نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2023/ 2024 م

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (15 درجة)

(a) أوجد : $\int x^5\sqrt{3+x^2}\,dx$ (8 درجات)

الحل :

بوضع :

الدرجة	الحل
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$u = 3+x^2 \longrightarrow x^2 = u-3$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$du = 2x\,dx \longrightarrow x\,dx = \frac{1}{2}du$
$\frac{1}{2}$	$\int x^4\sqrt{3+x^2}\,x\,dx = \int (x^2)^2\sqrt{3+x^2}\,x\,dx$
$\frac{1}{2}$	$= \int \frac{1}{2}(u-3)^2 \,.\, u^{\frac{1}{2}}\,du$
$1\frac{1}{2}$	$= \int \frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}(u^2-6u+9)\,du$
$\frac{1}{2}$	$= \int \left(\frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}} - 3u^{\frac{3}{2}} + \frac{9}{2}u^{\frac{1}{2}}\right)du$
2	$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{7}\right)u^{\frac{7}{2}} - 3\left(\frac{2}{5}\right)u^{\frac{5}{2}} + \left(\frac{9}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)u^{\frac{3}{2}} + C$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{7}u^{\frac{7}{2}} + \frac{6}{5}u^{\frac{5}{2}} + 3u^{\frac{3}{2}} + C$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{7}(3+x^2)^{\frac{7}{2}} + \frac{6}{5}(3+x^2)^{\frac{5}{2}} + 3(3+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$

تابع السؤال الأول

(b) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه $(0\,,0)$ إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني وطوله $12\ cm$ والمسافة بين البؤرتين $8\ cm$ **(7 درجات)**

الحل :

∵ محوره الأكبر ينطبق على المحور السينى

∴ معادلة القطع الناقص هي

1 $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

∵ طول المحور الأكبر هو $12\ cm$

$\frac{1}{2}+1$ $\therefore 2a=12 \longrightarrow \therefore a=6$

∵ المسافة بين البؤرتين هي $8\ cm$

$\frac{1}{2}+1$ $\therefore 2c=8 \longrightarrow \therefore c=4$

$\frac{1}{2}$ $b^2=a^2-c^2$

$\frac{1}{2}+1$ $b^2=6^2-4^2=36-16=20$

كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

∴ معادلة القطع الناقص هي :

1 $$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$$

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) لتكن معادلة القطع الزائد هي : $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

أوجد : رأسي القطع – البؤرتين **(6 درجات)**

الحل :

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$$

المعادلة على الصورة $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ — $\frac{1}{2}$

المحور القاطع على محور السينات و بالتالي :

$\therefore\ a^2 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore\ b^2 = 32 \Rightarrow b = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2 = 8 + 32 = 40 \Rightarrow c = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

(1) $\therefore$ البؤرتين هما : $F_1(-2\sqrt{10}, 0), F_2(2\sqrt{10}, 0)$ — 1

(2) $\therefore$ رأسا القطع هما : $A_1(-2\sqrt{2}, 0), A_2(2\sqrt{2}, 0)$ — 1

كنترول القسم العلمي
لجنة تقدير الدرجات

TRIPLE A

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{x^2 + 8x + 15}$ (9 درجات)

فأوجد : 1) الكسور الجزئية

2) $\int f(x)dx$

الحل:

1)

$$x^2 + 8x + 15 = (x+5)(x+3)$$

1 $$\frac{2}{(x+5)(x+3)} = \frac{A_1}{x+5} + \frac{A_2}{x+3}$$

1 $$2 = A_1(x+3) + A_2(x+5)$$

نعوض عن x بـ -3

$\frac{1}{2}$ $$2 = A_1(-3+3) + A_2(-3+5)$$

$\frac{1}{2}$ $$2A_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad A_2 = 1$$

نعوض عن x بـ -5

$\frac{1}{2}$ $$2 = A_1(-5+3) + A_2(-5+5)$$

$\frac{1}{2}$ $$-2A_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad A_1 = -1$$

1 $$\frac{2}{(x+5)(x+3)} = \frac{-1}{x+5} + \frac{1}{x+3}$$

2)

$\frac{1}{2}$ $$\int f(x)\,dx = \int \frac{2}{(x+5)(x+3)}\,dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int \left(\frac{-1}{x+5} + \frac{1}{x+3}\right) dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int \frac{-1}{x+5}dx + \int \frac{1}{x+3}\,dx$$

$2\frac{1}{2}$ $$= -\ln|x+5| + \ln|x+3| + C$$

السؤال الثالث: (15 درجة)

(a) أوجد: (9 درجات)

(1) $\int (2x+1)\ \sin x\ \ dx$

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\quad u = 2x+1 \qquad dv = \sin x\, dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\quad du = 2dx \qquad v = -\cos x$

$\frac{1}{2}$ $\quad \int u\ dv = u\,v - \int v\ du$

1 $\quad \int (2x+1)\ \sin x\, dx = -(2x+1)\cos x - \int -2\cos x\ dx$

$1\frac{1}{2}$ $\quad = -(2x+1)\cos x + 2sinx + C$

---

(2) $\int_1^4 \frac{8-x^4}{x^2}\, dx$

الحل :

