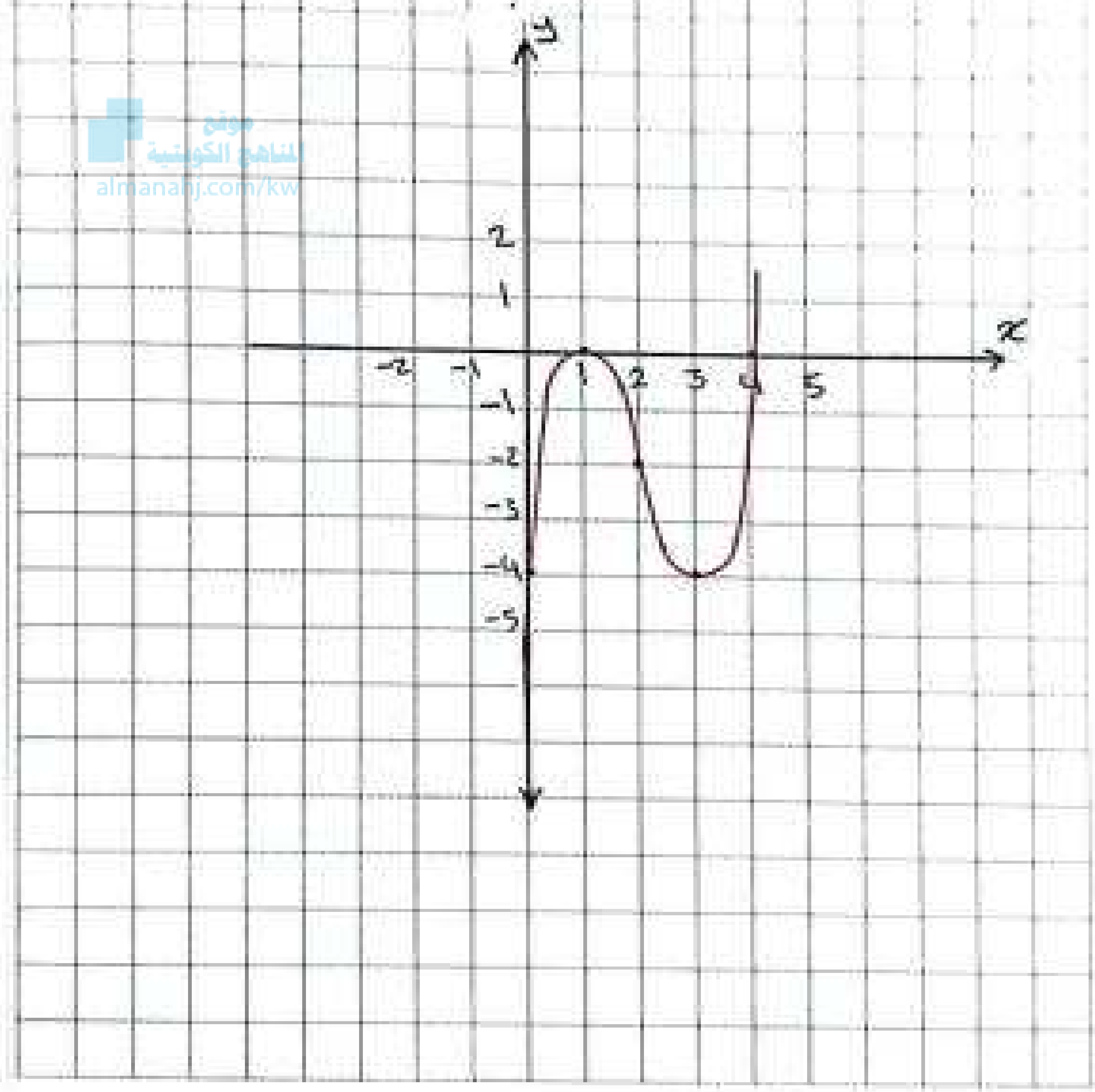
الفترات	$-\infty$	2	∞
اشارة $f''(x)$	−	+	
بيان $f(x)$	∩	∪	

