نموذج الإجابة

مذكرة مادة الفيزياء

الصف الحادي عشر (11)

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي : 2022 / 2023 م

أ/ يوسف بدر عزمي

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الأول : حركة المقذوفات

الدرس (1-1) : الكميات العددية والكميات المتجهة

وجه المقارنة	الكميات العددية (القياسية)	الكميات المتجهة
التعريف	كميات يلزم لتحديدها معرفة المقدار ووحدة القياس	كميات يلزم لتحديدها معرفة المقدار ووحدة القياس و الاتجاه
أمثلة	المسافة – السرعة العددية	الإزاحة – السرعة المتجهة
العمليات الحسابية المستخدمة	الجبر الحسابي	جبر المتجهات

** تكتب الكمية المتجهة بحرف يوضع فوقه سهم مثل ($\vec{V}$)

الإزاحة اقصر مسافة بين نقطة بداية الحركة إلي نقطة نهاية الحركة

وجه المقارنة	المتجهات الحرة	المتجهات المقيدة
التعريف	متجهات يمكن نقلها مع المحافظة علي المقدار والاتجاه	متجهات لا يمكن نقلها ومقيدة بنقطة تأثيرها
أمثلة	الإزاحة – السرعة المتجهة	القوة

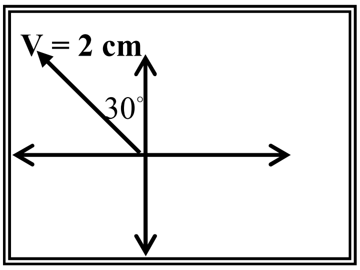
علل لما يأتى :

1- الإزاحة متجه حر بينما القوة متجه مقيد.

لأن الإزاحة متجه يمكن نقله من مكان لأخر بينما القوة مقيدة بنقطة تأثيرها ولا يمكن نقلها من مكان لأخر

2- الإزاحة متجه يمكن نقله من مكان لأخر بينما القوة متجه لا يمكن نقله من مكان لأخر.

لأن الإزاحة متجه حر بينما القوة متجه مقيد بنقطة تأثيرها

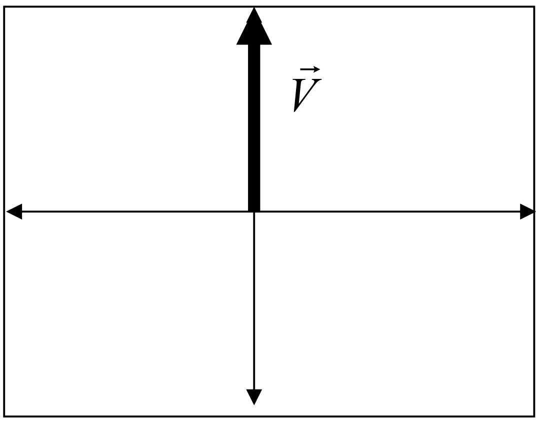


مثال 1 : الشكل المقابل يمثل المتجه البياني المعبر عن سرعة تحرك سيارة ، فإذا علمت أن مقياس الرسم (1 cm : 10 m/s) عبر رياضياً عن المتجه ($\vec{V}$) .

$$\vec{V} = (20\,\text{m/s}\ ,\ 120^{\circ})$$

مثال 2 : أوجد متجه العجلة لجسم كتلته (2 Kg) وتؤثر عليه قوة (10 N , 60°) .

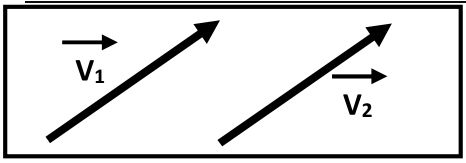
$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2} = 5\, m/s^2 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = (5\, m/s^2, 60^{o})$$



مثال 3 : ورد في نشرة الأرصاد الجوية أن سرعة الرياح الشمالية تساوي (60 km / h) مثل هذه السرعة رياضياً .

$$\vec{V} = (60\,\text{km/h}\,,\,90^{\circ})$$

خصائص المتجهات



التساوي **المتجهان يكونان متساويان بشرط تساوي المقدار و الاتجاه**

سؤال : تسير سيارة شمالاً بسرعة عددية تساوي (80 km / h) بينما تسير سيارة أخري جنوباً بسرعة (80 km/h) . هل سرعتهما المتجهتان متساويتان ؟ ولماذا ؟

لا / لأنهما مختلفان في الاتجاه

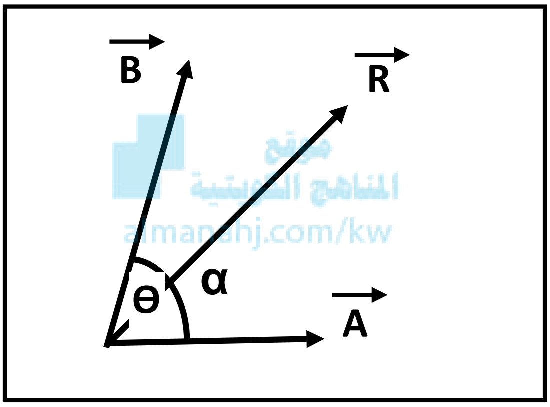
جمع المتجهات (تركيب المتجهات) **عملية الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد يسمى المحصلة**

أولاً : **حساب المحصلة بالطريقة الحسابية** :

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

لحساب اتجاه المحصلة :

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{B\sin\theta}{R}\right]$$



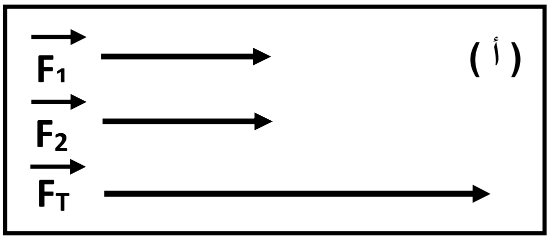
حيث (θ) هي الزاوية **بين ذيلي المتجهين** و(α) هي زاوية **ميل المحصلة** ($\vec{R}$) **مع المتجه** ($\vec{A}$)

حالات خاصة بجمع المتجهات

أ) محصلة متجهين متوازيين وفي اتجاه واحد : ($\theta = 0$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_1 + F_2$

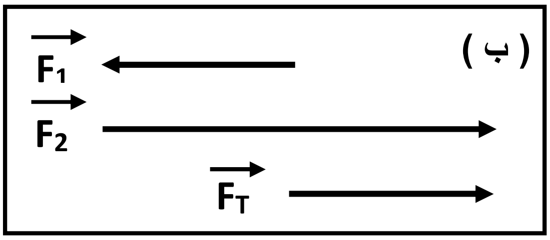
** يكون اتجاه المحصلة : **في نفس اتجاه القوتين**



ب) محصلة متجهين متوازيين و متعاكسين : ($\theta = 180$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_2 - F_1$

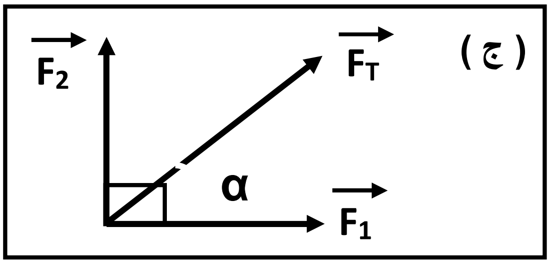
** يكون اتجاه المحصلة : **في اتجاه القوة الكبرى**



ج) محصلة متجهين متعامدين : ($\theta = 90$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

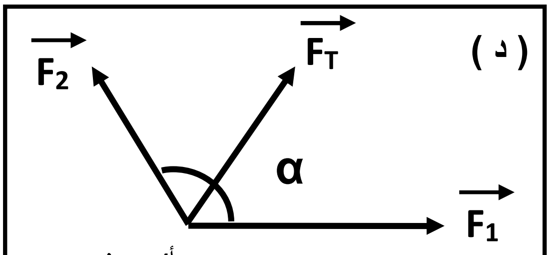
** يكون اتجاه المحصلة : $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{F_2}{F_1}\right]$



د) محصلة متجهين متساويين وبينهما زاوية ($\theta = 120$)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_1 = F_2$

** يكون اتجاه المحصلة : $\alpha = 60$



جمع المتجهات

1- يتساوى الجمع العددي مع الجمع الاتجاهي ($\vec{A}+\vec{B}=A+B$) عندما يكون المتجهين **في اتجاه واحد**

2- تكون أقل محصلة عندما يكون المتجهين **متعاكسين** وأكبر محصلة عندما يكون المتجهين **في اتجاه واحد**

3- تقل المحصلة بين المتجهين كلما زادت **الزاوية المحصورة بينهما**

4- العوامل التي تتوقف عليها محصلة متجهين هي : 1- **مقدار المتجهين** 2- **الزاوية المحصورة بين المتجهين**

5- عملية جمع المتجهات عملية **إبداليه** حيث ($\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$)

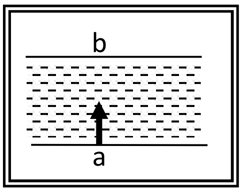
علل لما يأتي :

1- يمكن الحصول علي عدة قيم للمحصلة لنفس المتجهين .

بسبب اختلاف الزاوية بين المتجهين

2- تتغير السرعة التي تُحلق بها طائرة في الجو علي الرغم من ثبات السرعة التي يكسبها المحرك للطائرة .

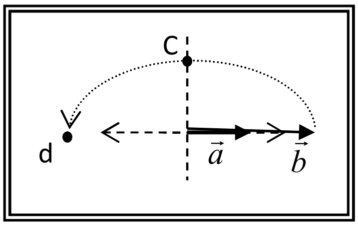
بسبب وجود رياح متغيرة السرعة لذلك تتحرك الطائرة بمحصلة سرعتها وسرعة الرياح



3- لا يستطيع سباح أن يعبر النهر من نقطة (a) إلي نقطة (b) بصورة مباشرة كما في الشكل .

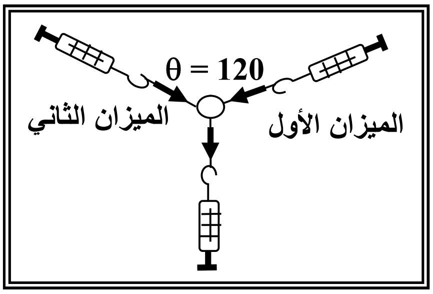
لأنه يتحرك بتأثير سرعة السباح وسرعة تيار الماء العمودي علي اتجاه سرعة السباح

ماذا يحدث :



1- لمقدار واتجاه محصلة المتجهين الموضحين بالشكل المقابل إذا دار المتجه (b) نصف دورة مروراً بالنقاط (c ، d) حول نقطة اتصاله بالمتجه (a) .

تقل تدريجيا حتى تصبح أقل ما يمكن ويتغير اتجاه المحصلة



مثال 1 : إذا كانت قراءة كل من الميزانين الأول والثاني هي (100 N) .

أحسب قراءة الميزان الثالث :

$$F_T = F_1 = F_2 = 100\ N$$

مثال 2 : متجهين قيمتهما ($\vec{A}=20N$) و ($\vec{B}=30N$) . فأحسب ($\vec{A}+\vec{B}$) واتجاهه في الحالات الآتية ؟

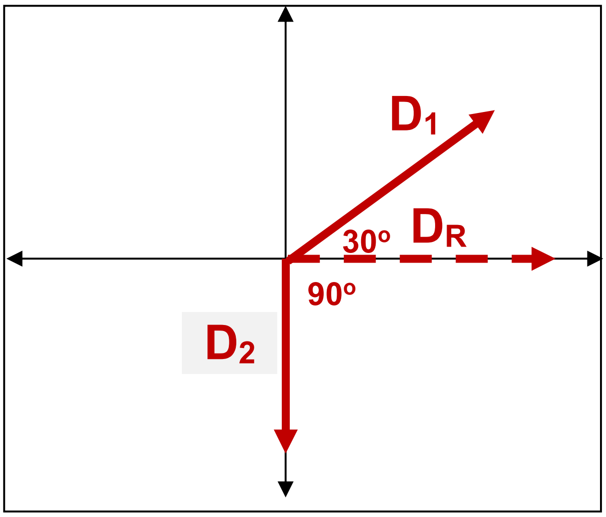
أ) أكبر مقدار لمحصلة المتجهين (المتجهين في اتجاه واحد) :

$$R = A + B = 20 + 30 = 50\ N$$ **في نفس اتجاه المتجهين**

ب) أصغر مقدار لمحصلة المتجهين (المتجهين متعاكسين) :

$$R = B - A = 30 - 20 = 10\ N$$ **في اتجاه المتجه الأكبر**

مثال 3 : تحرك قارب ليقطع (8 km) باتجاه (30^O) شمال الشرق ثم (4 km) إلي الجنوب . أحسب المحصلة مقداراً واتجاهاً ؟



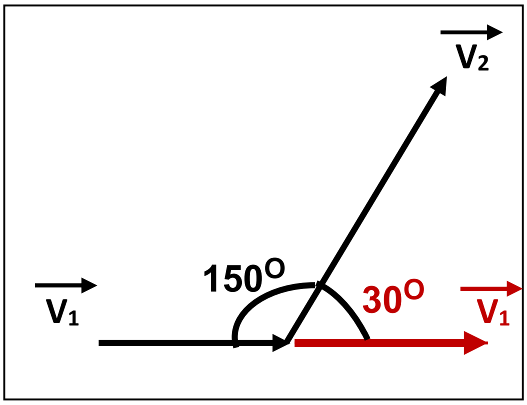
لابد من رسم المتجهين لتحديد الزاوية بينهما

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta}$$

$$D_R = \sqrt{8^2 + 4^2 + 2\times4\times8\cos120} = 6.9\ Km$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{D_2\sin\theta}{D_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{4\times\sin120}{6.9}\right] = 30^o$$

