الملف كراسة متابعة المتعلم بعد التعديل

الرؤية :
جيل بالعلم واع
بالقيم راق ناهض بالوطن

مدرسة قرطبة الثانوية بنات
QURTOBA HIGH SCHOOL

وزارة التربية
منطقة العاصمة التعليمية
مدرسة قرطبة الثانوية - بنات

قسم الرياضيات

الصف الحادي عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني

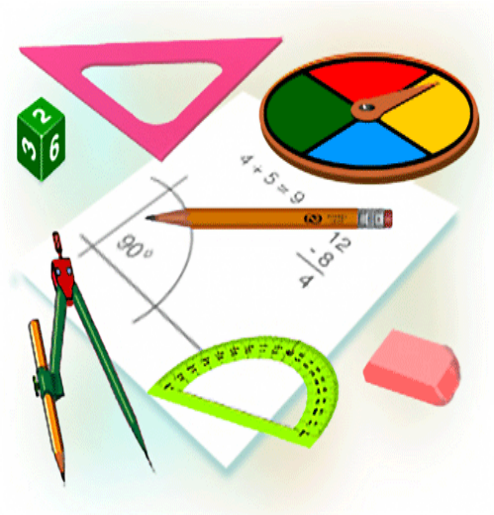
كراسة متابعة المتعلمة

٢٠٢٢/٢٠٢١

"هذا الدفتر لايغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين"

اسم المتعلمة: ----------

الصف :----------



اعداد المعلمة/ عـــزة عبدالغني
رئيسة القسم أ/ منال الشمري
الموجه الفني أ/ عنود المحيني
مديرة المدرسة أ/ هـــدي الســـعيد

التاريخ	متابعة الأعمال الصفية			توقيع ولي الأمر

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-1) الأعدد المركبة		

الوحدة التخيلية : هي العدد الذي مربعه (-1) و يرمز له بالرمز i

Imaginary Unit

$$i = \sqrt{-1} \quad , \quad i^2 = -1$$

- الأعداد التخيلية : لأي عدد حقيقي موجب m ، $\Longleftarrow$ $\sqrt{-m} = \sqrt{m}\,i$
- تسمى الأعداد التي على الصورة bi حيث $b \in R^*$ أعداد تخيلية

مجموعة الجذور التربيعية الموجبة و السالبة للأعداد الحقيقية السالبة تكون مجموعة الاعداد التخيلية

مثال (١) بسط كلا مما يلي مستخدما الوحدة التخيلية i

ⓐ $\sqrt{-4}$

$= \sqrt{4}\,i \quad = 2\,i$

ⓑ $\sqrt{-8}$

$= \sqrt{8}\,i \quad = 2\sqrt{2}\,i$

حاول أن تحل (١) بسط كلا مما يلي مستخدما الوحدة التخيلية i

ⓐ $\sqrt{-2}$

ⓑ $-\sqrt{-8}$

ⓒ $\sqrt{-36}$

تعريف العدد المركب : هو عدد على الصورة $a + b\,i$ حيث a,b عددان حقيقيان ، i الوحدة التخيلية

و يمكن كتابة أي عدد مركب على الصورة $z = a + b\,i$ و تسمى الصورة الجبرية للعدد المركب

حيث a الجذء الحقيقي Real Part ، حيث b الجذء الحقيقي Imaginary Part

و يرمز لمجموعة الأعداد المركبة بالرمز $\mathbb{C}$

$$z = \underset{\text{الجذء الحقيقي}}{a} + \underset{\text{الجذء التخيلي}}{b}\,i$$

و إذا كان b=0 فإن $z = a$ يسمى عددا حقيقيا

و إذا كان b≠0 ، a=0 فإن $z = b\,i$ يسمى عددا تخيليا

أكمل الجدول :

العدد المركب	الجذء الحقيقي	الجذء التخيلي
$2+3i$	2	3
	4	-5
$i-1$		
7		
	0	-1

حاول أن تحل (٢) أكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية :

ⓐ $\sqrt{-18}+7$

ⓑ $\frac{10-\sqrt{-100}}{5}$

ⓒ $\frac{\sqrt{-9}+5}{7}$

- كل عدد حقيقي هو عدد مركب . $a = a + 0\,i$
- مجموعة الأعداد الحقيقية و مجموعة الأعدا التخيلية هما مجموعتان جزئيتان من مجموعة الأعداد المركبة .

المخطط التالي يوضح ذلك

الأعداد المركبة

الأعداد الحقيقية

الأعداد النسبية
$0.\overline{3}$ ، $\frac{٤}{٧}$

الأعداد الصحيحة
-1,2,-3

الأعداد الكلية
0,1,2,3,7

الأعداد الغير النسبية
$-\sqrt{2}\ ,e\ ,\pi$

الأعداد التخيلية
$2\,i$
$-\sqrt{3}\,i$

تساوي عددين مركبين

يتساوي عددان مركبان إذا و فقط إذا تساوى جزءاهما الحقيقيان و تساوى جزءاهما التخيليان

و ليكن : $z_1 = a_1 + b_1 i\ , z_2 = a_2 + b_2\, i$

$$z_1 = z_2 \iff a_1 = a_2 \quad , \quad b_1 = b_2$$

حاول أن تحل (٣) أوجد قيم كل من $x, y \in R$ في كل مما يأتي

ⓐ $x + 5i = 7 - 3yi$

ⓑ $(x+3) - y^2 i = 5 - yi$

ⓒ $3i = 2x - 5yi$

مثال (4)

مثّل كلًّا مما يلي في المستوى المركب:

ⓐ $z_1 = 3 + 2i$ ⓑ $z_2 = -1$ ⓒ $z_3 = -i - 2$ ⓓ $z_4 = i$

حاول أن تحل (٥) أكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط التالية : k(-7, 0) , H(1 ,-2) , N(-4 , 1)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-1) العمليات علي الأعداد المركبة		

أولا جمع و طرح الأعداد المركبة : نجمع جزءيهما الحقيقين معا و نجمع جزءيهما التخيلين معا

كذلك نطرح جزءيهما الحقيقين معا و نطرح جزءيهما التخيلين معا

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$ عددين مركبين فإن

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

خواص عملية الجمع على الأعداد الحقيقية تستمر مع عملية الجمع على الأعداد المركبة كما يلي :

- الصفر هو العنصر المحايد لعملية الجمع على مجموعة الأعداد المركبة $0 = 0 + 0i$
- المعكوس الجمعي للعدد المكب $z = a + b\,i$ هو العدد المركب $-z = -a - b\,i$

  إذا كان $z = 2 + 5\,i$ فإن $-z = -2 - 5\,i$
- إذا كان مجموع عددين مركبين يساوي صفرا فإن كلا منهما معكوس جمعي للأخر و العكس صحيح

$$z_1 + z_2 = 0 \Longrightarrow z_1 = -z_2$$

لإيجاد ناتج طرح $z_1 - z_2$ يمكن إضافة المعكوس الجمعي لـ z_2 إلى z_1 أي أن

$$z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$$

حاول أن تحل (٦) إذا كان $z_1 = -2 + 5i$, $z_2 = 3.4 - 1.2i$,$z_3 = -0.3i$ فأوجد :

ⓐ $z_1 + z_2$

ⓑ $z_2 - z_1$

ⓒ $z_3 - z_2 - z_1$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-1) ت/ العمليات علي الأعداد المركبة		

ثانيا ضرب الأعداد المركبة

خواص عملية ضرب الأعداد المركبة :

الخاصية	$\forall z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$
الإبدالية	$z_1 \times z_2 = z_2 \times z_1$
التجميعية	$z_1 \times (z_2 \times z_3) = (z_1 \times z_2) \times z_3$
التوزيعية	$z_1 \times (z_2 + z_3) = z_1 \times z_2 + z_1 \times z_3$ $z_1 \times (z_2 - z_3) = z_1 \times z_2 - z_1 \times z_3$

العدد 1 هو العنصر المحايد لعملية ضرب الأعداد المركبة ($1 = 1 - 0i$)

لضرب عدديين يمكن إستخدام $i^2 = -1$

قاعدة الضرب : $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} \quad , \quad c \in R$

حيث $z_1 = a_1 + b_1 i \ , \ z_2 = a_2 + b_2 i$

(١) $cz_1 = ca_1 + cb_1 i \ ,$

(٢) $z_1 \times z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$

حاول أن تحل(7) : أوجد ناتج

(a) $(6-5i)(4-3i)$

(b) $(9+4i)(4-9i)$

(c) $(12i)(7i)(i+1)$

حاول أن تحل (8) :

إذا كان $z_1 = 2 - 3i \ , \ z_2 = 1 + 4i$ فأوجد

ⓐ $\frac{1}{2} z_1$

ⓑ $z_1 . z_2$

قوى العدد المركب (i) كما يلي :

إذا كان P عدد كلي فإن :

$$i^{4P} = 1 \quad , \quad i^{4P+1} = i \quad , \quad i^{4P+2} = -1 \quad , i^{4P+3} = -i$$

تدريب :

$i^{101} =$

$i^{82} =$

$i^{59} =$

$i^{444} =$

مثال (9)

إذا كان $z_1 = i \ , \ z_2 = -2i \ , \ z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$

فأوجد:

ⓐ z_1^{21}

ⓑ z_2^{6}

ⓒ z_3^{2}

حاول أن تحل

9 أوجد: $5(i)^{73}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-1) ت/ العمليات علي الأعداد المركبة		

لإيجاد مرافق العدد المركب يجب أن يكون العدد المركب على الصورة الجبرية $z = a + b\,i$ حيث $\forall\, a \,،\, b \in R$

خواص مرافق العدد المركب :

إذا كان $z_1 = a_1 + b_1 i \;,\; z_2 = a_2 + b_2 i$

فإن

- $z_1 + \overline{z_1} = 2a_1$
- $z_1 - \overline{z_1} = 2b_1$
- $z_1 \,.\, \overline{z_1} = {a_1}^2 + {b_1}^2$
- $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 \,.\, z_2} = \overline{z_1} \,.\, \overline{z_2}$
- $\overline{(\overline{z_1})} = z_1$

المعكوس الضربي لعدد مركب غير صفري $z = a + b\,i$ هو z^{-1}

أي أن :

$$z^{-1} = \frac{1}{a+b\,i} \times \frac{a-b\,i}{a-b\,i} \Longrightarrow z^{-1} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}\,i$$

حاول أن تحل (11): إذا كان $z_1 = 2 - 7i \;,\; z_2 = 3 + 5i$ فأوجد :

ⓐ $\overline{z_1} + \overline{z_2}$

ⓑ $\overline{(z_1 - z_2)}$

ⓒ $\overline{(z_1 \,.\, z_2)}$

ⓓ $\overline{z_1} \,.\, \overline{z_2}$

حاول أن (11) صـ 23

أوجد المعكوس الضربي لكل من :

ⓐ $z_1 = -3i - 7$

ⓑ $z_2 = 5 + 11i$

ⓒ $z_3 = 6i$

حاول أن تحل (12) صـ 24

أوجد ناتج قسمة $6i - 3$ على $1 + 2i$

حاول أن تحل (13) صـ 24

أكتب كلا من مما يلي في الصورة الجبرية للعدد المركب :

ⓐ $\frac{3 + i}{2 + 5i}$

ⓑ $\frac{2 - i}{2 + i}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-2) الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب		

القيمة المطلقة لعدد مركب :

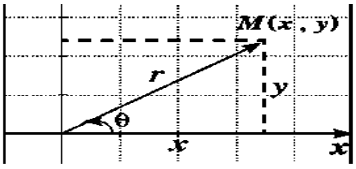
هي المسافة بين بين النقطة التي تمثل هذا العدد المركب و نقطة الأصل في المستوى الإحداثي المركب

$z = a + b\,i \longrightarrow |z| = |a + b\,i| = \sqrt{a^2 + b^2}$

حاول أن تحل (1): صـ 26 أوجد

ⓐ $|-2 + 5\,i|$

ⓐ $|6 - 4\,i|$



$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$

حيث θ هي الزاوية الموجهة في الوضع القياسي التي يمر ضلعها النهائي بالنقطة M

حاول أن تحل (2) : صـ 27

أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين :

ⓐ $B\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$

ⓐ $A(5,300)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-2) ت /الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب		

حاول أن تحل (3) :

أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل من نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

(a) $D(3\sqrt{3}, 3)$

(b) $C(4, -2\sqrt{5})$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-2) ت/ الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب		

الصورة المثلثية

يمكن كتابة العدد المركب $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ على الصورة :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ و تعرف بالصورة المثلثية للعدد المركب z

و يسمى r مقياس العدد أو القيمة المطلقة و يرمز له $|z|$ و يتعين بالعلاقة $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

، θ سعة العدد المركب و تتعين من $\cos\theta = \frac{x}{r}$ ، $\sin\theta = \frac{y}{r}$

أو من $x \neq 0$ ، $\tan\theta = \frac{y}{x}$ و تحديد الربع

ملاحظة : الصورة المثلثية للعدد المركب ليسة وحيدة ، لأنه إذا كانت θ سعة العدد المركب $x + yi$

فإن كلا مما يلي سعة للعدد نفسه : $\theta + 2\pi$, $\theta + 4\pi$, ... , $\theta + 2\pi k$: $k \in Z$

و إذا كانت $\theta \in [0, 2\pi)$ أو $0 \leq \theta < 360$ فتسمى السعة في هذه الحالة بالسعة الأساسية .