منحنى الدالة f مقعر لأعلى على الفترة $(2, \infty)$

منحنى الدالة f مقعر لأسفل على الفترة $(-\infty, 2)$

النقاط اضافية

x	0	1	2	3	4
y	-4	0	-2	-4	0



إعداد: أ. حسام بيومي

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1	$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{\|2x-3\|} = \frac{1}{2}$	(a) ●
2	إذا كانت الدالة $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$	● (b)
3	الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\geq 1 \\ 4x-1 & x<1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو R	● (b)

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} =$

(a) 0 (b) $-\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) غير موجودة

(5) إذا كانت الدالة : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ ، متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي

● 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(6) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0,2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 ● 1 (d) 0

(7) ميل الناظم لمنحنى الدالة: $y=x^3-3x+1$ عند النقطة $(2,3)$ تساوي :

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ ● $-\frac{1}{9}$

8) الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$$ متصلة عند $x=0$

فإن a تساوي

(a) 4 (b) $\frac{-1}{4}$

(c) -4 (d) $\frac{1}{4}$

---

9) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) انفصال

---

10) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a) $f(x)=x^3-5x$ (b) $f(x)=4x^2-2x^4$

(c) $f(x)=x^3$ (d) $f(x)=(x-2)^4$

---

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) لتكن: $y = u^2 + 4u - 3 \ , \ u = 2x^3 + x$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل

الحـل:

$\because y = u^2 + 4u - 3$

$\frac{dy}{du} = 2u + 4$

$u = 2x^3 + x$

$\frac{du}{dx} = 6x^2 + 1$

بالتعويض

$\therefore y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = (2u + 4)(6x^2+1)$

$= (2(2x^3+x) + 4)(6x^2+1)$

$= (4x^3 + 2x + 4)(6x^2 + 1)$

$= 24x^5 + 4x^3 + 12x^3 + 2x + 24x^2 + 4$

$= 24x^5 + 16x^3 + 24x^2 + 2x + 4$

إعداد: أ. حسام بيومي

HOSSAMBAYOUMI199

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

الحــل:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}} \quad , x \neq 0$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{-\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x \to -\infty}\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\lim\limits_{x \to -\infty} -\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

$$= \frac{2-0}{-2} = \boxed{-1}$$

$\sqrt{x^2} = |x|$

عندما $x \to -\infty$

يكون $|x| = -x$

شرط الجذر

نهاية ما تحت الجذر > 0

$$\lim_{x \to -\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} 4 + \lim_{x \to -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \to -\infty} \frac{6}{x^2}$$

$$= 4 + 0 + 0 = 4$$

شرط المقام

$$\lim_{x \to -\infty} -\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}$$

$$= -\sqrt{\lim_{x \to -\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}$$

$$= -\sqrt{4} = -2 \neq 0$$

السؤال الثاني:

(a) أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ، علماً بأن العينة أخذت من مجتمع طبيعي.

إذا كان لدينا $n = 13$, $s = 0.3$, $\bar{x} = 8.4$

الحـل:

∵ σ غير معلومة ، $n \leq 30$

∴ نستخدم توزيع t

درجات الحرية $n-1 = 13-1 = 12$

∵ مستوى الثقة $1-\alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول التوزيع t نجد أن

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.179$

هامش الخطأ

$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}} \simeq 0.1813$

∴ فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

$(\bar{x}-E, \bar{x}+E) = (8.4 - 0.1813, 8.4 + 0.1813)$

$= (8.2187, 8.5813)$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم ادرس اتصال الدالة f على $[6, 10]$

الحـل:

نفرض أن $f(x) = \sqrt{g(x)}$

$g(x) = x^2 - 7x + 10$

أولاً المجال $g(x) \geq 0$

$x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المرافقة

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2$ ، $x = 5$

$-\infty \quad + \quad 2 \quad - \quad 5 \quad + \quad \infty$

∴ مجال الدالة $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

ثانياً الاتصال

الدالة g كثيرة حدود متصلة على R

∴ الدالة g متصلة على $[6, 10]$ ← ①

$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

∵ $[6, 10]$ مجموعة جزئية من D_f

∴ $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [6, 10]$ ← ②

من ① ، ② نجد أن

الدالة f متصلة على ـــــ $[6, 10]$

السؤال الثالث:

(a) أوجد معادلة المماس والعمودي عند النقطة $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ لمنحنى الدالة f حيث

$$f(x) = \tan x$$

الحــل:

$$f'(x) = \sec^2 x$$

$$m = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$$

$$m = 2$$

معادلة المماس

$$m = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = 2x - \frac{\pi}{2} + 1$$

معادلة العمودي

$$\frac{-1}{m} = \frac{-1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = \frac{-1}{2}x + \frac{\pi}{8} + 1$$

تابع السؤال الثالث:

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x+5 & : \quad x\le 3 \\ x^2-1 & : \quad x>3 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(3)$

الحــل:

$$f(3)=3+5=\boxed{8}$$

$$f'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$$ إن وجدت

المشتقة من جهة اليسار

$$f'_-(3)=\lim_{x\to 3^-}\frac{x+5-8}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^-}\frac{\cancel{x-3}}{\cancel{x-3}}=1$$

$$f'_-(3)=1$$

المشتقة من جهة اليمين

$$f'_+(3)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-1-8}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{x-3}}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}(x+3)=3+3=6$$

$$f'_+(3)=6$$

$$\because f'_-(3)\neq f'_+(3)$$

$\therefore f'(3)$ غير موجودة

السؤال الرابع:

(a) إذا كانت $y = \sqrt{1-2x}$ فأثبت أن $yy'' + (y')^2 = 0$

الحــــل:

بتربيع الطرفين

$$y = \sqrt{1-2x}$$

$$y^2 = 1 - 2x$$

$$\frac{2y\, y'}{2} = \frac{-2}{2}$$

$$\underbrace{y\, y'}_{\text{ضرب}} = -1$$

$$y' y' + y\, y'' = 0$$

$$y\, y'' + (y')^2 = 0$$ وهو المطلوب

تابع السؤال الرابع:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها

الحل:

* الدالة f كثيرة حدود مجالها R متصلة على R وقابلة للاشتقاق على R

* النهايات عند الأطراف المفتوحة

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (-x^3) = -\infty$$

* نوجد النقاط الحرجة

$$f'(x) = -3x^2$$

نضع $f'(x) = 0$

$$-3x^2 = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

$\therefore$ $(0, 1)$ نقطة حرجة

* نكون الجدول

الفترات	$-\infty$ إلى 0	0 إلى ∞
إشارة $f'(x)$	$-$	$-$
سلوك $f(x)$	↘ تناقص	↘ تناقص

الدالة f متناقصة على الفترات $(-\infty, 0)$ و $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو صغرى محلية

$$f''(x) = -6x$$

نضع $f''(x) = 0$

$$-6x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

	$-\infty$ إلى 0	0 إلى ∞
إشارة $f''(x)$	$+$	$-$
بيان $f(x)$	$\cup$ تقعر لأعلى	$\cap$ تقعر لأسفل

