الرؤية :
جيل بالعلم واع
بالقيم راقٍ ناهض بالوطن

مدرسة قرطبة الثانوية بنات
QURTOBA HIGH SCHOOL

وزارة التربية
منطقة العاصمة التعليمية
مدرسة قرطبة الثانوية - بنات

قسم الرياضيات

الصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الثاني (الجزء الثاني)

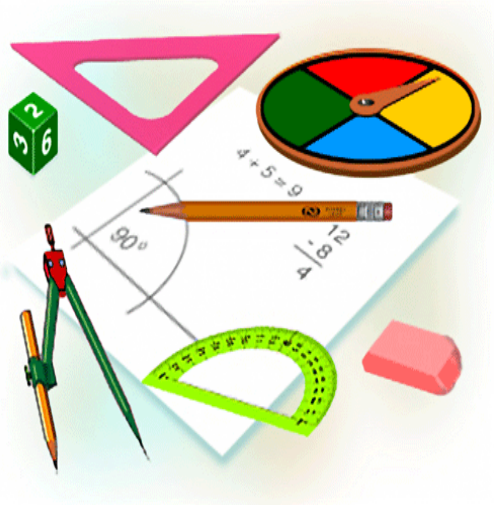
كراسة متابعة المتعلمة

2017/2018

"هذا الدفتر لايغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين"

اسم المتعلمة: ----------

الصف :----------



اعداد المعلمة/ عـــــزة عبدالغني

رئيسة القسم أ/ منال الشمري

الموجه الفني أ/ عبدالوهاب نور الدين

مديرة المدرسة أ/ هدي السعيد

التاريخ	متابعة الأعمال الصفية			توقيع ولي الأمر

مواعيد الاختبـــــــارات

الاختبار	اليوم	التاريخ	الكمية	توقيع ولي الأمر
اختبار تقويمي				
اختبار منتصف الفصل				

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-1) تطبيقات التكامل (المســـــــاحات في المســـتوي)		

أولًا: مساحة منطقة محددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a\,,b]$

إذا كانت: $f(x) \geqslant 0 \qquad \forall\, x \in [a\,,b]$

فإن $A = \int_a^b f(x)\,dx$

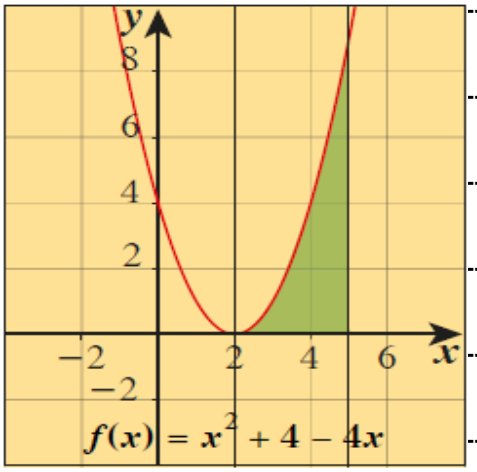
إذا كانت: $f(x) \leqslant 0 \qquad \forall\, x \in [a\,,b]$

فإن $A = -\int_a^b f(x)\,dx$

يبيّن الشكل المقابل بيان الدالة: $f(x) = x^2 + 4 - 4x$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة ومحور السينات

والمستقيمين $x = 2$, $x = 5$



حاول أن تحل

● أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 5x + 4$ ومحور السينات.

كراسة التمارين صـ 27رقم 3

(3) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 12 - x^2$ ومحور السينات.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-1) تطبيقات التكامل (المســـــــاحات في المســـتوي)		

لتكن f دالة متصلة على الفترة $[a,b]$ ، $c\in(a,b)$ حيث $f(c)=0$

فإن مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a,b]$ هي:

$$A=\left|\int_a^c f(x)\,dx\right|+\left|\int_c^b f(x)\,dx\right|$$

حاول أن تحل

● أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

ⓐ $f(x)=x^3-9x$, $[-2\ ,\ 1]$

---

b $f(x) = \cos x \quad , \quad [0 \ , \ \pi]$

$f(x) = \sin x \quad , \quad \left[-\frac{\pi}{2} \ , \ \frac{\pi}{2}\right]$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-1) تطبيقات التكامل (المســـــــاحات في المســـتوي)		

ثانيًا: مساحة منطقة محددة بمنحنيي دالتين في الفترة $[a\,,b]$

مساحة منطقة محددة بين منحنيين

إذا كانت كل من $f\,,g$ متّصلتين على الفترة $[a\,,b]$، حيث

$$f(x) \geqslant g(x) \quad \forall x \in [a\,,b]$$

فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين g , f والمستقيمين $x = a$, $x = b$ هي:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$

حاول أن تحل

- أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x^2 + 3$
ومنحنى الدالة $g : g(x) = x^2 + 1$ والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$
علمًا بأن: $f(x) > g(x)$, $\forall x \in [-1\,,1]$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = e^x$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -1 - x^2$ والمستقيمين $x = 3$ ، $x = 0$ علمًا بأن المنحنيين للدالتين f ، g غير متقاطعين.

حاول أن تحل

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 1$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -x^2 - 3$ والمستقيمين $x = 1$ ، $x = -1$ علمًا بأن المنحنيين للدالتين f ، g غير متقاطعين.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-1) تطبيقات التكامل (المســـــــاحات في المســـتوي)		

$$A = \left| \int_{-1}^{2} (y_1 - y_2)dx \right| = \left| \int_{-1}^{2} (y_2 - y_1)dx \right|$$

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى القطع المكافئ ----------

$y_1 = 2 - x^2$ والمستقيم $y_2 = -x$

حاول أن تحل

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين: $y_2 = -2x + 5$, $y_1 = x^2 + 2$

حاول أن تحل

● أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين: $f(x) = -2x^2 + 2$, $g(x) = x^2 - 1$

كراسة التمارين صـ 27رقم 8

(8) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $f(x) = x$، والمستقيمين $x = 5$, $x = 2$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-1) تطبيقات التكامل (المســـــــاحات في المســـتوي – القيم المحدودة لدوال متغيرة)		

حاول أن تحل

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة g في كل مما يلي:

$f(x) = 1 - x^3$, $g(x) = -4x + 1$

حاول أن تحل

أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين:

$$f(x)=\sqrt{x} \quad , \quad g(x)=\frac{x}{2}$$

والمستقيمين $x=0$, $x=9$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-2) حجـــــــو الأجســـــام الدورانيـــــة		

إذا نتج مجسم من دوران منطقة محددة بمنحنى
دالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = b$, $x = a$ حيث $a < b$ دورة كاملة حول محور السينات فإن حجم هذا المجسم يساوي:

$$V = \int_a^b \pi(f(x))^2 dx$$

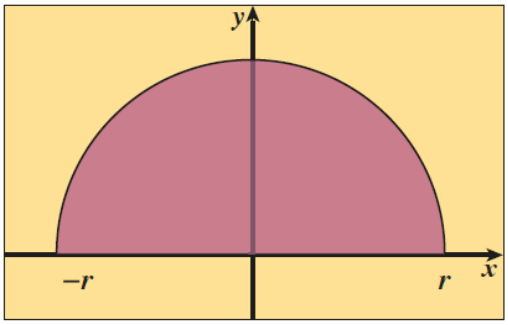
-

حاول أن تحل

● أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f:
$f(x) = \sqrt{x-1}$ ومحور السينات في الفترة $[1,5]$.

باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بنصف الدائرة

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$



شكل توضيحي

حاول أن تحل

● باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية،ورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $r \neq 0$ ، $f(x) = r$ في الفترة $[0 , h]$

كراسة التمارين صـ 30رقم 9

باستخدام التكامل المحدد استنتج الصيغة التي تعطى حجم مخروط دائري قائم ارتفاعه h (وحدة طول) وطول نصف قطر قاعدته r (وحدة طول) من دوران منطقة مستوية دورة كاملة حول محور السينات.
(إرشاد: استخدم الدالة $f : f(x) = \frac{r}{h}x$ في الفترة $[0, h]$)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-2) ت / حجـــــــــو الأجســـــــام الدورانيـــــة		

إذا نتج مجسم عن دوران منطقة محددة بمنحنيي الدالتين g , f والمستقيمين $x = b$, $x = a$ دورة كاملة حول محور السينات، بحيث f, g لهما الإشارة نفسها في الفترة $[a , b]$، فإن حجم هذا المجسم يعطى بالقاعدة:

$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2]dx$$

حيث: $f(x) \geqslant g(x) \geqslant 0$ أو $f(x) \leqslant g(x) \leqslant 0$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين

$$f(x) = x^2 \quad , \quad g(x) = \sqrt{x} : g$$

حاول أن تحل

● أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بين منحنيي الدالتين

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 1 \ , \ g(x) = \frac{x}{2} + 2$$

حاول أن تحل

● أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين: $y_1 = x + 3$, $y_2 = x^2 + 1$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-2) ت / حجـــــــــو الأجســـــــام الدورانيـــــة		

كراسة التمارين صـ 30رقم 6

أوجد حجم المجسّم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات المحددة بكل من المستقيمات والمنحنيات التالية:

(6) $y = x + 1$, $y = x - 1$, $x = 1$, $x = 4$

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين. $y_1 = \sin x \ , \ y_2 = \cos x$ على الفترة $\left[0 , \frac{\pi}{4}\right]$.