حاول أن تحل (4) : صـ 30

ضع كلا مما يلي في الصورة المثلثية :

(a) $z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$

(b) $z_2 = -1 - i$

(c) $z_3 = -2 + 2\sqrt{3}\,i$

حاول أن تحل (6): صـ 31

ضع كلا مما يلي في الصورة الجبرية :

ⓐ $z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right)$

ⓑ $z_2 = \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\ \sin\frac{5\pi}{3}\right)$

الصورة المثلثية في حلات خاصة :

كل عدد حقيقي يمثل بنقطة على خط الأعداد على المحور الأفقي (محور السينات) .

وكل عدد تخيلي يمثل بنقطة على على المحور التخيلي (محور الصادات)

العدد	المقياس	سعة (الراديان)
a	a	0
$-a$	$\lvert -a \rvert = a$	π
bi	b	$\frac{\pi}{2}$
$-bi$	$\lvert -b \rvert = b$	$\frac{3\pi}{2}$

ملاحظة : إذا كان $Z = 0$ فإن : غير معينة θ , $x = 0$, $y = 0$, $r = 0$

حاول أن تحل (7): صـ 32

ضع في الصورة المثلثية كلا من الأعداد التالية

ⓐ $z_1 = 2i$

ⓑ $z_2 = 5$

ⓒ $z_2 = \frac{-3}{4}$

ⓓ $z_4 = -\frac{3}{4}\,i$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-3) حـــــــــــــل المعـــــــــــــادلات		

حل معادلات الدرجة الأولى :

نحل معادلات الدرجة الأولي في الأعداد المركبة بنفس الطريقة التي نحل بها في الأعداد الحقيقية

حاول أن تحل (1) صـ 33

أوجد مجموعة حل المعادلة : $2z + i = 3 + 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

حاول أن تحل (2): صـ 34

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + i = 2\bar{z} + 1$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i\overline{z} = 5 - 2i$ في $\mathbb{C}$.

كراسة التمارين صـــ 15 رقم 4

أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$z + 3(1+i)z - 8(2-i) = 0$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(7-3) تـــ /حـــــــــــــل المعـــــــــــــادلات		

حاول أن تحل (3) : صـ 35

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in \mathbb{C}$

ⓐ $3x^2 + 48 = 0$ ⓑ $-5x^2 - 150 = 0$ ⓒ $8x^2 + 2 = 0$

حاول أن تحل (4) صـ 35

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

كراسة التمارين صـــ 15 رقم 9

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z + \frac{4}{z} = 2$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(8-1) التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب ،جيب التمام،الظل)		

- تسمى $|a|$ سعة الدالة الجيبية.
- $|b|$ تمثل عدد الدورات في الفترة $[0, 2\pi]$
- $\frac{2\pi}{|b|}$ تمثل دورة الدالة.

حاول ان تحل

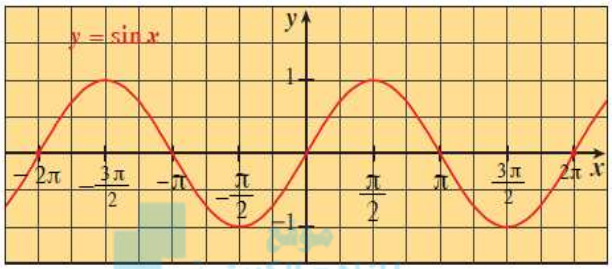
- أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

a $y = -2\cos 5x$

b $y = \frac{1}{2}\cos(-x)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(8-1) التمثيل البياني لدالة الجيـــــــــب		

- من بيان دالة الجيب نلاحظ:



1. لأي عدد صحيح n فإن $\sin(n\pi) = 0$
2. لأي عدد صحيح n فإن للدالة $f(x) = \sin x$ قيمة عظمى عند $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ وقيمة صغرى عند $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$
3. دالة الجيب دالة فردية لأن $\sin(-x) = -\sin x$
4. منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل.
5. سعة الدالة هي: $a = \frac{\max f - \min f}{2}$

حاول ان تحل

أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:

a $y = \frac{1}{2}\sin 4x$

---

b $y = -4\sin x \ , \ x \in [-\pi \ , \ 2\pi]$

$y = -2\sin\left(\frac{1}{2}x\right) \ , \ -4\pi \le x \le 4\pi$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
--	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	**(8-1) ت / التمثيل البياني لدالة جيب التمـــــــــام**		

من بيان دالة جيب التمام نلاحظ أن:

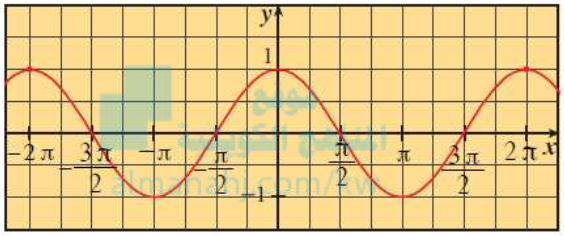
1 لأي عدد صحيح n فإن $\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right) = 0$

2 لأي عدد صحيح n فإن للدالة $f(x) = \cos x$ قيمة عظمى عند $x = 2n\pi$ وقيمة صغرى عند $x = \pi + 2n\pi$

3 دالة جيب التمام دالة زوجية لأن: $x \in \mathbb{R}$, $\cos(-x) = \cos x$

4 محور الصادات هو خط تناظر لمنحنى الدالة.

5 سعة الدالة هي: $a = \frac{\max f - \min f}{2}$



حاول أن تحل

● أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان الدالة:

a $y = 3\cos 2x$

b $y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$, $0 \le x \le 2\pi$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(8-1) ت / التمثيل البياني لدالة الظـــــــــــل		

هي دالة مثلثية على الصورة: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} : \cos x \neq 0$

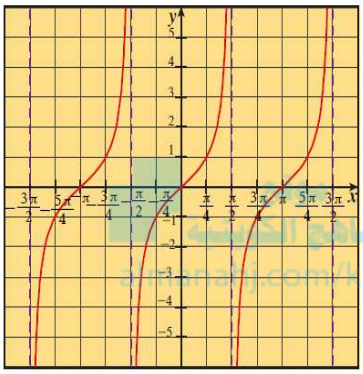
مجالها: $\mathbb{R} - \left\{x : x = \dfrac{\pi}{2} + n\pi \ , \ n \in \mathbb{Z}\right\}$

ومداها: $\mathbb{R}$

وهي دالة دورية ذات دورة π

من بيان دالة الظل نلاحظ أن دالة الظل:

1. ليس لها سعة.
2. لأي عدد صحيح n فإن $\tan(n\pi) = 0$
3. لأي عدد صحيح n فإن $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right)$ غير معرف.
   وتسمى المستقيمات $x = \dfrac{\pi}{2} + n\pi$ محاذيات رأسية لبيان الدالة $y = \tan x$
4. دالة فردية لأن: $\tan(-x) = -\tan x \ , \ x \in D$
5. منحناها متناظر حول نقطة الأصل.
   وبصفة عامة: الدالة $y = a \tan bx$،
   دورتها: $\dfrac{\pi}{|b|}$ وتكرر نفسها في الفترة $\left(\dfrac{-\pi}{2b} , \dfrac{\pi}{2b}\right)$



حاول أن تحل

أوجد الدورة ثم ارسم بيان الدالة:

a $y = -\tan x$

$$y = \tan 2x \ , \ x \in \left(\frac{-\pi}{4} \ , \ \frac{3\pi}{4}\right)$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(8-3) ت / قانون الجيـــــــــب		

قانون الجيب

في أي مثلث ABC :

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$

حاول أن تحل

● حل ΔABC حيث: $\alpha=36^\circ\ ,\ \beta=48^\circ\ ,\ a=8\,\text{cm}$

حاول ان تحل

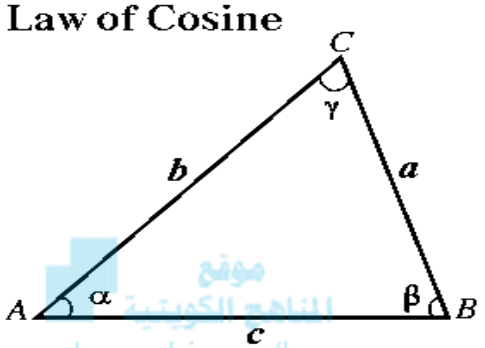
● حل ΔABC حيث: $a = 7\,\text{cm}\ ,\ b = 6\,\text{cm}\ ,\ \alpha = 26.3^{\circ}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(8-4) قانون جيب التمـــــــــام		

قانون جيب التمام

Law of Cosine

في ΔABC



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

حاول أن تحل

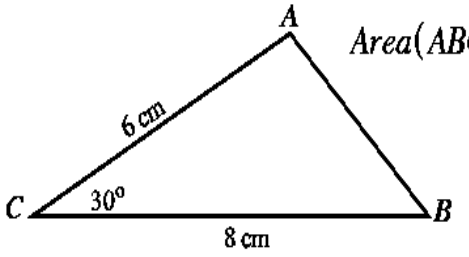
● في ΔABC حيث: $a = 9\,\text{cm}\ ,\ b = 7\,\text{cm}\ ,\ c = 5\,\text{cm}$

أوجد قياس الزاوية الأكبر.

حاول أن تحل

● حل ΔABC حيث: $a = 11\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$, $\gamma = 20^{\circ}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(8-5) مســــــاحة المثـــــــلث		



$$Area(ABC) = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$$
$$= \frac{1}{2}ac\sin\beta$$
$$= \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

قاعدة هيرون

تعطى مساحة مثلث ABC أطوال أضلاعه a , b , c بالقاعدة:

$$\text{Area}(ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث: (نصف محيط المثلث) $s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \text{semiperimeter}$

حاول ان تحل

أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 5\,\text{cm}$, $b = 6\,\text{cm}$, $c = 8\,\text{cm}$

حاول أن تحل

أوجد مساحة ABC حيث: $a = 4\,\text{cm}$, $b = 4\,\text{cm}$, $c = 3\,\text{cm}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(9-3) حل معادلات مثلثية		

حاول أن تحل

● حل المعادلة: $\sqrt{2}\cos x = 1$

حل المعادلة: $2\cos x + \sqrt{3} = 0$

حاول ان تحل

حل المعادلة: $5\sin\theta - 3 = \sin\theta$

حاول ان تحل

حل المعادلة: $\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$

حل المعادلة: $4\sin^2 x - 8\sin x + 3 = 0$

حاول أن تحل

● حل المعادلة: $\tan x = 1$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(9-4) متطابقات المجموع والفرق		

متطابقات الدوال المتكافئة

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$ $\quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$ $\quad \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$ $\quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$ $\quad \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta$

أثبت أن: $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\theta$

أثبت أن: $\sec\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \csc\theta$

متطابقات المجموع والفرق . .