مثال 4 : في الشكل متجهين ($\vec{V}_1 = 60\ m/s$) و ($\vec{V}_2 = 80\ m/s$) . أحسب المحصلة مقداراً واتجاهاً ؟

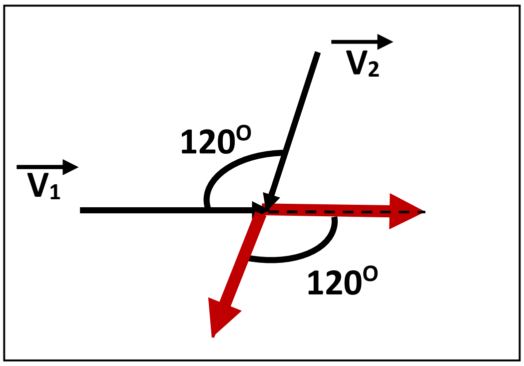


$$V_R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

$$V_R = \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times60\times80\cos30} = 135.32\ m/s$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{V_2\sin\theta}{V_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{80\times\sin30}{135.32}\right] = 17^o$$

مثال 5 : في الشكل متجهين ($\vec{V}_1 = 60\ m/s$) و ($\vec{V}_2 = 80\ m/s$) . أحسب المحصلة مقداراً و اتجاهاً ؟

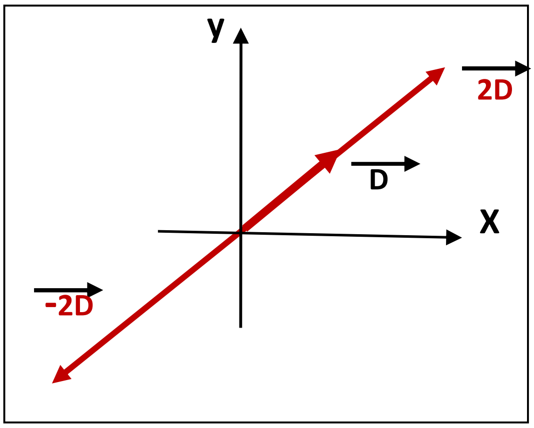


$$V_R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

$$V_R = \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times60\times80\cos120} = 72.11\ m/s$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{V_2\sin\theta}{V_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{80\times\sin120}{72.11}\right] = 73.9^o$$

ضرب المتجهات



1- ضرب كمية عدديه موجبة × كمية متجهة

يكون حاصل الضرب متجه جديد في **نفس** الاتجاه

2- ضرب كمية عدديه سالبة × كمية متجهة

يكون حاصل الضرب متجه جديد في **عكس** الاتجاه

3- ضرب كمية عددية (أكبر من الواحد) × كمية متجهة

يغير **مقدار** المتجه الناتج ويغير الاتجاه إذا كانت الكمية العددية **سالبة**

علل لما يأتي :

1- حسب القانون الثاني لنيوتن F = m x a تعتبر القوة كميه متجهة .

لأنها حاصل ضرب كمية عددية (الكتلة m) في كمية متجهة (العجلة a)

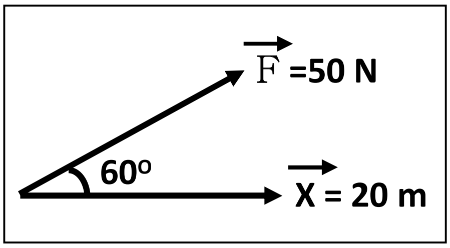
2- حسب القانون الثاني لنيوتن F = m x a تكون القوة دائماً في نفس اتجاه العجلة .

لأن الكتلة m كمية عددية موجبة

ضرب المتجهات	1- الضرب العددي (القياسي) أو (النقطي) أو (الداخلي)	2- الضرب الاتجاهي (التقاطعي) أو (الخارجي)
العلاقة الرياضية	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$	$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin \theta$
ناتج الضرب	**كمية عددية**	**كمية متجهة**
تنعدم قيمة الناتج	**المتجهين متعامدين** لأن $\cos 90 = 0$	**المتجهين متوازيين** لأن $\sin 0 = 0$
أكبر قيمة للناتج	**المتجهين متوازيين** لأن $\cos 0 = 1$	**المتجهين متعامدين** لأن $\sin 90 = 1$
صفاته	**عملية إبداليه**	**عملية ليست إبداليه**
العوامل	**مقدار المتجهين - الزاوية بينهما**	**مقدار المتجهين - الزاوية بينهما**

الضرب العددي

$$W = \vec{F} \cdot \vec{X} = FX \cos \theta$$

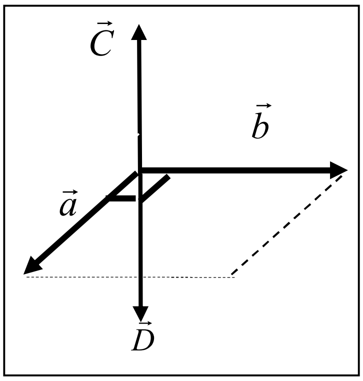


مثال : قوة مقدارها (50 N) تسبب إزاحة للجسم قدرها (20 m) وتصنع مع القوة زاوية (60°) . أحسب مقدار الشغل الناتج .

$$W = F\ X\ \cos\theta = 50 \times 20 \cos 60 = 500\ J$$

الضرب الاتجاهي

متجه جديد يساوي مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين



1- يكون اتجاه ناتج الضرب الاتجاهي عمودي علي المتجهين ويحدد **بقاعدة اليد اليمني**

2- متجه $(\vec{C}) = \underline{\vec{a}\times\vec{b}}$ واتجاهه **عمودي علي المتجهين خارج الصفحة**

3- متجه $(\vec{D}) = \underline{\vec{b}\times\vec{a}}$ واتجاهه **عمودي علي المتجهين داخل الصفحة**

4- إذا كان حاصل الضرب القياسي لمتجهين متساويين يساوي مربع أي منهما

فإن الزاوية المحصورة بينهما **$\theta = 0$**

5- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين متساويين يساوي مربع أي منهما

فإن الزاوية المحصورة بينهما **$\theta = 90$**

6- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي مثلي حاصل الضرب العددي لنفس المتجهين

فإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي **$\theta = 63.4$**

7- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي نصف حاصل الضرب العددي لنفس المتجهين

فإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي **$\theta = 26.5$**

علل لما يأتي :

1- يسمي الضرب القياسي بهذا الاسم بينما الضرب الاتجاهي بهذا الاسم.

لأن ناتج الضرب القياسي كمية عددية بينما ناتج الضرب الاتجاهي كمية متجهة

2- الشغل كمية فيزيائية عددية (قياسية).

لأن الشغل ناتج الضرب العددي لمتجه القوة ومتجه الإزاحة

3- يتساوى الضرب العددي مع الضرب الاتجاهي عندما تكون الزاوية بين المتجهين $\theta = 45$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos 45 = 0.707\,AB$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin 45 = 0.707\,AB$$

لأن ناتج ضربهما العددي والاتجاهي متساوي عند الزاوية 45

4- الضرب العددي عملية إبداليه بينما الضرب الاتجاهي عملية ليست إبداليه.

لأن في الضرب العددي $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$ **أي لا يؤثر على ناتج الضرب**

بينما في الضرب الاتجاهي $\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$ **يتغير اتجاه المتجه الناتج أي يؤثر على اتجاه ناتج الضرب**

مثال 1 : متجهان متساويان ومتوازيان وفي نفس الاتجاه حاصل ضربهما القياسي $(25)\ unit^2$. أحسب :

أ) مقدار حاصل ضربهما الاتجاهي : $\vec{A}\times\vec{B} = AB.\ \sin\ 0 = 0$

ب) مقدار محصلتهما :

$$\vec{A}.\vec{B} = AB.\cos\theta \;\Rightarrow\; 25 = AB.\cos 0 \;\Rightarrow\; A = B = 5\ \text{unit}$$

$$R = A + B = 5 + 5 = 10\ \text{unit}$$

مثال 2 : متجهان متساويان ومتعامدين حاصل ضربهما الاتجاهي $(36)\ unit^2$. أحسب :

أ) مقدار حاصل ضربهما القياسي :

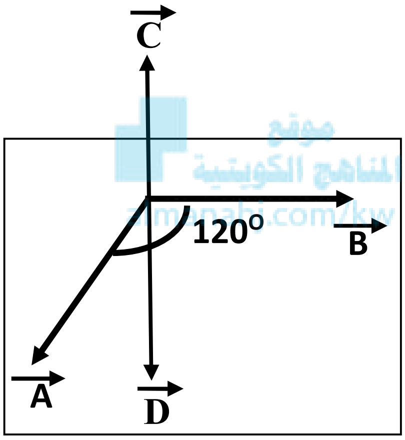
$$\vec{A}.\vec{B} = AB.\ \cos\ 90 = 0$$

ب) مقدار محصلتهما :

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB.\sin\theta \;\Rightarrow\; 36 = AB.\sin 90 \Rightarrow\; A = B = 6\ \text{unit}$$

$$R = \sqrt{A^2+B^2} = \sqrt{6^2+6^2} = 8.48\ \text{unit}$$

مثال 3 : متجهين مقدارهما $(\vec{A}=6\,\text{unit})$ و $(\vec{B}=8\,\text{unit})$. فأحسب :



أ) مقدار $\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}$ واتجاهه : عمودي على مستوى المتجهين لخارج الصفحة

$$\vec{C}=\vec{A}\times\vec{B}=AB\sin\theta=8\times 6\sin 120=41.56\,\text{unit}^2$$

ب) مقدار $\vec{D}=\vec{B}\times\vec{A}$ واتجاهه : عمودي على مستوى المتجهين لداخل الصفحة

$$\vec{D}=\vec{B}\times\vec{A}=AB\sin\theta=8\times 6\sin 120=41.56\,\text{unit}^2$$

ج) ما العلاقة بين المتجهين $\vec{D}$ و $\vec{C}$:

$$\vec{C}=-\vec{D}$$

د) مقدار $\vec{A}\cdot\vec{B}$:

$$\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos\theta=6\times 8\cos 120=-24\ \text{unit}^2$$

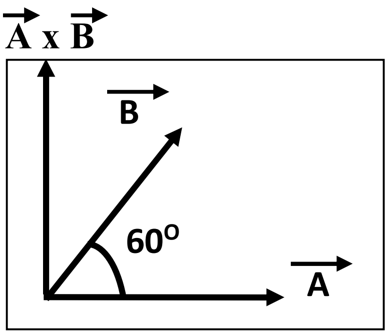
هـ) مقدار $\vec{A}+\vec{B}$ و اتجاهه :

$$R=\vec{A}+\vec{B}=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\ \theta}$$

$$R=\sqrt{6^2+8^2+2\times 6\times 8\cos 120} = 7.2\ \text{unit}$$

$$\alpha=\sin^{-1}\left[\frac{B\sin\theta}{R}\right]=\sin^{-1}\left[\frac{8\sin 120}{7.2}\right]=73.7^{o}$$

مثال 4 : متجهين مقدارهما $(\vec{A}=6\,\text{unit})$ و $(\vec{B}=8\,\text{unit})$. فأحسب :



أ) مقدار $\vec{A}\cdot\vec{B}$:

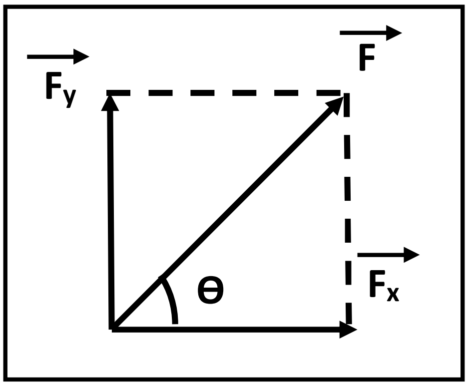
$$\vec{A}\cdot\vec{B}=AB\cos\theta=6\times 8\cos 60=41.56\ \text{unit}^2$$

ب) مقدار $\vec{A}\times\vec{B}$ واتجاهه : عمودي على مستوى المتجهين لخارج الصفحة

$$\vec{A}\times\vec{B}=AB\sin\theta=8\times 6\sin 60=24\,\text{unit}^2$$

الدرس (1- 2) : تحليل المتجهات

تحليل المتجهات : **عملية الاستعاضة عن متجه واحد بمتجهين متعامدين**



* من الشكل المقابل باستخدام نظرية فيثاغورث نستنتج العلاقات الاتية :

المركبة الأفقية

$$\cos\ \theta = \frac{F_X}{F} \Rightarrow F_X = F\cos\ \theta$$

المركبة الرأسية

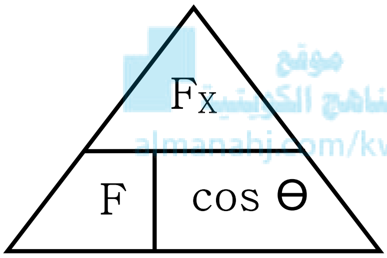
$$\sin\ \theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\ \theta$$

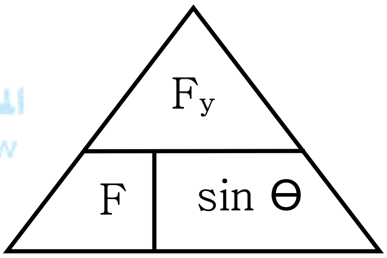
مقدار المحصلة

$$F = \sqrt{F_X^{\ 2} + F_y^{\ 2}}$$

اتجاه المحصلة

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{F_y}{F_X}\right]$$





1- تتساوي المركبة الأفقية مع المركبة الرأسية ($F_x = F_y$) عند **ϴ = 45** لأن SIN 45 = COS 45

2- المركبة الأفقية تساوي مقدار المتجه الأصلي ($F_x = F$) عند **ϴ = 0** لأن COS 0 = 1

3- المركبة الرأسية تساوي مقدار المتجه الأصلي ($F_y = F$) عند **ϴ = 90** لأن SIN 90 = 1