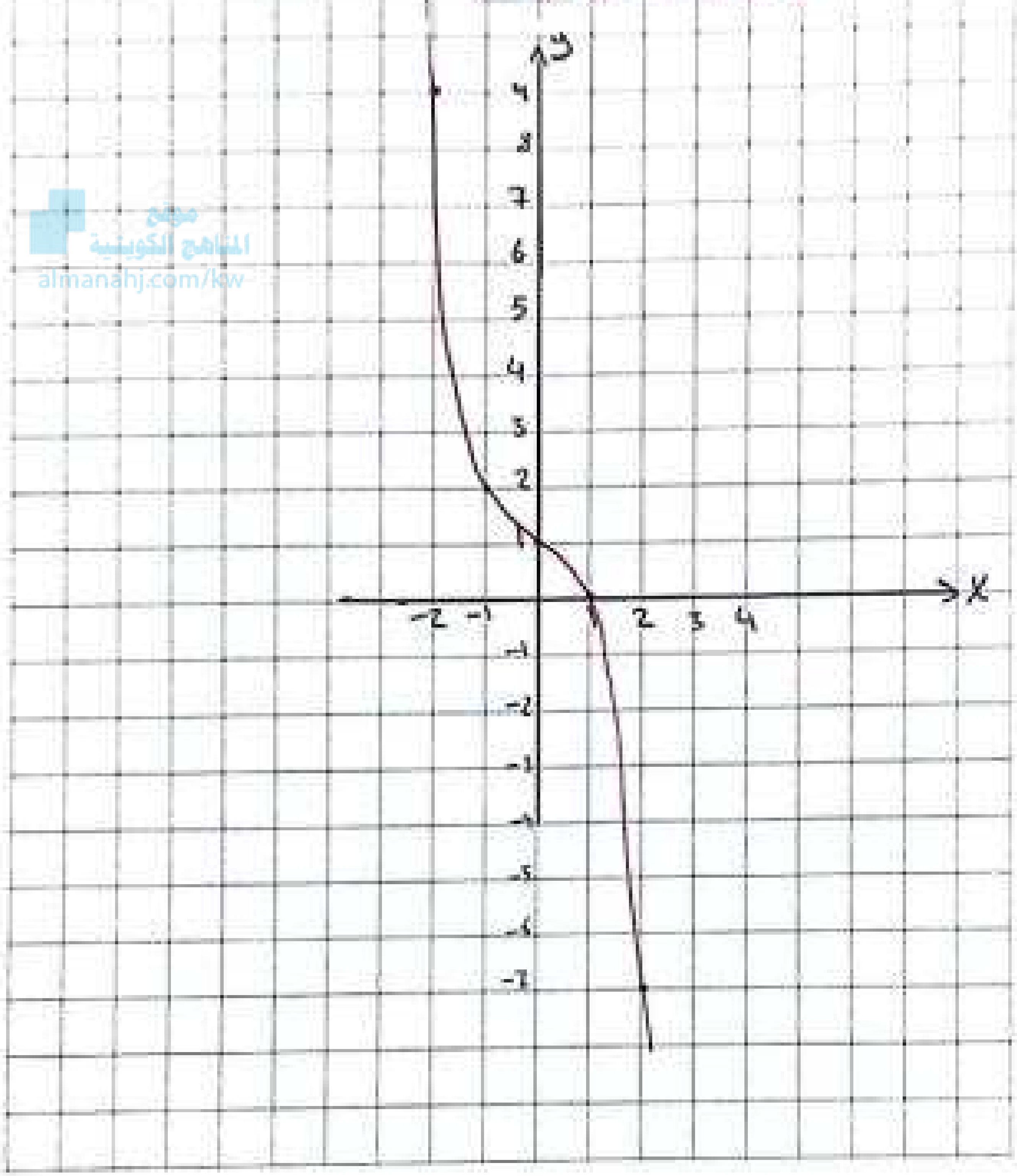
منحنى الدالة f مقعر لأعلى على $(-\infty, 0)$

منحنى الدالة f مقعر لأسفل على $(0, \infty)$

$(0, 1)$ نقطة انعطاف

نقاط اضافية

x	-٢	-1	٠	1	2
ص	٩	2	1	٠	-7



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

① $\lim_{x\to 1^+} (2x - \lvert x\rvert + 2) = 3$	b	a
② الدالة f $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$	b	a
③ أصغر محيط لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$	b	a

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

④ $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$ يساوي

ⓐ 0 ⓑ ∞ ⓒ -2 ⓓ 2

⑤ إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكان $\lim_{x\to -2} \left(x^2 + f(x)\right) = 7$

فإن : $f(-2)$ تساوي

ⓐ 3 ⓑ 5 ⓒ 9 ⓓ 11

⑥ عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0\,,2)$ هو:

ⓐ 3 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 0

⑦ الدالة f $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $(-\infty, \frac{1}{2})$ ⓑ $(5, \infty)$ ⓒ R ⓓ $(-5\,,5)$

8) إذا كانت : $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (d) $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

9) إذا كانت : $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\acute{y}$ تساوي

(a) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$ (b) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(c) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$ (d) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

---

10) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a) $f(x) = x^3 - 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

---

* انتهت الأسئلة*

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول:

(a) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحـل:

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \to 0} -\frac{x}{\sin x} \cdot (\cos x + 1)$$

$$= -\left(\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x}\right) \cdot \left(\lim_{x \to 0} \cos x + \lim_{x \to 0} 1\right)$$

$$= -(1) \times (1 + 1) = 1 \times 2 = 2$$

تذكر

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$-\sin^2 x = \cos^2 x - 1$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(x-2)^3 - 8}{x}$$