$\therefore \cos(\beta - \alpha) = \cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha$

$\therefore \cos(\beta + \alpha) = \cos\beta\cos\alpha - \sin\beta\sin\alpha$

$\therefore \sin(\beta + \alpha) = \sin\beta\cos\alpha + \cos\beta\sin\alpha$

$\therefore \sin(\beta - \alpha) = \sin\beta\cos\alpha - \cos\beta\sin\alpha$

$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan\beta + \tan\alpha}{1 - \tan\beta\tan\alpha}$

$\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\beta\tan\alpha}$

حاول أن تحل

3 أوجد دون استخدام الآلة الحاسبة كلًّا مما يلي:

a $\sin 15°$ b $\cos 75°$ c $\tan 105°$

إذا كان: $\sin\alpha = \frac{4}{5}\ ,\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

$\cos\beta = \frac{-12}{13}\ ,\ \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

أوجد كلًّا مما يلي:

a $\sin(\alpha+\beta)$ b $\cos(\alpha-\beta)$ c $\tan(\alpha-\beta)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(9-5) متطابقات ضعف الزاوية ونصفها		

$\therefore \sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$

$\therefore \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\therefore \tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

حاول أن تحل 1.

أثبت صحة متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

حاول أن تحل 2..

إذا كان $\sin x = \frac{5}{13}$ استخدم متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية لإيجاد $\cos 2x$

حاول أن تحل 3 إذا كان: $\cos\theta = \frac{3}{5}, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$

مثال 4
إذا كان: $\tan\theta = -1 + \sqrt{2}$ استخدم متطابقة ظل ضعف الزاوية لإيجاد $\tan 2\theta$

مثال 5..
أثبت صحة المتطابقة:

$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta}$$

حاول أن تحل 5..
أثبت صحة المتطابقة:

$$2\cos 2\theta = 4\cos^2\theta - 2$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(9-5) ت / متطابقات ضعف الزاوية ونصفها		

حاول أن تحل 6..

أثبت صحة المتطابقة: $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

متطابقات نصف الزاوية

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} \qquad \sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

حاول أن تحل 7.. استخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\cos 15^\circ$

مثال 8..

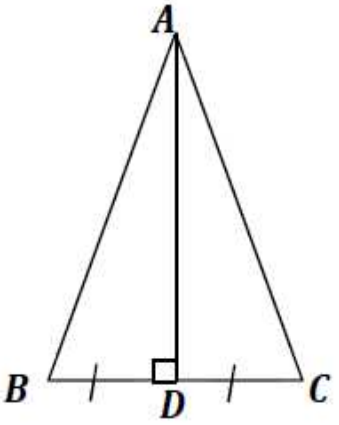
إذا كانت: $\sin\theta = -\frac{24}{25}, 180° < \theta < 270°$

فأوجد $\sin\frac{\theta}{2}$ $\tan\frac{\theta}{2}$ $\cos\frac{\theta}{2}$

الوحدة العاشرة
هندسة الفضاء

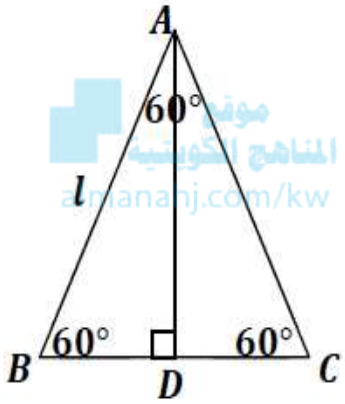
أساسيات في الهندسة المستوية:

في المثلث المتطابق الضلعين:



- زاويتا القاعدة متطابقتان $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$
- العمود النازل من الرأس على القاعدة، ينصفها والعكس صحيح

في المثلث المتطابق الأضلاع:

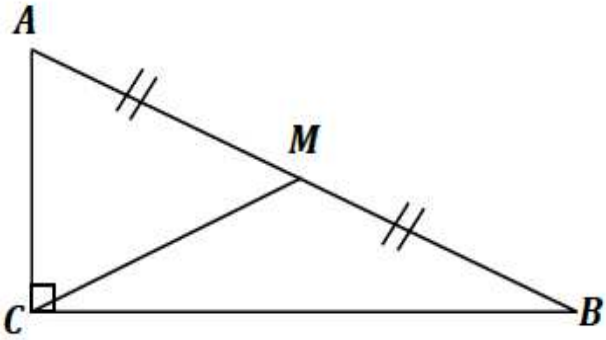


(a) له نفس خواص المثلث المتطابق الضلعين

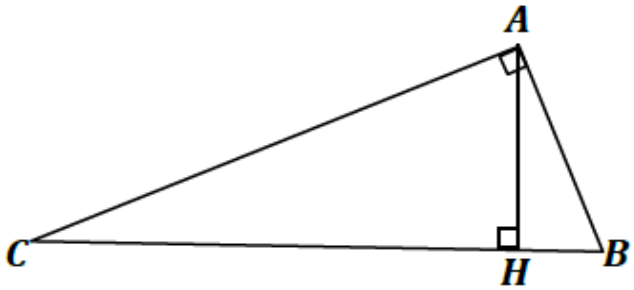
(b) زواياه متطابقة ، وقياس كل منها $60°$

(c) إذا كان طول ضلعه l ، فإن طول الارتفاع يكون $AD = \frac{\sqrt{3}}{2} l$

في المثلث القائم الزاوية:



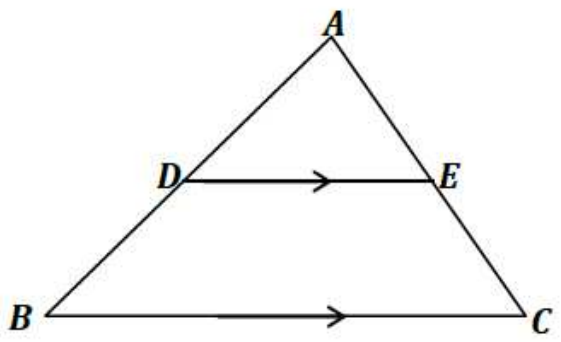
- قاعدة فيثاغورث: $a^2 + b^2 = c^2$
- إذا كانت M منتصف الوتر $\overline{AB}$ ، فإن $CM = \frac{1}{2} AB$
- إذا كان $m(\widehat{B}) = 30°$ فإن $b = \frac{1}{2} c$



- $AB^2 = BH \times BC$
- $AC^2 = CH \times CB$
- $AH^2 = BH \times CH$

نظرية:

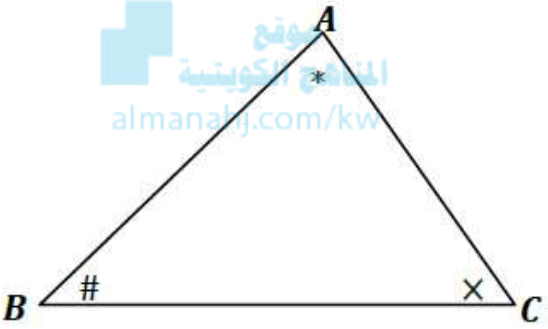
في أي مثلث، القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع، وطولها يساوي نصف طول تلك الضلع.



D منتصف $\overline{AB}$ ، E منتصف $\overline{AC}$

فيكون $\overline{DE} // \overline{BC}$ ، يكون أيضاً $DE = \frac{1}{2}BC$

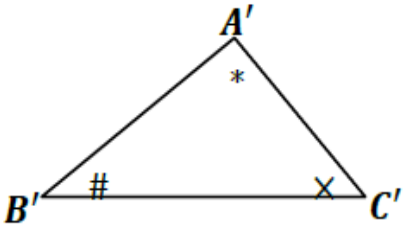
تشابه المثلثات



∵ إذا تطابقت زواياهما المتناظرة

∵ إذا تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة أي

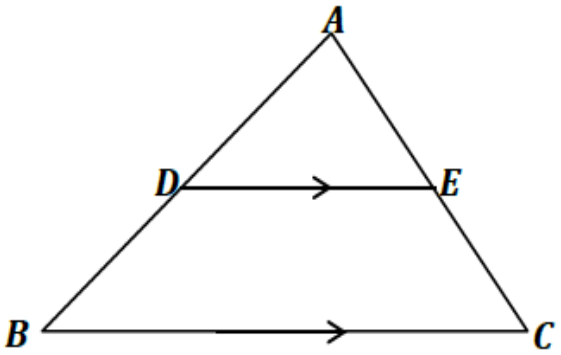
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



1. إذا تطابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{B'}) \ , \ \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$

نظرية :



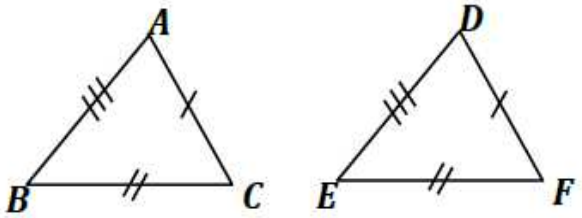
في المثلث ABC

1. إذا كان $\overline{DE} // \overline{BC}$ فإن $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
2. إذا كان $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ فإن $\overline{DE} // \overline{BC}$

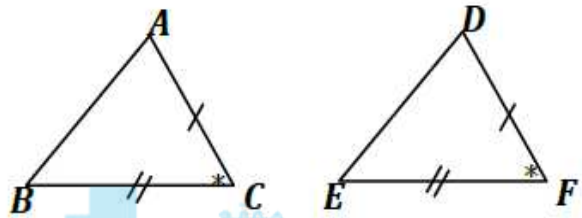
حالات تطابق المثلثين:

يتطابق المثلثين ABC , DEF إذا تحققت أحد الشروط التالية:

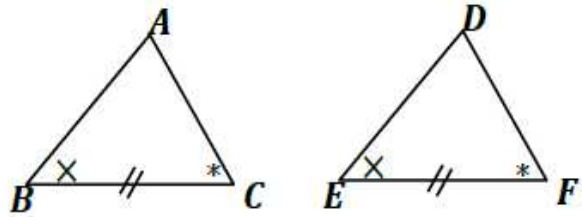
(a) إذا تطابقت أضلاعهما المتناظرة.



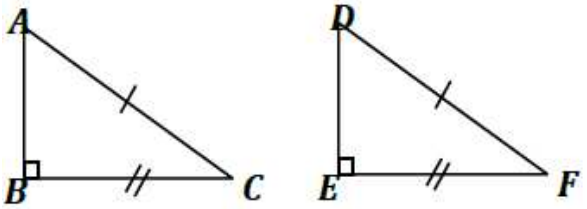
(b) إذا تطابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما من الأول مع ضلعان وزاوية محصورة بينهما من المثلث الآخر.



(c) إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما مع نظائرهما في المثلث الآخر.

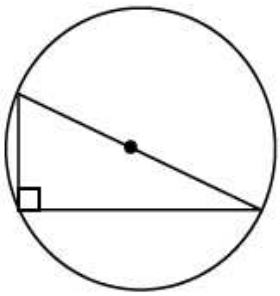


(d) يتطابق المثلثان القائمان إذا تطابق ضلع ووتر من المثلث الأول مع ضلع ووتر من المثلث الآخر.

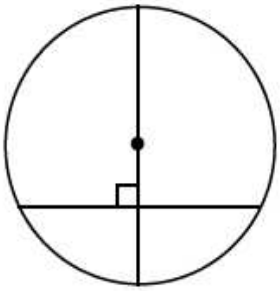


الدائرة:

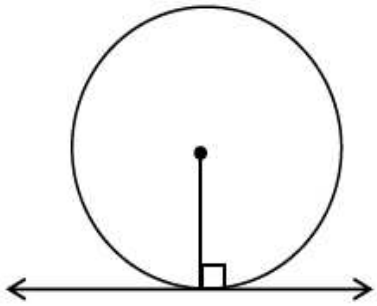
1. قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة يساوي $90°$.



2. القطر العمودي على وتر فيها ينصفه، والعكس صحيح.



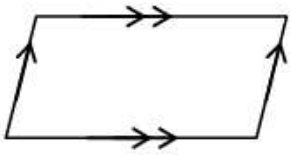
3. المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف قطر التماس، والعكس صحيح.



متوازي الأضلاع:

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تحققت أحد الشروط التالية:

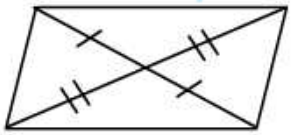
(a) إذا كان كل ضلعان متقابلان فيه متوازيان.



(b) إذا وجد ضلعان متقابلان فيه متطابقين ومتوازيين.