كراسة التمارين صـ 30رقم 5

أوجد حجم المجسّم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات المحددة بكل من المستقيمات والمنحنيات التالية:

(5) $y = \sec x \ , \ y = \sqrt{2} \ , \ -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-3) طـــول قـــوس ومعـــادلـــة منحـــني الـــــدالـــة		

قاعدة طول القوس

إذا كانت الدالة f' متصلة على $[a, b]$ فإن طول القوس من منحنى $y = f(x)$ في $[a, b]$ هو:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

حاول أن تحل

● أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1$ في الفترة $[3 , 8]$

حاول أن تحل

● أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2 , 5]$

كراسة التمارين صـ 32رقم 1

(1) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$ في الفترة $\left[0, \frac{1}{3}\right]$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-3) إيجاد معادلة منحني دالة باستخدام التكـــامـــل		

حاول أن تحل

● أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي $3x^2 + x$ ويمر بالنقطة $(2 , 2)$

حاول أن تحل

● أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي $-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ ويمر بالنقطة $(-1 , -5)$

حاول ان تحل

● إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\ ,\ y)$ هو $2x-1$ فأوجد معادلة المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة $B(1\ ,\ 0)$

إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\ ,\ y)$ يساوي $\sqrt{5-4x}$ فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(-5\ ,\ 3)$

حاول ان تحل

● لتكن: $f''(x) = 5x - 2$

فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $P(2\ ,\ -2)$ نقطة حرجة للدالة.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-4) المعـــادلات التفـــاضلـــية		

تعريف (1)

المعادلات التفاضلية: هي معادلات تحتوي على دالّة مجهولة وبعض مشتقاتها.

نستخدم عادة y بدلًا من $f(x)$.

تعريف (2)

رتبة المعادلة التفاضلية هي أعلى رتبة لمشتقة دالة موجودة في هذه المعادلة.

تعريف (3)

درجة المعادلة التفاضلية: هي أكبر أس لأعلى المشتقات رتبة.

حاول ان تحل

● أثبت أنّ الدالة: $y = 2e^{3x} + 1$ هي حل للمعادلة: $y' + 3 = 3y$

كراسة التمارين صـ 34رقم 2

(2) أثبت أن الدالة: $y = e^x$ هي حل للمعادلة التفاضلية $y + y'' = 2e^x$

كراسة التمارين صـ 34رقم 1

(1) أثبت أن الدالة: $y = 3e^x$ هي حل للمعادلة التفاضلية $y'' - y' + 2x = 2x$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-4) ت / المعـــادلات التفـــاضلـــية		

I المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى التي على الصورة $y' = f(x)$ حلها يكون على الصورة: $y = \int f(x)dx$

حاول أن تحل

● حل المعادلة: $y' = 7x^2 + 9x - 1$

حاول أن تحل

● حل المعادلة: $y' = 8x^3 - 3x^2 + 4$، والتي تحقق $y = 5$ عند $x = 1$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-4) ت / المعـــادلات التفـــاضلـــية		

II بعض المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى تحوي المتغيرين: y , x على الصورة: $\frac{dy}{dx} = g(x) \cdot h(y)$ يتم حلها بطريقة فصل المتغيرات بالصورة التالية:

$$\frac{1}{h(y)}dy = g(x)dx$$

ونكامل الطرفين وصولًا إلى حل المعادلة التفاضلية وهو إيجاد y.

حل المعادلات التفاضلية التالية:

$y' - 2xy = 0$

حاول أن تحل

● حل المعادلة التفاضلية: $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(6-4) ت / المعـــادلات التفـــاضلـــية		

III المعادلات التفاضلية على الصورة $y' = ay$ حيث $a \neq 0$ حلولها هي $y = k\,e^{ax}$ حيث $k \in \mathbb{R}^*$.

حاول أن تحل

● أوجد حلًّا للمعادلة: $y' = -2y$ إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$

IV المعادلات التفاضلية على الصورة $y' = ay + b$ حيث $a \neq 0$, $b \neq 0$ تكون حلولها: $y = k\,e^{ax} - \frac{b}{a}$

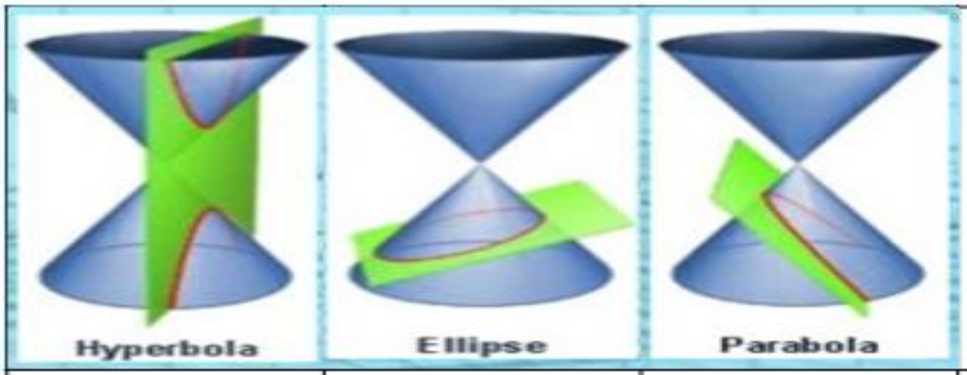
حاول أن تحل

● حل المعادلة $3y' - 2y = 4$، ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 0$

كراسة التمارين صـ 34رقم 11

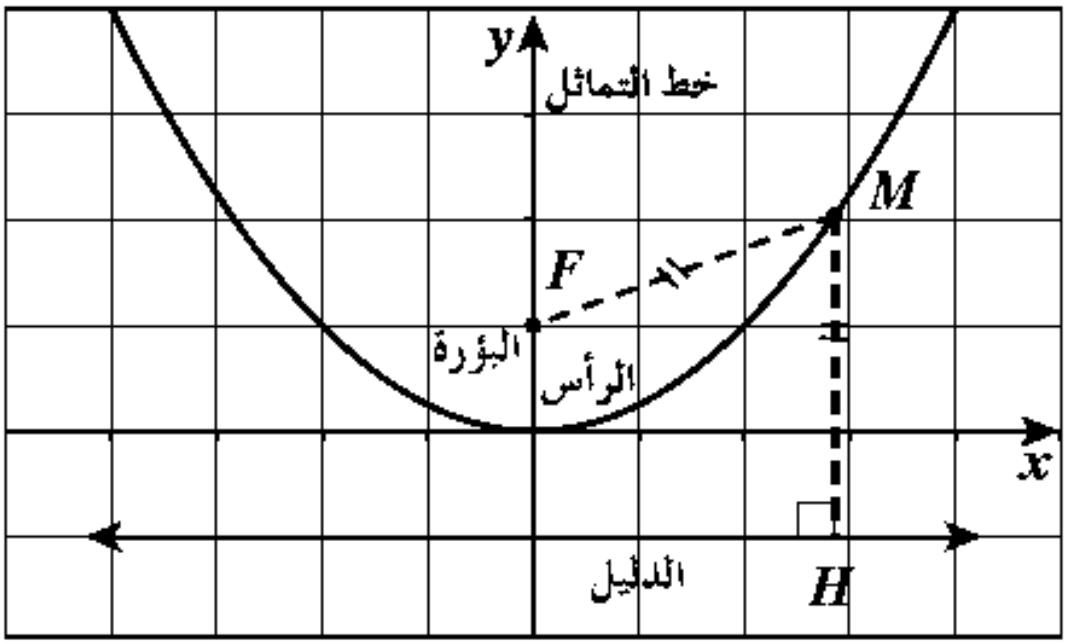
(11) $\frac{1}{2}y' + 4y = 1$ التي تحقق $y = \frac{3}{4}$ عند $x = \frac{1}{4}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-1) القطـــــــوع المخـــــروطيـــة(القطع المكافئ)		

الشكل			
	Parabola	Ellipse	Hyperbola
وضع المستوى	المستوى مواز لراسم ولا يحويه	المستوى ليس عموديا على المحور وليس موازيا لأي راسم	المستوى مواز للمحور ولا يحويه
القطع الناتج	قطع مكافئ	قطع ناقص	قطع زائد

تعريف: القطع المكافئ

القطع المكافئ هو مجموعة كل النقاط في المستوى المتساوية البعدين عن نقطة ثابتة معطاة (البؤرة) وعن مستقيم ثابت معطى (الدليل).



معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(0, p)$ ومعادلة دليله $y = -P$ هي $x^2 = 4py$

معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(P, 0)$ ومعادلة دليله $x = -P$ هي $y^2 = 4px$

حاول أن تحل

1 (a) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرته $F(-4, 0)$

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $F(0, 2)$ ودليله المستقيم $y = -2$

حاول ان تحل

● أوجد البؤرة والدليل لقطع مكافئ، ثم ارسم شكلًا تقريبيًا لهذا القطع في كل مما يلي:

a المعادلة: $y = \frac{x^2}{4}$

---

b المعادلة: $x = -\frac{1}{5}y^2$

حاول أن تحل

3 أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة $A(1,1)$ وخط تماثله $y-axis$.

حاول أن تحل

● أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطتين $B(1,4)$, $A(-1,4)$

حاول أن تحل

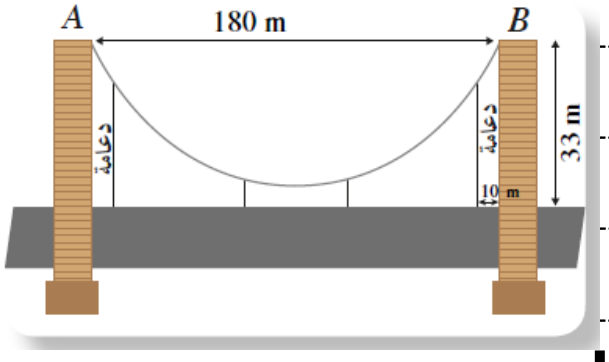
● أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله $y = 1$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-1) ت / القطـــــــوع المخـــــروطيـــة (تطبيقات باستخدام القطوع المكافئة)		

حاول ان تحل

تصنع إحدى الشركات الكشافات المكافئة لنوعيات عديدة من السيارات.
إذا كان لأحد هذه الكشافات سطح مكافئ متولد من تدوير القطع المكافئ الذي معادلته $x^2 = 12y$، فأين سيكون موضع المصباح الكهربائي؟

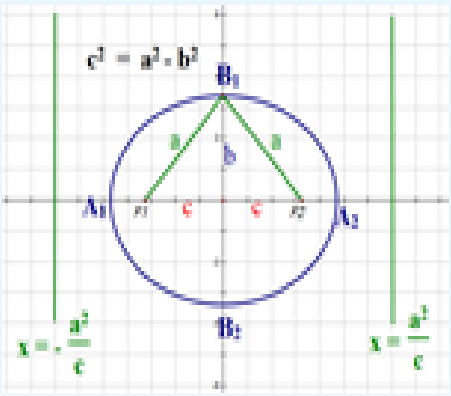
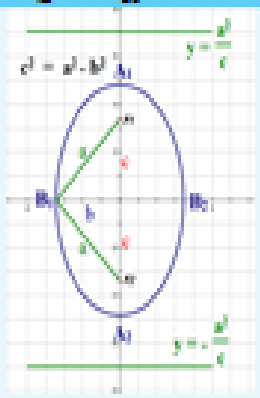
يصل سلك معدني متدلٍ بين رأسي عمودي جسر. السلك المعدني هو على صورة قطع مكافئ. يبعد العمودان عن بعضهما مسافة 180 m ويبلغ ارتفاع كل منهما 33 m، يبلغ أصغر ارتفاع للسلك عن الطريق العام 3 m، وضعت على الطريق دعامات للسلك المتدلي. أوجد طول الدعامة التي تبعد 10 m عن أي من العمودين.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-2) القطع النـــا قـــص		

تعريف: القطع الناقص

القطع الناقص هو مجموعة كل النقاط في المستوى التي يكون مجموع بعدي كل نقطة منها عن نقطتين ثابتتين في المستوى ثابتًا.