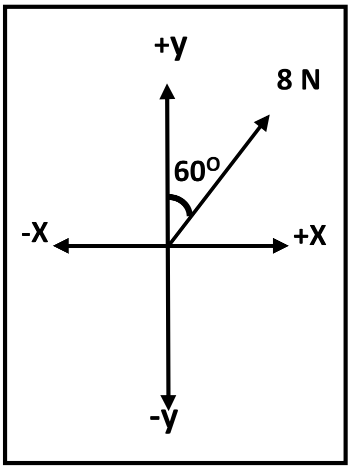
4- المركبة الأفقية تساوي المتجه الأصلي وتعاكسه بالاتجاه ($F_x = -F$) عند **ϴ = 180** لأن COS 180 = −1

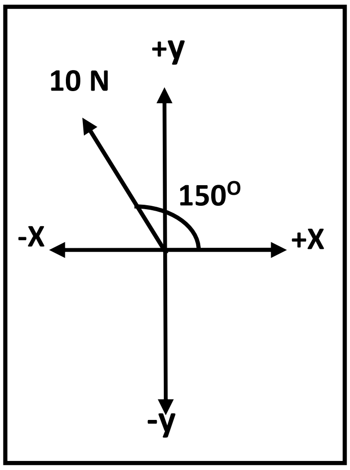
5- المركبة الراسية تساوي المتجه الأصلي وتعاكسه بالاتجاه ($F_y = -F$) عند **ϴ = 270** لأن sin 270 = −1

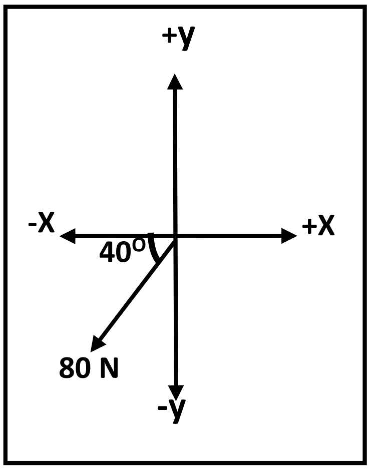
6- إذا كانت محصلة متجهين متعامدين تساوي **(20N)** والمركبة الأفقية لهذه المحصلة تساوي **(10N)**

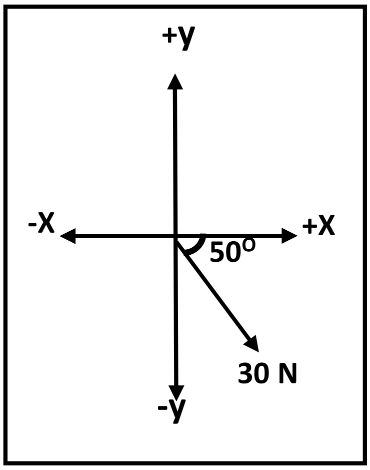
فأن الزاوية بين المركبة الأفقية والمحصلة تساوي **60** والزاوية بين المركبة الرأسية والمحصلة تساوي **30**

مثال 1 : أحسب المركبة الأفقية والمركبة الرأسية لكل قوة من القوى الموضحة بالشكل :









F_X = 8 SIN 60 F_y = 8 COS 60	F_X = −10 COS 30 F_y = 10 SIN 30	F_X = − 80 COS 40 Fy = − 80 SIN 40	F_X = 30 COS 50 F_y = − 30 SIN 50

علل لما يأتي :

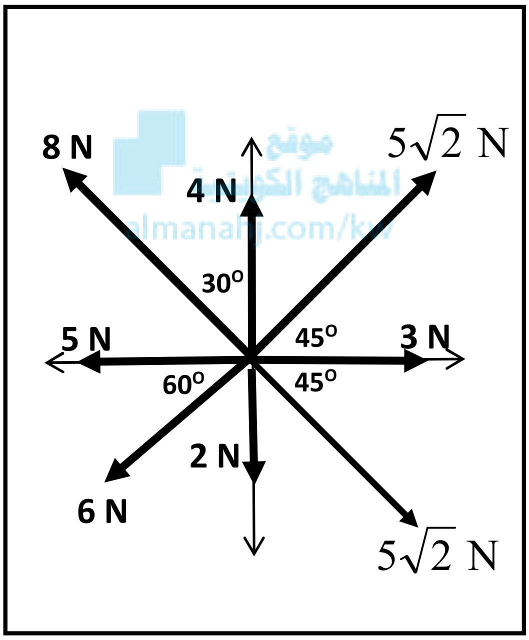
1- تحليل المتجهات عملية معاكسة لجمع المتجهات

لأن التحليل عملية الاستعاضة عن متجه واحد بمتجهين بينما الجمع عملية الاستعاضة عن متجهين بمتجه واحد

2- تحليل المتجهات أفضل من جمع المتجهات في حساب المحصلة

لأن تحليل المتجهات يمكنه حساب محصلة عدة متجهات بينما جمع المتجهات يمكنه حساب محصلة متجهين فقط

مثال 2 : أحسب محصلة القوى الموضحة بالشكل المقابل .

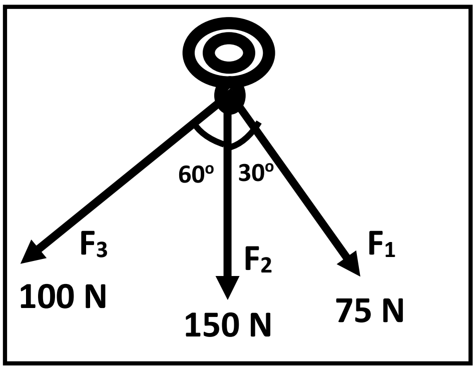


	Fx	Fy
F_1	3	0
F_2	$5\sqrt{2}\cos 45 = 5$	$5\sqrt{2}\sin 45 = 5$
F_3	0	4
F_4	$-8\sin 30 = -4$	$8\cos 30 = 6.9$
F_5	- 5	0
F_6	$-6\cos 60 = -3$	$-6\sin 60 = -5.2$
F_7	0	- 2
F_8	$5\sqrt{2}\cos 45 = 5$	$-5\sqrt{2}\sin 45 = -5$
F_T	1	3.7

$$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_y{}^2} = \sqrt{1^2 + 3.7^2} = 3.8\ \text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{F_y}{F_X}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{3.7}{1}\right] = 74.8^{\circ}$$

مثال 3 : حلقة معدنية يتم شدها بثلاث قوي . أوجد المحصلة مقداراً واتجاهاً .

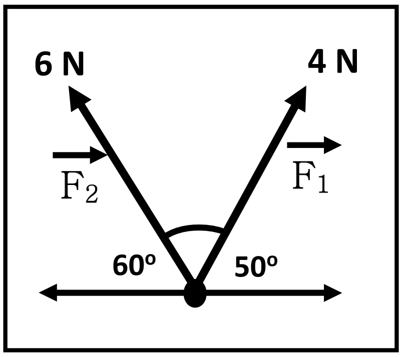


	Fx	Fy
F_1	75 SIN 30 = 37.5	- 75 COS 30 = - 64.95
F_2	0	- 150 N
F_3	- 100 SIN 60 = - 86.6	-100 COS 60 = - 50
F_T	- 49.1	- 264.95

$$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_y{}^2} = \sqrt{(-49.1)^2 + (-264.95)^2} = 269.46\ \text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{F_y}{F_X}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{-264.95}{-49.1}\right] = 79.5^{\circ}$$

<u>مثال 4</u> : من الشكل . أحسب : أ) المحصلة مقداراً واتجاهاً بطريقة جمع المتجهات



$$F = \sqrt{F_1^{\ 2} + F_2^{\ 2} + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$F = \sqrt{(4)^2 + (6)^2 + 2\times4\times6\cos70} = 8.27\ \text{N}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{F_2 \sin\theta}{F_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{6\sin70}{8.27}\right] = 43^{\circ}$$

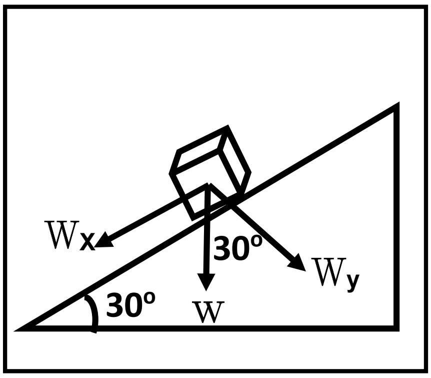
ب) أحسب المحصلة مقداراً واتجاهاً بطريقة تحليل المتجهات

	Fx	Fy
F_1	4 cos 50 = 2.57	4 sin 50 = 3
F_2	6 cos 60 = -3	6 sin 60 = 5.25
F_T	- 0.43	8.25

$$F = \sqrt{(-0.43)^2 + (8.25)^2} = 8.27\ \text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{8.25}{-0.43}\right] = -87^{\circ}$$

<u>مثال 5</u> : جسم كتلته (50 kg) موضوع علي مستوي مائل بزاوية (30°) مع المحور الأفقي . أحسب :



أ) القوة اللازمة لتحريك الجسم علي المستوي المائل (المركبة الأفقية للوزن) :

$$F = W_x = W\sin\Theta = mg\sin\Theta = 50 \times 10 \sin30 = 250\ \text{N}$$

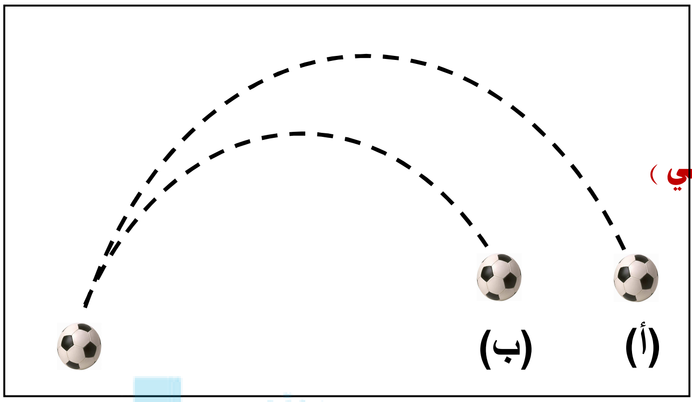
ب) قوة رد الفعل للمستوي المائل (المركبة الراسية للوزن) :

$$N = W_y = W\cos\Theta = mg\cos\Theta = 50 \times 10 \cos30 = 433\ \text{N}$$

الدرس (3 -1) : حركة القذيفة

المقذوفات : **الأجسام التي تقذف في الهواء وتتعرض لقوة الجاذبية الأرضية**

** من الشكل المقابل :



1- شكل المسار في (أ) : **قطع مكافئ مثالي (حقيقي)**

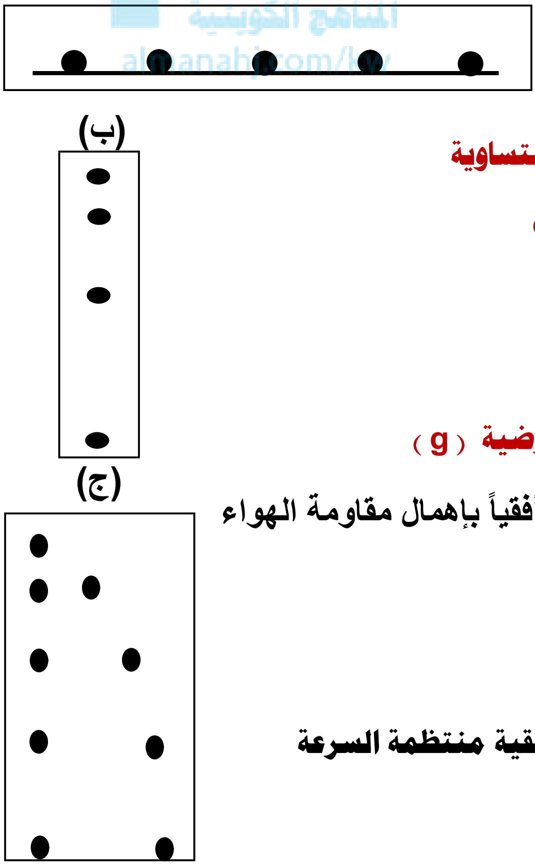
2- شكل المسار في (ب) : **قطع مكافئ غير مثالي (غير حقيقي)**

3- بم تفسر اختلاف شكل المسارين ؟

بسبب مقاومة الهواء تبطئ سرعة الكرة في شكل (ب)

وتسقط الكرة أسفل القطع المكافئ

** من الشكل المقابل :



أ) عند دحرجة كرة علي سطح أفقي عديم الاحتكاك

الحدث : **سرعة الكرة منتظمة أو الكرة تقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية**

السبب : **عدم وجود قوة أفقية ($F_x = 0$) وعدم وجود عجلة أفقية ($a = 0$)**

ب) عند إسقاط الكرة لأسفل

الحدث : **سرعة الكرة متزايدة**

السبب : **وجود قوة رأسية (F_y) و وجود عجلة رأسية هي عجلة الجاذبية الأرضية (g)**

ج) عند سقوط كرتان في نفس اللحظة أحدهما تسقط سقوط حر والأخرى أفقياً بإهمال مقاومة الهواء

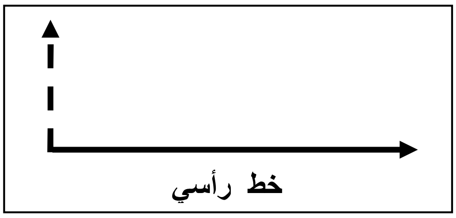
الحدث : **تصل الكرتان معا للأرض في اللحظة نفسها**

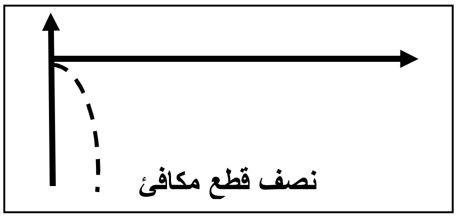
السبب : **لأنهما يتحركان بنفس العجلة هي عجلة الجاذبية الأرضية (g)**

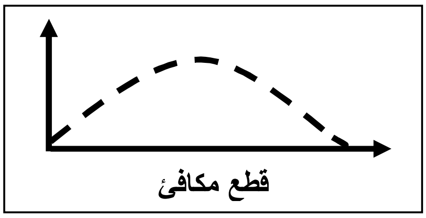
حركة القذيفة : **حركة مركبة من حركة رأسية منتظمة العجلة وحركة أفقية منتظمة السرعة**

علل : تتبع المقذوفات المسار المنحنى بعد انطلاقها .