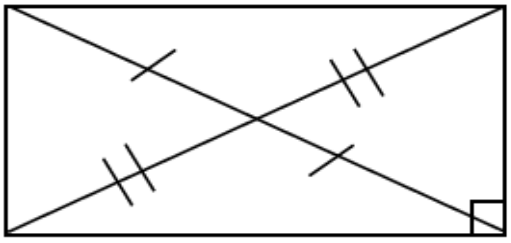
(c) إذا كان كل زاويتين متقابلتين في متطابقتين.

(d) إذا كان قطراه متناصفان (أي ينصف كل منهما الآخر).

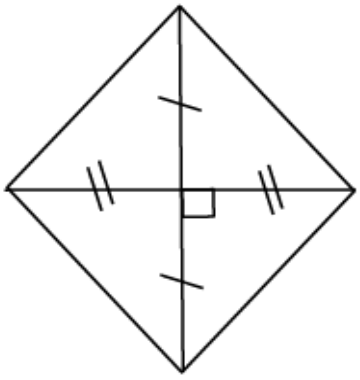


بعض الأشكال الهندسية الهامة وخواصها:

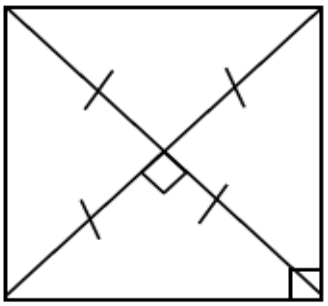
1. المستطيل هو متوازي أضلاع، زواياه الأربعة قائمة، قطراه متطابقان ومتناصفان.



2. المعين هو متوازي أضلاع، أضلاعه الأربعة متطابقة، قطراه متعامدان ومتناصفان.



3. المربع هو مستطيل، أضلاعه الأربعة متطابقة، قطراه متطابقان ومتعامدان ومتناصفان.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-1) المستقيمات والمستويات في المستوي		

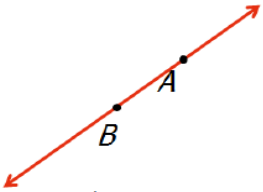
مسلمات (موضوعات) الفضاء

المسلمة (الموضوعة)

هي عبارة أولية (رياضية) نسلم بصحتها (نقبلها) دون برهان .

a

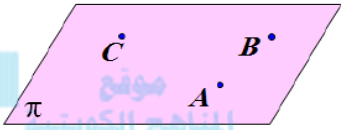
(i) أي نقطتين مختلفتين في الفضاء يمر بهما مستقيم وحيد (واحد فقط)



(ii) كل مستقيم في الفضاء يحوي على الأقل نقطتين مختلفتين

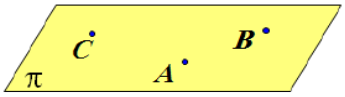
b

(i) في كل مستوٍ يوجد على الأقل ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة



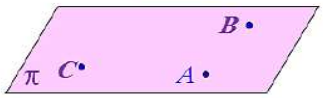
A, B, C ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة

(ii) أي ثلاث نقاط مختلفة و ليست على إستقامة واحدة يحويها مستو واحد

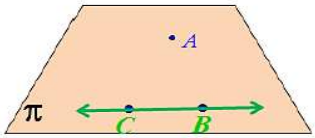


حالات تعيين المستوي في الفضاء

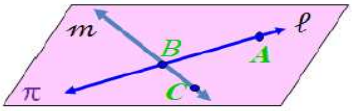
- أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على إستقامة واحدة تعين مستويا واحدا فقط



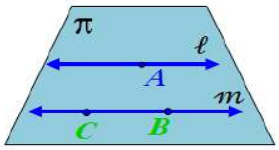
- أي مستقيم و نقطة خارجة عنه يعينان مستويا وحيدا فقط



- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويا واحدا فقط



- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويا واحدا فقط



مثال (1) ص 119

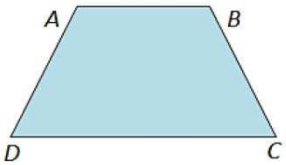
أثبت أن أضلاع أي شبه منحرف تقع جميعها في مستو واحد

المعطيات :

$ABCD$ شبه منحرف فيه $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$

المطلوب :

إثبات أن $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ تقع جميعا في مستو واحد



البرهان

$\because \overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{DC}$

$\therefore$ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{DC}$ يعينان مستويا وحيدا و ليكن π

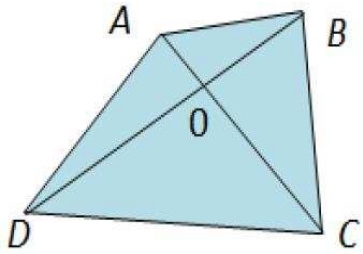
$\therefore$ النقطتان A , D تنتميان إلى المستوى π $\therefore \overleftrightarrow{AD} \subset \pi$

$\therefore$ النقطتان C , D تنتميان إلى المستوى π $\therefore \overleftrightarrow{BC} \subset \pi$

$\therefore$ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ تقع جميعا في مستو واحد

حاول أن (1) في الشكل المقابل $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ يتقاطعان في O

صـ 119 أثبت أن أضلاع الرباعي $ABCD$ تقع جميعا في مستو واحد

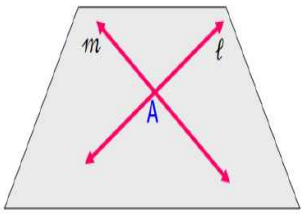


الأوضاع المختلفة لمستقيمان فى الفضاء

يقال لمستقيمين مختلفين بالفضاء أنهما :

a متقاطعان

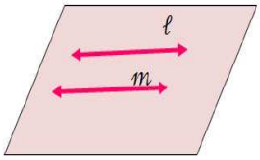
إذا وقعا في مستو واحد و كان بينهما نقطة واحدة مشتركة فقط



$\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \{A\}$

b متوازيان

إذا وقعا في مستو واحد و كانا غير متقاطعين

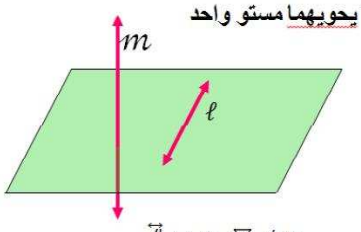


$\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi , \overleftrightarrow{m} \subset \pi$

$\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \emptyset \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} // \overleftrightarrow{m}$

c متخالفان

إذا كان لا يحويهما مستو واحد



$\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi , \overleftrightarrow{m} \not\subset \pi$

$\overleftrightarrow{\ell} \cap \overleftrightarrow{m} = \emptyset$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-1) أوضاع المستويين مستقيمات في الفضاء		

أوضاع مستقيم و مستوي فى الفضاء

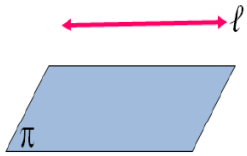
إن معرفة عدد النقاط المشتركة بين مستقيم و مستوي تسمح لنا

ⓐ صفر نقطة مشتركة

المستقيم موازي للمستوى

(في هذه الحالة يكون البعد بينهما ثابت)

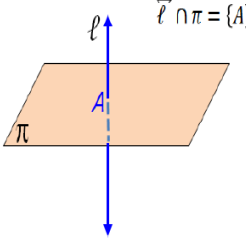
$\vec{\ell} \cap \pi = \emptyset \Rightarrow \vec{\ell} \,//\, \pi$



ⓑ نقطة مشتركة واحدة

المستقيم يقطع المستوى

$\vec{\ell} \cap \pi = \{A\}$

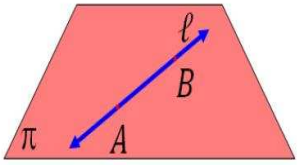


ⓒ نقطتان مختلفتان مشتركتان على الأقل

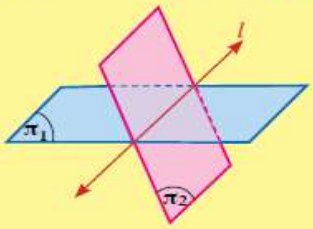
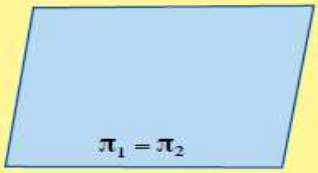
المستقيم يقع بكامله (بتمامه) فى المستوى

$\overleftrightarrow{AB} \cap \pi = \overleftrightarrow{AB}$ (المستقيم يوازي المستوى)

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ $\quad \therefore \overleftrightarrow{AB} \,//\, \pi$



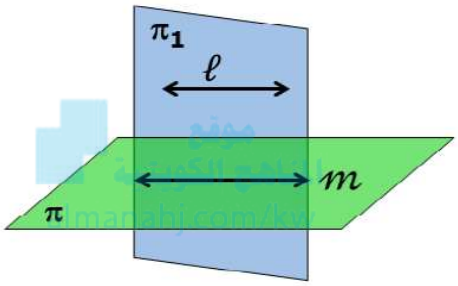
أوضاع مستويين فى الفضاء

ⓐ المستويان متقاطعان في مستقيم.	ⓑ المستويان منطبقان (يشتركان في جميع النقاط).	ⓒ المستويان متوازيان (لا توجد نقاط مشتركة بينهما).
		
$\pi_1 \cap \pi_2 \neq \phi \Rightarrow \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{l}$	$\pi_1 = \pi_2 \Rightarrow \pi_1 \,//\, \pi_2$	$\pi_1 \cap \pi_2 = \phi \Rightarrow \pi_1 \,//\, \pi_2$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-2) المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء		

نظرية (1)

إذا وازي مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوي فإنه يوازي المستوي



المعطيات : $\overleftrightarrow{\ell}$ مستقيم خارج المستوى π

$\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$

المطلوب : إثبت أن $\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \pi$

البرهان : $\because \overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$

$\therefore \overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{\ell}$ يعينان مستويا وحيدا و ليكن π_1

$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{m}$

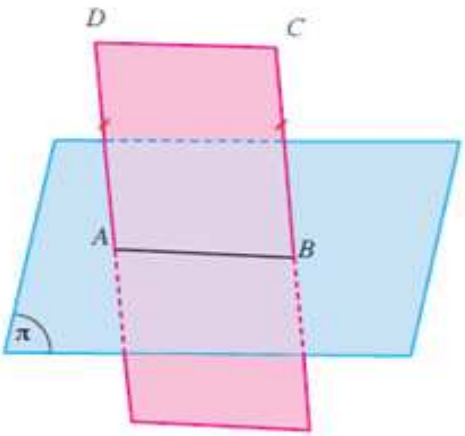
لنفرض أن $\overleftrightarrow{\ell}$ لا يوازي π

$\therefore \overleftrightarrow{\ell}$ يقطع π في نقطة تنتمي إلي خط تقاطع π_1 , π

أي أنها نقطة تنتمي إلي $\overleftrightarrow{m}$ و هذا يخالف الفرض لأن $\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$

$\therefore \overleftrightarrow{\ell}$ لايمكن أن يقطع المستوي π و بالتالي $\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \pi$

مثال (1)..



في الشكل المقابل: $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi , \overleftrightarrow{AD} \,//\, \overleftrightarrow{BC} , AD = BC$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{CD} \,//\, \pi$

المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi , \overleftrightarrow{AD} \,//\, \overleftrightarrow{BC} , AD = BC$

المطلوب: إثبات أن $\overleftrightarrow{CD} \,//\, \pi$

البرهان:

$\because \overleftrightarrow{AD} \,//\, \overleftrightarrow{BC}$

E $\overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{BC}$ يعينان مستوياً وحيداً وليكن $(ABCD)$ فيه

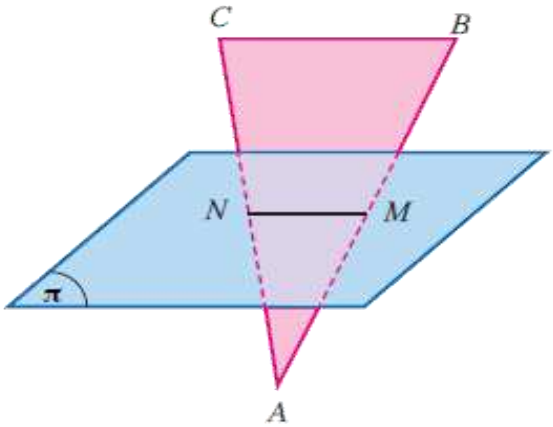
$\overleftrightarrow{AD} \,//\, \overleftrightarrow{BC} , AD = BC$

E $ABCD$ متوازي أضلاع

ومنه $\overleftrightarrow{DC} \,//\, \overleftrightarrow{AB}$

$\because \overleftrightarrow{AB} \subset \pi$

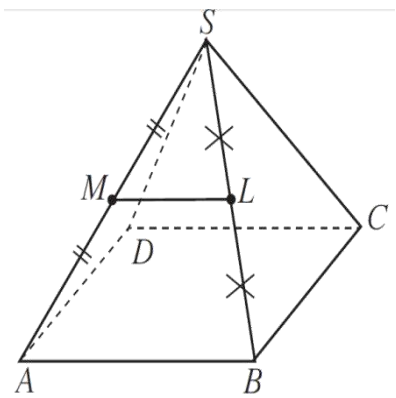
$\therefore \overleftrightarrow{CD} \,//\, \pi$



حاول أن تحل(1) صـ 125..