المعادلة	$a > b > 0$	$b > a > 0$
	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$
بيان القطع		
طرفا المحور الأكبر (الرأسان)	$A_1(-a,0), A_2(a,0)$	$A_1(0,-a), A_2(0,a)$
المحور الأكبر	ينطبق على محور السينات	ينطبق على محور الصادات
طول المحور الأكبر	$2a$	
طرفا المحور الأصغر	$B_1(0,-b), B_2(0,b)$	$B_1(-b,0), B_2(b,0)$
طول المحور الأصغر	$2b$	
البؤرتان	$F_1(-c,0), F_2(c,0)$	$F_1(0,-c), F_2(0,c)$
العلاقة الأساسية	$a^2=b^2+c^2$	
معادلة الدليلين	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
التناظر	القطع الناقص متناظر حول كل من محوريه ومركزه	

حاول أن تحل

● إذا كانت: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ معادلة قطع ناقص فأوجد:

a رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

b البؤرتين.

c معادلة دليلي القطع.

d طول كل من المحورين، ثم ارسم شكلًا تقريبيًّا للقطع.

حاول أن تحل

● أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه: $F_2(2,0)$, $F_1(-2,0)$ وطول محوره الأكبر 6، وارسم شكلًا تقريبيًّا لهذا القطع.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-2) ت/ القطع النـــا قـــص		

حاول أن تحل

● أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته: $x^2 + 4y^2 = 16$

أوجد البؤرتين والرأسين وطول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته:

$4x^2 + y^2 = 1$

حاول أن تحل (4)

أوجد معادلة قطع ناقص إذا كان محوره الأكبر ينطبق علي محور السينات ويساوي 16cm والمسافة بين البؤرتين 10cm

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-2) ت/ القطع النـــا قـــص		

كراسة التمارين صـ 43 رقم 9

(9) مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $F(5,0)$ ويمر بالنقطة $C(2,3)$.

حاول أن تحل (4)

أوجد معادلة القطع الناقص الذي محوره الأصغر أفقي طوله **10 cm** ويمر بالنقطة $A(2, 2\sqrt{6})$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-2) ت/ القطع النـــا قـــص		

كراسة التمارين صـ 43 رقم 6

اكتب معادلة في الصورة العامة للقطع الناقص الذي فيه:

(6) $V_1F_1 + V_1F_2 = 10$، حيث إن V_1 هو نقطة على القطع الناقص، F_2 و F_1 هما البؤرتين، علمًا أنّ $F_1(3,0)$، $F_2(-3,0)$.

تطبيقات باستخدام القطوع الناقصة

حاول أن تحل

● يتولد المجسم الناقص لأحد أجهزة تفتيت الحصوات، من دوران قطع ناقص نقطتا طرفي محوره الأكبر $A_2(8,0)$, $A_1(-8,0)$. إذا كانت إحدى نقطتي طرفي محوره الأصغر $B_1(0, 3.5)$؛ فأوجد إحداثيات البؤرتين.

حاول ان تحل

● على افتراض أن الصالة بيضاوية الشكل طولي محوريها 78 m ، 36 m.

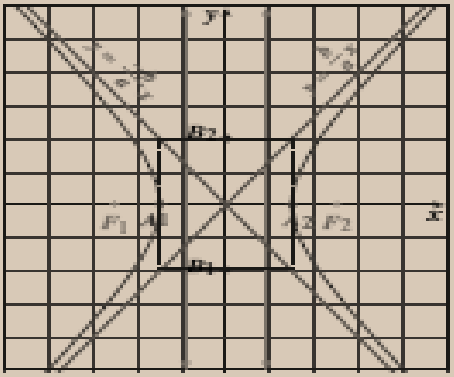
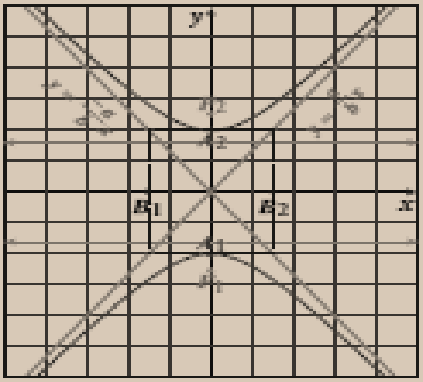
على أي مسافة من مصدر الصوت يجب أن يكون موقع شخص ليتمكن من سماع الصوت المنطلق بشكل واضح؟

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-3) القـــطع الزائـــــــــــد		

تعريف: القطع الزائد

القطع الزائد هو مجموعة كل النقاط في المستوي التي تكون القيمة المطلقة للفرق بين بعدي كل نقطة منها عن نقطتين ثابتتين في المستوي ثابتًا.

معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل كالتالي:

المعادلة	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
بيان القطع		
طرفا المحور القاطع الرأسان	$A_1(-a,0)\ ,\ A_2(a,0)$	$A_1(0,-a)\ ,\ A_2(0,a)$
المحور القاطع (الأساسي)	ينطبق على محور السينات	ينطبق على محور الصادات
طول المحور القاطع	$2a$	
طرفا المحور المرافق	$B_1(0,-b)\ ,\ B_2(0,b)$	$B_1(-b,0)\ ,\ B_2(b,0)$
طول المحور المرافق	$2b$	
البؤرتان	$F_1(-c,0)\ ,\ F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)\ ,\ F_2(0,c)$
العلاقة الأساسية	$c^2=a^2+b^2$	
معادلة الخطين المقاربين	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$
معادلة الدليلين	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$
التناظر	القطع متناظر حول محوريه ومركزه	

حاول أن تحل

لتكن: $9y^2 - 25x^2 = 225$ معادلة قطع زائد، أوجد:

a رأسي القطع الزائد.

b البؤرتين.

c معادلتي دليلي القطع.

d طول كل من المحورين.

e معادلة كل من الخطين المقاربين ثم ارسم شكلًا تخطيطيًا للقطع.

حاول أن تحل

● أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $F_2(4,0)$, $F_1(-4,0)$ ورأساه $A_2(2,0)$, $A_1(-2,0)$، ثم أوجد معادلة كلّ من خطيه المقاربين، وارسم شكلًا تقريبيًا للقطع.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-3) ت / القـــطع الزائـــــــــــد		

حاول أن تحل

● أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41}\ ,0)$ ومعادلة أحد خطية المقاربين $y=\frac{4}{5}x$

حاول أن تحل

● أوجد معادلة القطع الزائد الذي أحد رأسيه $\left(0 \, , \frac{5}{4}\right)$ ويمر بالنقطة $\left(-\sqrt{3} \, , -\frac{5}{2}\right)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-3) ت / القـــطع الزائـــــــــــد		

كراسة التمارين صـ 46 رقم 6

(6) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين $B(4,3)$, $A(2,1)$ ومحوره الأساسي جزء من محور السينات.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-4) الإختـــــــــلاف المركـــــــــزى		

$$e = \frac{c}{a}$$

a إذا $e = 1$ يكون القطع المخروطي **قطعًا مكافئًا** (Parabola)

b إذا $e < 1$ يكون القطع المخروطي **قطعًا ناقصًا** (Ellipse)

c إذا $e > 1$ يكون القطع المخروطي **قطعًا زائدًا** (Hyperbola)

حاول أن تحل

● حدد نوع القطع في كل مما يلي ثم أوجد معادلته

a اختلافه المركزي $(e = 1)$ وبؤرته $F(-1,0)$

---

b اختلافه المركزي $\left(e = \frac{4}{5}\right)$ وإحدى بؤرتيه $F(-4\sqrt{2}\ ,\ 0)$

---

c اختلافه المركزي $(e=\sqrt{3})$ ومعادلة أحد دليليه $x=\frac{1}{3}$

كراسة التمارين صـ 49 رقم 3

(3) اختلافه المركزي $e=\frac{5}{3}$ وأحد رأسيه $A(-4,0)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(7-4) ت / الإختـــــــــلاف المركـــــــــزى		

أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع مما يلي حيث معادلته:

a $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$

b $x^2 - 25y^2 = 1$

أوجد طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي اختلافه المركزي $\left(e = \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$ وطول محوره الأصغر 4 وحدات.

حاول أن تحل

● أوجد طول المحور القاطع للقطع الزائد الذي اختلافه المركزي $(e = 2)$ وطول محوره المرافق 6 وحدات.

كراسة التمارين صـ 49 رقم 8

أوجد الرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي ومعادلتي الدليلين للقطع الزائد.