1 $\quad \int_1^4 \frac{8-x^4}{x^2}\, dx = \int_1^4 \frac{8}{x^2} - \frac{x^4}{x^2}\ dx$

1 $\quad = \int_1^4 8x^{-2} - x^2\ \ dx$

1 $\quad = \left[-\frac{8}{x} - \frac{1}{3}x^3\right]_1^4$

$\frac{1}{2}$ $\quad = \left(-\frac{8}{4} - \frac{64}{3}\right) - \left(-8 - \frac{1}{3}\right)$

$\frac{1}{2}$ $\quad = -15$

تابع السؤال الثالث:

(b) حل المعادلة التفاضلية :

$y' - 2xy = 0$ (6 درجات)

الحل:

$y' - 2xy = 0 \ \rightarrow y' = 2xy$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\frac{dy}{dx} = 2xy \rightarrow \frac{dy}{y} = 2x dx$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\int \frac{dy}{y} = \int 2x\, dx$	$\frac{1}{2}$
$ln\|y\| = \quad x^2 + C$	$1 + \frac{1}{2}$
$\|y\| = \quad e^{x^2+c} = \quad e^{x^2}.e^c$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$y = \pm\, e^{x^2}.e^c \qquad : \qquad \pm\, e^c = k$	$\frac{1}{2}$
$y = k\, e^{x^2}$	$\frac{1}{2}$

كنترول القسم العلمي لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات و المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x-1}$ محور السينات في الفترة [1 ، 5] .

الحـل :

(8 درجات)

$$V = \pi \int_1^5 \left(f(x)\right)^2 dx \qquad 1$$

$$= \pi \int_1^5 \left(\sqrt{x-1}\right)^2 \, dx \qquad 1$$

$$= \pi \int_1^5 (x-1) \, dx \qquad 1$$

$$= \pi \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^5 \qquad 2$$

$$= \pi \left[\left(\frac{25}{2} - 5\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)\right] \qquad 2$$

$$= 8\pi \ \ units\,cube \qquad 1$$

تابع السؤال الرابع:

(b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن "عدد الصور". فأوجد ما يلي: **(7 درجات)**

(1) فضاء العينة (S) وعدد عناصره n(S)

(2) مدى المتغير العشوائي X

(3) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوئي X

الحل :

(1) فضاء العينة

2 $S = \{(H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (T,H,H), (H,T,T), (T,H,T),$
$(T,T,H), (T,T,T)\}$

$\frac{1}{2}$ $n(S) = 8$

(2) مدى المتغيرالعشوائي X

عناصر فضاء العينة S	عدد الصور في كل عنصر
(H,H,H)	3
(H,H,T)	2
(H,T,H)	2
(T,H,H)	2
(H,T,T)	1
(T,H,T)	1
(T,T,H)	1
(T,T,T)	0

2

$\frac{1}{2}$ ∴ مدى المتغير العشوائي: $X = \{0, 1, 2, 3\}$

احتمال كل عنصر

$P(X=0) = \frac{1}{8}$

$P(X=1) = \frac{3}{8}$

$P(X=2) = \frac{3}{8}$

$P(X=3) = \frac{1}{8}$

(3) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

2

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئــــة

(1) $F(x) = x^{-3}$ هي مشتقة عكسية للدالة : $F(x) = 3x^{-4}$

(2) لأي معادلة قطع مكافئ فإن اختلافه المركزي (e) يساوي 1

(3) لتكن $A(1, 3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن معادلة الدالة f هي $f(x) = x^3 + 9x - 1$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}}dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{3}{4}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

ⓑ $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ⓒ $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ⓓ $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{6}x^{\frac{1}{2}} + C$

(5) $\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}}dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓑ $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓒ $-2\sqrt{2 + \cot x} + C$

ⓓ $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + C$

(6) إذا كانت $y = x^2e^x - xe^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $e^x(x^2 - x)$

ⓑ $e^x(x^2 + 2x + 1)$

ⓒ $2xe^x - e^x$

ⓓ $e^x(x^2 + x - 1)$

(7) إذا كانت $y = \ln(x^2 + 1)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{x}{x^2+1}$ ⓑ $\frac{2}{x^2+1}$

ⓒ $\frac{2x}{x^2+1}$ ⓓ $\frac{-2x}{x^2+1}$

---

(8) $\int_{-1}^{1}(1-|x|)dx$ يساوي:

ⓐ -1 ⓑ 0

ⓒ 2 ⓓ 1

---

(9) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(-5,0)$ هي :

ⓐ $x^2 = 20y$ ⓑ $y^2 = 20x$

ⓒ $y^2 = -20x$ ⓓ $x^2 = -20y$

---

(10) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x : 0 \le x \le 2 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن $P(X=1)$ يساوي :

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ 1

ⓒ 0 ⓓ $\frac{1}{10}$

" انتهت الأسئلة "

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	**ⓑ**		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(9)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10