لأن الحركة الأفقية والحركة الراسية للقذيفة غير مترابطتين (آنيتين)



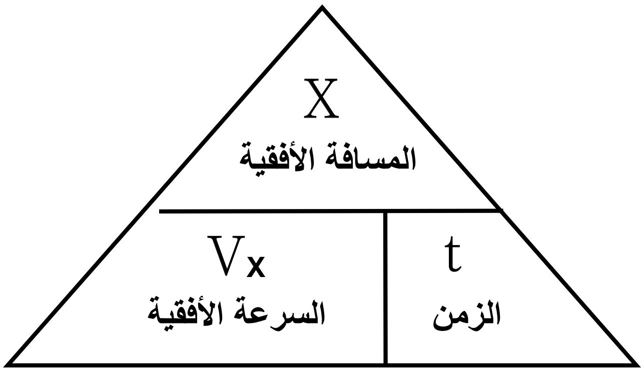




زاوية إطلاق القذيفة = 90°	زاوية إطلاق القذيفة = 0	زاوية إطلاق بين (0 – 90°)
شكل المسار **خط رأسي**	شكل المسار **نصف قطع مكافئ**	شكل المسار **قطع مكافئ**

أ/ يوسف بدر عزمي

معادلات الحركة للمقذوف الأفقي ($\theta = 0$)

** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)	
السرعة الأفقية ثابتة لأن العجلة (a = 0)	**السرعة الابتدائية ($V_{0y} = 0$) و العجلة (a = g)**	
	السرعة الراسية	$V_y = V_{oy} + gt$
	السرعة الراسية	$V_y{}^2 = V_{oy}{}^2 + 2gy$
	الارتفاع الرأسي	$y = V_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$
	زمن السقوط	$t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$

مثال 1 : دفع ولد سيارته عن طاولة ارتفاعها **(125 cm)** لتسقط علي الأرض عند نقطة تبعد أفقياً **(2 m)**. أحسب :

أ) الزمن الذي تحتاجه السيارة لتصطدم بالأرض :

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.25}{10}} = 0.5\ s$$

ب) سرعة السيارة لحظة انطلاقها مبتعدة عن سطح الطاولة :

$$V_{ox} = V_x = \frac{X}{t} = \frac{2}{0.5} = 4\ m/s$$

$$V_o = \sqrt{V_{ox}^2 + V_{oy}^2} = \sqrt{4^2 + 0} = 4\ m/s$$

ج) مقدار سرعة السيارة واتجاهها لحظة اصطدامها بالأرض :

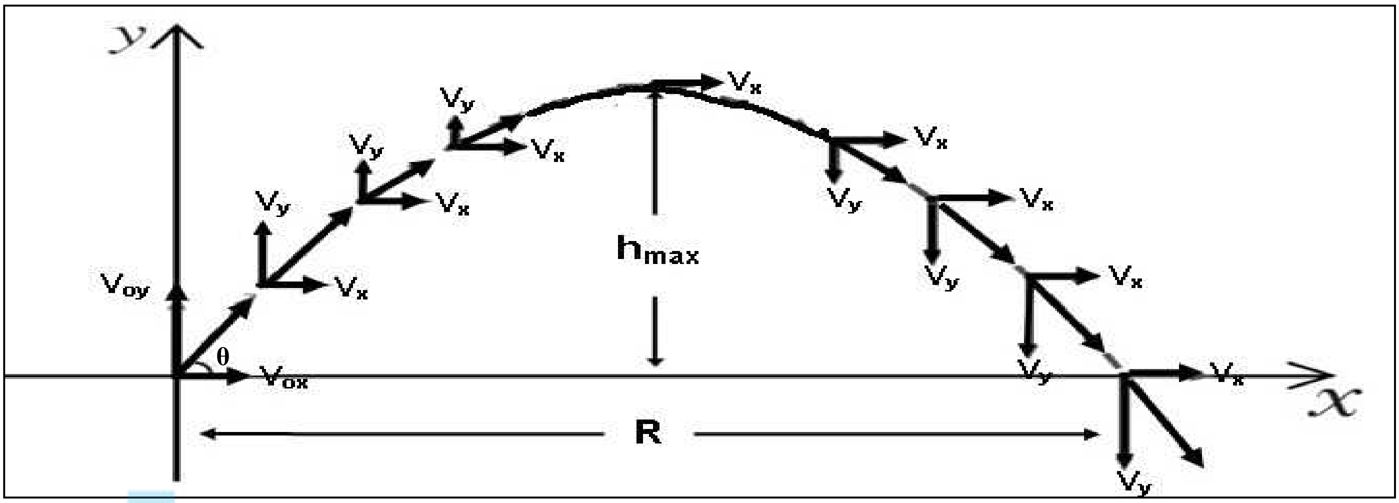
$$V_X = V_{OX} = 4\ m/s$$

$$V_y = gt = 10 \times 0.5 = 5\ m/s$$

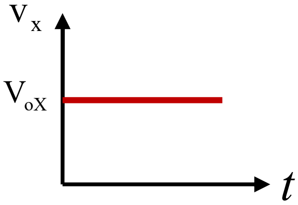
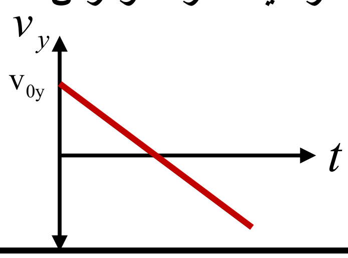
$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6.4\ m/s$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_y}{V_X}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = 51^o$$

حركة قذيفة أطلقت بزاوية



** معادلات الحركة على المحور الرأسي (y)	** معادلات الحركة على المحور الأفقي (x)
السرعة الابتدائية الرأسية $V_{0y} = V_0 \sin\theta$	السرعة الابتدائية الأفقية $V_{0X} = V_0 \cos\theta$
السرعة الرأسية $V_y = (V_0 \sin\theta) - gt$	X المسافة الأفقية $V_0 \cos\theta$ | t
السرعة الرأسية $V_y{}^2 = (V_0 \sin\theta)^2 - 2gy$	
الارتفاع الرأسي $y = (V_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$	

حركة القذيفة	الاتجاه الأفقي	الاتجاه الرأسي
القوة واتجاهها	لا توجد قوة في الاتجاه الأفقي $\vec{F}_X = 0$	قوة جذب الأرض (وزن الجسم) $\vec{F}_y = m \cdot g$
نوع الحركة	حركة بسرعة منتظمة (العجلة الأفقية صفر a = 0)	حركة بسرعة متناقصة ثم متزايدة (العجلة الراسية منتظمة g = 10)
معادلة الزمن	زمن الوصول للمدي (التحليل) $t' = 2t$	زمن أقصي ارتفاع $t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$
معادلة المدى وأقصى ارتفاع	المدي الأفقي $R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$	أقصى ارتفاع $h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$
معادلة المسار	$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})X^2$	
شكل منحنى (v - t)	المركبة الأفقية للسرعة والزمن للقذيفة 	المركبة الراسية للسرعة والزمن للقذيفة 

المدى الأفقي: **المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق و نقطة الوصول علي المحور الأفقي**

معادلة المسار: **علاقة بين مركبة الحركة الأفقية و مركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن**

** **استنتاج معادلة المسار** :

$$* \; t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

$$* \; y = (V_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$* \; y = (V_0 \sin\theta)(\frac{X}{V_0 \cos\theta}) - \frac{1}{2}g(\frac{X^2}{V_0^2 \cos^2\theta})$$

$$* \; y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})X^2$$

** تكون مركبة السرعة الراسية للقذيفة عند أقصي ارتفاع (الذروة) تساوي **صفر**

** تكون سرعة القذيفة عند أقصي ارتفاع (الذروة) تساوي **السرعة الأفقية فقط** $V_T = V_X$

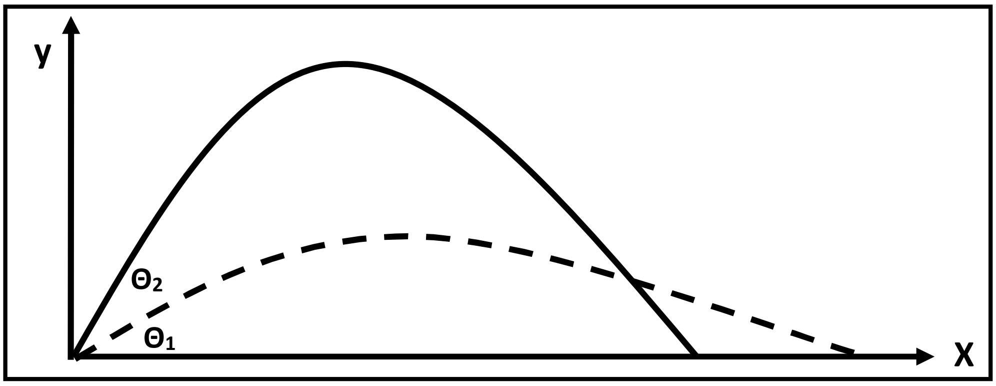
** يكون أكبر مدي للقذيفة عند إطلاقها بزاوية إطلاق **45** وأقصي ارتفاع عند إطلاقها بزاوية إطلاق **90**

** قذيفتين مختلفتين في الكتلة حيث كتلة الأولي (m) وكتلة الثانية (2 m) أطلقت كل منهما بزاوية (Θ)

فإذا كان مدي القذيفة الأولي (R) وارتفاعها (y) فأن مدي القذيفة الثانية يكون **R** وارتفاعها **y**

** زمن الوصول للمدى يساوي **مثلي** زمن الوصول إلي أقصي ارتفاع .

** **العلاقة بين زاوية الإطلاق والمدى وأقصي ارتفاع** :



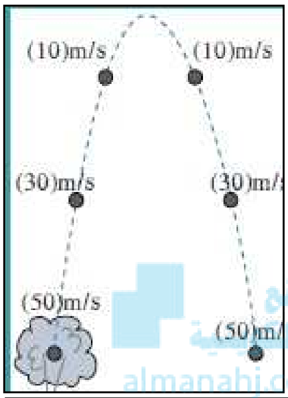
وجه المقارنة	زاوية إطلاق أكبر	زاوية إطلاق أقل
مركبة السرعة الراسية (V_y) وارتفاع القذيفة (h_{max})	**أكبر**	**أقل**
مركبة السرعة الأفقية (V_x) ومدى القذيفة (R)	**أقل**	**أكبر**

ماذا يحدث :

**** بإهمال مقاومة الهواء (بإهمال الاحتكاك) :**

1- إذا قذف جسمان بنفس السرعة أحدهما بزاوية (60°) والآخر بزاوية (30°) . (مجموعهما 90°)

يصلان لنفس المدى و لكن المقذوف بزاوية أكبر يصل لارتفاع أكبر و يستمر بالهواء زمن أطول



2- لعجلة القذيفة أثناء صعودها وأثناء هبوطها .

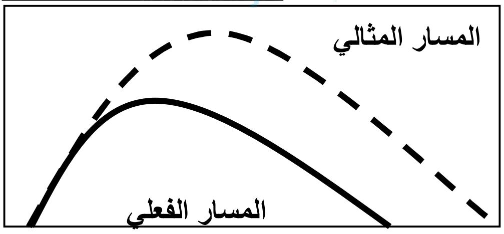
عجلة التسارع للقذيفة أثناء الهبوط تساوي عجلة التباطؤ للقذيفة أثناء الصعود

3- لسرعة اصطدام القذيفة بالأرض .

سرعة اصطدام القذيفة بالأرض تساوي سرعة إطلاق القذيفة

4- لمدي وارتفاع قذيفتين مختلفتين الكتلة القذيفة الأولي كتلتها (m_1) والثانية كتلتها (m_2)

القذيفتين يكون لهما نفس المدى ونفس الارتفاع



**** عدم إهمال مقاومة الهواء (وجود الاحتكاك) :**

1- لارتفاع القذيفة : **يقل ارتفاع القذيفة**

2- لمسار القذيفة : **يتحول مسارها من مسار مثالي (قطع مكافئ حقيقي) إلي مسار فعلي (قطع مكافئ غير حقيقي)**

3- لسرعة اصطدام القذيفة بالأرض : **تقل سرعة اصطدام القذيفة بالأرض عن سرعة إطلاق القذيفة**

**** العوامل التي يتوقف عليها كل من :**

1- معادلة المسار : **زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية**

2- أقصي ارتفاع : **زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية**

3- المدى الأفقي : **زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية**

4- شكل المسار : **زاوية الإطلاق**

** افترض أن جسماً قذف بالسرعة نفسها وفي الاتجاه نفسه علي الأرض والقمر . ماذا يحدث للكميات التالية :

1- المركبة الأفقية للسرعة : **السرعة الأفقية ثابتة لأنها لا تتوقف علي العجلة** $V_x = V_0 \cos\theta$

2- زمن تحليق الجسم : **زمن التحليق يزداد لآن العجلة تقل علي سطح القمر** $t' = 2t = 2(\frac{V_o \sin\theta}{g})$

3- أقصي ارتفاع : **أقصي ارتفاع يزداد لآن العجلة تقل علي سطح القمر** $h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

4- المدى الأفقي : **المدى الأفقي يزداد لآن العجلة تقل علي سطح القمر** $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

علل لما يأتي :

1- سرعة المقذوف منتظمة (ثابتة) في الاتجاه الأفقي .