(8) المعادلة: $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$

حاول أن تحل

● إذا كان القمر الاصطناعي له مدار بيضاوي (قطع ناقص) حول الأرض حيث اختلافه المركزي $e = 0.05$ وطول نصف محوره الأكبر 8 600 km وإحدى بؤرتيه مركز الأرض.

a أوجد معادلة مدار القمر الاصطناعي.

b إذا كان نصف قطر الأرض 6 372 km

فأوجد أطول وأقصر بُعد للقمر الاصطناعي عن سطح الأرض.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-1) المتغيرات العشوائية المتقطعة		

المتغيّر العشوائي Random Variable

تعريف: المتغير العشوائي Random Variable

هو دالة مجالها فضاء العينة لتجربة عشوائية S ومجالها المقابل هو $\mathbb{R}$ ومداها مجموعة جزئية من $\mathbb{R}$

حيث $X : S \longrightarrow \mathbb{R}$

(X هو المتغير العشوائي لتجربة عشوائية، S فضاء العينة، $\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية).

وسوف نستخدم X ، Y ، ... كرمز للمتغيرات العشوائية و x ، y ... لقيم هذه المتغيرات.

تعريف: المتغير العشوائي المتقطع Discrete Random Variable

يكون المتغير العشوائي X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا إذا كانت مجموعة القيم الممكنة له (المدى) $X(S)$ هي مجموعة متقطعة أي قابلة للعد، من الأعداد الحقيقية سواء أكانت منتهية أم غير منتهية.

حاول أن تحل

● في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية وحدّد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا.

a المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكتابات.

b المتغير العشوائي Y الذي يمثل مكعب عدد الكتابات.

c المتغير العشوائي Z الذي يمثل عدد الكتابات مطروحًا منه 2.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-1) التـــــــوزيع الإحتمـــــالي		

تعريف: دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا مداه $\{x_1 , x_2 , x_3 , ...\}$

فإن دالة التوزيع الاحتمالي f تعرّف كالتالي:

$$f(x_i) = P(X = x_i) \quad , \quad i = 1, 2, 3, ...$$

ويمكن تمثيلها بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	.....
$f(x_i)$	$P(x_1)$	$P(x_2)$	.....

أي أن مجموعة النقاط في المستوى الإحداثي التي تمثل الأزواج المرتبة $(x_i , P(x_i))$ تسمى **دالة التوزيع الاحتمالي** Probability Distribution Function.

مثال (2)

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة، المتغير العشوائي X يعبّر عن:
الجذر التربيعي للعدد الظاهر على الوجه العلوي عندما يكون الجذر التربيعي عددًا كليًّا والصفر لغير ذلك.

فأوجد:

a) فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b) مدى المتغير العشوائي X.

c) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة (S): $f(x_i) = P(X = x_i)$

d) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X.

حاول أن تحل

● عند رمي حجر نرد مرة واحدة، إذا كان المتغير العشوائي X يعبّر عن:

«مربع العدد الظاهر مطروحًا منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و 1– لغير ذلك».

فأوجد:

a فضاء العينة S وعدد عناصر فضاء العينة $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال وقوع كل عنصر من عناصر فضاء العينة S.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
		/ / 201م	------------------------------------
(1-8) ت/ التـــــــوزيع الإحتمـــــالي			الموضوع

حاول ان تحل

- عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن «عدد الصور»، فأوجد ما يلي:

a فضاء العينة (S) وعدد عناصره $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

ملاحظة هامة:

دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X تحقق الشرطين:

1 $0 \leqslant f(x) \leqslant 1$

2 $f(x_1)+f(x_2)+f(x_3)+\ldots = 1$ مجموع قيم دالة التوزيع الاحتمالي f تساوي الواحد الصحيح.

حاول أن تحل

● إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.35	0.15	0.1	0.2	k

فأوجد قيمة k.

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	1	2	3
$f(x)$	K	$2K$	$2K$

فأوجد قيمة k.

حاول أن تحل

● إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه هو: $\{0,1,2,3\}$

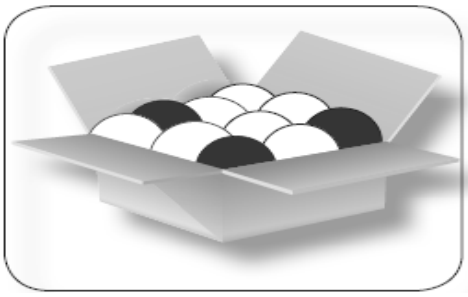
وكان: $f(0) = 0.1$, $f(1) = 0.6$, $f(2) = 0.15$

فأوجد $f(3)$، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-1) ت/ التـــــــوزيع الإحتمـــــالي		

صندوق يحتوي على 10 كرات متماثلة منها 7 كرات بيضاء و3 كرات حمراء. سحبت أربع كرات عشوائيًّا معًا من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي X يمثّل عدد الكرات الحمراء.

فأوجد ما يلي:



a عدد عناصر فضاء العينة $n(S)$.

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

حاول أن تحل

● صندوق يحتوي على 10 كرات متماثلة منها 7 كرات بيضاء و3 كرات حمراء. سحبت عشوائيًا 3 كرات معًا من الصندوق.
إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد الكرات البيضاء،
فأوجد ما يلي:

a عدد عناصر فضاء العينة (S).

b مدى المتغير العشوائي X.

c احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X.

d دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-1) التوقع (الوسط) – التبـــاين		

التوقع (الوسط) للمتغير العشوائي المتقطع X هو أحد مقاييس النزعة المركزية ويرمز له بالرمز μ.

وهو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع، **والتباين** (σ^2) هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة

أولًا: التوقع (الوسط) للمتغير العشوائي المتقطع

تعريف:

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا له دالة التوزيع الاحتمالي f،

مدى X: $X(S) = \{x_1 , x_2 , x_3 , ...\}$

فإن التوقع (μ) للمتغير العشوائي X يعطى بالصيغة التالية:

$$\mu = \Sigma\, x_i\, f(x_i)$$

أي أن:

$$\mu = x_1\, f(x_1) + x_2\, f(x_2) + x_3\, f(x_3) + ...$$

حاول أن تحل

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي:

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي X.

التباين للمتغير العشوائي المتقطع

تعريف:

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا له دالة التوزيع الاحتمالي f فإن التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة:

التباين: $\sigma^2 = \Sigma\left(x_i^2\, f(x_i)\right) - \mu^2$ حيث μ هو التوقع

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ (الجذر التربيعي الموجب للتباين)

حاول أن تحل

● يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي متقطع X.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

فأوجد:

a. التوقع (μ).

b. التباين (σ^2).

c. الانحراف المعياري(σ).

كراسة التمارين صـ 56 رقم 7

(7) الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع X.

x	7	8	9	10
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

أوجد:

(a) التوقع (μ).

(b) التباين σ^2.

(c) الانحراف المعياري (σ).

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(1-8) ت/ دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع		

تعريف:

دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة a هي احتمال وقوع المتغير العشوائي X بحيث يكون X أصغر من أو يساوي a

أي أن: $$F(a) = P(X \leqslant a)$$

لاحظ أن مجال دالة التوزيع التراكمي F هو $\mathbb{R}$ وأن المجال المقابل يساوي المدى $[0,1]$

بعض خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X:

1 $P(X > a) = 1 - P(X \leqslant a) = 1 - F(a)$

2 $P(a < X \leqslant b) = F(b) - F(a)$

3 $P(a < X \leqslant b) = P(a \leqslant X < b)$

$= P(a < X < b)$

$= P(a \leqslant X \leqslant b)$

حاول أن تحل

● الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.43	0.29	0.17	0.09	0.02

إذا كانت F دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X.

فأوجد: $F(0)$, $F(1)$, $F(3.5)$, $F(4)$, $F(5)$, $F(8)$

حاول أن تحل

● يبيّن الجدول التالي بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع X.

x	1	2	3	4
$F(x)$	0.25	0.40	0.65	1

أوجد:

ⓐ $P(2 < X < 4)$

ⓑ $P(X > 3)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-1) تـــوزيع ذات الحـــــــدين		

تعريف: تجربة ذات الحدين

تجربة ذات الحدين هي تجربة عشوائية تحقق الشروط التالية:

1 تتكوّن التجربة من عدد n من المحاولات المستقلة والمتماثلة.

(المحاولات المستقلة تعني أن نتيجة كل محاولة لا تؤثر ولا تتأثر بنتائج المحاولات الأخرى).

2 كل محاولة يكون لها ناتجان فقط مثل (نجاح أو فشل).

3 احتمال الحصول على أحد الناتجين يكون ثابتًا من تجربة إلى أخرى. وسوف نرمز لهذا الاحتمال بالرمز P.

وتسمى كل محاولة من محاولات التجربة بمحاولة برنولي Bernoulli.

فمثلاً إذا أجريت تجربة برنولي عدد n من المرات وكان احتمال النجاح في المحاولة الواحدة P وكان X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد مرات النجاح في كل المحاولات فإن احتمال النجاح في x من المحاولات يعطى بالعلاقة التالية:

$$P(X=x)=f(x)={}_nC_x \cdot P^x \cdot (1-P)^{n-x} \quad , \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

حيث n عدد المحاولات

مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X=\{0,1,2,...,n\}$

x عدد مرات النجاح في n من المحاولات

P احتمال النجاح

$(1-P)$ احتمال الفشل

يسمى توزيع المتغير العشوائي X بتوزيع ذي الحدين للمعلمتين n , P.

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا ذو حدين ومعلمتيه هما: $P = 0.1$, $n = 7$. فأوجد:

a $P(X = 0)$

b $P(1 < X \leqslant 3)$

حاول ان تحل

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا ذو حدين ومعلمتيه هما:

$P = 0.6$ ، $n = 6$ فأوجد:

a $P(X = 1)$

b $P(2 < X \leqslant 4)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-1) التوقـــع والتبـــايـــن لتوزيـــع ذات الحـــدين		

التوقع: $\mu = nP$

التباين: $\sigma^2 = nP(1-P)$

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{nP(1-P)}$

حاول أن تحل

● ينتج مصنع سيارات 350 سيارة يوميًّا، إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة 0.02 فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

حاول أن تحل

● في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي X هو ظهور كتابة.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-2) المتغيرات العشـــوائية المتصـــلة (المستمرة)		

تعريف: المتغير العشوائي المتصل Continuous Random Variable

هو المتغير التي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدى المتغير العشوائي المتصل $X = \{x : a \leqslant x \leqslant b\}$ وهي مجموعة غير قابلة للعد.