في الشكل المقابل: المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$ ،
N, M تنتميان إلى المستوي π .
أثبت أن $\overleftrightarrow{BC} \parallel \pi$

كراسة التمارين ص51 رقم 3

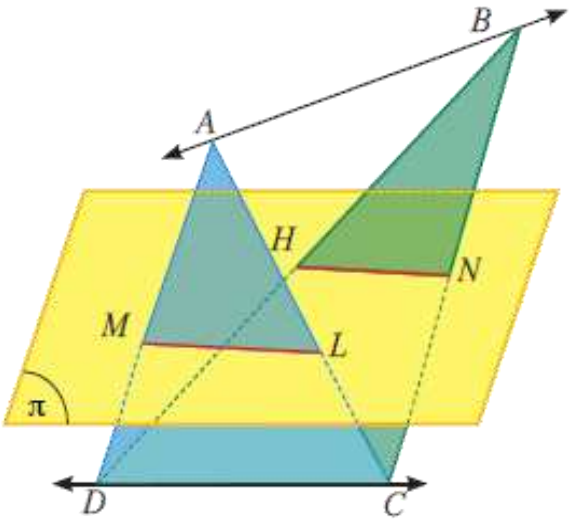


(3) $SABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ مربعة الشكل.

M منتصف $\overline{SA}$ ، L منتصف $\overline{SB}$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{ML} \parallel (ABCD)$

مثال (2)..



في الشكل المقابل: إذا كان $\overleftrightarrow{AB},\overleftrightarrow{CD}$ متخالفان ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

$\overleftrightarrow{AD}$ تقطع π في M، $\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L

$\overleftrightarrow{BD}$ تقطع π في H، $\overleftrightarrow{BC}$ تقطع π في N

أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NH}$

المعطيات:

$\overleftrightarrow{AB},\overleftrightarrow{CD}$ متخالفان ، $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

$\overleftrightarrow{AD}$ تقطع π في M، $\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L

$\overleftrightarrow{BD}$ تقطع π في H، $\overleftrightarrow{BC}$ تقطع π في N

المطلوب:

اثبات أن: $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NH}$

البرهان:

$\because \overleftrightarrow{AD} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$

E $\overleftrightarrow{AD},\overleftrightarrow{AC}$ يعينان مستو (ADC)

$\because \overleftrightarrow{AD} \cap \pi = \{M\}, \overleftrightarrow{AC} \cap \pi = \{L\}$

$\therefore (ADC) \cap \pi = \overleftrightarrow{ML}$ (1)

$\because \overleftrightarrow{CD} \subset (ACD)$ (2)

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (3)

$\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (4) من (1) و (2) و (3)

$\overleftrightarrow{BC} \cap \overleftrightarrow{BD} = \{B\}$

E $\overleftrightarrow{BC},\overleftrightarrow{BD}$ يعينان مستو (BCD)

$\overleftrightarrow{BD} \cap \pi = \{H\}, \overleftrightarrow{BC} \cap \pi = \{N\}$

$\therefore (BCD) \cap \pi = \overleftrightarrow{HN}$ (5)

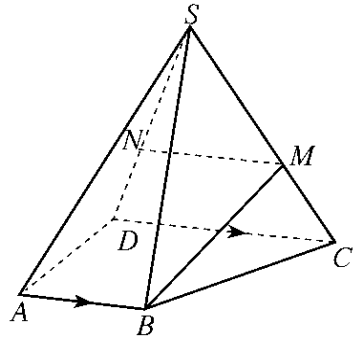
$\overleftrightarrow{CD} \subset (BCD)$ (6)

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ (7)

$\overleftrightarrow{HN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (8) من (1) و (2) و (3)

$\overleftrightarrow{ML} \parallel \overleftrightarrow{HN}$ من (4) و (8)

كراسة التمارين ص 51 رقم 5



(5) $SABCD$ هرم قاعدته شبه المنحرف $ABCD$ حيث إن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$

$M \in \overline{SC}$، المستوي ABM يقطع $\overleftrightarrow{SD}$ في N

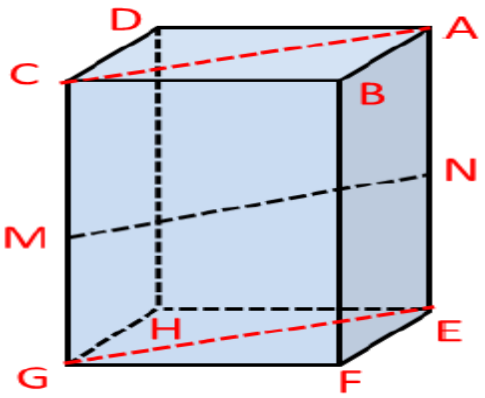
(a) أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي المستوي SDC

(b) أثبت أن: $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

كراسة التمارين ص 52 رقم 8

(8) $ABEF$, $ABCD$ متوازيا أضلاع غير مستويين معًا ويتقاطعان في $\overleftrightarrow{AB}$

أثبت أن: $CDEF$ متوازي أضلاع



حاول أن تحل(3) صـ 127..

$ABCDEFGH$ شبه مكعب.

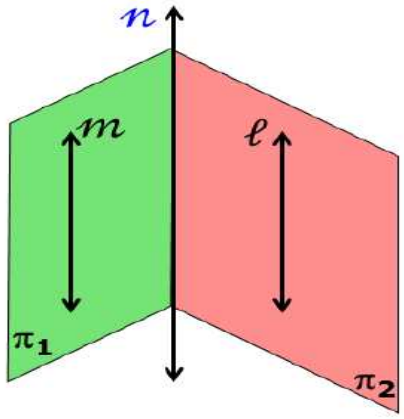
M منتصف $\overline{CG}$ ، N منتصف $\overline{AE}$.

أثبت أن $(EFGH)$ يوازي $\overleftrightarrow{MN}$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-2) ت/ المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء		

نتيجة (1)

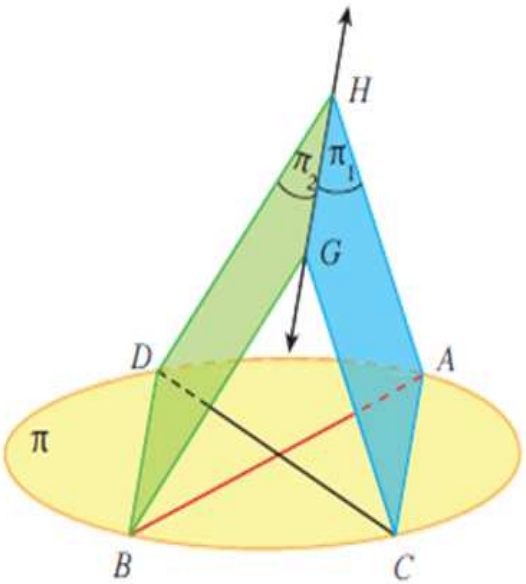
إذا توازى مستقيمان و مر بهما مستويان متقاطعان ، فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين



$\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{\ell} \subset \pi_2$, $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{n}$

$\Longrightarrow$ $\overleftrightarrow{\ell} \,//\, \overleftrightarrow{m} \,//\, \overleftrightarrow{n}$

مثال (3)..



في الشكل المقابل: $\overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

المعطيات: $\overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

المطلوب: اثبات أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

البرهان:

□ $\overline{AB}, \overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

∵ ينصف كل منهما الآخر ومتطابقان

∵ الشكل $ACBD$ مستطيل

$\therefore \overline{AC} \,//\, \overline{DB}$

$\because \overline{AC} \subset \pi_1, \overline{DB} \subset \pi_2, \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \,//\, \overleftrightarrow{AC} \,//\, \overleftrightarrow{DB}$

$\because \overleftrightarrow{GH} \,//\, \overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AC} \subset \pi$

$\therefore \overleftrightarrow{GH} \,//\, \pi$

كراسة التمارين ص 52 رقم 7

(7) ليكن π_1 , π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث:

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$

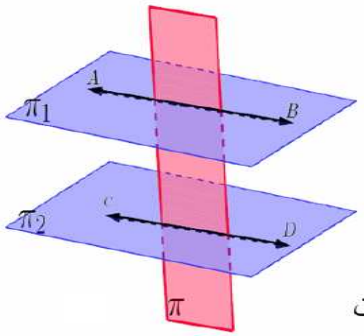
و $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$, $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$

أثبت أن: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-2) ت/ المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء		

نظرية (4)

إذا قطع مستو مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين



المعطيات : $\pi_2 \parallel \pi_1$

$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$ $\quad$ $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$

المطلوب : $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

البرهان : فرضا $\because \pi_2 \parallel \pi_1$

$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$ $\quad$ $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$

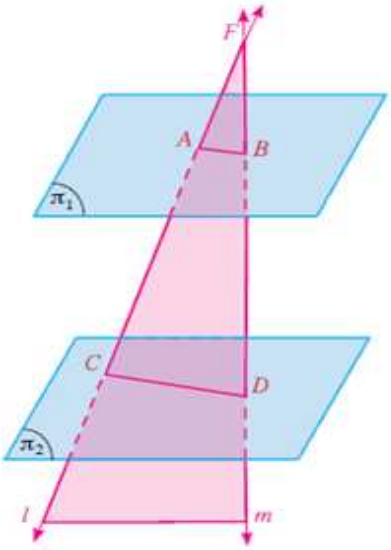
$\therefore \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \emptyset$

أي أن $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ هما متوازيان أو متخالفان

و لكن $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ يحويهما مستوي واحد π (2)

من (1) ، (2) نستنتج أن : $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

مثال (4)..



في الشكل المقابل: π_1, π_2 مستويين متوازيين.

$\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلا من π_1 في A, B ، π_2 في C, D

إذا كان $FB = 5\ cm, CD = 9\ cm, AC = 6\ cm, BD = 4\ cm$

فأوجد محيط المثلث FAB

المعطيات:

$\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F ويقطعان كلا من π_1 في A, B ، π_2 في C, D

إذا كان $FB = 5\ cm, CD = 9\ cm, AC = 6\ cm, BD =$

المطلوب:

إيجاد محيط المثلث FAB

البرهان:

$\because \overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \{F\}$

$\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ يعينان مستو واحد π

$\pi_1 \parallel \pi_2$

$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}, \pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

في المستوي π $\quad$ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\therefore$ المثلثان FAB, FCD متشابهان.

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{5}{4+5} = \frac{FA}{FA+6} = \frac{AB}{9}$$

$$\frac{5}{4+5} = \frac{FA}{FA+6}$$

$$9FA = 5(FA+6)$$

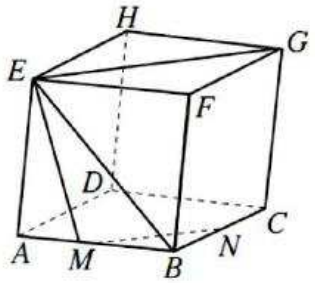
$$4FA = 30 \quad \Rightarrow \quad FA = 7.5\ cm$$

$$\frac{5}{4+5} = \frac{AB}{9} \quad \Rightarrow \quad AB = 5\ cm$$

محيط المثلث FAB يساوي:

$$FA + FB + AB = 7.5\ cm + 5\ cm + 5\ cm = 17.5\ cm$$

كراسة التمارين ص 51 رقم 4



$ABCDEFGH$ مكعب.