لأن مركبة القوة الأفقية تساوي صفر ($F_x = 0$) و العجلة الأفقية تساوي صفر ($a = 0$) والسرعة ثابتة

2- عدم وجود عجلة أفقية للجسم المقذوف بزاوية مع المحور الأفقي .

لأن مركبة القوة الأفقية تساوي صفر ($F_x = 0$) والسرعة ثابتة

3- سرعة المقذوف تتناقص تدريجياً بانتظام في الاتجاه الراسي إلي أعلي .

لأن المقذوف يتحرك بعجلة تباطؤ سالبة و هي عجلة الجاذبية الأرضية

4- القذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أكبر يكون ارتفاعها كبير ويكون مداها صغير .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) أكبر ومركبة السرعة الأفقية (V_x) أقل

5- القذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أقل يكون ارتفاعها صغير ويكون مداها كبير .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) أقل ومركبة السرعة الأفقية (V_x) أكبر

6- يكون أكبر مدى للقذيفة عند إطلاقها بزاوية ($\theta = 45°$) .

لأن $R = \dfrac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ **حيث** $\sin(2 \times 45) = 1$ **وبالتالي تكون** $R = \dfrac{V_0^2}{g}$ **وهو أكبر مدي**

7- يتغير مسار القذيفة بتغيير زاوية الإطلاق بالنسبة إلي المحور الأفقي .

لأن من معادلة المسار فأن الزاوية (90) يصبح المسار خط رأسي والزاوية (0) يكون المسار نصف قطع مكافئ

والزاوية بين (0 – 90) يكون المسار قطع مكافئ

8- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط في غياب الاحتكاك مع الهواء .

لأن عجلة التباطؤ عند الصعود تساوي عجلة التسارع عند الهبوط (زمن صعود القذيفة لأعلي يساوي زمن الهبوط لأسفل

9- أطلقت قذيفتان كتلتاهما (m) و (2 m) بالسرعة الابتدائية نفسها وبزاوية (θ) مع المحور الأفقي

فيكون المدى الأفقي للقذيفة (m) يساوي المدى الأفقي للقذيفة (2 m) .

لأن المدى لا يتوقف علي الكتلة حيث $R = \dfrac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

10- أطلقت قذيفتان بالسرعة الابتدائية نفسها وبزاويتي إطلاق مختلفتين الأولي بزاوية (30°) والثانية بزاوية (60°) بالنسبة إلي المحور الأفقي نفسه فإن القذيفة التي أطلقت بزاوية (60°) تصل إلي ارتفاع أكبر .

لأن مركبة السرعة الراسية (V_y) تكون أكبر للمقذوف بزاوية (60)

مثال 1 : أطلقت قذيفة بسرعة ابتدائية (20 m/s) وبزاوية (60°) مع المحور الأفقي . بإهمال مقاومة الهواء .

أ) أكتب معادلة المسار للقذيفة :

$$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta})X^2 = 1.73X - 0.05X^2$$

ب) احسب الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلي أقصي ارتفاع :

$$t = \frac{V_o \sin\theta}{g} = \frac{20\times\sin 60}{10} = 1.73\ s$$

ج) احسب الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلي المدى :

$$t' = 2t = 2\times 1.73 = 3.46\ s$$

د) أحسب مقدار أقصي ارتفاع تبلغه القذيفة :

$$h_{max} = \frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{20^2\sin^2 60}{2\times 10} = 15\ \text{m}$$

س) أحسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة :

$$R = \frac{V_0^2\sin 2\theta}{g} = \frac{20^2\sin(2\times 60)}{10} = 34.6\ m$$

ص) أوجد موقع الجسم (الإحداثيات) بعد ثانية :

$$X = (v_0\cos\theta).t = (20\cos 60)\times 1 = 10\ m$$

$$y = (V_o\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = (20\sin 60)\times 1 - \frac{1}{2}\times 10\times 1^2 = 12.32\ m/s$$

ز) أحسب سرعة القذيفة بعد ثانية :

$$v_X = v_{0X} = v_0\cos\theta = 20\cos 60 = 10\ \text{m/s}$$

$$V_y = V_o\sin\theta - gt = 20\sin 60 - 10\times 1 = 7.32\ \text{m/s}$$

$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{10^2 + 7.32^2} = 12.39\ \text{m/s}$$

و) أحسب سرعة القذيفة عند أقصي ارتفاع :

$$V_T = V_X = 10\ \text{m/s}$$

ي) أحسب متجه سرعة القذيفة لحظة اصطدام القذيفة بالأرض :

$$v_X = v_{0X} = v_0\cos\theta = 20\cos 60 = 10\ \text{m/s}$$

$$V_y = V_o\sin\theta - gt = 20\sin 60 - 10\times 3.46 = -17.28\ \text{m/s}$$

$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{10^2 + (-17.28)^2} = 20\ \text{m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{V_y}{V_x}) = \tan^{-1}(\frac{-17.28}{10}) = -60^o$$

مثال 2 : أطلق شخص سهماً في أحدي مسابقات المبارزة بسرعة ابتدائية مقدارها (40 m/s) ليصل إلي هدفه الموجود علي مسافة (60 m) بإهمال مقاومة الهواء . المطلوب :

أ) حدد قيمة الزاوية بالنسبة للمحور الأفقي حتي يتمكن الشخص من إصابة الهدف :

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow 60 = \frac{40^2 \times \sin(2\theta)}{10} \Rightarrow \theta = 11^o$$

ب) أحسب المسافة الأفقية التي يقطعها السهم إذا أطلق بزاوية (8°) بالنسبة للمحور الأفقي :

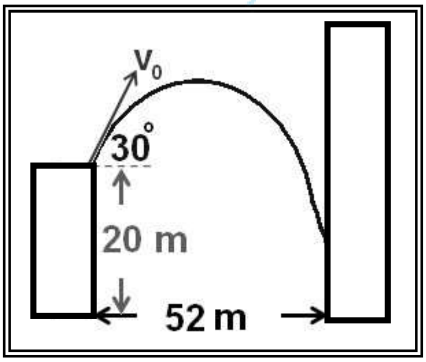
$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{40^2 \times \sin(2 \times 8)}{10} = 44\ m$$

ج) هل يصل السهم الذي يطلقه الشخص إلي الهدف ؟ ولماذا ؟

لا يصل إلى الهدف لأن الهدف على بعد اكبر من المسافة التي قطعتها القذيفة

مثال 3 : في الشكل قذفت كرة من حافة مبنى بسرعة (20 m/s) .

أوجد ارتفاع النقطة التي تصدم بها الكرة بالجدار .



$$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})X^2$$

$$y = (\tan 30) \times 52 - (\frac{10}{2 \times 20^2 \cos^2 30}) \times 52^2 = -15\ m$$

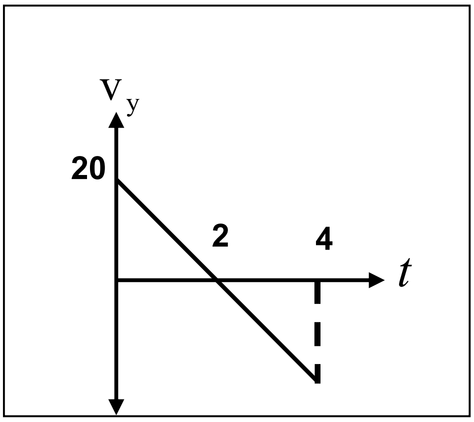
$$h = 20 - 15 = 5\ m$$

مثال 4 : يطلق صنبور ملقى على الأرض تيارا مائيا نحو الأعلى بزاوية (60°) مع المستوى الأفقي ، فإذا كانت سرعة الماء عند مغادرته للصنبور (20 m/s) على أي ارتفاع يصدم الماء جدار يقع على مسافة (5 m) .

$$y = (\tan\ \theta)X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})X^2$$

$$y = (\tan\ 60) \times 5 - (\frac{10}{2 \times 20^2 \cos^2 60}) \times 5^2 = 7.4\ m$$

مثال 5 : الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة – الزمن) لجسم مقذوف بزاوية (30°) مع الأفق . أحسب :



أ) السرعة التي قذف بها الجسم :

$$V_{0y} = V_o \sin\theta \Rightarrow 20 = V_o \sin 30 \Rightarrow V_o = 40\ m/s$$

ب) المدى الأفقي للمقذوف :

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{40^2 \sin(2 \times 30)}{10} = 138.5\ m$$

ج) أقصي ارتفاع يبلغه المقذوف :

$$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{40^2 \sin^2 30}{2 \times 10} = 20\ m$$

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثاني : الحركة الدائرية

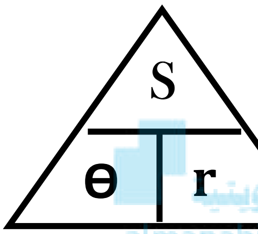
الدرس (1 -2) : وصف الحركة الدائرية

الحركة الدائرية: حركة الجسم على مسار دائري حول مركز دوران مع المحافظة على مسافة ثابتة منه

الحركة الدائرية المنتظمة: حركة جسم يقطع أقواسا متساوية خلال أزمنة متساوية (سرعة منتظمة)

وجه المقارنة	الحركة الدائرية المحورية (المغزلية)	الحركة الدائرية المدارية
التعريف	حركة جسم يدور حول محور داخلي	حركة جسم يدور حول محور خارجي
أمثلة	دوران الأرض حول محورها	دوران الأرض حول الشمس

المحور: الخط المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدائرية



** هل دوران الطفل الجالس على الخيل في لعبة دوّارة الخيل هو دوران محوري أم مداري ؟ علّل

يدور الطفل دوران مداري لأنه يدور حول محور خارجي لا يمر بنقطة في جسمه

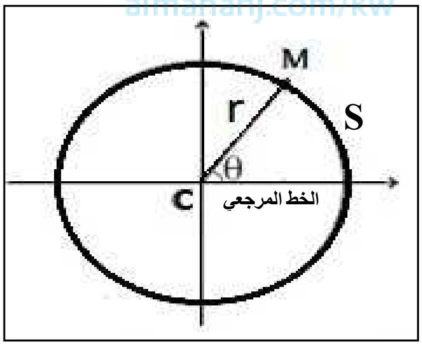
الإزاحة الزاوية

** لحساب الإزاحة الزاوية (θ) :

$$\theta = \frac{S}{r} = 2\pi . N$$

** لحساب محيط الدائرة (L) :

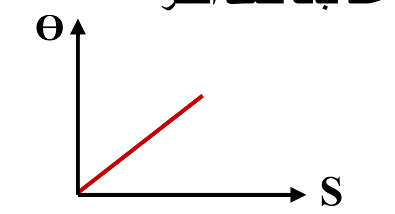
$$L = 2\pi . r$$



** (s) هي **طول القوس** (r) هي **نصف القطر** (N) هي **عدد الدورات**

** تقاس الإزاحة الزاوية بوحدة **الراديان (rad)**

الازاحة الزاوية وطول القوس عند ثبات نصف القطر

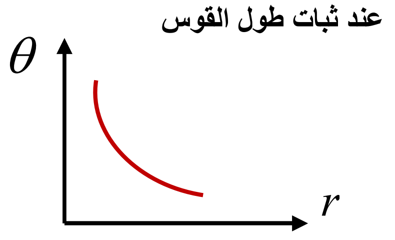


مثال 1 : يقف حكم مباراة الركض في مركز المسار الدائري المخصص للسباق على بعد (200 m) من لاعب يقف على الخط المرجعي باتجاه الشرق يستعد للركض بالاتجاه الدائري الموجب ركض اللاعب على المسار حتى نقطة النهاية تقع شمال الحكم على المحور الرأسي. أحسب : أ) المسافة التي قطعها اللاعب :

$$\theta_{rad} = \frac{\theta_{Deg}}{180} \times \pi = \frac{90}{180} \times \pi = \frac{1}{2}\pi$$

$$S = \theta . r = \frac{1}{2}\pi \times 200 = 314 \ m$$

الازاحة الزاوية ونصف القطر عند ثبات طول القوس

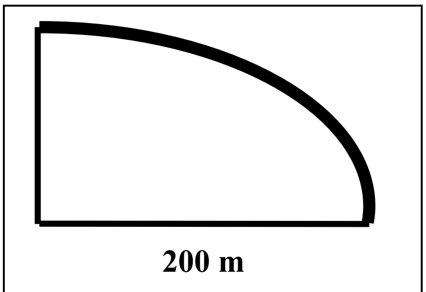


ب) مسافة السباق لو كان اللاعب أكمل دورة كاملة :

$$L = 2\pi . r = 2\pi \times 200 = 1256 \ m$$

ج) عدد الدورات التي يعملها الجسم :

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\pi}{2\pi} = \frac{1}{4} \ rev$$



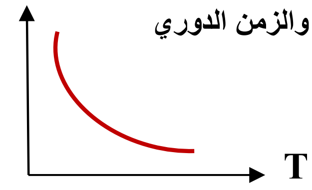
السرعة في الحركة الدائرية

وجه المقارنة	1- السرعة الخطية (المماسية)	2- السرعة الزاوية (الدائرية)
التعريف	طول القوس المقطوع خلال وحدة الزمن	الزاوية التي يمسحها نصف القطر في وحدة الزمن
القانون	$V = \frac{S}{t}$	$\omega = \frac{\theta}{t}$
وحدة القياس	m/s	rad/s
العلاقة عندما يتحرك الجسم دورة كاملة	$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f$	$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$
العوامل	طول القوس - الزمن الدوري - نصف القطر	الزاوية المركزية - الزمن الدوري - التردد