خواص دالة كثافة الاحتمال $f(x)$

1 $f(x)$ هي دالة متصلة على مجالها.

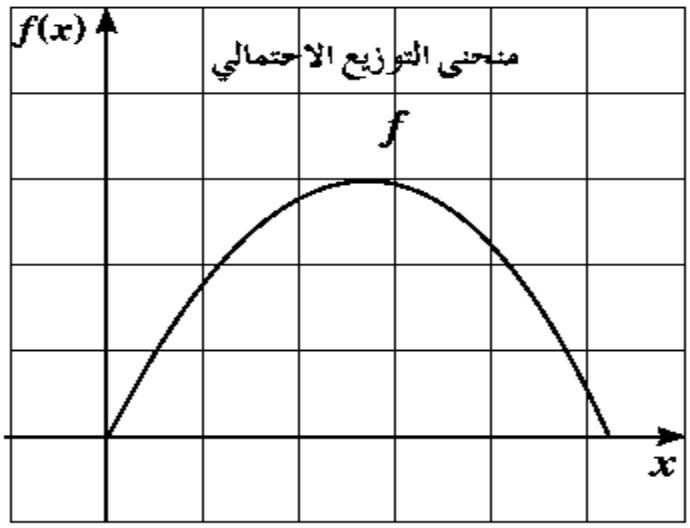
2 $f(x) \geqslant 0$ لكل قيم x التي تنتمي لمجال الدالة.

3 قيمة المساحة المحددة بمنحنى الدالة $f(x)$ ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح.

4 يمكن إيجاد الاحتمال $P(a \leq X \leq b)$ بحساب المساحة تحت المنحنى f بين القيمة a, b من الشكل السابق.

5 تنعدم المساحة المظللة في الشكل السابق إذا كان $a = b$

أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن: $P(X = a) = 0$



إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4} & : 1 \leqslant x \leqslant 5 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

فأوجد:

a $P(1 < X \leqslant 5)$

b $P(X < 3)$

c $P(X \geqslant 1.5)$

d $P(X = 2)$

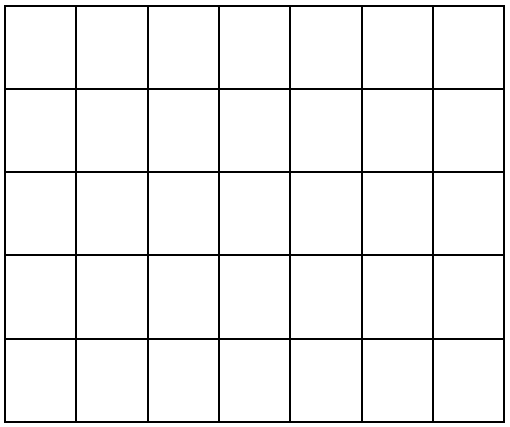
حاول أن تحل

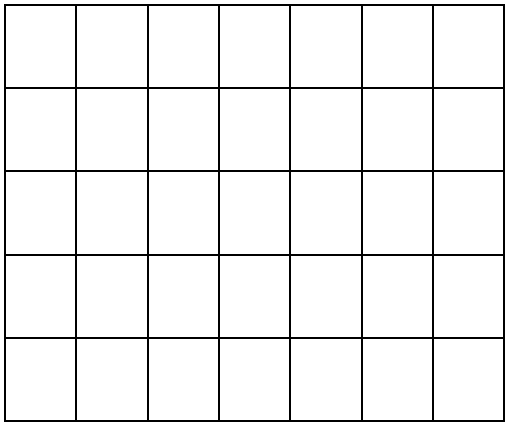
● إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

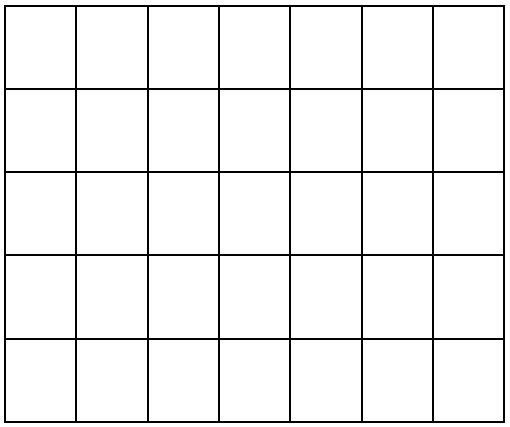
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{6} : -3 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 \ : \ \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فأوجد:

ⓐ $P(X<2)$ ⓑ $P(-1<X<1)$ ⓒ $P(-1.5<X<2.5)$ ⓓ $P(X=0)$







اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(2-8) ت / المتغيرات العشـــوائية المتصـــلة (المستمرة)		

إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{8}x & : 0<x\leqslant 4\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فأوجد:

a $P(0\leqslant X\leqslant 4)$ b $P(X\leqslant 2)$ c $P(X>2)$

حاول أن تحل

2 إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متصلًا، ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & : 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

ⓐ $P(X < 1)$ ⓑ $P(X \geqslant 1)$ ⓒ $P(X = 1)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-2) التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي منتظم(مستمر)		

تعريف:

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a\,,b]$ هي:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a} : a\leqslant x\leqslant b\\ 0 : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

– التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

$$\mu=\frac{a+b}{2}$$

– التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

$$\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}$$

مثال (3)

لتكن الدالة f:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3} : 0\leqslant x\leqslant 3\\ 0 : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

a) أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.

b) أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

c) أوجد $P(1<X\leqslant 3)$

d) أوجد التوقع والتباين للدالة f.

حاول أن تحل

3 لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : 1 \leqslant x \leqslant 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$

a أثبت أن الدالة f هي دالة كثافة احتمال.

b أثبت أن الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

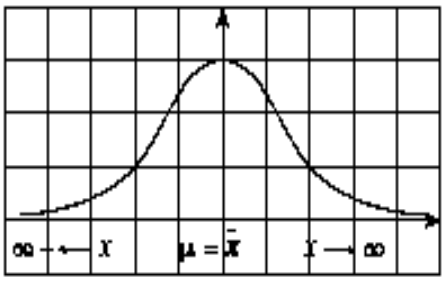
c أوجد: $P(2 < X \leqslant 3)$

d أوجد التوقع والتباين للدالة f .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
----------	/ / 201م		
الموضوع	(8-2) التوزيع الاحتمالي الطبيعي		

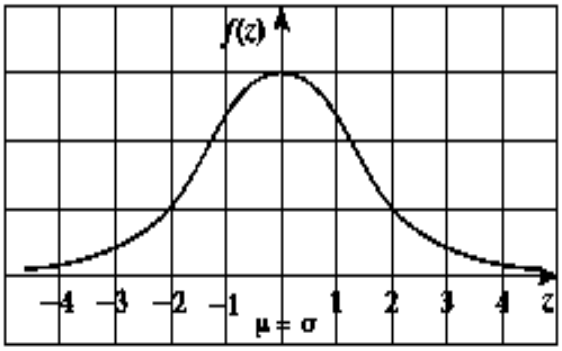
التوزيع الاحتمالي الطبيعي $N(\mu\ ,\ \sigma^2)$ Natural Probability Distribution $N(\mu\ ,\ \sigma^2)$

يعتبر التوزيع الاحتمالي الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة وقد سبق أن درسنا منحنى التوزيع الطبيعي وخواصه والتي منها:



منحنى التوزيع الطبيعي $N(\mu\ ,\ \sigma^2)$

- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكون بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره $(x = \mu)$.
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى $-\infty$ وإلى ∞ (لا يقطع محور السينات).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).
- المستقيم الرأسي $\bar{x} = \mu$ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قطعتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصف (نصف وحدة مساحة).



منحنى التوزيع الطبيعي $N(\mu\ ,\ \sigma^2)$

التوزيع الطبيعي المعياري $N(0\ ,\ 1)$

إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي $\mu = 0$ والانحراف المعياري $\sigma = 1$ يسمى التوزيع الطبيعي **بالتوزيع الطبيعي المعياري**.

الشكل المرسوم يمثل بيان منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

نعلم أن منحنى التوزيع الطبيعي يتحدد بكل من التوقع μ والتباين لها σ^2 ونظرا لاختلاف قيم σ^2 ، μ من توزيع لآخر فإننا نقوم بتحويل أي توزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي معياري وفق التحويل $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

قـــــوانين هـــــــــامة

$$P\ (\ z\ \leq a\ )\quad \text{نخرج القيمة من الجدول مباشرة}$$

$$P\ (\ z\ \geq a\ ) = \qquad 1 - P\ (\ z\ \leq a\ )$$

$$P(a \leq z \leq b\ ) \qquad = \mathrm{P}\ (\ \mathrm{z}\ \leq b\ ) - P\ (\ z\ \leq a\ )$$

حاول ان تحل

● إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

ⓐ $P(z \leq 0.95)$ ⓑ $P(z > 0.71)$ ⓒ $P(1.45 \leqslant z \leqslant 3.26)$

حاول أن تعمل

● إذا كان z هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

ⓐ $P(z \leq -0.12)$ ⓑ $P(-3.2 \leq z \leq -0.1)$ ⓒ $P(-5.26 \leq z \leq 0.69)$

بنـــــــــــود موضـــــوعية

بند 1-6

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x=a\ ,\ x=b$ هي: $\int_a^b f(x)dx$ (a) (b)

(2) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f: f(x)=4-x^2$ ومحور السينات في $[-2,2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)dx$ (a) (b)

(3) إذا كانت: $\forall x\in[a,b]\quad f(x)\le 0$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a,b]$ هي: $\int_b^a f(x)dx$ (a) (b)

(4) إذا كان منحنى الدالة $f: f(x)=x^2-2x-3$ يقطع محور السينات عند $x=-1$، $x=3$. فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A=\int_{-1}^3 f(x)dx$ (a) (b)

(5) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f: f(x)=|x|$ في الفترة $[-2,2]$ هي: 2 وحدة مساحة (a) (b)

في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f: f(x)=\sqrt{9-x^2}$ ومحور السينات هي:

(a) 9π units^2 (b) 6π units^2

(c) 3π units^2 (d) $\frac{9}{2}\pi$ units^2

(7) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $g: g(x)=(x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0,4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)dx$ (b) $-2\int_0^2 g(x)dx$

(c) $\int_0^4 g(x)dx$ (d) $-2\int_2^4 g(x)dx$

(8) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x)=2$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=-\sqrt{x}$ والمستقيمين $x=0$ ، $x=4$ هي:

(a) 20 units^2 (b) $\frac{8}{3} \text{ units}^2$

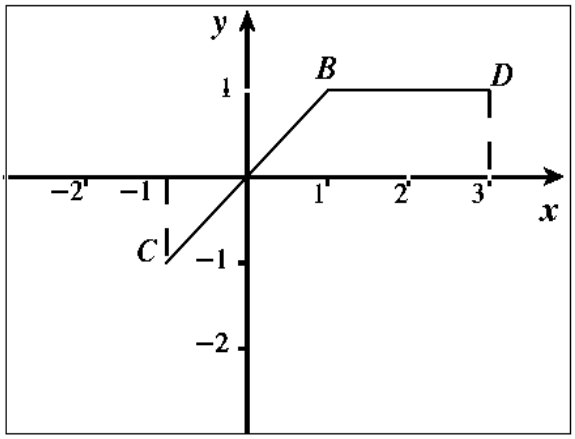
(c) $\frac{40}{3} \text{ units}^2$ (d) 8 units^2

(9) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=x+2$ هي:

(a) $\pi-2 \text{ units}^2$ (b) $\pi \text{ units}^2$

(c) $\pi+2 \text{ units}^2$ (d) 2 units^2

(10) إذا كان بيان الدالة f يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x=3$, $x=-1$ هي:



(a) 3 units^2 (b) 4 units^2 (c) 2 units^2 (d) 5 units^2

بند 2-6

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو: $V=\pi\int_8^1(\sqrt[3]{x})^2dx$ (a) (b)

(2) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=2\sqrt{x}$ في الفترة $[1,4]$ هو: $V=\pi\int_0^4 4xdx-\pi\int_0^1 4xdx$ (a) (b)

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=\frac{1}{2}x^2$ هو: $V=\pi\int_0^2\left(x-\frac{1}{2}x^2\right)dx$ (a) (b)

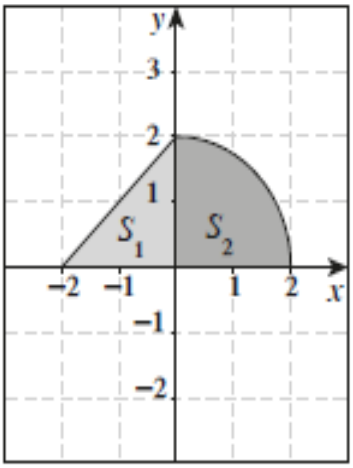
(4) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x^3$ ومنحنى الدالة g : $g(x)=8$, $x=0$ يساوي حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة h : $h(x)=-8$, $x=0$ (a) (b)

في التمارين (12–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 6π (b) 18 (c) 18π (d) 81π

(6) المنطقة المظللة $S=S_1\cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.



حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4+2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) 8π

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y=-\sqrt{4-x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ (d) $\frac{32}{3}\pi$

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f: f(x)=\frac{1}{x}$ والمستقيمات $x=1$, $x=2$, $y=0$ هو:

(a) π units^3 (b) $\frac{\pi}{3}$ units^3 (c) $\frac{\pi}{2}$ units^3 (d) $\frac{\pi}{4}$ units^3

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f: f(x)=\sqrt{x+1}$ والمستقيمين $x=3$, $x=-1$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 8π (b) 7π (c) 8 (d) $\frac{5}{2}\pi$

(10) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $x=0$, $y=-2$ ومنحنى الدالة $f: f(x)=-\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 16π (c) 8π (d) 2π

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين المنحنيين $y=\sqrt{x}$, $x=2y$ هو:

(a) $\int_0^4\left(x-\frac{x}{2}\right)^2dx$ (b) $\pi\int_0^4\left(\frac{x^2}{4}-x\right)dx$ (c) $\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx$ (d) $\pi\int_0^4\left(x-\frac{x^2}{4}\right)dx$

(12) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى $y=\sqrt{x}$ ومنحنى $x=2y$، هو:

(a) $\frac{64\pi}{15}$ units^3 (b) $\frac{32\pi}{15}$ units^3 (c) $\frac{64\pi}{5}$ units^3 (d) $\frac{8\pi}{3}$ units^3

بند 3-6

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) طول القوس من منحنى الدالة f ، $f(x)=\frac{1}{3}(1+4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,1]$ هو $L=\frac{2}{3}$ وحدة طول.

(a) (b)

(2) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو x^3+2 ويمر بالنقطة $A(2,6)$ معادلته $f(x)=\frac{x^4}{4}+2x+2$

(a) (b)

(3) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو $-\sqrt{x}+x$ ويمر بالنقطة $A(1,1)$ معادلته $f(x)=-\frac{2}{3}x\sqrt{x}+x^2+\frac{2}{3}$

(a) (b)

(4) لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x)=3x^2-12x+9$ فإن معادلة الدالة f هي $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$

(a) (b)

في التمارين (9–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x)=\frac{1}{3}$ في الفترة $[-2,3]$ هو:

(a) 7 units (b) 6 units (c) 5 units (d) 1 unit

(6) طول القوس من منحنى الدالة f: $f(x)=x-3$ في الفترة $[0,2]$ هو:

(a) $\sqrt{2}$ units (b) $2\sqrt{2}$ units (c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(7) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي لا تساوي:

(a) $-\frac{x^2}{2}+3x-4$ (b) $\ln|3-x|+3$ (c) $-\frac{x^2}{2}+3x+4$ (d) $3-\ln|3-x|$

(8) معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x,y) هو $2x-3\sqrt{x}$ ويمر بالنقطة $A(4,-2)$ هي:

(a) $x^2+2\sqrt{x^3}-2$ (b) $x^2-2\sqrt{x^3}$ (c) $x^2-2\sqrt{x^3}-2$ (d) $\frac{x^2}{2}-2\sqrt{x^3}+2$

(9) إذا كانت النقطة $A(0,2)$ نقطة حرجة لمنحنى الدالة f : $f''(x)=12x-6$ فإن النقطة الحرجة الأخرى للدالة f هي:

(a) $B(-2,0)$ (b) $B(0,-2)$ (c) $B(1,-1)$ (d) $B(1,1)$

بند4-6

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة التفاضلية التالية: $x^2y''' + (y')^2 + y = 0$ من الرتبة الثالثة والدرجة الأولى. (a) (b)

(2) المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية والدرجة الأولى. (a) (b)

(3) إذا كان $y = \frac{1}{2}$ عند $x = 0$, $y' + 2y = 0$ فإن $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{1}{4}$ (a) (b)

(4) إذا كان $y = 1$, عند $x = 0$, $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$ (a) (b)

في التمارين (14–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من:

(a) الرتبة الأولى والدرجة الثانية. (b) الرتبة الثانية والدرجة الأولى.

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثانية. (d) الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

(9) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عندما $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$ (b) $y = x^2 - 3$

(c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$ (d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

(11) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

(a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$ (b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$ (d) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$

بند 1-7

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(0,2)$ هي: $x^2 = 8y$ (a) (b)

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(0,0)$ ودليله $x = -2$ هي: $x^2 = 8y$ (a) (b)

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(-4,0)$ ودليله $x = 4$ هي: $y^2 = -16x$ (a) (b)

(4) $y^2 = \frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ، بؤرته $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$ (a) (b)

في التمارين (7–5)، معادلة القطع المكافئ هي: $y^2 = -\frac{1}{6}x$

(5) بؤرة القطع المكافئ هي: $\left(-\frac{1}{24}, 0\right)$ (a) (b)

(6) معادلة الدليل هي: $y = \frac{1}{24}$ (a) (b)

(7) خط التماثل هو محور السينات. (a) (b)

في التمارين (15–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(-5,0)$ هي:

(a) $x^2 = 20y$ (b) $y^2 = 20x$ (c) $x^2 = -20y$ (d) $y^2 = -20x$

(9) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل هي:

(a) $y^2 = \frac{-1}{2}x$ (b) $y^2 = \frac{1}{2}x$ (c) $x^2 = \frac{-1}{2}y$ (d) $x^2 = \frac{1}{2}y$

(10) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي:

(a) $(1,1)$ (b) $(1,0)$ (c) $(0,1)$ (d) $(0,0)$

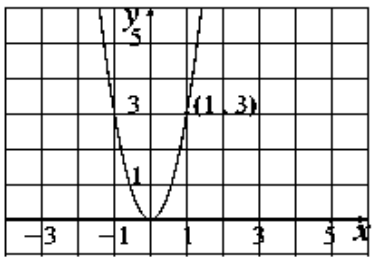
(11) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطتين $A(-5,-2), B(-5,2)$ هي:

(a) $y^2 = -\frac{4}{5}x$ (b) $x^2 = -\frac{4}{5}y$ (c) $y^2 = \frac{4}{5}x$ (d) $x^2 = \frac{4}{5}y$

(12) المعادلة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0,0)$ ويمر بالنقطة $C(-5,-6)$ وخط تماثله $y-axis$ هي:

(a) $y^2 = -\frac{25}{6}x$ (b) $x^2 = -\frac{25}{6}y$ (c) $y^2 = -\frac{6}{25}x$ (d) $x^2 = -\frac{6}{25}y$

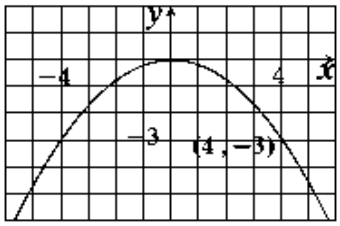
(13) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:



(a) $\left(0, \frac{-4}{3}\right)$ (b) $\left(\frac{9}{20}, 0\right)$

(c) $\left(0, \frac{1}{12}\right)$ (d) $\left(\frac{1}{12}, 0\right)$

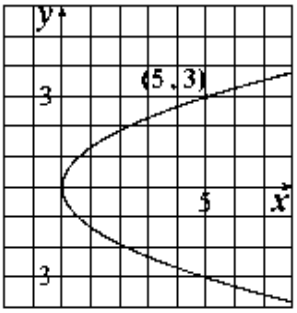
(14) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:



(a) $y = \frac{4}{3}$ (b) $y = \frac{9}{20}$

(c) $y = -\frac{1}{12}$ (d) $y = -\frac{4}{3}$

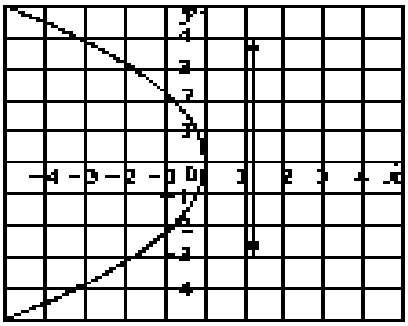
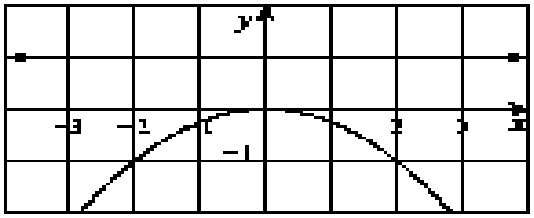
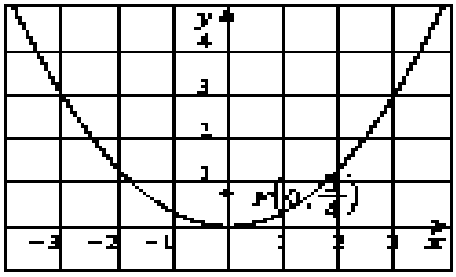
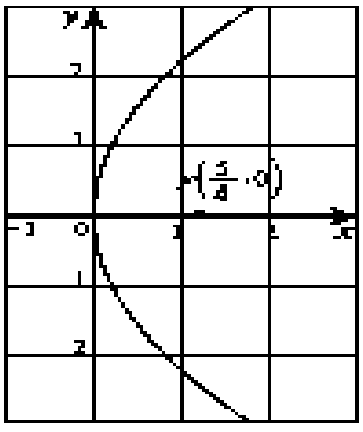
(15) معادلة القطع المكافئ للبيان التالي هي:



(a) $x^2 = -\frac{25}{3}y$ (b) $y^2 = \frac{9}{5}x$

(c) $x^2 = \frac{25}{3}y$ (d) $y^2 = \frac{5}{9}x$

في التمارين (16–18)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتمثل بيان كل دالة بمعادلتها.

القائمة (1)	القائمة (2)
(16) $x^2 = 3y$	(a) 
(17) $x^2 = -4y$	(b) 
(18) $y^2 = -5x$	(c) 
	(d) 

بند 2-7

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) رأسي القطع للقطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{9^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$ هما: $(-9,0)$، $(9,0)$ (a) (b)

(2) النقطة $(\sqrt{33},0)$ هي إحدى بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{7^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$ (a) (b)

(3) طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي معادلته $25x^2+9y^2=225$ يساوي 10 units (a) (b)

(4) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$، هما $(\pm 3,0)$ (a) (b)

(5) في القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$، طول المحور الأصغر يساوي 8 (a) (b)

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) النقطتان الطرفيتان للمحور الأصغر للقطع الناقص الذي معادلته $4x^2+9y^2=36$ هما:

(a) $(\pm 2,0)$ (b) $(\pm 3,0)$

(c) $(0,\pm 2)$ (d) $(0,\pm 3)$

(7) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(\pm 7,0)$ والنقطتان الطرفيتان لمحوره الأصغر $(0,\pm 6)$ هي:

(a) $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{36}=1$ (b) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{85}=1$

(c) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$ (d) $\frac{x^2}{85}+\frac{y^2}{49}=1$

(8) معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات ومركزه نقطة الأصل وطول محوره الأكبر units وطول محوره الأصغر 4 units هي:

(a) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{20.25}+\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ (d) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{20.25}=1$

(9) النقطة $A(-10,0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$. مجموع المسافتين AF_1+AF_2 حيث F_1 , F_2 هما البؤرتان يساوي:

(a) 10 units (b) 12 units

(c) 14 units (d) 20 units

(10) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$ يساوي:

(a) 12 units (b) $2\sqrt{41}$ units

(c) 16 units (d) 20 units

(11) المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص $15x^2+25y^2-75=0$ هي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{2}$

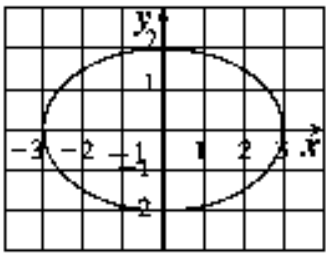
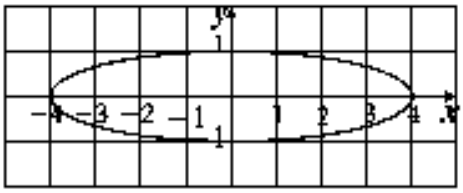
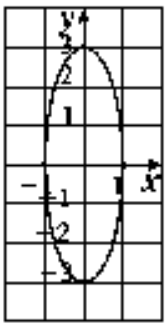
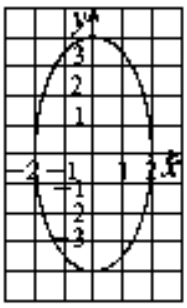
(c) 10 (d) $2\sqrt{3}$

(12) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته $\frac{x^2}{20.25}+\frac{y^2}{4}=1$ هي:

(a) 9 (b) 2

(c) 4.5 (d) 16.25

في التمارين (13–15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع ناقص بمعادلته.

القائمة (1)	القائمة (2)
(13) $\frac{x^2}{16}+y^2=1$	(a) 
(14) $x^2+\frac{y^2}{9}=1$	(b) 
(15) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$	(c) 
	(d) 

بند 3-7

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $x^2 - y^2 = 4$ هي معادلة قطع زائد. (a) (b)

(2) الخطّان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته $x^2 - y^2 = 12$ هما متعامدان. (a) (b)

(3) إحداثيات بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{18} = 1$ هما: $(0,3)$, $(0,-3)$. (a) (b)

(4) نقطتا طرفي المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$ هما: $B_1(1,0)$, $B_2(-1,0)$. (a) (b)

في التمارين (11–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(0,\pm 3)$ وطول محوره القاطع 4 هي:

(a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ (b) $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$

(c) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ (d) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

(6) إذا كانت معادلة القطع الزائد $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$ ؛ فيمرّ أحد الخطين المقاربين له في النقطة:

(a) $\left(2, 2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$ (b) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}, 2\right)$

(c) $\left(2\sqrt{\frac{3}{5}}, 2\right)$ (d) $\left(\sqrt{\frac{5}{3}}, 2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$

(7) معادلة القطع الزائد الذي نقطتي تقاطعه مع المحور السيني هما $(\pm 6, 0)$ هي:

(a) $y^2 - x^2 = 36$ (b) $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{49} = 1$

(c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$ (d) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$

(8) البعد بين بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته: $50y^2 - 25x^2 - 100 = 0$ بوحدة الطول يساوي:

(a) $\sqrt{6}$ (b) $2\sqrt{6}$

(c) 6 (d) $2\sqrt{2}$

(9) منحنى أي معادلة مما يلي **لا يقطع** المحور الصادي في $(0,\pm 4)$:

(a) $y^2 - x^2 = 16$ (b) $4y^2 - 16x^2 = 64$

(c) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ (d) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(10) نقطتا تقاطع القطع الزائد الذي معادلته: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$ مع محور السينات هما:

(a) $(\pm 7, 0)$ (b) $(\pm 5, 0)$

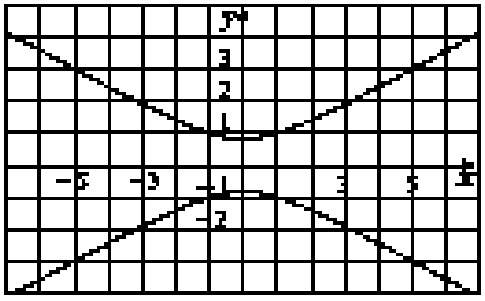
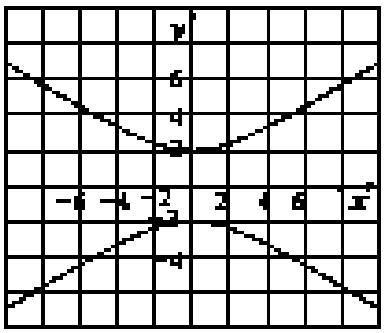
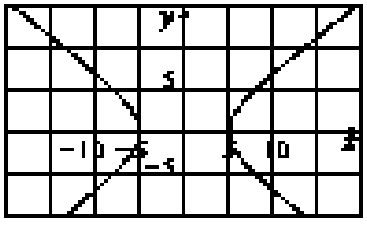
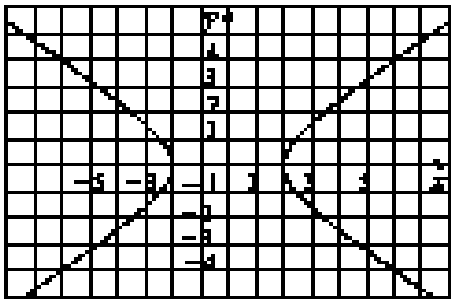
(c) $(0,\pm 5)$ (d) ليس أيًّا مما سبق

(11) معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد: $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{32}=2$ هما:

(a) $y=\pm 2x$ (b) $y=\pm\frac{1}{2}x$

(c) $y=\pm 4x$ (d) $y=\pm\frac{1}{4}x$

في التمارين (12–14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع زائد بمعادلته.

القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$	(a) 
(13) $3y^2-x^2=2$	(b) 
(14) $\frac{1}{2}x^2-y^2-2=0$	(c) 
	(d) 

بند4-7

في التمرينين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $e < 1$، فإن القطع هو قطع ناقص. (a) (b)

(2) إذا $a = 6$ ، $b = 9$ في القطع الناقص فإنّ $c = 3\sqrt{13}$ (a) (b)

(3) معادلتا المقاربين للقطع الزائد $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$ هما: $y = \frac{-1}{2}x$ ، $y = \frac{1}{2}x$ (a) (b)

(4) إذا كانت معادلة القطع الناقص هي: $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$، فإن طول محوره الأكبر هو 6 وطول محوره الأصغر هو 14. (a) (b)

(5) لأيّ معادلة قطع مكافئ فإنّ $e = 1$ (a) (b)

(6) المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{y^2}{15} - \frac{x^2}{10} = 1$ هو محور الصادات. (a) (b)

(7) رأسا القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هما: $(0,-6)$, $(0,6)$ (a) (b)

في التمارين (13–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كانت $a = 7$ ، $c = 2\sqrt{10}$ ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

(a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$ (b) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$

(c) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ (d) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

(9) أيّ معادلة مما يلي تمثل قطعًا زائدًا معادلة أحد دليليه $y = \frac{25}{7}$؟

(a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$ (b) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{25} = 1$

(c) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{24} = 1$ (d) $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{24} = 1$

(10) إذا كانت معادلة أحد المقاربين $y = \frac{-7}{5}x$ والاختلاف المركزي $e = \frac{\sqrt{74}}{5}$ فمعادلة القطع الزائد هي:

(a) $\frac{y^2}{7} - \frac{x^2}{5} = 1$ (b) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{5} = 1$

(c) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ (d) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$

(11) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو:

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$ (b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c) $\frac{36}{25}$ (d) $\frac{25}{36}$

(12) معادلة قطع ناقص إحدى بؤرتيه $(0,4)$ وأحد رأسيه $(0,-5)$ هي:

(a) $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{25}=1$ (b) $\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{5}=1$

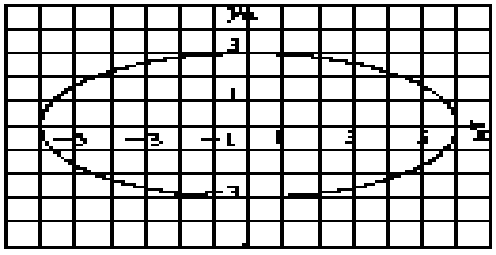
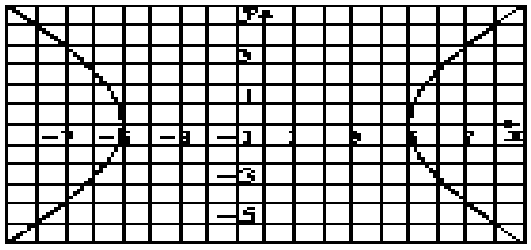
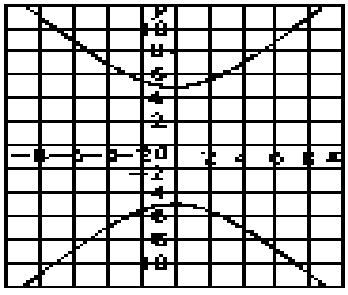
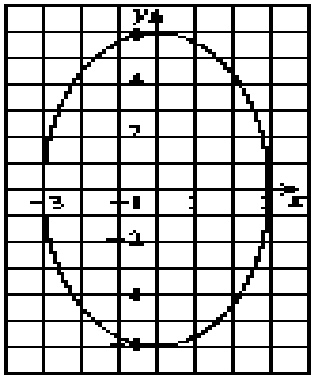
(c) $\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9}=1$ (d) $\frac{y^2}{5}+\frac{x^2}{3}=1$

(13) لأيّ قطع ناقص يكون:

(a) $a>c$ (b) $a<c$

(c) $a=ec$ (d) $a=c$

في التمارين (14—16)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتصل بيان كل قطع مخروطي بمعادلته.

القائمة (1)	القائمة (2)
$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ (14)	(a) 
$\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{9}=1$ (15)	(b) 
$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ (16)	(c) 
	(d) 

بند 1-8

في التمارين (9–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) التوقع هو القيمة التي تقيس تشتت قيم المتغير العشوائي المتقطع عن قيمته المتوسطة. (a) (b)

(2) التباين هو القيمة التي تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع. (a) (b)

(3) دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي المتقطع عند القيمة a هي احتمال وقوع المتغير العشوائي X بحيث يكون X أصغر من أو يساوي a. (a) (b)

(4) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X. (a) (b)

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

(5) قيمة K التي تجعل التوقع μ للمتغير العشوائي X يساوي 1 لدالة التوزيع الاحتمالي f هي صفر. (a) (b)

x	2	1	0
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	K

(6) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون: (a) (b)

$$P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$$

(7) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون: (a) (b)

$$P(X < a) = 1 - F(a)$$

(8) مدرسة فيها عدد الطلبة 300 طالب فإذا كانت نسبة النجاح 0.6 فإن التوقع لعدد الطلبة الناجحين هو 150 طالبًا. (a) (b)

(9) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية فإن $n(S) = 6$. (a) (b)

في التمارين (21–10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	-1	0	1	2
$f(x)$	0.2	0.2	K	0.2

فإن قيمة K هي:

(a) 0.2 (b) 0 (c) 0.4 (d) 0.3

(11) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X هي:

x	1	2	3
$f(x)$	K	$2K$	$2K$

فإن قيمة K تساوي:

(a) 0.5 (b) 0.2 (c) 1 (d) 0.4

في التمارين (14–12)، استخدم الجدول التالي:

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.2	0.4	0.1	0.3

حيث f هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع X.

(12) $F(-1)$

(a) 0 (b) 0.2 (c) 0.4 (d) 0.6

(13) $F(1.5)$

(a) 0.4 (b) 0.2 (c) 0 (d) 0.6

(14) $F(4)$

(a) 0.2 (b) 0.1 (c) 0.4 (d) 1

(15) إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا دالة توزيع الاحتمالي f هي:

x	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي:

(a) 1 (b) 1.25 (c) 1.5 (d) 0.5

(16) إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متقطعًا لدالة التوزيع الاحتمالي f وكان التوقع $= 0.5$ ، $\sum x^2 f(x) = 4.25$، فإن الانحراف المعياري هو:

(a) 4 (b) 2 (c) 3.75 (d) 1

(17) إذا كانت بعض قيم دالة التوزيع التراكمي F للمتغير العشوائي X معطاة في الجدول التالي:

x	0	1	2	3
$F(x)$	0.1	0.3	0.7	1

فإن $f(2) =$

(a) 0.7 (b) 0.3 (c) 0.4 (d) 1

(18) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي المتقطع X هي:

x	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع μ للمتغير العشوائي X يساوي:

(a) 1 (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{7}{9}$ (d) 0

(19) عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين σ^2 للمتغير العشوائي X «ظهور صورة» يساوي:

(a) 2 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 4

(20) إذا كان X متغيرًا عشوائيًا متقطعًا يأخذ القيم $1.5\ ,\ 1\ ,\ -1$ وكان: $P(X=-1)=0.6\ ,\ P(X=1)=0.3$ فإن $P(X>0)=$ ...

(a) 0.6 (b) 0.9 (c) 0.4 (d) 0.7

(21) ينتج مصنع سيارات 200 سيارة في الشهر. إذا كانت نسبة السيارات المعيبة 0.02 فإن التوقع لعدد السيارات المعيبة المنتجة في الشهر يساوي:

(a) 2 (b) 4 (c) 20 (d) 40

بند 2-8

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل. (a) (b)

(2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل. (a) (b)

(3) إذا كانت الدالة f معرفة كالتالي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : \quad 0\le x\le 1\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن الدالة f هي دالة كثافة احتمال. (a) (b)

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}2 & : \quad 0\le x\le \frac{1}{2}\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن $P(X\ge 2)=1$ (a) (b)

(5) إذا كانت الدالة f هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرّفة كما يلي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & : \quad 0\le x\le 3\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن التباين للدالة f هو $\sigma^2=\frac{3}{4}$. (a) (b)

(6) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول $x=\mu$. (a) (b)

(7) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد. (a) (b)

في التمارين (17–8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & : \quad 0\le x\le 2\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن $P(X=1)=\ldots$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) 1 (d) ليس أيًّا مما سبق

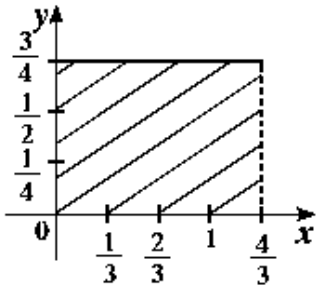
(9) إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}x & : \quad -2\le x\le 3\\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن $P(X\le -2.5)=\ldots$

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{10}$

في التمارين (16–10)، أجب عن الأسئلة من خلال الرسم البياني في الشكل المقابل:



(10) الدالة التي تعبّر عن الرسم البياني التالي هي:

(a) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<\frac{3}{4}\\ 0 & : \text{ في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(b) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<\frac{4}{3}\\ 0 & : \text{ في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(c) $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{3} & : \quad 0<x<\frac{4}{3}\\ 0 & : \text{ في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(d) $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4} & : \quad 0<x<4\\ 0 & : \text{ في ما عدا ذلك}\end{cases}$

(11) الدالة f تتبع التوزيع الاحتمالي:

(a) الطبيعي (b) ذات الحدين

(c) الطبيعي المعياري (d) المنتظم

(12) التوقّع هو:

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

(13) التباين هو:

(a) $\frac{4}{27}$ (b) $\frac{16}{9}$ (c) $\frac{16}{108}$ (d) $\frac{108}{16}$

(14) $P\left(X<\frac{4}{6}\right)=\ldots$

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{2}$

(15) $P\left(X>\frac{4}{12}\right)=\ldots$

(a) $\frac{2}{6}$ (b) $\frac{6}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

(16) $P(0<X<1)=\ldots$

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) 1 (d) $\frac{3}{4}$

(17) إذا كان z يتبع التوزيع الطبيعي فإن: .... $= P(0\le z\le 2.35)$

(a) 0.9906 (b) 0.5 (c) 0.4906 (d) 0.218