$M \in \overline{AB}$، المستوي GEM يقطع $\overline{BC}$ في النقطة N

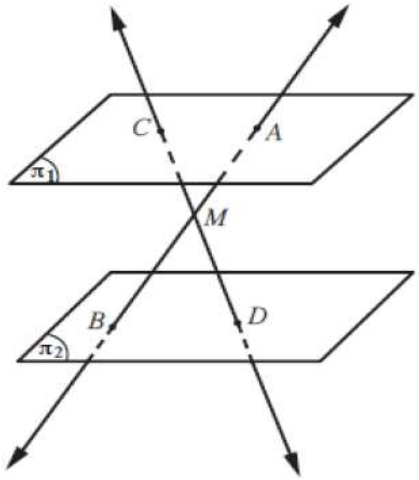
أثبت أن: $\overleftrightarrow{GE} \parallel \overleftrightarrow{MN}$

كراسة التمارين ص 52 رقم 9

في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما،

حيث $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

أثبت أن: $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

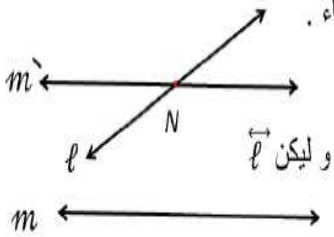


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-3) تعامد مستقيم مع مستوي		

الزاوية بين مستقيمين متخالفين

هي الزاوية التي يصنعها أحدهما مع أي مستقيم قاطع له و مواز للأخر

$\overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{\ell}$ مستقيمان متخالفان في الفضاء .



نأخذ النقطة N على أحد المستقيمين و ليكن $\overleftrightarrow{\ell}$

نرسم $\overleftrightarrow{m`}$ يوازي $\overleftrightarrow{m}$ و يمر بالنقطة N

الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{m`}$ ، $\overleftrightarrow{\ell}$ هي أحدى الزوايا الناتجة عن تقاطع $\overleftrightarrow{m`}$ ، $\overleftrightarrow{\ell}$

$\hat{N}$ الزاوية الحادة بين المستقيمين m ، ℓ

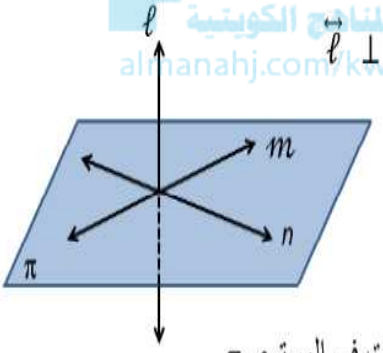
ملاحظة : لا تتأثر الزاوية بتغير موقع النقطة N

تعريف

يكون المستقيم ℓ عموديا على المستوى π إذا كان $\overleftrightarrow{\ell}$ عموديا على جميع المستقيمات الواقعة في π و يرمز له بـ : $\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi$

نقول أيضا إن π عمودي على $\overleftrightarrow{\ell}$ $\quad \pi \perp \overleftrightarrow{\ell}$

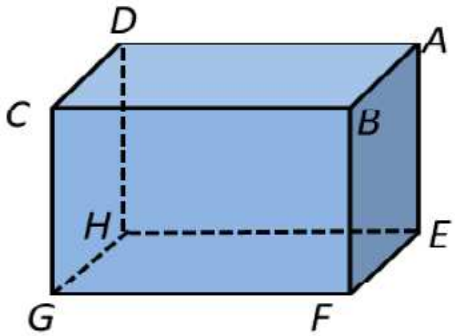
في الشكل المجاور : إذا كان $\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi$



فإن ℓ عموديا على كل المستقيمات في المستوى π

نظرية (5)

المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديا على مستويهما



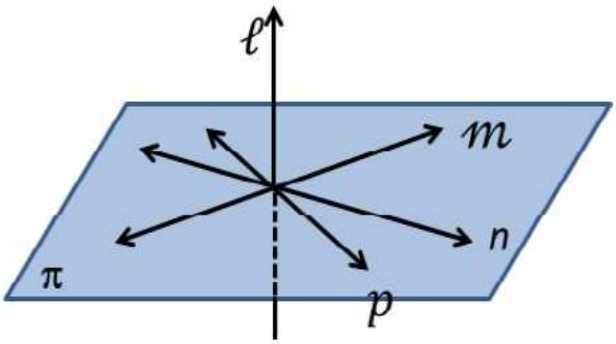
$$\overleftrightarrow{GF} \cap \overleftrightarrow{GH} = \{G\}$$

$$\overleftrightarrow{CG} \perp \overleftrightarrow{GH} \quad ، \quad \overleftrightarrow{CG} \perp \overleftrightarrow{GH}$$

$$\overleftrightarrow{CG} \perp (EFGH)$$

نتيجة (2)

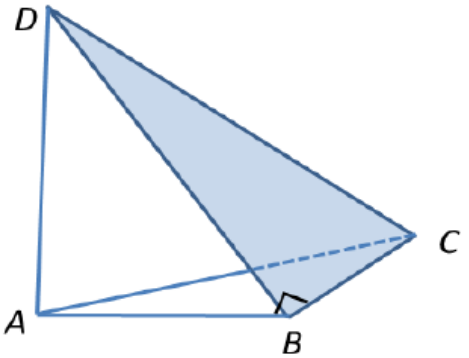
جميع المستقيمات العمودية على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي إلى هذا المستقيم تكون محتواه في مستو واحد عموديا على المستقيم المعلوم



مثال (1)
صـ 131

في الشكل المقابل ،المثلث ABC قائم في $\hat{B}$, $\overleftrightarrow{AD} \perp (ABC)$
إثبت أن المثلث DBC قائم في $\hat{B}$

البرهان



$\overleftrightarrow{AD} \perp (ABC)$, $\overleftrightarrow{BC} \perp (ABC)$ (معطى)

$\therefore \overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC} \longrightarrow (1)$ (نظرية)

$\because$ المثلث ABC قائم في $\hat{B}$

$\therefore \overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{AB} \longrightarrow (2)$

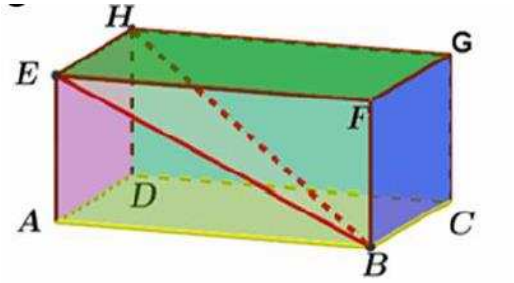
$\because$ المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AD}$ متقاطعان

$\therefore$ يعينان المستوي (ABD) $\longleftarrow$ (3)

من (1) ، (2) ، (3) $\therefore \overleftrightarrow{BC} \perp (ABD)$

$\because \overleftrightarrow{BD} \subset (ABD) \longrightarrow \therefore \overleftrightarrow{BC} \perp \overleftrightarrow{BD}$ (نظرية)

$\therefore$ المثلث BCD قائم في $\hat{B}$

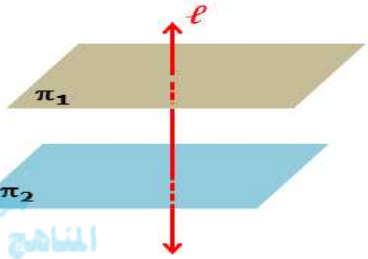


حاول أن تحل(1) صـ 132

في شبه المكعب المقابل، أثبت أن المثلث BEH قائم في $\hat{E}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(10-3) ت / تعامد مستقيم مع مستوي		

نظرية (6) إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستويين مختلفين فإنهما يكونان متوازيان

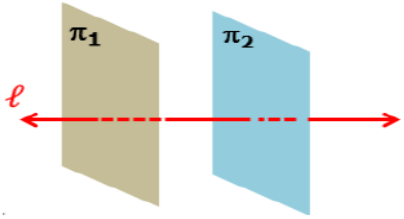


$\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_1 \ , \ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_2 \longrightarrow \pi_1 \parallel \pi_2$

نظرية (7)

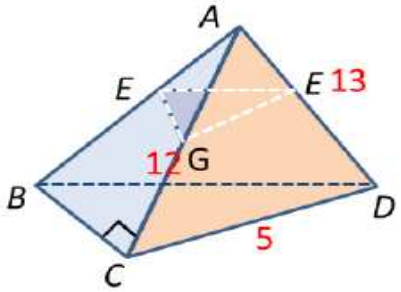
إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه يكون عموديا على المستوى الأخر

$\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_1 \ , \ \pi_1 \parallel \pi_2 \longrightarrow \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi_2$



مثال (2) صـ132

في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوى BCD،
و النقاط E,G,F منتصفات $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ على الترتيب
إذا كان $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{CB}$ و كان $CD=5cm \ , AC=12cm \ , AD=13cm$
فأثبت أن $(EGF) \parallel (BCD)$



البرهان

في المثلث : ACD

$(AD)^2 = 169 \ , \ (AC)^2+(CD)^2 = 169$

$\therefore$ المثلث ACD قائم في $\hat{C}$

$\therefore \overline{AC} \perp \overline{CD} \ , \ \overline{AC} \perp \overline{CB}$ (معطى)

وحيث أن $\overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{CB}$ متقاطعان

$\therefore \overleftrightarrow{AC} \perp (BCD) \Longrightarrow (1)$ نظرية

في المثلث : ABC $\because$ E منتصف $\overline{AB}$ ، G منتصف $\overline{AC}$

$\therefore \overleftrightarrow{EG} \parallel \overleftrightarrow{CB}$

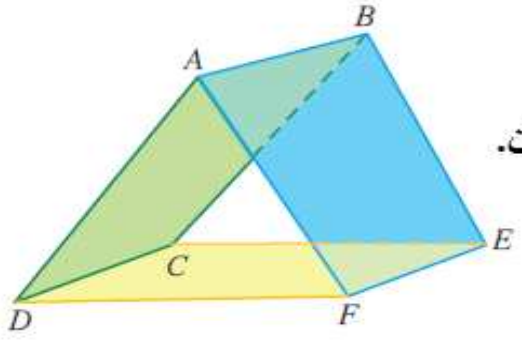
و لكن $m(\hat{BCA}) = 90^\circ$

$\therefore m(\hat{AGE}) = 90 \longrightarrow \overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{EG}$

و بالمثل $\overleftrightarrow{AG} \perp \overleftrightarrow{GF}$

$\therefore \overleftrightarrow{AG} \perp (EGF) \longrightarrow \overleftrightarrow{AC} \perp (EGF) \longrightarrow (2)$

من (1) ، (2) $\therefore (EGF) \parallel (BCD)$



حاول أن تحل(2) صـ 133..

في الشكل المقابل: $ABEF , ABCD$ مستطيلان.

أثبت أن: $(AFD) // (BEC)$

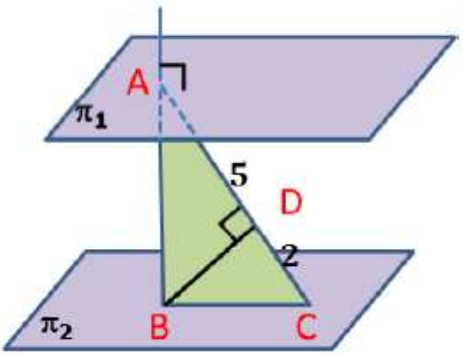
ص134

مثال (3)

في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1$, $\pi_1 // \pi_2$

رسم $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{BD}$ في المستوى ABC , $\overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2$, $A \in \pi_1$

أوجد : BD



البرهان

$\because \pi_1 // \pi_2 , \overleftrightarrow{AB} \perp \pi_1$

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \perp \pi_2$ نظرية 7

$\therefore \overline{AB}$ عمودي على كل مستقيم في π_2

$\because \overleftrightarrow{BC} \subset \pi_2 \Longrightarrow \overline{AB} \perp \overline{BC}$

في المثلث ABC القائم في $\hat{B}$

صـ132

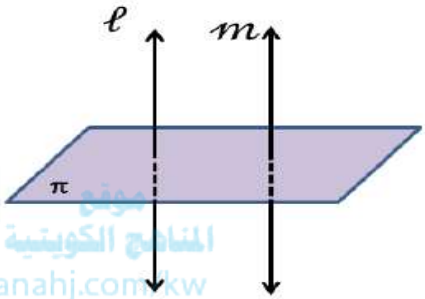
$\because \overline{BD} \perp \overline{BC}$

$\therefore (BD)^2 = AD \times DC = 5 \times 2 = 10$

$BD = \sqrt{10}\ cm$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / ٢٠٢ م		
الموضوع	(3-10) ت / تعامد مستقيم مع مستوي		

نظرية (8) المستقيمان العموديان على مستو متوازيان .