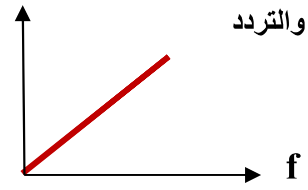
العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية

$$V = \omega . r$$

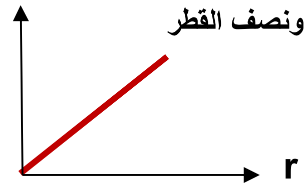
السرعة الخطية والزمن الدوري



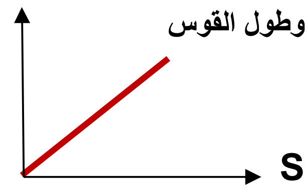
السرعة الخطية والتردد



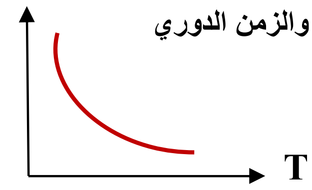
السرعة الخطية ونصف القطر



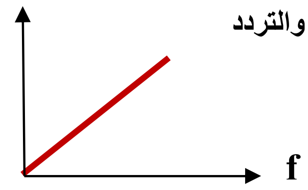
السرعة الخطية وطول القوس



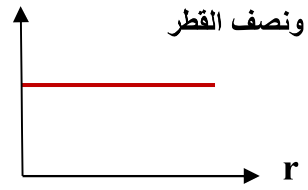
السرعة الزاوية والزمن الدوري



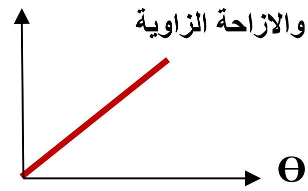
السرعة الزاوية والتردد



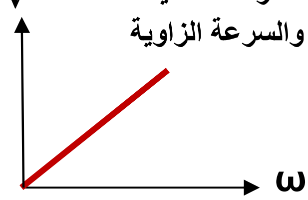
السرعة الزاوية ونصف القطر



السرعة الزاوية والازاحة الزاوية



السرعة الخطية والسرعة الزاوية



ماذا يحدث :

1- للسرعة المماسية كلما ابتعدنا عن مركز الدائرة : **تزداد**

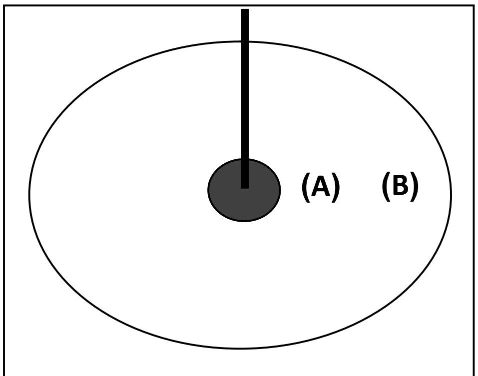
2- للسرعة الزاوية كلما ابتعدنا عن مركز الدائرة : **لا تتغير**

3- للسرعة المماسية عند (B) بالنسبة للنقطة (A) حيث بعد (B) عن المركز تساوي مثلي بعد (A) :

السرعة الخطية عند (B) مثلي السرعة الخطية عند (A)

4- للسرعة الزاوية عند (B) بالنسبة للنقطة (A) حيث بعد (B) عن المركز تساوي مثلي بعد (A) :

السرعة الزاوية عند (B) تساوي السرعة الزاوية عند (A)



ماذا يحدث :

كتلة صغيرة موجودة عند منتصف المسافة بين محور قرص مدمج وحافّته . ماذا سيحدث لسرعة النقطة الخطّية :

أ) إذا تضاعفت السرعة الزاوية ؟

السرعة الخطية تزداد إلي المثلي وتصبح (2 V)

ب) إذا وجدت النقطة عند حافّة القرص المدمج ؟

السرعة الخطية تزداد إلي المثلي وتصبح (2 V)

ج) إذا تضاعفت السرعة الزاوية ووجدت النقطة عند حافّة القرص المدمج ؟

السرعة الخطية تزداد الي أربعة أمثال وتصبح (4 V)

** تتساوي السرعة الخطية مع السرعة الزاوية عندما يكون نصف قطر المسار يساوي **1 m**

** إذا تحرك الجسم دورة كاملة فأن الزمن المستغرق يساوي **الزمن الدوري**

** السرعة الخطية لجسم يدور عند الحافة الخارجية **أكبر من** السرعة الخطية لجسم يدور بالقرب من المركز

** يتحرّك قطار على قضيبين . أيّ قضيب يكون أكبر عند مسار منحنٍ ، القضيب الداخلي أم الخارجي ؟ اشرح.

يكون الخارجي أطول ، لأنّ الدائرة التي لها نصف قطر أكبر يكون محيطها أكبر

علل لما يأتي :

1- تسمي السرعة الخطية بالسرعة المماسية .

لأن اتجاه الحركة يكون دائماً مماساً للدائرة

2- في أي نظام دائري تكون لجميع الأجزاء السرعة الدائرية نفسها علي الرغم من تغير السرعة المماسية .

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع السرعة الزاوية ونصف القطر

3- كلما زادت سرعة دوران لعبة الساقية الدوارة في المدينة الترفيهية زادت السرعة المماسية .

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع السرعة الزاوية ونصف القطر

4- يكون لكل أجزاء دوران المنضدة الدوارة معدل الدوران نفسه .

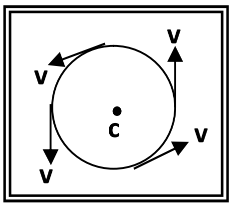
لأن كل الأجزاء تدور حول محورها في نفس الزمن أو لها نفس عدد الدورات في نفس الزمن

5- تنعدم السرعة الخطية لجسم يدور عند مركز الدائرة ولا تنعدم السرعة الزاوية .

لأن عند مركز الدائرة ينعدم نصف القطر $V = \omega . r = 0$ **بينما لا تنعدم الزاوية المركزية عند الدوران** $\omega = \theta / t$

6- في الشكل المقابل السرعة الخطية لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تكون غير منتظمة .

لأن السرعة الخطية ثابتة المقدار ولكنها متغيرة الاتجاه لحظياً



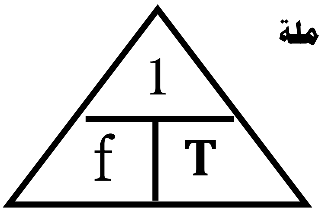
التردد والزمن الدوري

التردد: **عدد الدورات في وحدة الزمن**

الزمن الدوري: **الزمن الذي يستغرقه الجسم لعمل دورة كاملة**

$$f = \frac{N}{t}$$

$$T = \frac{t}{N}$$



1- (N) هي **عدد الدورات** و(t) هي **الزمن الكلي**

2- العلاقة بين التردد والزمن الدوري علاقة **عكسية**

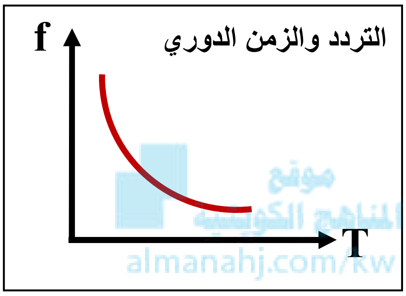
3- حاصل ضرب التردد في الزمن الدوري يساوي **1**

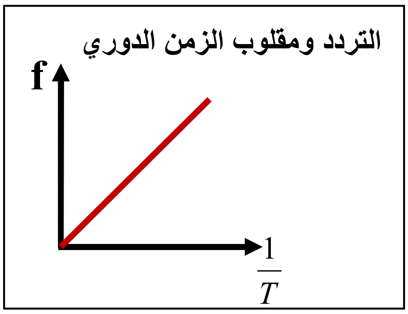
4- لحساب التردد بدلالة الزمن الدوري نستخدم العلاقة $f = \frac{1}{T}$

5- لحساب الزمن الدوري بدلالة التردد نستخدم العلاقة $T = \frac{1}{f}$

6- الوحدة الدولية لقياس الزمن الدوري هي **الثانية S**

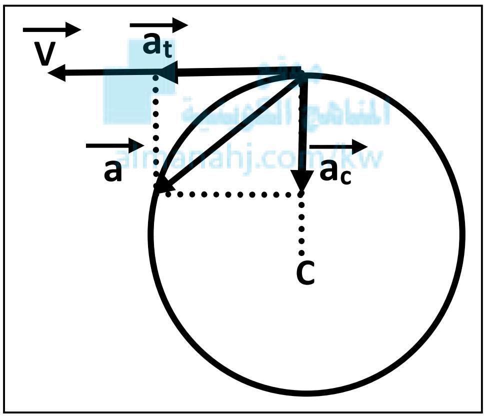
7- الوحدة الدولية لقياس التردد هي **الهرتز Hz**





العجلة في الحركة الدائرية

وجه المقارنة	1- العجلة الخطية	2- العجلة الزاوية
التعريف	**تغير السرعة الخطية في وحدة الزمن**	**تغير السرعة الزاوية في وحدة الزمن**
القانون	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{V - V_O}{t}$	$\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_o}{t}$
وحدة القياس	m/s^2	rad/s^2
العوامل	**التغير في السرعة الخطية - الزمن**	**التغير في السرعة الزاوية - الزمن**



العجلة الخطية للعجلة مركبتين متعامدتين هما :

أ) العجلة المماسية (a_t) :

عجلة لها نفس اتجاه السرعة المماسية وتكون مماساً للدائرة

ب) العجلة المركزية (a_c) :

عجلة عمودية على اتجاه السرعة المماسية واتجاهها نحو مركز الدائرة

علل لما يأتي :

1- العجلة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفر .

بسبب ثبوت مقدار السرعة الزاوية

2- العجلة الخطية (العجلة المماسية) في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفر .

بسبب ثبوت مقدار السرعة الخطية

3- الحركة الدائرية معجلة (بعجلة مركزية) بالرغم من ثبوت السرعة الخطية .

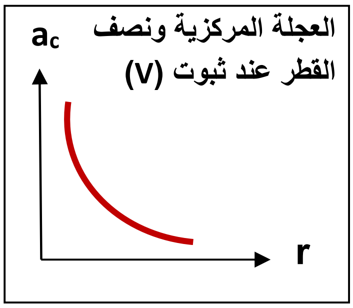
بسبب تغير اتجاه السرعة الخطية

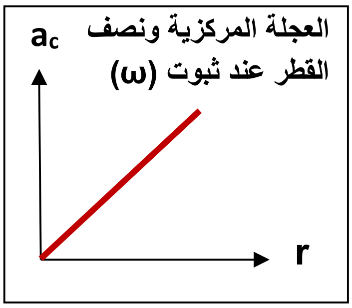
العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة

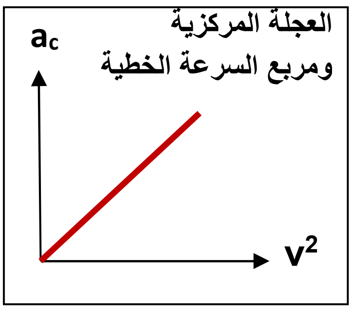
$$a_C = \frac{V^2}{r} = \omega^2 .r$$

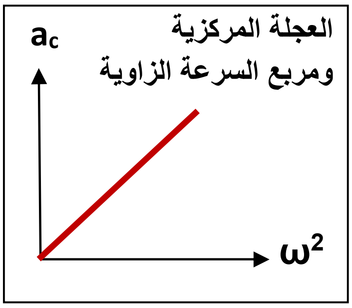
** العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة لا تساوي **صفر** ولكن تساوي مقدار **العجلة المركزية**

** العوامل التي تتوقف عليها مقدار العجلة المركزية : 1- **نصف القطر** 2- **السرعة الخطية** (**السرعة الزاوية**)









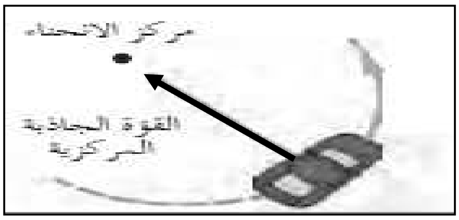
الدرس (2 -2) : القوة الجاذبة المركزية

القوة الجاذبة المركزية : **القوة التي تسبب الحركة الدائرية ويكون اتجاهها دائما نحو مركز الدائرة**

أو **محصلة عدة قوى مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة**

** من أمثلة القوة الجاذبة المركزية : **الشمس والأرض** - **الإلكترون والنواة** - **دوران السيارة حول مسار دائري**

** من الشكل المقابل بما تفسر :



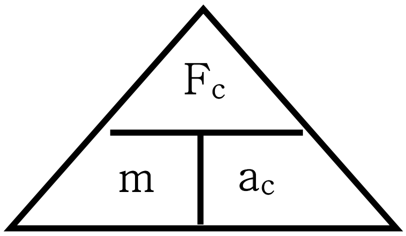
1- دوران السيارة في المنحني في الشكل الأول .

لأن قوة الاحتكاك أكبر من أو تساوي القوة الجاذبة المركزية وبالتالي تدور السيارة

2- انزلاق السيارة بعيداً عن المنحني في الشكل الثاني .

لأن قوة الاحتكاك أقل من القوة الجاذبة المركزية وبالتالي لا تدور السيارة

$$F_C = m.a_c = \frac{mV^2}{r} = m\omega^2 r$$



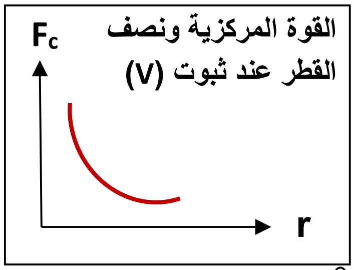
1- العوامل التي تتوقف عليها القوة المركزية : 1- **الكتلة** 2- **نصف القطر** 3- **السرعة الخطية أو الزاوية**

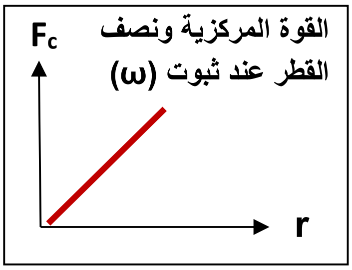
2- القوة المركزية تتناسب طردياً مع **مربع السرعة الخطية أو مربع السرعة الزاوية** عند ثبات نصف القطر والكتلة .