الحــل:

بالتعويض المباشر عن $x=0$ نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \to 0} \frac{(x+2-2)\left((x+2)^2 + 2(x+2) + 4\right)}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x}\left(x^2+4x+4+2x+4+4\right)}{\cancel{x}} \quad , x \neq 0$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(x^2 + 6x + 12\right) = 0^2 + 6(0) + 12 = 12$$

السؤال الثاني:

(a) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ $\quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$

الحـل:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{x} & ; x > 0 \\ -3 & ; x = 0 \\ \frac{x^2-3x}{-x} & ; x < 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{\cancel{x}(x-3)}{\cancel{x}} & ; x > 0 \\ -3 & ; x = 0 \\ \frac{\cancel{x}(x-3)}{-\cancel{x}} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x-3 & ; x > 0 \\ -3 & ; x = 0 \\ -(x-3) & ; x < 0 \end{cases}$$

$-\infty \quad -(x-3) \quad 0 \quad (x-3) \quad \infty$

$f(0) = -3 \rightarrow (1)$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x-3) = 0-3 = \boxed{-3}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} -(x-3) = -(0-3) = \boxed{3}$$

$\because \lim_{x \to 0^-} f(x) \neq \lim_{x \to 0^+} f(x)$

$\therefore \lim_{x \to 0} f(x)$ غير موجودة

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x=2$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & : x \leqslant 1 \\ 2x+1 & : x>1 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها.

أوجد $f'(x)$ إن أمكن

الحـل:

$-\infty \quad x^2+2 \quad 1 \quad 2x+1 \quad \infty$

$D_f=(-\infty,1]\cup(1,\infty)=\mathbb{R}$

$f'(x)=\begin{cases} 2x & ; x<1 \\ \text{نبحث} & ; x=1 \\ 2 & ; x>1 \end{cases}$

$f(1)=1^2+2=\boxed{3}$

نوجد $f'(1)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$f'_-(1)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+2-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}=\lim\limits_{x\to 1^-}(x+1)=1+1=\boxed{2}$

$f'_+(1)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=\lim\limits_{x\to 1^+}2=\boxed{2}$

$f'_-(1)=f'_+(1)=2 \Rightarrow f'(1)=2$

ومنه

$f'(x)=\begin{cases} 2x & ; x<1 \\ 2 & ; x=1 \\ 2 & ; x>1 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 2x & ; x\leq 1 \\ 2 & ; x>1 \end{cases}$

السؤال الثالث:

(a) (1) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالّة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.

الحـل:

∵ الدالــة متصلة على $[-2, 1]$

∴ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

أولاً النقاط الطرفية

$f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 1 = \boxed{-1}$

$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = \boxed{-1}$

ثانياً النقاط الحرجة

$f'(x) = 3x^2 - 3$

بوضع $f'(x) = 0$

$3x^2 - 3 = 0$

$3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \begin{cases} 1 \in (-2, 1) \\ -1 \in (-2, 1) \end{cases}$

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = \boxed{3}$

من أولاً، ثانياً فإن أكبر قيمة للدالة f هي 3 ∴ 3 قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للدالة f هي -1 ∴ -1 قيمة صغرى مطلقة

---

(2) عددان موجبان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن ما العددان؟

الفرض
نفرض العددين x , y
مجموعهم $= x + y = 100$
$y = 100 - x$
حيث : $0 < x < 100$

$f(x) =$ مجموع مربعيهما $= x^2 + y^2$

∴ $f(x) = x^2 + (100 - x)^2$

$f'(x) = 2x + 2(100 - x)'(-1)$

مشتقة حاصل ضرب القوس

∴ $f'(x) = 2x + (200 - 2x)(-1)$

$= 2x - 200 + 2x$

$= 4x - 200$

نضع $f'(x) = 0$

$4x - 200 = 0$

$4x = 200 \quad \div 4$

$x = 50 \in (0, 100)$

∴ النقطة الحرجة : $(50, f(50))$

اختبار المشتقة الثانية

$f''(x) = 4$

∴ $f''(50) = 4 > 0$

∴ توجد قيمة صغرى مطلقة عند $x = 50$

∴ العدد الأول $= x = 50$

العدد الثاني $= y = 100 - 50 = 50$

∴ العددان هما : $50 , 50$

تابع السؤال الثالث:

(b) بيّنت الدراسة أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل أسلاك معدنية هو $\mu = 1800\ kg$ مع انحراف معياري $\sigma = 150\ kg$. ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الاسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك و تأكيدًا على ذلك تمّ اختبار عينة من 40 سلكًا. فتبيّن أن متوسط قوة تحمل هذه الأسلاك يساوي $1840\ kg$ هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$؟

الحــل:

① صياغة الفروض

فرض العدم $H_0: \mu = 1800$ مقابل فرض البديل $H_1: \mu \neq 1800$

② المقياس الإحصائي :: σ معلومة نستخدم المقياس

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1840 - 1800}{\frac{150}{\sqrt{40}}} \simeq 1.686$$

③ مستوى الثقة :: 95 %

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

④ منطقة القبول $(-1.96, 1.96)$

⑤ القرار $\because 1.686 \in (-1.96, 1.96)$

∴ القرار قبول فرض العدم $\mu = 1800$

السؤال الرابع:

(a) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y}+y=x$ أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(3\,,\,1)$

الحـــل:

(1) بالاشتقاق ضمنياً $\because\ 2\sqrt{y}+y=x$

$$\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{y}}\cdot y'+y'=1$$

$$\frac{y'}{\sqrt{y}}+y'=1$$

عامل مشترك

$$y'\left(\frac{1}{\sqrt{y}}+1\right)=1$$

$$y'\left(\frac{1+\sqrt{y}}{\sqrt{y}}\right)=\frac{1}{1} \Rightarrow y'=\frac{\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}}$$

(2)

$$\text{ميل المماس}=m=y'\Big|_{(3,1)}=\frac{\sqrt{1}}{1+\sqrt{1}}=\frac{1}{2}$$

تابع السؤال الرابع:

(b لتكن f: $f(x)=x^3-3x^2-9x+1$

a) أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f

b) أوجد فترات التقعّر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f

الحل:

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً في البنود من (1 – 3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$	b	●
(2) الدالة f : $f(x) = x\lvert x\rvert$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in R$	●	a
(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$	●	a

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{x+3}$ يساوي

(a) ∞ (b) $-\infty$ ● 1 (d) 0

(5) إذا كانت الدالة : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ ، متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

● 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(6) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو

(a) ناب ● ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة

(7) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3, 2)$ على المنحنى $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

● -5 (b) $\frac{-1}{5}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) 5

8) إذا كان $f`(x) = x^2$ فإن الدالة $f(x)$

- a) متناقصة على مجال تعريفها
- b) متزايدة على مجال تعريفها
- c) متناقصة على الفترة $(0, \infty)$
- d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

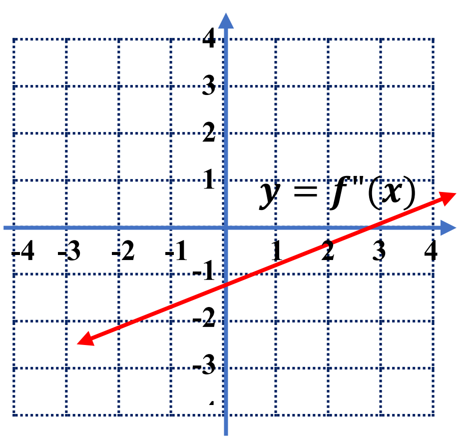
---

9) إذا كان $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{ax^2+b\,x+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم a ، b تساوي

- a) $a = 0 \ , b = 6$
- b) $a = 0 \ , b = -6$
- c) $a = 6 \ , b = 0$
- d) $a = -6 \ , b = 0$

---

10) إذا كانت f كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعر للأسفل في الفترة



- a) $(-1 \ , \ 4]$
- b) $(3 \ , \ \infty)$
- c) $(-\infty \ , 3)$
- d) $(3 \ , \ 5)$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