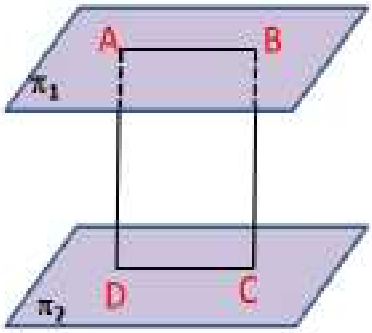
$\overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \ , \ \overleftrightarrow{m} \perp \pi \Rightarrow \overleftrightarrow{\ell} \ // \ \overleftrightarrow{m}$

نظرية (9)

إذا توازى مستقيمان أحدهما عموديا على مستو كان المستقيم الأخر عموديا على المستوى أيضا

$\overleftrightarrow{\ell} \ // \ \overleftrightarrow{m} \ , \ \overleftrightarrow{\ell} \perp \pi \Rightarrow \overleftrightarrow{m} \perp \pi$

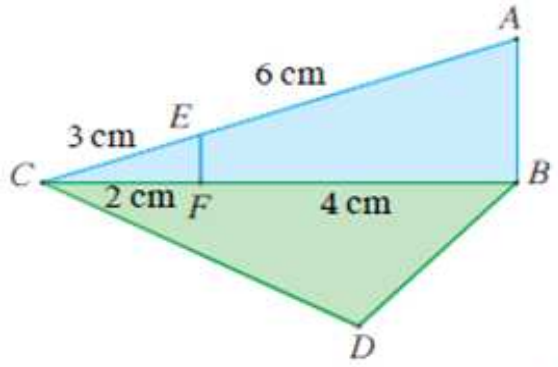
ص134
حاول أن
تحل (3)



في الشكل المقابل : $\pi_1 \ // \ \pi_2$ ، A,B نقطتان في π_1
، C,D نقطتان في π_2 : $\overleftrightarrow{BC} \perp \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{AD} \perp \pi_2$

اثبت ان $ABCD$ مستطيل

مثال (4)..



في الشكل المقابل إذا كان $\overline{AB} \perp (BCD)$
وكان $CE = 3\ cm\ , EA = 6\ cm$
$, CF = 2\ cm\ , FB = 4\ cm$
أثبت أن: $\overline{EF} \perp \overline{DB}$

المعطيات: $\overleftrightarrow{AB} \perp (BCD)$
$CE = 3\ cm\ , EA = 6\ cm\ , CF = 2\ cm\ , FB = 4\ cm$

المطلوب: إثبات أن $\overline{EF} \perp \overline{DB}$

البرهان:
□ $\overline{AB}\ , \overline{CA}$ متقاطعان E يعينان مستو وحيد (ABC)
في المثلث CAB:

$$\frac{CE}{EA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CF}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{EF} // \overline{AB}$$
$$\because \overline{AB} \perp (BCD)$$
$$\therefore \overline{EF} \perp (BCD) \qquad (1)$$
$$\overline{DB} \subset (BCD) \qquad (2)$$

من (2) , (1) نستنتج أن:

$$\overline{EF} \perp \overline{DB}$$

بنـــود موضوعـــــــية

بند 1-7

في التمارين (4—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الصورة الجبرية للعدد: $\sqrt{-4}+3$ هي: $3+2i$ — (a) (b)

(2) مرافق العدد المركب: $z=3+4i$ هو: $\overline{z}=-3-4i$ — (a) (b)

(3) المعكوس الجمعي للعدد المركب $z=3-2i$ هو: $-z=3+2i$ — (a) (b)

(4) الصورة المبسّطة للتعبير: $(12+5i)-(2-i)$ هي: $10+6i$ — (a) (b)

في التمارين (14—5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) العدد: $\sqrt{-225}+32$ يكتب بالصورة الجبرية كما يلي:

(a) $-15+6i$ (b) $6+15i$ (c) $6-15i$ (d) $32+15i$

(6) حل المعادلة: $-10-6i=2x+3yi$ هو:

(a) $x=5\ ,\ y=-2$ (b) $x=-5\ ,\ y=-2$ (c) $x=-5\ ,\ y=2$ (d) $x=5\ ,\ y=2$

(8) إذا كان: $xi^2+3yi=5+3i^5$ فإن $(x\ ,\ y)$ تساوي

(a) $(5,\ 1)$ (b) $(-5,\ -1)$ (c) $(5,\ -1)$ (d) $(-5,\ 1)$

(9) أبسط صورة للتعبير: $(3+\sqrt{-4})(4+\sqrt{-9})$ هي:

(a) $18+17i$ (b) $18+3\sqrt{-9}+4\sqrt{-4}$

(c) $6+17i$ (d) 18

(10) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=(1+2i)^2$ هي:

(a) $z=-3+4i$ (b) $z=5+4i$ (c) $z=-3$ (d) $z=5$

(12) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\frac{i}{i+2}$ هي:

(a) $z=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ (b) $z=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

(c) $z=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$ (d) $z=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$

(13) إذا كان $z=i$ فإنّ z^{250} يساوي:

(a) $-i$ (b) i (c) 1 (d) -1

(14) ليكن $x\in\mathbb{Z}^+$ فإنّ مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5+i^x)$ عددًا حقيقيًّا هي:

(a) $\mathbb{Z}^+$ (b) $\{0,2,4,6,...\}$ (c) $\{1,3,5,...\}$ (d) $\{2,4,6,...\}$

بند 7-2

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4,\frac{7\pi}{6}\right)$ هي: $A(-2\sqrt{3},2)$ (a) (b)

(2) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2},135^\circ)$ هي: $B(-1,1)$ (a) (b)

(3) الإحداثيات القطبية للنقطة: $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي: $M\left(1,\frac{5\pi}{4}\right)$ (a) (b)

(5) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ هي: $z=1-i$ (a) (b)

في التمارين (7–13)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $A\left(4,\frac{5\pi}{3}\right)$ هي:

(a) $A(2,2\sqrt{3})$ (b) $A(-2,2\sqrt{3})$ (c) $A(-2,-2\sqrt{3})$ (d) $A(2,-2\sqrt{3})$

(8) الإحداثيات القطبية للنقطة: $B\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ هي:

(a) $B\left(1,\frac{-\pi}{4}\right)$ (b) $B\left(1,\frac{\pi}{4}\right)$ (c) $B\left(1,\frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $B\left(1,\frac{-3\pi}{4}\right)$

(11) الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=3\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ حيث $0\leqslant\theta<2\pi$ هي:

(a) $z=-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$ (b) $z=-\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(c) $z=-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$ (d) $z=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

(12) $\forall n\in\mathbb{Z}^+$ فإنّ قيمة $(i^{2n+2}+i^{2n+8})$ تساوي:

(a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) i^{-2n}

(13) $(6-2i+3i^5)^2$ تساوي:

(a) $35-12i$ (b) $35+12i$ (c) $81-12i$ (d) $81+12i$

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حل المعادلة: $\overline{z}+2=5-i$ هو: $z=3+i$ (a) (b)

(2) حل المعادلة: $2z+\overline{z}-3-5i=0$ هو: $z=1-5i$ (a) (b)

(3) مجموعة حل المعادلة: $z^2-4z+5=0$ هي: $\{-2-i,2+i\}$ (a) (b)

في التمارين (7–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) حل المعادلة: $2z-5+6i=-3\overline{z}$ هو:

(a) $z=1+6i$ (b) $z=-1+6i$ (c) $z=1-6i$ (d) $z=-1-6i$

(8) مجموعة حل المعادلة: $z^2-4z+20=0$ هي:

(a) $\{2-4i,-2-4i\}$ (b) $\{-2+4i,-2-4i\}$

(c) $\{2-4i,-2+4i\}$ (d) $\{2-4i,2+4i\}$

(10) حل المعادلة $(3-4i)z=5-2i$ هو:

(a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{2}i$ (b) $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}i$ (c) $\frac{23}{25}+\frac{14}{25}i$ (d) $\frac{23}{25}-\frac{14}{25}i$

بند 1-8

في التمارين (1—7)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(3) الدالة $y=3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$ (a) (b)

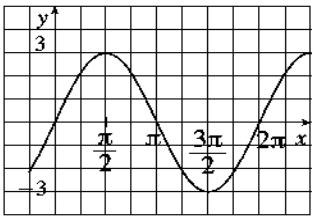
(5) سعة الدالة $y=-5\cos 2x$ هي -5 (a) (b)

(6) في الدالة f حيث $f(x)=a\cos bx$ يكون: $2|a|=\max f+\min f$ (a) (b)

(7) الدالتان f, g حيث $g(x)=\tan 4x$ ، $f(x)=\cos 8x$ لهما نفس الدورة. (a) (b)

في التمارين (8—17)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:

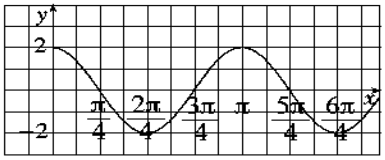


(a) $f(x)=3\cos x$ (b) $f(x)=3\sin x$
(c) $f(x)=-3\sin x$ (d) $f(x)=\sin 3x$

(9) لتكن $f(x)=3\tan 2x$ فإن:

(a) السعة $=1$ (b) السعة $=2$ (c) السعة $=3$ (d) f ليس لها سعة

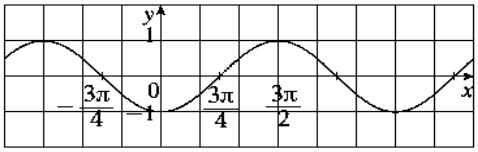
(10) ليكن بيان f كما في الشكل التالي:



فإن f يمكن أن تكون:

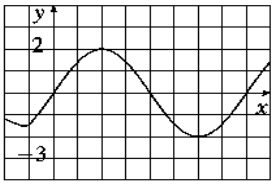
(a) $2\cos 2x$ (b) $\cos 2x$ (c) $\cos\frac{x}{2}$ (d) $\sin 2x$

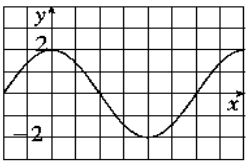
(11) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:

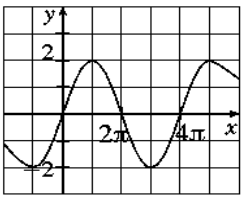


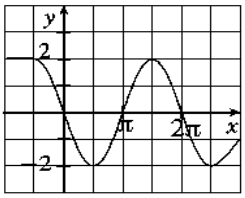
(a) π (b) 2π (c) 3π (d) $\frac{6\pi}{4}$

(12) لتكن الدالة g حيث: $g(x)=a\sin bx$ فإن بيان g لا يمكن أن يكون:

(a)


(b)


(c)


(d)


(17) في الدالة المثلثية $y = -2\sin(\frac{\pi}{5}x)$ السعة والدوره هما:

ⓐ $-2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$

ⓑ $2\ ,\ \frac{10\pi}{3}$

ⓒ $2\ ,\ \frac{3\pi}{5}$

ⓓ $2\ ,\ \frac{2\pi}{15}$

بند3-8

في التمارين (3–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{B}) = 30^\circ$, $BC = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC = 10.154\,\text{cm}$ (a) (b)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$, $AB = 12\,\text{cm}$, $AC = 16\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (a) (b)

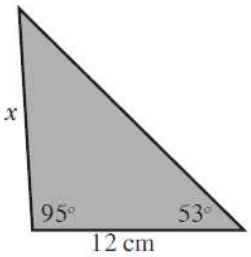
(3) في كل مثلث ABC يكون: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (a) (b)

في التمارين (9–4)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(4) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $AC = 10\,\text{cm}$ فإنّ طولي $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ يساويان:

(a) 7.43 cm , 15.32 cm
(b) 6.53 cm , 13.47 cm
(c) 13.47 cm , 15.32 cm
(d) 7.43 cm , 6.53 cm

(5) في المثلث المقابل، x تساوي حوالي:



(a) 8.6 cm
(b) 15 cm
(c) 18.1 cm
(d) 19.2 cm

(6) مثلث قياسات زواياه: $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$، طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm
طول أطول ضلع حوالي:

(a) 11 cm
(b) 11.5 cm
(c) 12 cm
(d) 12.5 cm

(7) القياسات المعطاة في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 56^\circ$, $AC = 23\,\text{cm}$, $AB = 19\,\text{cm}$، طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) 12 cm
(b) 18 cm
(c) 19 cm
(d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

بند4-8

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $AB = 24\,\text{cm}$, $AC = 19\,\text{cm}$, $BC = 27\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$ (a) (b)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60^\circ$, $BC = 44\,\text{cm}$, $AB = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\,\text{cm}$ (a) (b)

(3) في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ (a) (b)

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $12\,\text{cm}, 8\,\text{cm}, 5\,\text{cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى 133.4° (a) (b)

في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10\,\text{cm}$, $BC = 20\,\text{cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) $AB = 10\sqrt{7}\,\text{cm}$ (b) $AB = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$ (c) $AB = 12.4\,\text{cm}$ (d) $AB = 29\,\text{cm}$

(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30\,\text{cm}$, $AC = 40\,\text{cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) $BC \approx 60.8\,\text{cm}$ (b) $BC \approx 36\,\text{cm}$ (c) $BC \approx 68\,\text{cm}$ (d) $BC \approx 21\,\text{cm}$

(7) إذا كان $BC = 25\,\text{cm}$, $AC = 17\,\text{cm}$, $AB = 12\,\text{cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالى:

(a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°

بند5-8

في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

(5) إذا كان a, b طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع و θ قياس الزاوية بينهما
فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$ (a) (b)

(6) في المثلث ABC: $AC = 9\,\text{cm}$, $AB = 7\,\text{cm}$, $BC = 5\,\text{cm}$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى $15\,\text{cm}^2$ (a) (b)

في التمارين (10–7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان: $a = 2\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $m(\widehat{C}) = 40^\circ$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالى:

(a) $4.6\,\text{cm}^2$ (b) $3.86\,\text{cm}^2$

(c) $1.93\,\text{cm}^2$ (d) $2.3\,\text{cm}^2$

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $7\,\text{cm}$, $8\,\text{cm}$, $9\,\text{cm}$ هي:

(a) $6\sqrt{15}\,\text{cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

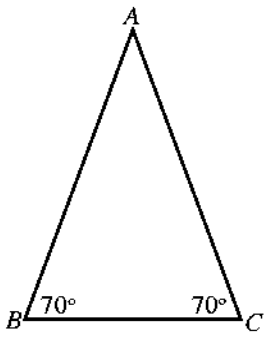
(c) $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

(a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\,\text{units}^2$ (b) $a^2\,\text{units}^2$

(c) $\frac{1}{2}a^2\,\text{units}^2$ (d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\,\text{units}^2$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالى $8\,\text{cm}^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:



(a) 5 cm (b) 8 cm

(c) 4 cm (d) 6 cm

بند3-9

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حل المعادلة $\sin x = \frac{1}{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) (b)

(2) حل المعادلة $\cos x = \sqrt{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) (b)

(3) حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$، حيث k عدد صحيح. (a) (b)

(4) حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ (a) (b)

(5) حلول المعادلة $2\sin^2 x = 1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ (a) (b)

في التمارين (11–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

(a) الأول (b) الأول أو الثالث

(c) الثالث (d) الثاني أو الرابع

(7) حلول المعادلة: $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$ (b) $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$

(c) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$ (d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

(8) حلول المعادلة: $2\sqrt{2}\sin x \cos x - \sqrt{2}\cos x - 2\sin x = -1$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

(a) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sin 75° = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (a) (b)

(2) $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ (a) (b)

(3) $\cos(h+\frac{\pi}{2}) = -\cos h$ (a) (b)

(4) $\tan^2\frac{\pi}{12} + \tan^2\frac{5\pi}{12} = 14$ (a) (b)

في التمارين (5–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) $\tan\frac{7\pi}{12}$ تساوي:

(a) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(c) $2+\sqrt{3}$ (d) $-2-\sqrt{3}$

(6) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ (b) $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

(7) $\tan\left(h+\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

(a) $1+\tan h$

(b) $\frac{1-\tan h}{1+\tan h}$

(c) $\frac{1+\tan h}{1-\tan h}$

(d) $1-\tan h$

(8) $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي:

(a) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x-\sin x)$

(b) $\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos x+\sin x)$

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x+\sin x)$

(9) $\cos 94^\circ \cos 18^\circ+\sin 94^\circ \sin 18^\circ$ تساوي:

(a) $\cos 112^\circ$

(b) $\cos 76^\circ$

(c) $\sin 112^\circ$

(d) $\sin 76^\circ$

(10) $\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7}-\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي:

(a) $\cos\frac{4\pi}{21}$

(b) $\sin\frac{4\pi}{21}$

(c) $\cos\frac{10\pi}{21}$

(d) $\sin\frac{10\pi}{21}$

(11) $\frac{\tan\frac{\pi}{5}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{5}\tan\frac{\pi}{3}}$ تساوي:

(a) $\tan\frac{2\pi}{15}$

(b) $\tan\frac{8\pi}{15}$

(c) $\tan\left(\frac{-8\pi}{15}\right)$

(d) $\tan\left(\frac{-2\pi}{15}\right)$

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sin 4x = 2\sin 2x \cos 2x$ (a) (b)

(2) $\sin 4x = -4\cos x \sin^3 x + 4\cos^3 x \sin x$ (a) (b)

(3) $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$ (a) (b)

(4) $\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$ (a) (b)

(5) $\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1$ (a) (b)

في التمارين (8–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $2\cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي:

(a) $\frac{1+\cos x}{2}$ (b) $1+\cos x$

(c) $1+\cos 2x$ (d) $\frac{1-\cos 2x}{2}$

(7) $\cos\frac{\pi}{8}$ تساوي:

(a) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ (b) $\sqrt{2}-1$

(c) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ (d) $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$

(8) إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\cos\theta = \frac{-7}{25}$ فإن $\cos\frac{\theta}{2}$ يساوي:

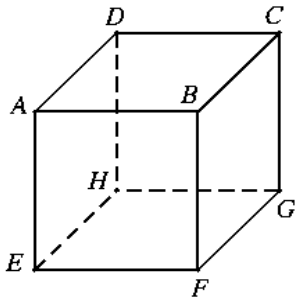
(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{-2}{5}$

(c) $\frac{-3}{5}$ (d) $\frac{3}{5}$

تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$ABCDEFGH$ مكعّب.



(1) المستقيمان AB, HG يعينان مستويًا. (a) (b)

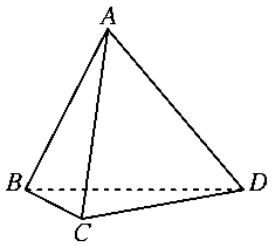
(2) النقاط B, D, H, F تعيّن مستويًا. (a) (b)

(3) النقاط A, B, G, C تعيّن مستويًا. (a) (b)

(4) المستقيمان GC, EF يعينان مستويًا. (a) (b)

(5) المستقيمان BC, AB يعينان مستويًا. (a) (b)

في التمارين (6–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.



(6) النقاط B, C, D تعيّن:

(a) مستويًا واحدًا (b) مستويين اثنين

(c) عدد لا منته من المستويات (d) لا يمكن أن تعيّن مستويًا

في التمارين (5—1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) يكون المستويان متوازيين إذا اشتركا في نقطة واحدة على الأقل. (a) (b)

(2) إذا وازى مستقيم مستويًا فإنهما لا يشتركان في أي نقطة من نقاطهما. (a) (b)

(3) إذا وازى مستقيم l مستوي π فإن $\overleftrightarrow{l}$ يوازي مستقيمًا وحيدًا في π (a) (b)

(4) إذا كان: $\overleftrightarrow{m} \parallel \pi$, $\overleftrightarrow{l} \parallel \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$ (a) (b)

(5) إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين. (a) (b)

في التمارين (8—6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطّي التقاطع:

(a) متقاطعان (b) متخالفان

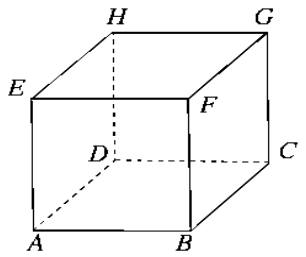
(c) متوازيان (d) متعامدان

(7) إذا كان $\pi_1 \parallel \pi_2$ ، $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_1$ ، $\overleftrightarrow{m} \subset \pi_2$ فإن:

(a) $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$ (b) $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$

(c) $\overleftrightarrow{l}, \overleftrightarrow{m}$ متخالفان (d) $\overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \phi$

(8) في المكعّب $ABCDEFGH$، $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{EG}$ هما:

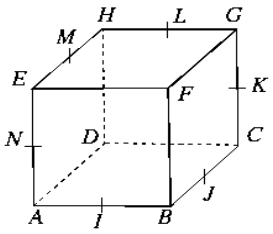


(a) متوازيان (b) متقاطعان

(c) متخالفان (d) يحويهما مستوٍ واحد

في التمارين (12—9)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين من القائمة (1) للحصول على إجابة صحيحة.

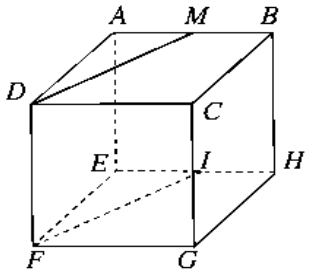
في المكعب المقابل I, J, K, L, M, N منتصفات $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$, $\overline{EA}$ على الترتيب.



القائمة (1)	القائمة (2)
(9) $\overleftrightarrow{EK} \parallel$	(a) (MNK)
(10) $\overleftrightarrow{ML} \parallel$	(b) (NBC)
	(c) (AFC)

القائمة (1)	القائمة (2)
(11) $(IJK) \parallel$	(a) (MNC)
(12) $(JKE) \parallel$	(b) (HFG)
	(c) (LMN)

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.



أسئلة التمرينين (2–1)، على الشكل المقابل حيث $ABCDEFGH$ مكعّب،
النقطة M منتصف $\overline{AB}$، I منتصف $\overline{EH}$.

(1) $\overleftrightarrow{MI} \perp (EFGH)$ (a) (b)

(2) $\overleftrightarrow{MD} \perp (BCGH)$ (a) (b)

(3) إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة جميع أحرفه متطابقة فإن: $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (a) (b)

(4) المستويان العمودان على ثالث متوازيان. (a) (b)

(5) إذا كان $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$, $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \subset \pi$ (a) (b)

(6) إذا كان المستقيمان l , m متخالفان وكان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{n}$ (a) (b)

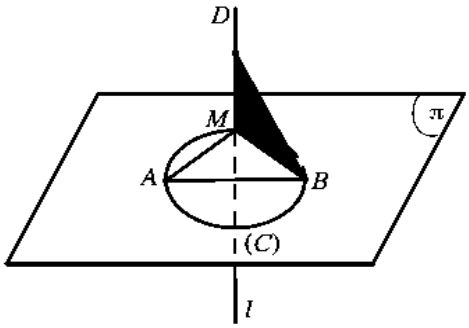
(7) إذا كان المستقيمان l , m متخالفان وكان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l}$, $\overleftrightarrow{n}$ متخالفان. (a) (b)

في التمارين (11–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان: $\overleftrightarrow{l} \perp \pi_1$, $\overleftrightarrow{l} \subset \pi_2$ فإن:

(a) $\pi_1 \parallel \pi_2$ (b) $\pi_1 \perp \pi_2$ (c) $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{l}$ (d) $\pi_1 = \pi_2$

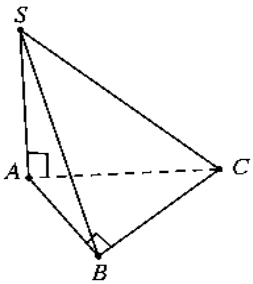
(9) في الشكل المقابل:
إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:



(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$ (b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$ (d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

(10) في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B}) = 90°$، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن:



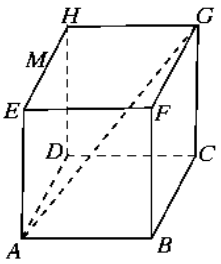
(a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$

(b) $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$

(c) المثلث SAB متطابق الضلعين.

(d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$

(11) يمثل الشكل المقابل مكعبًا، إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره AG يساوي:



(a) $\sqrt{3}$ cm (b) $3\sqrt{3}$ cm

(c) 9 cm (d) 18 cm