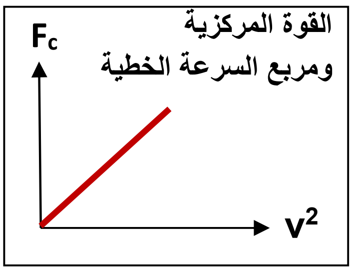
3- القوة المركزية تتناسب **عكسياً** مع نصف القطر عند ثبوت السرعة الخطية .

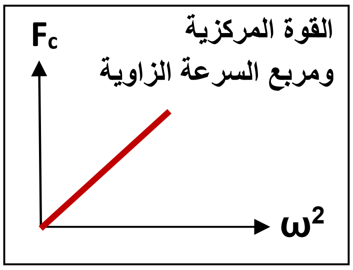
4- القوة المركزية تتناسب **طردياً** مع نصف القطر عند ثبوت السرعة الزاوية .

5- إذا كان اتجاه القوة المؤثرة على الجسم المتحرك عمودية على اتجاه مساره فإن هذا المسار يكون **دائري**









علل لما يأتي :

1- يستخدم الحوض المغزلي في الغسالة الأوتوماتيكية في تجفيف الملابس .

لأن الملابس تدور بقوة جاذبة مركزية في مسار دائري بينما الماء يخرج من الفتحات بسبب القصور الذاتي

2- الجسم ينطلق في خط مستقيم وباتجاه السرعة المماسية عند موقعه لحظة إفلات الخيط .

بسبب انعدام القوة الجاذبة المركزية و تصبح محصلتها تساوي صفر

3- عندما تكون القوة عمودية على اتجاه السرعة الخطية يكون المسار دائري .

لأن القوة المركزية تغير اتجاه السرعة الخطية و لا تغير مقدارها

مثال 1 : سيارة كتلتها (2 tons) تتحرك بسرعة منتظمة علي طريق دائرية قطرها (40 m) أكملت (5) دورات في الدقيقة . أحسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{N}{t} = 2\pi \frac{5}{60} = 0.52 \text{ rad/s}$$

ب) السرعة الخطية :

$$V = \omega . r = 0.52 \times 20 = 10.4 \text{ m/s}$$

ج) العجلة المركزية :

$$a_c = \omega^2 . r = (0.52)^2 \times 20 = 5.4 \text{ m/s}^2$$

د) القوة المركزية :

$$F_C = m . a_c = 2000 \times 5.4 = 108\,00 \text{ N}$$

هـ) العجلة المماسية :

$$\vec{a}_t = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = 0$$

و) العجلة الزاوية :

$$\theta'' = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = 0$$

مثال 2 : طائرة تطير بسرعة (100 m/s) في مسار دائري نصف قطرها (200 m) والقوة الجاذبة المركزية التي تحافظ علي بقائها تساوي (95×10^4 N) . أحسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = \frac{V}{r} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ rad/s}$$

ب) العجلة المركزية :

$$a_c = \omega^2 . r = (0.5)^2 \times 200 = 50 \text{ m/s}^2$$

ج) كتلة الطائرة :

$$m = \frac{F_C}{a_C} = \frac{95 \times 10^4}{50} = 19000 \text{ Kg}$$

تطبيقات علي القوة الجاذبة المركزية

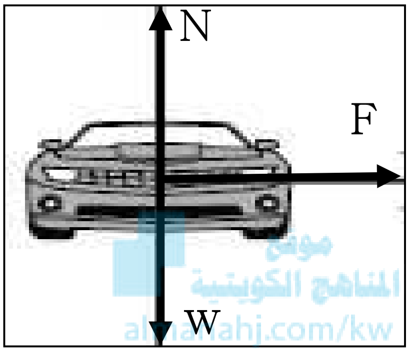
1- المنعطفات الأفقية

علل لما يأتي :

1- يجب وجود قوة احتكاك بين عجلات السيارة والطريق الدائري .

لأن قوة الاحتكاك تكون كافية لإنشاء القوة الجاذبة المركزية التي تجعل السيارة تدور

2- يسهل انزلاق السيارة عن مسارها في الأيام الممطرة أو الجليد في المسار الدائري .



لأن قوة الاحتكاك تكون غير كافية لإنشاء القوة الجاذبة المركزية التي تجعل السيارة تدور

** مجموع القوي المؤثرة علي السيارة في الشكل المقابل هي :

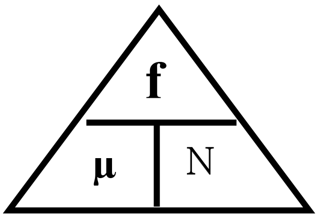
1- وزن السيارة (W) = قوة رد فعل الطريق (N) ومحصلتهما تساوي صفر

2- قوة الاحتكاك (F) وتعمل كقوة جاذبة مركزية

** لحساب قوة رد الفعل (N) علي السيارة في المنعطفات الأفقية : **$N = w = mg$**

معامل الاحتكاك **نسبة قوة الاحتكاك على قوة رد الفعل**

$$\mu = \frac{f}{N}$$



1- يحدث الالتفاف للسيارة دون انزلاق إذا كانت قوة الاحتكاك **أكبر أو تساوي** القوة الجاذبة المركزية .

2- يحدث انزلاق للسيارة ولا يحدث لها التفاف إذا كانت قوة الاحتكاك **أقل من** القوة الجاذبة المركزية .

مثال 1: سيارة كتلتها (2000 kg) تنعطف علي مسار دائري قطره (200 m) علي طريق أفقية بسرعة (20 m/s)

أ- أحسب القوة الجاذبة المركزية :

$$F_C = \frac{mV^2}{r} = \frac{2000 \times 20^2}{100} = 8000\ \text{N}$$

ب- أحسب قوة رد الفعل :

$$N = mg = 2000 \times 10 = 20000\ \text{N}$$

ج- هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك (μ = 0.5) :

$$f = \mu \times N = 0.5 \times 20000 = 10000\ \text{N}$$

لا يحدث انزلاق للسيارة وتدور

د- هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك (μ = 0.25) :

$$f = \mu \times N = 0.25 \times 20000 = 5000\ \text{N}$$

يحدث انزلاق للسيارة ولا تدور

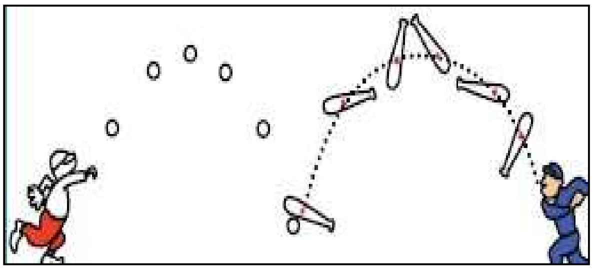
الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس (3- 1) : مركز الثقل

** عند إلقاء الكرة تتبع مسار **قطع مكافئ** ومضرب الكرة يتأرجح حول نقطة ترسم **قطع مكافئ**

** حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين هما : **حركة دورانية وحركة انتقالية** بينما حركة الكرة هي **حركة انتقالية**



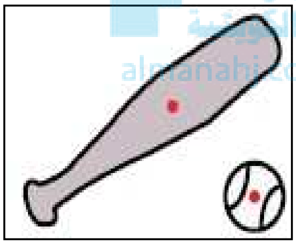
وزن الجسم: **قوة جذب الأرض للجسم**

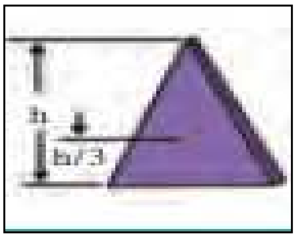
مركز الثقل: **الموضع المتوسط لثقل الجسم الصلب المتجانس أو نقطة تأثير ثقل الجسم**

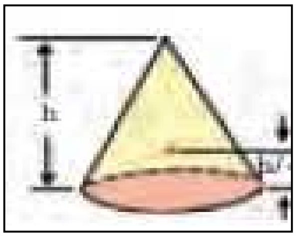
ماذا يحدث :

1- عند تطبيق قوة علي الجسم في مركز ثقله بحيث تكون معاكسة لقوة ثقله في الاتجاه ومساوية لها في المقدار .

يتزن الجسم







وجه المقارنة	الأجسام منتظمة الشكل	الأجسام غير منتظمة الشكل
موضع مركز الثقل	**في المركز الهندسي**	**ناحية الطرف الأثقل**
وجه المقارنة	مثلث ارتفاعه (h = 12 cm)	مخروط ارتفاعه (h = 12 cm)
موضع مركز الثقل بالنسبة للقاعدة	**ثلث الارتفاع** $h_{C.G} = \frac{1}{3} h = 4\ cm$	**ربع الارتفاع** $h_{C.G} = \frac{1}{4} h = 3\ cm$
وجه المقارنة	كرة مجوفة تملئ حتى المنتصف بالرصاص	
موضع مركز الثقل	**ناحية النصف الممتلئ بالرصاص أسفل المركز الهندسي**	
حركة	مفتاح انجليزي علي سطح أفقي	مفتاح انجليزي في الهواء
مسار مركز الثقل	**خط مستقيم**	**شكل قطع مكافئ**
مسار الجسم	**حركة دورانية حول مركز الثقل**	**حركة دورانية حول مركز الثقل**

علل لما يأتي :

1- مركز الثقل يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية في خط مستقيم أثناء انزلاق جسم عند دورانه حول نفسه .

لأن محصلة القوي المؤثرة علي الجسم تساوي صفر والعجلة صفر ولذلك يتحرك بسرعة ثابتة

2- لا يقع مركز ثقل مضرب كرة القاعدة علي نقطة الوسط للمضرب .

لأن الأجسام غير المنتظمة يكون ثقل أحد طرفيها أكبر من ثقل الطرف الأخر ومركز الثقل ناحية الطرف الأثقل

3- عند إلقاء الكرة تتبع مسار قطع مكافئ وعند إلقاء مضرب الكرة يتأرجح حول نقطة ترسم قطع مكافئ .

لأن حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين حركة دورانية وحركة انتقالية لأن مركز ثقله ناحية الجزء الأثقل

4- يعتبر مركز ثقل الجسم نقطة توازن له .

لأن محصلة القوي المؤثرة علي الجسم تساوي صفر أو معدومة

الدرس (3 - 2) : مركز الكتلة

مركز الكتلة (مركز العطالة) : **الموضع المتوسط لكتل جميع الجزيئات التي يتكون منها الجسم**

1- يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون **الأجسام قريبة من الأرض أو صغيرة**

2- لا يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون **الأجسام كبيرة جداً**

علل لما يأتي :

1- يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما يكون الجسم صغير .

بسبب تساوي قوي الجاذبية الأرضية علي جميع أجزاء الجسم

2- لا يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما يكون الجسم كبير .

بسبب اختلاف قوي الجاذبية الأرضية علي جميع أجزاء الجسم

3- مركز الثقل للمباني المرتفعة مثل مركز التجارة العالمي ارتفاعه (541 m) يقع أسفل مركز كتلته بـ (1 mm) .

لأن قوي الجاذبية علي الجزء السفلي القريب من سطح الأرض أكبر من قوي الجاذبية المؤثرة علي الجزء العلوي منه

4- لا ينطبق مركز الثقل مع مركز الكتلة في بعض الحالات .

بسبب اختلاف قوي الجاذبية الأرضية علي جميع أجزاء الجسم عندما يكون كبير جداً

وجه المقارنة	موضع مركز الكتلة
جسم كتلته موزعة بشكل متجانس	**في المركز الهندسي**
حلقة دائرية متجانسة	**في المركز الهندسي**
مستطيل متجانس	**نقطة تقاطع الوترين**
جسم كتلته موزعة بشكل غير متجانس	**ناحية الجزء الأكبر كتلة**
مطرقة حديدية	**ناحية الرأس الحديدية**

** القوي الداخلية أثناء انفجار الألعاب النارية الصاروخية **لا تغير** موضع ثقل القذيفة .

ماذا يحدث :

1- لحركة مركز كتلة للقذيفة التي تنفجر في الهواء مثل الألعاب النارية قبل انفجارها ؟

تتحرك علي شكل مسار قطع مكافئ

2- لشظايا وحركة مركز كتلة للقذيفة التي تنفجر في الهواء مثل الألعاب النارية بعد انفجارها ؟

يتابع مركز كتلة القذيفة قطع مكافئ والشظايا ترسم قطوع مكافئة مختلفة

** لا تدور الكواكب حول مركز الشمس بل حول **مركز كتلة المجموعة الشمسية**

ماذا يحدث : 1- إذا كانت الكواكب مبعثرة حول الشمس في جميع الجهات ؟

ينطبق مركز كتلة المجموعة الشمسية مع مركز الشمس

2- إذا كانت الكواكب حول الشمس في خط مستقيم وفي جانب واحد ؟

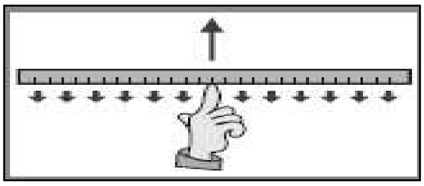
يبتعد مركز كتلة المجموع الشمسية عن مركز الشمس بمسافة (1.5 مليون كيلو متر)

علل : حركة دوران الشمس تبدو للمراقب البعيد علي شكل تأرجح بسيط بين نقطتين .

لأن الشمس تدور حول نقطتين هما مركز الشمس ومركز كتلة المجموعة الشمسية

أ/ يوسف بدر عزمي

الدرس (3 -3) : تحديد موضع مركز الكتلة

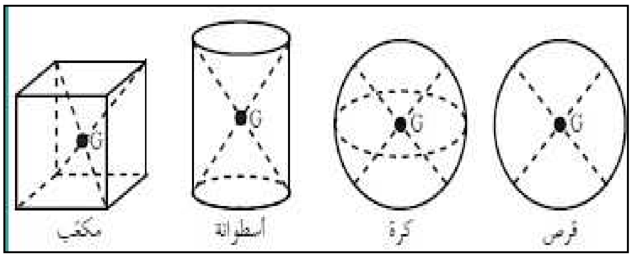


علل لما يأتي :

1- يمكن موازنة المسطرة بالتأثير على مركز الثقل بقوة واحدة لأعلى في الشكل .

لأن محصلة القوى المؤثرة على الجسم تساوي صفر

تحديد مركز ثقل الأجسام



** ينطبق مركز الثقل في الأجسام المنتظمة مع **المركز الهندسي**

** يكون نقطة مادية من الجسم إذا كان الجسم **مصمت**

** يكون نقطة خارج الجسم إذا كان الجسم **مجوف**

** مركز ثقل الفنجان والوعاء يقع في **التجويف الداخلي** بينما مركز ثقل الكرسي يقع في **أسفل قاعدة الكرسي**

مركز ثقل الأجسام المجوفة **مجموعة نقاط تشكل محور التناظر**

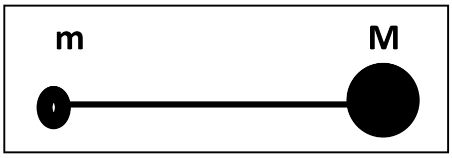
علل لما يأتي :

1- يمكن وجود أكثر من مركز ثقل لجسم واحد .

في الأجسام المجوفة يكون لها أكثر من مركز ثقل واحد حيث يكون مركز الثقل مجموعة نقاط تشكل محور التناظر

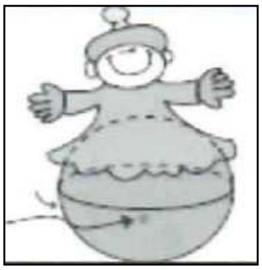
2- لمنع اهتزاز إطارات السيارات أثناء دورانها توضع قطع رصاص في الجزء المعدني من الإطار .

لكي يقع مركز ثقل الإطار في محور الدوران تماماً حتى لا يتمايل الإطار أثناء الدوران



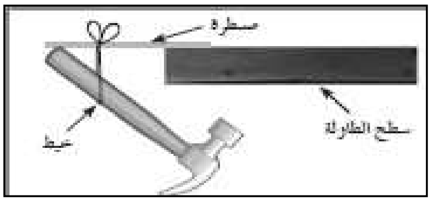
3- في الشكل المقابل يمثل كتلتين نقطيتين تقعان على محور السينات فإذا حلت كل منهما محل الأخرى فإن مركز الكتلة للمجموعة يتغير موضعه .

لأن مركز الكتلة للمجموعة يقع ناحية الكتلة الأكبر



4- تكون بعض الأنواع من ألعاب الأطفال أكثر اتزانا كما بالشكل المقابل .

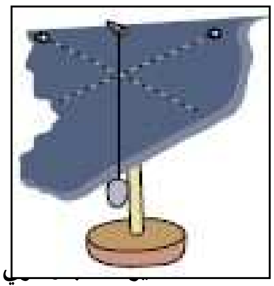
لأن مركز ثقل الألعاب يكون أسفل نقطة الارتكاز



** في الشكل المقابل : فسر عدم سقوط المطرقة والمسطرة .

لأن مركز الثقل يقع أسفل نقطة التعليق

** نشاط : كيف تحدد موقع مركز الثقل في جسم منتظم أو غير منتظم الشكل ؟



1- **علق جسم من أي نقطة عليه وانتظر حتى يستقر ثم ارسم الخط العمودي المار بنقطة التعليق**

2- **علق جسم من أي نقطة أخرى وانتظر حتى يستقر ثم أرسم الخط العمودي المار بنقطة التعليق**

3- **حدد نقطة تقاطع الخطوط فتكون هي مركز الثقل**

حساب موقع مركز كتلة عدة كتل نقطية موجودة في الفراغ

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m.} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$z_{c.m.} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

مثال 1 : كتلتان نقطيتان علي محور السينات قيمتهما $(m_1 = 4\ kg)$ و$(m_2 = 8\ kg)$ وتبعدان مسافة $(6\ cm)$.

أ) أحسب موقع مركز كتلة الجسمين بالنسبة إلي الجسم الأول :

$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{4\times 0 + 8\times 6}{8+4} = 4\ cm$$

ب) أحسب موقع مركز كتلة الجسمين بالنسبة إلي الجسم الثاني :

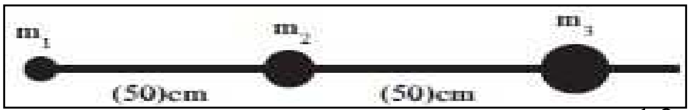
$$X_{cm} = 6 - 4 = 2\ cm$$

ج) قيم . هل النتيجة مقبولة :

نعم لأن مركز الكتلة للمجموعة يقع ناحية الكتلة الأكبر

مثال 2 : أحسب موقع مركز الكتلة لثلاث كتل نقطية $(m_1 = 10\ g)$ و $(m_2 = 20\ g)$ و $(m_3 = 30\ g)$.

أ) إذا وضعت علي خط مستقيم :

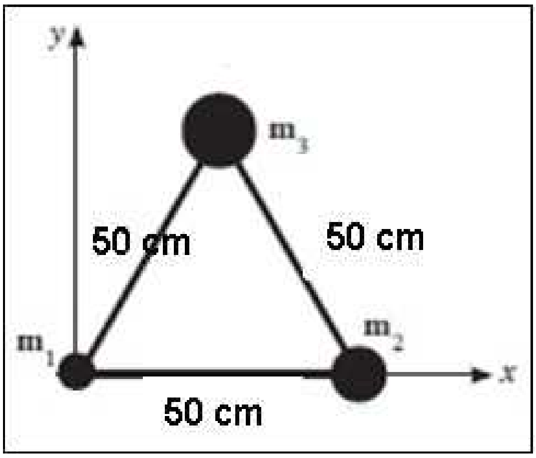


$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10\times 0 + 20\times 50 + 30\times 100}{10+20+30} = 66.67\ cm$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (66.67 cm , 0)

ب) أذا وضعت علي رؤوس مثلث متساو الأضلاع :

$$y_3 = \sqrt{50^2 + 25^2} = 43.3\ cm$$



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

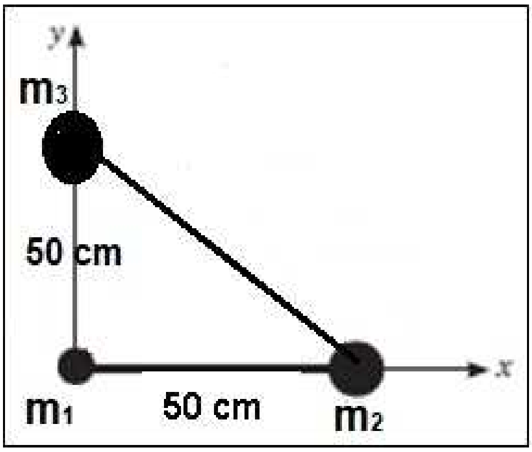
$$x_{c.m} = \frac{10\times 0 + 20\times 50 + 30\times 25}{10+20+30} = 29.1\ cm$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m} = \frac{10\times 0 + 20\times 0 + 30\times 43.3}{10+20+30} = 21.6\ cm$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (29.16 cm , 21.65 cm)

ج) أذا وضعت علي رؤوس مثلث قائم الزاوية :



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{c.m} = \frac{10\times 0 + 20\times 50 + 30\times 0}{10 + 20 + 30} = 16.6\ \text{cm}$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m} = \frac{10\times 0 + 20\times 0 + 30\times 50}{10 + 20 + 30} = 25\ \text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (16.6 cm , 25 cm)**

مثال 3 : أوجد مركز كتلة الكتل الموزعة علي الشكل التالي :

(m_1 = 8 kg) عند (1 , 1 , 0) و (m_2 = 4 kg) عند (0 , 0 , 1) و (m_3 = 6 kg) عند (-1 , 2 , 2)

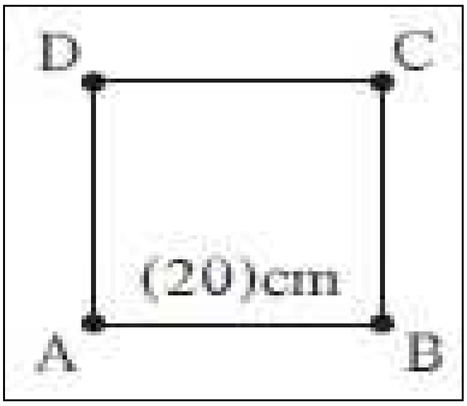
$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\times 1 + 4\times 0 + 6\times -1}{8 + 4 + 6} = 0.11\ \text{cm}$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\times 1 + 4\times 0 + 6\times 2}{8 + 4 + 6} = 1.11\ \text{cm}$$

$$Z_{c.m} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{8\times 0 + 4\times 1 + 6\times 2}{8 + 4 + 6} = 0.88\ \text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (0.11 cm , 1.11 cm , 0.88 cm)**

مثال 4 : نظام مؤلف من أربع كتل هي (m_A = 1 kg) (m_B = 2 kg) (m_C = 3 kg) (m_D = 4 kg) موزعة علي أطراف مربع طول ضلعه (20 cm) ومهمل الكتلة .أحسب موضع مركز الكتلة ؟



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$x_{c.m} = \frac{1\times 0 + 2\times 20 + 3\times 20 + 4\times 0}{1 + 2 + 3 + 4} = 10\ \text{cm}$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$y_{c.m} = \frac{1\times 0 + 2\times 0 + 3\times 20 + 4\times 20}{1 + 2 + 3 + 4} = 14\ \text{cm}$$

**** إحداثيات مركز الكتلة : (10 cm , 14 cm)**

العلاقات الرياضية المستخدمة في المنهج

التحويلات

الطول	$cm \times 10^{-2} \rightarrow m$ $mm \times 10^{-3} \rightarrow m$	الكتلة	$gm \times 10^{-3} \rightarrow Kg$ $mg \times 10^{-6} \rightarrow Kg$
المساحة	$cm^2 \times 10^{-4} \rightarrow m^2$ $mm^2 \times 10^{-6} \rightarrow m^2$	الزمن	$\min \times 60 \rightarrow \mathrm{S}$ $\mathrm{hr} \times 3600 \rightarrow \mathrm{S}$
الحجم	$cm^3 \times 10^{-6} \rightarrow m^3$ $mm^3 \times 10^{-9} \rightarrow m^3$	السرعة	$\mathrm{Km/h} \times \frac{1000}{3600} \rightarrow \mathrm{m/s}$

قوانين المتجهات

محصلة متجهين بطريقة جمع المتجهات	$R = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$
اتجاه المحصلة بطريقة جمع المتجهات	$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$
ناتج الضرب العددي	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$
ناتج الضرب الاتجاهي	$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$
المركبة الأفقية للمتجه	$\cos\theta = \frac{F_X}{F} \Rightarrow F_X = F\cos\theta$
المركبة الرأسية للمتجه	$\sin\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\theta$
محصلة متجهين بطريقة تحليل المتجهات	$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_y{}^2}$
اتجاه المحصلة بطريقة تحليل المتجهات	$\tan\theta = \frac{F_y}{F_X}$

معادلات الحركة للمقذوف الأفقي (θ = 0)	
** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
* المركبة الأفقية للسرعة : $V_X = V_{oX} = \frac{X}{t}$	* المركبة الرأسية للسرعة : $V_y = gt = \sqrt{2gy}$
* المسافة الأفقية (المدى الأفقي) : $X = V_x \cdot t$	* الارتفاع الرأسي : $y = \frac{1}{2} gt^2$
* زمن السقوط : $t = \frac{X}{V_X}$	* زمن السقوط : $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$
* السرعة الكلية : $V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2}$	* اتجاه السرعة الكلية : $\tan\theta = \frac{V_y}{V_X}$

معادلات الحركة للمقذوف بزاوية (θ)		
	** معادلات الحركة علي المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة علي المحور الرأسي (y)
السرعة الابتدائية	$v_{0X} = v_0\cos\theta$	$v_{0y} = v_0\sin\theta$
معادلة السرعة	$v_X = v_{0X} = v_0\cos\theta$	$v_y = v_0\sin\theta - gt$
معادلة المسافة	$X = v_0\cos\theta \cdot t$	$y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$
معادلة الزمن	$t' = 2t = 2.(\frac{v_0\sin\theta}{g})$	$t = \frac{v_0\sin\theta}{g}$
معادلة المدى وأقصي ارتفاع	$R = \frac{V_0^2\sin(2\theta)}{g}$	$h_{max} = \frac{V_0^2\sin^2\theta}{2g}$
معادلة المسار	$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta})X^2$	

قوانين مركز الكتلة	
حساب موقع مركز الكتلة	$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $y_{c.m.} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $z_{c.m.} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

قوانين الحركة الدائرية

الإزاحة الزاوية	$\theta = \frac{S}{r} = 2\pi . N$
محيط الدائرة	$L = 2\pi . r$
السرعة الخطية (المماسية)	$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f = \omega . r$
السرعة الزاوية (الدائرية)	$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = \frac{V}{r}$
التردد	$f = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$
الزمن الدوري	$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{f}$
العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة	$a_C = \frac{V^2}{r} = \omega^2 . r$
القوة الجاذبة المركزية	$F_C = m . a_c = \frac{mV^2}{r} = m\omega^2 r$

قوانين المنعطفات الدائرية

	المنعطف الدائري الأفقي
رد فعل الطريق	$N = mg$
معامل احتكاك	$\mu = \frac{f}{N}$